THÈSES DE L'ENTRE-DEUX-GUERRES

ROSE BONNET

Spectres, périodes et excentricités des binaires

Thèses de l'entre-deux-guerres, 1945

<http://www.numdam.org/item?id=THESE_1945__274__1_0>

L'accès aux archives de la série « Thèses de l'entre-deux-guerres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Thèse numérisée dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

SÉRIE A, N° 2158
N° D'ORDRE
3029.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

Rose BONNET

1re THÈSE. — SPECTRES, PÉRIODES ET EXCENTRICITÉS DES BINAIRES.
2e THÈSE. — LE THÉORÈME DE L'INVARIABILITÉ DES GRANDS AXES.

Soutenues le 3 mai 1945, devant la Commission d'examen.

MM. E. ESCLANGON, *Président.*
J. CHAZY, G. DARMOIS } *Examinateurs.*

ORLÉANS
IMPRIMERIE NOUVELLE
8 *ter*, RUE DU FAUBOURG-MADELEINE

1947

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen ..... M. Paul MONTEL

PROFESSEURS

P. MONTEL ..... T Théorie des Fonctions.
L. BLARINGHEM .... T Botanique.
G. JULIA ..... T Analyse supérieure et Algèbre supérieure.
C. MAUGUIN ..... T Minéralogie.
A. MICHEL-LÉVY ... T Pétrographie.
A. DENJOY ..... T Géométrie supérieure.
L. LUTAUD ..... T Géographie physique et géologie dynamique.
E. DARMOIS..... T Enseignement de Physique.
A. DEBIERNE ..... T Électronique et Radioactivité.
M. JAVILLIER ..... T Chimie biologique.
Robert LÉVY..... T Physiologie comparée.
Henri VILLAT ..... T Mécanique des fluides et applications.
Ch. JACOB ..... T Géologie.
P. PASCAL ..... T Chimie générale.
M. FRÉCHET ..... T Calcul des probabilités et Physique mathématique.
E. ESCLANGON ..... T Astronomie.
Mme RAMART-LUCAS. T Chimie organique.
H. BÉGHIN..... T Mécanique physique et expérimentale.
FOCH..... T Mécanique expérimentale des fluides.
PAUTHENIER ..... T Électrotechnique générale.
DE BROGLIE ..... T Théories physiques.
CHRÉTIEN..... Optique appliquée.
JOB ..... Chimie générale.
PRENANT ..... T Anatomie et Histologie comparées.
VILLEY..... T Mécanique appliquée.
COMBES ..... T Physiologie végétale.
GARNIER ..... T Application de l'analyse à la Géométrie.
PÉRÈS..... T Mécanique rationnelle.
HACKSPILL..... T Chimie minérale.
LAUGIER..... T Physiologie générale.
TOUSSAINT..... Technique Aéronautique.
M. CURIE ..... Physique (P. C. B.).
G. RIBAUD..... T Hautes températures.
CHAZY..... T Mécanique analytique.
GAULT ..... T Chimie appliquée.
CROZE ..... T Physique théorique et Physique céleste.
DUPONT..... T Théories chimiques.
LANQUINE..... T Géologie structurale et géologie appliquée.
VALIRON..... T Calcul différentiel et Calcul intégral.
BARRABÉ..... Géologie structurale et géologie appliquée.
F. PERRIN ..... Théories physiques.
VAVON..... T Analyse et mesures chimiques.
G. DARMOIS..... T Mathématiques générales.
CHATTON ..... T Biologie maritime.
AUBEL ..... Chimie biologique.
Jacques BOURCART.. Géographie physique et Géologie dynamique.
Mme JOLIOT-CURIE .. Physique générale et Radioactivité.
PLANTEFOL ..... T Botanique.
CABANNES..... T Recherches physiques.
GRASSE..... T Zoologie (Évolution des êtres organisés.
PRÉVOST..... Chimie organique.
BOULIGAND..... Mathématiques.
CHAUDRON ..... Chimie.
WYART ..... Minéralogie.
TEISSIER ..... T Zoologie.
MANGENOT..... T Biologie végétale.
P. AUGER ..... T Physique quantique et relativité.
MONNIER ..... Physiologie générale.
PIVETEAU..... Géologie.
ROCARD ..... Physique.
H. CARTAN ..... Calcul différentiel.
SCHAEFFER ..... T Physiologie des fonctions.
LAFFITTE ..... Chimie (P. C. B.).
LERAY ..... Mécanique théorique des fluides.
FAVART ..... Calcul des probabilités et Physique-Mathématique.
COULOMB ..... T Physique du globe.
Mlle COUSIN..... Biologie animale (P. C. B.)
CHRÉTIEN..... Analyse et mesures chimiques.
DRACH..... Évolution des êtres organisés.
CHATELET ..... T Arithmétique et théorie des nombres.
EPHRUSSI..... T Génétique.
WURMSER ..... T Biologie physico-chimique.
KASTLER ..... Physique.

Secrétaire ..... CH. MONIER

A la Mémoire de mon Père :

MICHEL-FRÉDÉRIC BONNET.

A ma Mère :

MARIA-VIRGINIE OUILLON.

A mon Mari :

LOUIS-VINCENT SAINTURIER.

A la Mémoire de

PIERRE FATOU, *Astronome et Mathématicien.*

SPECTRES, PÉRIODES ET EXCENTRICITÉS DES BINAIRES

INTRODUCTION

Le présent Mémoire porte exclusivement sur les spectres des primaires, les périodes et les excentricités orbitales des Binaires tant spectroscopiques que visuelles.

Nos recherches sont basées sur les données les plus récentes, représentées, pour les doubles visuelles, par le *Second Catalogue of visual binary Stars*, de W. S. Finsen (1938), et, pour les Binaires Spectroscopiques, par le *Fourth Catalogue of spectroscopic binary Stars*, de J. H. Moore (1936).

Spectres des primaires, périodes et excentricités orbitales ont d'abord été considérés au point de vue de leurs répartitions propres, puis des relations (Spectre-Période), (Spectre-Excentricité), (Période-Excentricité), susceptibles d'exister entre ces caractères pris deux à deux. Après avoir cherché à mettre en évidence les multiples indices favorables à l'existence de telles relations statistiques, nous avons essayé, dans chaque cas, d'estimer le degré d'interdépendance des caractères étudiés en utilisant, soit le coefficient de corrélation, soit le plus souvent le coefficient de contingence dont l'application nous paraît plus générale et moins sujette à caution.

Enfin nous avons examiné l'influence possible du type spectral et de la magnitude absolue des Binaires sur la forme de la courbe (Période-Excentricité).

Nous avons systématiquement laissé de côté l'étude des causes éventuellement responsables des relations considérées.

PLAN DE L'OUVRAGE

Le présent Mémoire est divisé en quatre parties :

La Première Partie est consacrée aux Préliminaires ; elle débute par un exposé relatif aux données servant de base à notre étude ; on y trouve ensuite quelques pages concernant certaines considérations statistiques qui seront d'une application constante dans le reste de l'ouvrage.

La Seconde Partie est réservée à l'étude de la répartition des Périodes et des Excentricités orbitales. Elle renferme également quelques remarques sur l'influence de la Sélection sur les distributions observées, et sur l'emploi des Périodes et des Excentricités hypothétiques.

La Troisième Partie porte, d'une part, sur la répartition propre des Spectres des primaires, d'autre part sur les relations susceptibles d'exister entre Spectres et Périodes et entre Spectres et Excentricités.

La Quatrième Partie est réservée à l'étude de la relation (Période-Excentricité). Nous y avons également ajouté quelques considérations relatives à l'influence du type spectral et de la magnitude absolue sur la forme de la courbe (Période-Excentricité).

***

Ces recherches, entreprises il y a quelques années à l'Observatoire de Paris, ont dû, par suite des circonstances, être reprises à leur point de départ en septembre 1940, et n'ont pu être menées à terme que grâce à la bienveillance que M. E. Esclangon, Directeur de l'Observatoire de Paris, m'a toujours témoignée et aux encouragements qu'il a bien voulu me prodiguer au cours de l'exécution de ce travail. Je lui exprime ici toute ma gratitude à ce sujet. Je suis également vivement reconnaissante à M. le Professeur de Statistique G. Darmois, d'avoir bien voulu examiner avec attention mon Mémoire ; j'ai essayé de profiter au mieux de ses remarques.

PREMIÈRE PARTIE

PRÉLIMINAIRES

CHAPITRE PREMIER

LES DONNÉES

Les principales données servant de base aux recherches effectuées dans le présent Mémoire, sont : les Spectres des primaires, les Périodes, les Excentricités orbitales, et accessoirement, les Parallaxes des Binaires Visuelles * et des Binaires Spectroscopiques *.

N. 1. Cas des Binaires visuelles. — Les éléments orbitaux employés, périodes et excentricités, proviennent exclusivement (**) du *Second Catalogue of Orbits of Visual binary Stars*, de W. S. Finsen (R. 1).

L'auteur de ce catalogue a eu l'heureuse idée de grouper les diverses orbites en cinq classes, d'après leur qualité, c'est-à-dire suivant que les éléments donnés conduisent à une représentation plus ou moins bonne des positions observées. Nous reproduisons ci-après la définition de ces cinq classes selon W. S. Finsen :

« *Class I* : Definitive orbits : Complete revolution, or more ; well observed ;

Class II : Reliable orbits : Elements liable to corrections of a minor nature ;

Class III : Preliminary orbits : Elements likely to be a fair approximation ;

Class IV : Parabolic orbits : Observed arc satisfactorily represented by a parabola ;

---

* Pour abréger l'écriture, nous désignerons fréquemment les Binaires Visuelles et les Binaires Spectroscopiques respectivement par les symboles BV et BS.

** Exception faite pour N. G. C. 16.666 rattachée à la classe d'orbites V.

(R. 1) W. S. Finsen : *Second Catalogue of Orbits of Visual Binary Stars* (U. O. C. nº 100, pp. 466-479 ; 1938).

Class V : Indeterminate orbits : Orbits computed from inadequate data, including ambiguous cases arising from uncertainty of quadrant. »

Nous laisserons complètement de côté les trajectoires paraboliques, ainsi que les orbites indéterminées de classe V des Binaires A 1.123*, A 2.200 et A 9.744 pour lesquelles W. S. Finsen n'a pas cru devoir choisir entre les deux séries d'éléments donnés. Les autres orbites de classe V, pourront également être écartées, dans certains cas, en raison de leur incertitude.

Le nombre des orbites de Binaires Visuelles utilisées dans ces conditions, est, au maximum de 192, réparties comme suit :

Classe I	42
Classe II	43
Classe III	66
Classe V	41
TOTAL	192

N. 2. Cas des Binaires spectroscopiques. — Les éléments orbitaux employés, Périodes et Excentricités, proviennent exclusivement du *Fourth Catalogue of Spectroscopic Binary Stars*, de J. H. Moore (R. 2).

L'auteur de ce Catalogue en a exclu trois groupes d'étoiles pour lesquelles l'interprétation du changement de vitesse radiale, comme indice d'un mouvement orbital n'est pas justifiée (*loc. cit.* p. 1), savoir :

1° Les céphéides ;

2° Certaines étoiles présentant des fluctuations de vitesse radiale à courte période, telles que β Cep., β C. Ma., δ Scuti, etc... ;

3° Certaines variables à longue période telles que o Ceti et α Ori pour lesquelles la binarité n'explique pas les changements de vitesse qui suivent plus ou moins les variations lumineuses de ces étoiles.

J. H. Moore ajoute d'ailleurs qu'un certain nombre d'étoiles figurant dans son catalogue devraient être omises si l'on veut obtenir une liste vraiment représentative des Binaires Spectroscopiques. Les recherches statistiques d'Otto Struve (R. 3) et (R. 4), et d'A. Beer (R. 5), ont en effet montré qu'il y a doute

---

* Pour abréger, A 1.123 représente l'étoile n° 1.123 du *New General Catalogue of Double Stars* de R. G. Aitken (1932).

(R. 2) J. H. Moore : *Fourth Catalogue of Spectroscopic Binary Stars* (L. O. B. 18, n° 483, pp. 1-38 ; 1936).

(R. 3) Otto Struve : *On the Nature of Spectroscopic Binaries of short period* (Ap. J. 60, pp. 166-174 ; 1924).

sur la binarité des étoiles des classes A et B dont les variations de vitesse ont lieu dans une période moindre qu'un jour.

En nous basant sur ces diverses considérations, nous avons cru bon d'exclure de la liste de J. H. Moore un certain nombre d'étoiles ; savoir :

1° Les dix étoiles de la Table I du Catalogue de Moore affectées du signe (?) et considérées par cet auteur comme « probably not real Binaries » ; ce sont, le premier numéro étant celui du Catalogue de Moore :

N° 25 = Φ Per = B 384	N° 185 = κ Dra
N° 79 = + 40°,1196	N° 231 = σ Sco
N° 82 = β Ori = B 1.250	N° 302 = S Sge
N° 97 = ζ Tau	N° 307 = B 5.170
N° 135 = B 2.035	N° 327 = σ Cyg = B 5.469

2° Cinq étoiles dont les éléments sont douteux ou l'interprétation physique incertaine (voir les notes correspondantes du Catalogue de Moore). Ce sont :

N° 74 = ε Aur	N° 320 = V 367 Cyg
N° 194 = B 3.544	N° 345 = VV Cep
N° 279 = β Lyr	

Comme le Catalogue de Moore groupe 375 Binaires Spectroscopiques, l'exclusion des 10 + 5 = 15 étoiles précitées réduira à 375 — 15 soit 360, le nombre des Binaires Spectroscopiques sur lesquelles portera la présente étude.

N. 3. Remarque. — Parmi les 360 couples précédemment retenus, 19 étoiles sont à la fois Binaire Visuelle et Binaire Spectroscopique par leurs mêmes composantes et sont par suite communes à la liste de Finsen et à celle de Moore. Nous les conserverons toutes les fois qu'il y aura lieu d'apprécier des propriétés relatives aux seules doubles visuelles ou aux seules doubles spectroscopiques, mais nous devrons les écarter une fois, quand il s'agira de propriétés concernant à la fois les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles, car dans ce cas elles feraient double emploi. Leur ensemble sera désigné dans ce qui suit par le symbole (C).

Les colonnes successives de la liste ci-après permettent d'identifier cha-

---

(R. 4) Otto Struve : *A Study of the Nature of Spectroscopic Binaries* (M. N. 86, pp. 63-76 ; déc. 1925).

(R. 5) A. Beer : *Zur Charakterisierung der Spektroskopische Deppelsterne* (Veroffentlichungen der Universitâtssternwarte zu Berlin-Babelsberg, Band V, Heft 6 ; 1927).

cune de ces étoiles en passant du Catalogue de Moore à celui de Finsen. Elles donnent respectivement :

(1) Le numéro du Catalogue de Moore ;
(2) Le numéro A. D. S. ou S. D. S. figurant dans le Catalogue de Finsen ;
(3) Le nom usuel de l'étoile ;
(4) La période en jours P_j ;
(5) La période en années P_a ;
(6) La sous-classe spectrale de la primaire.

TABLEAU 1.

Liste des Binaires communes aux Catalogues de Finsen et de Moore.

(1) N° MOORE	(2) N° FINSEN	(3) ÉTOILE	(4) P_j*	(5) P_a*	(6) SPECTRE
191	A 8.891	ζ UMa	20^j,54	0^a,0562	A2
81	A 3.841 (Aa)	α Aur	104,02	0,285	GO
168	A 8.119 (Aa)	ξ UMa (Aa)	669,17	1,8321	GO
326	A 14.773	δ Equ (AB)	2.082	5,70	F5
11	A 490	13 Cet (AB)	2.524	6,91	GO
342	A 15.281	κ Peg (AB)	4.208	11,52	F5
143	A 6.993	ε Hyd (AB)	5.533	15,15	F8
107	A 4.617	μ Ori (AB)	6.392	17,50	A2
136	A 6.420	9 Pup (AB)	8.466	23,18	GO
316	A 14.073	β Del	9.715	26,60	F5
239	A 10.157	ζ Her (AB)	12.572	34,42	GO
132	A 6.251	α CMi	14 694	40,23	F5
216	A 9.617	η CrB	15.201	41,62	GO
224	A 9.909	ξ Sco	16.326	44,70	F8
117	A 5.423	α CMa	18.240	49,94	AO
169	A 8.119 (Aa-Bb)	ξ UMa (m)	21.863	59,86	GO
208	— 60°,5483	α Cen (AB)	29.252	80,089	GO
263	A 11.046	70 Oph (AB)	32.087	87,85	KO
130	A 6.175	Castor	124.182	340	AO

N. 4. Notations. — Pour faciliter l'exposition nous considérerons, en général, cinq catégories de Binaires :

1° Catégorie [BS] renfermant uniquement les Binaires Spectroscopiques ;

* Pour les trois premières étoiles, P_j provient du Catalogue de Moore, pour les suivantes, P_j a été déduit de la période indiquée dans le Catalogue de Finsen ; cette dernière valeur, relative à une orbite plus récente, ayant quelque chance d'être plus exacte.

2° Catégorie [BV] contenant les Binaires Visuelles des seules classes I, II et III de Finsen ;

3° Catégorie [BV + BV'] renfermant la totalité des Binaires Visuelles : classes I, II, III et V de Finsen ;

4° Catégorie [BS + BV — (C)] réunissant les Catégories [BS] et [BV] après avoir exclu une fois les étoiles communes (C) qui feraient double emploi ;

5° Catégorie [BS + BV + BV' — (C)] groupant les Catégories [BS] et [BV + BV'] également après avoir exclu une fois les étoiles communes (C).

Le Catalogue de Finsen nous a fourni les orbites de 192 Binaires Visuelles, dont 41 de classe V ; le Catalogue de Moore nous a donné les orbites de 360 Binaires Spectroscopiques ; comme 19 étoiles sont communes à ces deux listes, le nombre de Binaires distinctes rentrant dans chacune des Catégories définies ci-dessus sera, sauf avis contraire, le suivant :

Catégorie	Nombre de Binaires
[BS]	360
[BV]	151
[BV + BV']	192
[BS + BV — (C)]	492
[BS + BV + BV' — (C)]	533

Pour abréger, les deux dernières catégories seront quelquefois désignées sous le nom de catégories composites.

N. 5. Parallaxes. — Les parallaxes trigonométriques ϖ''_t, spectroscopiques ϖ''_s, et dynamiques ϖ''_d utilisées pour le calcul des magnitudes absolues, proviennent du *General Catalogue of Stellar Parallaxes*, de F. Schlesinger (R. 6), à l'exception de quelques-unes parues ultérieurement dans les *Monthly Notices* (R. 7). Pour une étoile donnée, nous avons employé de préférence la parallaxe trigonométrique, et, à défaut, la parallaxe spectroscopique, et, enfin en l'absence des deux précédentes, la parallaxe dynamique.

Toutefois, comme il est risqué d'utiliser des parallaxes par trop incertaines, nous en avons systématiquement écarté quelques-unes. Nous avons, par

(R. 6) F. Schlesinger et L. F. Jenkins : *General Catalogue of stellar Parallaxes* (Yale University Observatory, 1935).

(R. 7) M. N. 98, p. 82, 1937 ; M. N. 99, p. 55, 1938.

exemple, laissé de côté, non seulement les parallaxes trigonométriques à valeur négative, mais encore toutes celles pour lesquelles :

$$\frac{|\Delta\varpi_t''|}{\varpi_t''} \geqslant 0{,}50,$$

en désignant par $\Delta\varpi_t''$ l'erreur probable relative à ϖ_t''. Néanmoins, afin de ne pas exclure systématiquement toutes les petites valeurs de ϖ_t'', nous avons conservé les valeurs de ϖ_t'' en accord suffisamment bon avec la parallaxe spectroscopique ϖ_s'', et, d'une manière plus précise, telles que :

$$2 \times \frac{|\varpi_t'' - \varpi_s''|}{\varpi_t'' + \varpi_s''} \leqslant \frac{1}{6}.$$

CHAPITRE II

SUR L'INTENSITÉ DE LA LIAISON ENTRE DEUX CARACTÈRES

N. 6. Généralités. — Pour étudier l'interdépendance de deux caractères (X) et (Y), nous commencerons toujours par donner un résumé descriptif des observations. Celui-ci sera constitué par une Table à double entrée (Table de Contingence ou de Corrélation), dont les têtes de files* seront respectivement les diverses valeurs de X pour les colonnes, et celles de Y pour les lignes. Pour cela, nous inscrirons dans la case d'ordre (i, j) de la Table, le nombre $n_{i|j}$ de cas, où l'on a simultanément $X = X_i$ et $Y = Y_j$, que X et Y représentent des mesures effectives des caractères (X) et (Y), ou seulement des indices de classification ; i est le numéro d'ordre de la colonne, et j celui de la ligne se croisant sur l'élément (i, j). De plus nous désignerons respectivement par $n_{i|}$ et $n_{|j}$ le nombre total des cas où l'on a :

$$X = X_i \text{ pour } n_{i|} \qquad \text{et} \qquad Y = Y_j \text{ pour } n_{j|},$$

et par N le nombre total des cas envisagés ; $n_{i|}$, $n_{|}$, et N sont alors fournis par les relations :

$$n_{i|} = \sum_j n_{i|j} ; \qquad n_{|j} = \sum_i n_{i|j} ; \qquad N = \sum_i n_{i|} = \sum_j n_{|j} = \sum_i \sum_j n_{i|j}.$$

Les totaux des files ($n_{i|}$ ou $n_{|j}$) seront, suivant l'usage, inscrits en marge et N occupera la case extrême située en bas et à droite de la Table.

---

* Suivant l'usage, le mot *files* sera employé pour désigner indistinctement les colonnes ou les lignes d'une Table à double entrée (en anglais « *arrays* »).

N. 7. Sur le degré d'interdépendance de deux caractères. Critère d'indépendance. — L'application du Théorème des Probabilités Composées conduit, dans le cas où il y a indépendance des probabilités de (X) et (Y) à la relation :

$$\frac{n_{i|j}}{N} = \frac{n_{i|}}{N} \times \frac{n_{|j}}{N}. \tag{1}$$

Nous pourrions donc essayer d'apprécier le degré de dépendance des caractères (X) et (Y), en comparant, pour chaque case de la Table de Contingence, les valeurs des quantités :

$$\frac{n_{i|j}}{N} \quad \text{et} \quad \frac{n_{i|}}{N} \times \frac{n_{|j}}{N},$$

le critère d'indépendance correspondant à la relation précédente (1).

La grandeur de la différence entre les deux membres de (1) pour les diverses cases, pourrait donner une idée de l'intensité de la liaison des caractères étudiés : une divergence faible correspondrait à l'absence de relation entre (X) et (Y) ; par contre une forte divergence militerait en faveur d'une dépendance étroite entre (X) et (Y), si par ailleurs, nous avons quelque raison logique d'y croire.

Mais, en général, pour apprécier plus aisément le degré de liaison entre (X) et (Y), et pour en donner le résultat sous forme condensée, il est plus commode de choisir, suivant les cas, parmi les trois quantités habituellement employées à cet effet :

Coefficient de corrélation r,
Rapport de corrélation η (ou plus précisément η_{XY} et η_{YX}),
Coefficient de contingence C.

Nous rappellerons brièvement la définition de ces trois quantités et quelques-unes de leurs propriétés qui seront utilisées par la suite dans nos discussions.

N. 8. Coefficient de corrélation. Régressions. — Désignons par :

X et Y les mesures des caractères (X) et (Y),
$\overline{X}$ et $\overline{Y}$ les moyennes arithmétiques de X et Y,

σ_X et σ_Y les écarts-types relatifs à X et Y,

$\overline{(X - \overline{X}) \cdot (Y - \overline{Y})}$ la valeur moyenne du produit $(X - \overline{X}) \cdot (Y - \overline{Y})$,

$\overline{X \cdot Y}$ la valeur moyenne du produit $X \cdot Y$.

Le coefficient de corrélation r est défini par la relation* :

$$r = \frac{\overline{(X - \overline{X}) \cdot (Y - \overline{Y})}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \tag{2}$$

qui peut encore se mettre sous la forme souvent plus commode :

$$r = \frac{\overline{XY} - \overline{X} \times \overline{Y}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}. \tag{2'}$$

Comme on le sait, les valeurs moyennes de l'un des caractères X (ou Y) correspondant à une valeur donnée de l'autre Y (ou X), permettent de dessiner la courbe de régression de X en Y (ou de Y en X). Quand cette courbe est approximativement une droite, la régression de même nom est dite linéaire :

$b_1 = r\frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$ est le coefficient de régression de X en Y ;

$b_2 = r\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}$ est le coefficient de régression de Y en X ;

b_1 est la pente de la droite de régression de X en Y par rapport à la verticale OY ; b_2 est la pente de la droite de régression de Y en X par rapport à l'horizontale OX.

N. 9. Rapport de corrélation. — Le rapport de corrélation η_{XY} de X en Y peut se calculer par la formule :

$$\eta_{XY} = \frac{\sigma_{mX}}{\sigma_X}, \tag{3}$$

* Les formules données aux paragraphes N. 8, N. 9 et N. 10, fournissent en réalité pour r, η_{XY}, η_{YX}, φ et C des valeurs experimentales. Il convient d'appliquer aux valeurs trouvées une correction appropriée afin d'en déduire les valeurs présumées. Cette correction est petite dans les cas qui nous intéressent.

dans laquelle σ_{mX} représente l'écart-type de m_X, m_X étant la valeur moyenne relative à la ligne X de la Table.

De même le rapport de corrélation η_{YX} de Y en X peut se calculer par la formule :

$$\eta_{YX} = \frac{\sigma_{mY}}{\sigma_Y}, \tag{3'}$$

dans laquelle σ_{mY} représente l'écart-type de m_Y, m_Y étant la valeur moyenne relative à la colonne Y de la Table.

N. 10. Coefficient de contingence C. — Le coefficient de contingence C (« mean square contingency coefficient » de Karl Pearson), est défini par la relation :

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}}, \tag{4}$$

φ^2 représentant le carré moyen de contingence. La valeur empirique de ce dernier peut être calculée par l'une des expressions :

$$\varphi^2 = \sum_i \sum_j \frac{\left[\frac{n_{ij}}{N} - \frac{n_{i|}}{N} \times \frac{n_{j}}{N}\right]^2}{\frac{n_{i|}}{N} \times \frac{n_{|j}}{N}} = -1 + \sum_i \sum_j \frac{n^2_{ij}}{n_{i|} \times n_{|j}}. \tag{5}$$

N. 11. Quelques propriétés de r, η_{XY}, η_{YX}, φ^2 et C. — Rappelons maintenant quelques propriétés de ces coefficients qui seront utilisées par la suite.

Le coefficient de corrélation r ne peut être calculé que si les caractères (X) et (Y) étudiés sont effectivement mesurables, ou peuvent, par convention, être considérés comme tels.

r est un nombre pur ; sa grandeur est indépendante des unités choisies pour mesurer (X) et (Y).

r est toujours compris entre — 1 et + 1 ; il est positif si les grandes valeurs de X sont associées aux grandes valeurs de Y et réciproquement ; il est négatif si les petites valeurs de X sont associées aux grandes valeurs de Y et réciproquement.

Quand les caractères (X) *et* (Y) *sont mesurables, et les régressions linéaires, r peut servir pour apprécier l'interdépendance de ces caractères.*

Dans ce cas :

$r = 0$ correspond à la non-corrélation des caractères (X) et (Y) ;
$r^2 = 1$ correspond à la relation fonctionnelle ;
r^2 est d'autant plus voisin de l'unité que la liaison entre X et Y est plus serrée.

Par contre, *si les régressions ne sont pas linéaires*, le fait que $r = 0$ ne prouve, ni l'indépendance de X et Y, ni même la non-corrélation de Y avec X (au sens de Karl Pearson). De même, s'il y a relation fonctionnelle non linéaire entre X et Y, le coefficient de corrélation sera inférieur à l'unité au lieu d'être égal à un. « On peut affirmer seulement qu'on sous-estime toujours l'intensité de la liaison, et cela d'une façon qui dépend de la forme des lignes de régression (R. 8). » Il y aura donc lieu, avant de tirer une conclusion quelconque de la valeur du coefficient de corrélation, de vérifier auparavant la linéarité des lignes de régression.

N. 12. — *Le rapport de corrélation* peut être employé même dans le cas où l'un seulement des caractères, X, par exemple, est mesurable, car on peut alors calculer η_{XY}.

Les η sont toujours compris entre 0 et 1 ; ils prennent la valeur zéro si les caractères sont indépendants, et la valeur un dans le cas de la relation fonctionnelle ; η_{XY} et η_{YX} ne sont pas forcément égaux, mais sont toujours compris entre r et 1. Enfin, quand les régressions sont approximativement linéaires, on a sensiblement :

$$\eta^2_{XY} = \eta^2_{YX} = r^2.$$

Le rapport de corrélation possède sur le coefficient de corrélation l'avantage d'avoir une signification absolument indépendante de la forme de la ligne de régression (R. 8, p. 202). Ainsi dans le cas de la relation fonctionnelle non linéaire entre X et Y, le rapport de corrélation est bien égal à un, alors que r est plus petit. La différence :

$\eta^2_{XY} - r^2$ mesure la divergence de la régression de X en Y par rapport à la linéarité ;

$\eta^2_{YX} - r^2$ s'interprète de manière analogue.

(R. 8) G. Darmois : *Statistique mathématique*, p. 206 ; 1928.

Toutefois le rapport de corrélation ne peut donner une information réellement valable que lorsque le nombre d'observations est suffisamment grand pour qu'on puisse former une Table de corrélation ou de contingence.

N. 13. — *Le carré moyen de contingence* φ^2 est nul dans le cas de l'indépendance complète des caractères.

Le coefficient de contingence C varie entre 0 et 1 ; nul dans le cas de l'indépendance des caractères (X) et (Y), il croît à mesure qu'on s'en écarte davantage, et atteint la valeur un dans le cas de la dépendance fonctionnelle.

Comme seules les probabilités sont employées pour le calcul de φ^2, et non les valeurs mêmes des variables (X) et (Y), les coefficients φ^2 et C peuvent être obtenus, même si (X) et (Y) ne sont pas effectivement mesurables, mais représentent, par exemple, soit des attributs, soit des indices de classification.

Le calcul de C est relativement rapide ; d'ailleurs, dans le cas où (X) et (Y) sont mesurables, les intervalles entre lesquels les diverses valeurs de (X) et (Y) sont réparties, n'ont pas nécessairement besoin d'être de même amplitude. Le nombre de classes adoptées pour (X) et (Y) ne doit toutefois être ni trop faible, ni trop grand (R. 9, pp. 65-66).

C possède en outre l'avantage de ne pas dépendre de la forme des lignes de régression, mais seulement de l'écart de la liaison entre (X) et (Y) avec l'indépendance.

N. 14. Sur le choix d'un coefficient pour apprécier l'intensité de la liaison entre deux caractères (X) **et** (Y). — Il résulte de ce qui précède que pour apprécier l'intensité de la liaison entre deux caractères (X) et (Y) :

1° Le coefficient de contingence C convient, dans tous les cas, car :

a) Il peut être employé même si les caractères (X) et (Y) ne sont pas mesurables ;

b) Son ordre de grandeur dépend uniquement de l'intensité de la liaison et non de la forme des lignes de régression.

2° Le coefficient de corrélation r ne convient par contre que si :

a) Les caractères (X) et (Y) sont mesurables ;

b) Les deux régressions sont linéaires.

Le domaine d'utilisation du coefficient de corrélation est donc beaucoup plus restreint que celui du coefficient de contingence. Dans le cas où les courbes de régression sont des droites, il est toutefois préférable d'employer le coefficient de corrélation, car non seulement il fournit dans ce cas une bonne esti-

mation de l'intensité de la liaison entre (X) et (Y), mais il sert en outre à déterminer les droites de régression, et ces dernières permettent, comme on sait, de prévoir la moyenne des valeurs de l'un des caractères (X ou Y) correspondant à une valeur donnée de l'autre caractère (Y ou X).

D'ailleurs, dans le cas où les régressions sont approximativement linéaires et les distributions gaussiennes, on a sensiblement :

$$r^2 = \eta^2_{XY} = \eta^2_{YX} = C^2. \tag{6}$$

Ces égalités ne sont plus forcément vérifiées dans le cas où les conditions précédentes ne sont pas satisfaites et le coefficient de corrélation peut alors conduire à une estimation tout à fait erronée de l'intensité de la liaison entre les deux caractères (X) et (Y). Par exemple, Miss Gibson (R. 10, p. 450) a trouvé, en étudiant la corrélation entre la luminosité et la parallaxe des étoiles :

$$r = 0{,}094 \quad ; \quad C = 0{,}408 \quad ; \quad \eta = 0{,}486 ;$$

et le lecteur rencontrera plus loin une anomalie analogue quand nous étudierons la liaison possible entre la période et l'excentricité chez certaines catégories d'étoiles doubles (voir N. 203). Dans de tels cas, il faut employer le coefficient de contingence ou le rapport de corrélation, si toutefois les données sont en nombre suffisant.

(R. 8) G. Darmois : *Statistique Mathématique* (1928), Chap. VI et suivants.

(R. 9) G. Udny Yule : *An Introduction to the Theory of Statistics* (1922).

(R. 10) Miss Winifred Gibson : *Some Considerations regarding the number of the Stars*, M. N. 66, pp. 445-468 (1906).

(R. 11) Winifred Gibson and Karl Pearson : *Further Considerations of stellar Statistics*, M. N. 68, pp. 416-419 (1908).

DEUXIÈME PARTIE

PÉRIODES ET EXCENTRICITÉS ORBITALES CHEZ LES BINAIRES

N. 15. — Nous étudierons successivement la distribution des périodes, puis celle des excentricités dans les cas suivants :

- chez les Binaires Spectroscopiques ;
- chez les Binaires Visuelles ;
- pour l'ensemble des Binaires (Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles réunies).

Le Chapitre III sera consacré à la distribution des périodes ; le Chapitre IV sera divisé en deux sections. Elles seront relatives : la première à la distribution des excentricités, la seconde à l'influence de la sélection sur les distributions observées pour les périodes et les excentricités.

Enfin, nous avons groupé dans le Chapitre V diverses considérations relatives aux périodes et aux excentricités hypothétiques.

CHAPITRE III

PÉRIODES ORBITALES DES BINAIRES

N. 16. Généralités. — Le Tableau 2 donne une idée grossière de la répartition des périodes des Binaires. Le nombre des Binaires dont la période P tombe dans les intervalles indiqués dans la ligne (1), est donné, pour les diverses catégories de Binaires envisagées, dans les lignes successives de ce Tableau :

(2) pour les 360 Binaires Spectroscopiques de la catégorie [BS] ;
(3) pour les 151 Binaires Visuelles de la catégorie [BV] ;
(4) pour les 192 Binaires Visuelles de la catégorie [BV + BV'] ;
(5) pour les 492 Binaires de la catégorie [BS + BV — (C)] ;
(6) pour les 533 Binaires de la catégorie [BS + BV + BV' — (C)].

TABLEAU 2.

Répartition des périodes pour les diverses catégories de Binaires.

(1)	LIMITES POUR P ANS	0 à 100	100 à 200	200 à 300	300 à 400	400 à 500	500 à 600	600 à 700	700 à 1.100	> 1.100	TOTAL
(2)	[BS]	359	—	—	1	—	—	—	—	—	360
(3)	[BV]	99	32	9	4	3	2	2	—	—	151
(4)	[BV+BV']	111	42	15	7	3	4	4	—	6	192
(5)	[BS+BV—(C)]	440	32	9	4	3	2	2	—	—	492
(6)	[BS+BV+BV'—(C)]	452	42	15	7	3	4	4	—	6	533

Le Tableau 2 montre que, pour les cinq catégories de Binaires envisagées :

1° La fréquence des valeurs de la période est maximum pour le premier intervalle (0-100 ans), et décroît quand la période augmente ;

2° Aucune période ne tombe dans l'intervalle (700-1.100 ans) ;

3° Les périodes très longues (P > 1.100 ans) sont relativement rares.

CAS DES BINAIRES SPECTROSCOPIQUES

N. 17. — Les périodes des Binaires Spectroscopiques, habituellement exprimées en jours solaires moyens, s'échelonnent entre $0^j,33$ pour W U Ma et 124.182 jours ou 340 ans pour α Gémeaux, mais cette dernière est seule à posséder une période supérieure à un siècle, comme le montre la ligne (2) du Tableau 2. Les autres Binaires Spectroscopiques ont en majorité des périodes beaucoup plus petites, comme il résulte d'un rapide examen des Tableaux 3, 4 et 5 dans lesquels nous avons condensé les informations complémentaires que nous possédons à ce sujet.

Les lignes successives du Tableau 3 donnent pour les divers groupes de périodes envisagés :

(1) Les limites entre lesquelles sont comprises les périodes de chaque groupe (exprimées en années) ;

(2) ΔN nombre de BS du groupe ;

(3) ΔP_a amplitude de l'intervalle couvert par le groupe de périodes (exprimée en années) ;

(4) $\dfrac{\Delta N}{\Delta P_a} = c_a =$ concentration moyenne du groupe en périodes de BS*.

TABLEAU 3

Répartition des périodes : Cas de l'ensemble des Binaires Spectroscopiques.

	Limites pour P ans	0-1	1-2	2-3	3-5	5-10	10-20	20-50	50-340	Total
(2)	ΔN	306	12	9	7	7	7	8	4	360
(3)	ΔP_a	1	1	1	2	5	10	30	290	340
(4)	$c_a = \dfrac{\Delta N}{\Delta P_a}$	306	12	9	3,5	1,4	0,7	0,27	0,014	1,06

* Nous désignerons par concentration moyenne des périodes dans le domaine (P à P + ΔP), ou plus brièvement concentration moyenne, le quotient :

$$c = \frac{\Delta N}{\Delta P}, \tag{7}$$

du nombre ΔN de périodes comprises entre P et P + ΔP, par ΔP ; nous l'affecterons de l'indice a ou j suivant que P et ΔP y seront exprimés en années ou en jours. Comme ΔP n'est pas constant, cette concentration moyenne n'est pas tout à fait identique à ce que certains auteurs appellent « loi de répartition ». Voir à ce sujet :

(R. 12) H. Mineur : *Éléments de Statistique mathématique applicables à l'étude de l'Astronomie stellaire* (p. 6, 1934).

Les valeurs de ΔN et $\frac{\Delta N}{\Delta P_a}$ montrent que :

1° *Les Binaires Spectroscopiques ont, en majorité, des périodes inférieures à un an* : 306 d'entre elles sur 360 (soit 85 %) ont une période comprise entre 0 et 1 an, alors que 33 seulement ont une période supérieure à 3 ans, dont 4 à période comprise entre 50 et 340 ans.

2° La concentration moyenne c_a des groupes de périodes en BS, diminue rapidement quand on passe d'un groupe au suivant, c'est-à-dire quand la période croît :

De 306 quand la période est comprise entre 0 et 1 an, elle est en moyenne de 0,014 pour les valeurs de P tombant entre 50 et 340 ans.

N. 18. — D'ailleurs les périodes ne se répartissent pas davantage d'une manière uniforme dans l'intérieur des divers groupes de périodes considérés dans le Tableau 3. Le Tableau 4 donne à ce sujet un complément d'information en ce qui concerne la distribution des valeurs des périodes comprises entre 0 et un an. Les lettres de ce Tableau ont même signification que celles du précédent, mais P et ΔP y sont exprimés en jours et c_j est la concentration moyenne correspondante.

TABLEAU 4

Répartition des périodes des Binaires Spectroscopiques telles que :

$(O < P \leqslant 1_a)$

P_j	0-5	5-10	10-20	20-50	50-100	100-200	200-365	TOTAL 0-1 AN
ΔN	131	56	45	30	14	18	12	306
ΔP_j	5	5	10	30	50	100	165	365
$c_j = \frac{\Delta N}{\Delta P_j}$	26,2	11,2	4,5	1,0	0,28	0,18	0,07	0,84

Les valeurs de ΔN et de c_j inscrites dans le Tableau 4 montrent que :

Parmi les Binaires Spectroscopiques de période inférieure à un an :

1° 131 sur 306 (soit 43 %) ont une période plus courte que 5 jours ;

2° La concentration moyenne c_j des groupes de périodes diminue rapidement quand on passe d'un groupe de périodes au suivant, c'est-à-dire quand P croît.

N. 19. — On pourrait donc croire que la distribution des fréquences des périodes des Binaires Spectroscopiques est une distribution en forme de J (voir R. 13), ou plus exactement de J retourné (ι). Il n'en est toutefois rien : pour le voir, fractionnons encore le premier intervalle qui correspond au maximum de la concentration dans le Tableau 4 ; nous obtenons ainsi le Tableau 5, les lettres y conservant même signification que précédemment.

TABLEAU 5

Répartition des périodes des Binaires Spectroscopiques telles que :

$$0 < P \leqslant 5_j.$$

P_j	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	TOTAL 0-5
ΔN	10	33	33	33	22	131
ΔP_j	1	1	1	1	1	5
$c_j = \frac{\Delta N}{\Delta P_j}$	10	33	33	33	22	26,2

Les valeurs de c_j inscrites dans le Tableau 5 montrent que :

Lorsque la période varie de jour en jour entre 0 et 5 jours, la concentration moyenne en périodes, c_j, des cinq groupes de périodes obtenus pour les Binaires Spectroscopiques, passe par un maximum, égal à 33, pour P_j compris entre 1 et 4 jours.

N. 20. Loi de répartition des périodes des Binaires Spectroscopiques. — Nous pouvons maintenant réunir les résultats successivement obtenus dans un Tableau unique 6, les lettres ayant même signification que précédemment, et l'unité de temps pour P_j, ΔP_j et c_j étant le jour. α, qui représente le nombre de jours contenus dans l'année, diffère peu de 365. La quantité log (10 P_μ), qui sert d'entête à la cinquième colonne, donne en outre la valeur du logarithme décimal de (10 P_μ), P_μ représentant la moyenne arithmétique des limites de P_j relatives à chacun des groupes de périodes définis par la première colonne. Notons enfin que, pour diminuer le nombre des groupes considérés, nous avons quelque peu modifié la contenance des groupes de périodes envisagés, en réunissant ensemble certains d'entre eux. Le lecteur pourra, sans peine, vérifier, en se

---

(R. 13) G. U. Yule : *An Introduction to the Theory of Statistics*, p. 98, 1922.

basant sur les Tableaux précédents, que ceci ne change en rien la nature du résultat obtenu.

TABLEAU 6

Valeurs de c_j relatives à l'ensemble des Binaires Spectroscopiques.

LIMITES POUR P_j	ΔN	ΔP_j	$c_j = \frac{\Delta N}{\Delta P_j}$	log (10 P_μ)
—	—	—	—	—
0^j-1^j	10	1	10	0,70
1 -2	33	1	33	1,18
2 -3	33	1	33	1,40
3 -4	33	1	33	1,54
4 -5	22	1	22	1,65
5 -10	56	5	11,2	1,87
10 -20	45	10	4,5	2,18
20 -50	30	30	1,0	2,54
50 -100	14	50	0,28	2.87
100 -200^j	18	100	0,18	3,18
200^j-1 an	12	165	0,07	3,45
1 an-3 ans	21	2α	0,03	3,86
3 -10	14	7α	0,005	4,38
10 -50	15	40α	0,001	5,04
50 ans-340 ans	4	290α	0,00004	5,85

En examinant la première et la quatrième colonne du Tableau 6, nous voyons que :

La concentration moyenne c_j des périodes des Binaires Spectroscopiques, définie plus haut, croît rapidement de 10 à 33, quand P varie de 0 à 2 jours ; elle passe par un maximum en palier $c_j = 33$, pour P compris entre 1 et 4 jours et décroît ensuite, d'abord rapidement de 33 à 1 quand P croît de 4 à 50 jours, puis lentement, en tendant vers zéro, à mesure que P continue à croître.

N. 21. Courbe empirique de répartition des périodes des Binaires Spectroscopiques. — Ces résultats peuvent d'ailleurs se représenter graphiquement, mais, vu la grande dispersion des périodes des BS, nous porterons en abscisses, au lieu des périodes, les valeurs de log (10 P_μ) figurant dans la cinquième colonne du Tableau 6, et en ordonnées celles des concentrations c_j. Nous obtenons ainsi la figure 1. Vu le choix des coordonnées, la courbe jalonnée n'est pas à proprement parler la courbe de répartition des périodes.

Comme log (10 P_μ) varie dans le même sens que P_μ, nous pouvons énoncer comme suit le résultat mis en évidence par la figure 1 :

La période P allant toujours en croissant, la courbe représentant la concentration moyenne c_j en fonction de log (10 P_p), monte de A ($c_j = 10$) à B ($c_j = 33$) quand P croît de 0 à 1 jour, passe par un maximum ($c_j = 33$) cor-

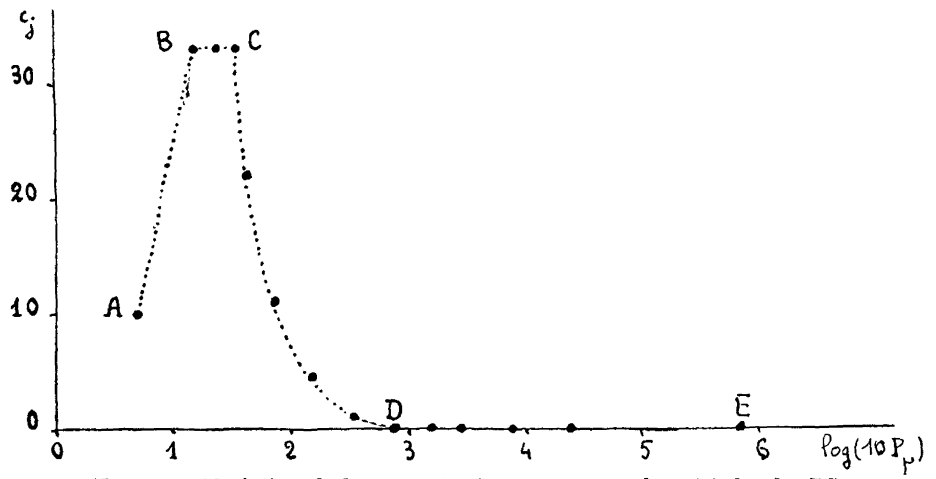


FIG. 1. — Variation de la concentration moyenne c_j des périodes des BS.

respondant à un palier BC, quand P est compris entre 1 et 4 jours, puis redescend rapidement de C en D quand P augmente de 4 à 100 jours ; elle est ensuite pratiquement asymptote à l'axe des abscisses suivant DE.

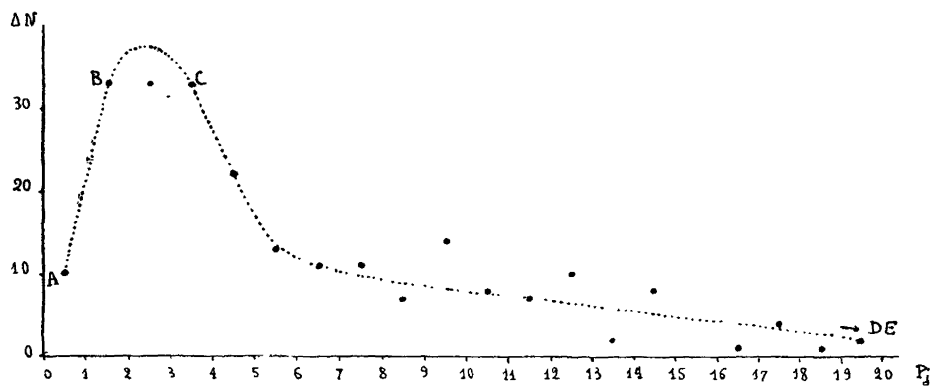


FIG. 2. — Courbe empirique de répartition des périodes des BS pour P $\leqslant$ 20 jours.

N. 22. Remarque. — On peut d'ailleurs se faire une idée assez exacte de la répartition des périodes des BS en utilisant pour la représentation graphique les périodes elles-mêmes et les nombres ΔN correspondants, mais à condition

de se limiter aux périodes comprises dans un domaine restreint — par exemple 0-20 jours* — où elles sont fortement concentrées. La figure 2 a ainsi été obtenue en portant en abscisses les valeurs de la période (celle-ci variant de jour en jour de 0 à 20 jours), et en ordonnées les ΔN correspondants.

Cette figure met nettement en évidence :

1° La dissymétrie de la distribution des périodes des BS ;

2° La concentration des BS dans la région des courtes périodes ;

3° L'appauvrissement progressif en BS quand on se déplace vers les périodes plus longues.

Au delà de $P = 20^j$, la courbe se prolongerait en se rapprochant de plus en plus de l'horizontale. On obtiendrait ainsi la véritable courbe empirique de répartition des périodes ; elle comporterait comme la courbe précédente trois parties, savoir :

— Une branche montante AB, suivie d'un palier BC, puis d'une branche descendante CDE dont la partie DE serait pratiquement asymptote à l'axe des abscisses.

N. 23. Sur certaines particularités de la distribution des périodes des Binaires Spectroscopiques. — Nous allons maintenant chercher à mettre en évidence certaines particularités de la répartition des périodes des Binaires Spectroscopiques. A cet effet nous allons calculer les valeurs moyennes et médianes relatives à divers ensembles de périodes déduits de la distribution observée, ces ensembles ayant tous même limite inférieure, la limite supérieure allant par contre en croissant quand on passe d'un ensemble au suivant.

Les résultats obtenus ont été consignés dans le Tableau 7.

TABLEAU 7

Valeurs moyenne et médiane de la période des BS dans divers cas.

LIMITES POUR P	NOMBRE DE BS	MOYENNE (en jours)	MÉDIANE (en jours)
0-5 j	131	2,70	2,63
0-20 j	234	6,08	4,29
0-1 an	306	28,81	7,90
0-3 ans	327	71,15	8,45
0-90 ans	359	772,12	9,59
0-340 ans	360	1 114,92	9,60

* Ce domaine qui n'est qu'une très petite fraction $\frac{20}{124.182}$, soit environ $\frac{16}{100.000}$ de celui

Il est bien évident *a priori*, que si la limite supérieure va en augmentant, il en sera de même des valeurs moyenne et médiane. Mais le Tableau 7 montre que dans ces conditions, *la médiane varie beaucoup moins que la moyenne.* Ainsi, la limite supérieure de l'ensemble de périodes étudié croissant de 5 jours à 340 ans, la médiane augmente seulement de $2^j,63$ à $9^j,60$ alors que la moyenne varie de $2^j,70$ à $1.114^j,92$. Le fait que la médiane demeure relativement faible, malgré l'augmentation de la limite supérieure choisie, a pour origine :

1° La dissymétrie de la courbe de distribution des périodes des Binaires Spectroscopiques, celles-ci étant concentrées principalement dans la région des faibles valeurs observées pour cet élément (voir N. 22)*.

2° Le mode même de détermination de la valeur médiane, celle-ci dépendant uniquement de l'ordre relatif des périodes et non de leurs valeurs intrinsèques.

Comparons maintenant les deux dernières lignes du Tableau 7 ; les valeurs de la moyenne qui y figurent : $772^j,12$ et $1.114^j,92$, sont relatives à deux populations stellaires identiques à une étoile près, et comptant respectivement 359 et 360 étoiles. La Binaire exclue dans le premier cas est α Gémeaux, seule Binaire Spectroscopique de période supérieure à un siècle ($P = 340$ ans). Les médianes correspondantes ont par contre des valeurs presque identiques : 9,59 et 9,60. Un tel exemple confirme l'instabilité constatée pour la valeur moyenne des périodes et montre que cette particularité de la moyenne est due à la grande dispersion unilatérale des périodes vers la région des fortes valeurs.

L'influence des grandes périodes, imaginée précédemment, n'est d'ailleurs pas une simple hypothèse ; elle existe en réalité en pratique, et deviendra de plus en plus sensible avec le temps, car si parmi les Binaires Spectroscopiques la sélection a d'abord favorisé la détermination des courtes périodes, il semble bien que, dès à présent, la proportion des longues périodes ait tendance à augmenter (voir N. 48). Il en résulte en conséquence une instabilité de la moyenne des périodes vis-à-vis de l'accroissement du matériel employé. La valeur médiane, moins sensible à cette influence, présente une plus grande stabilité. Mais la meilleure caractéristique dans le cas d'une répartition telle que celle des Binaires Spectroscopiques est certainement la valeur dominante, qui est ici voisine de $2^j,5$ pour chacun des ensembles de périodes considérées dans le Tableau 7.

---

couvert par l'ensemble des périodes des BS, renferme néanmoins $\frac{234}{360}$, soit 65 °/₀ ou environ $\frac{2}{3}$ des périodes connues.

* Les $\frac{2}{3}$ des valeurs de la période tombent en effet entre 0 et 20 jours.

N. 24. Conclusions. — En résumé, dans le cas des Binaires Spectroscopiques :

1° *Le diagramme figurant la distribution des périodes est nettement dissymétrique et est très étendu unilatéralement du côté des longues périodes. Les courtes périodes sont de beaucoup les plus fréquentes, les grandes périodes connues sont, jusqu'à présent, relativement rares.*

2° *La valeur de la période se révèle très instable relativement à l'accroissement permanent du matériel étudié ; la médiane est plus stable, mais la meilleure caractéristique paraît être la valeur dominante ou mode, qui est ici voisine de* $2^j,5$.

N. 25. Remarque. — Comme nous le verrons plus loin le fait que le maximum de fréquence (ou plutôt de concentration moyenne), des valeurs de la période des Binaires Spectroscopiques correspond à une faible valeur de cette dernière, et la rareté relative des longues périodes sont en parties dus à la sélection. (Voir N. 48.)

CAS DES BINAIRES VISUELLES

N. 26. — Les périodes des Binaires Visuelles, actuellement connues, s'échelonnent depuis $0^a,0562$ ou 20^j , 54 (pour A 8.891 = ζ UM*a*), jusqu'à 680 ans (pour A. 9.982), quand on se limite aux classes I, II et III de W. S. Finsen (Catégorie [BV]), et jusqu'à 10.850 ans (pour A 7.203), quand on ajoute les doubles visuelles à orbites plus incertaines de classe V (Catégorie [BV + BV']).

Le Tableau 2, lignes (3) et (4), montre que c'est dans l'intervalle 0-100 ans que les périodes des Binaires Visuelles tombent le plus fréquemment. On y trouve en effet $\frac{99}{151}$, soit 66 % des cas pour la Catégorie [BV] et $\frac{111}{192}$, soit 58 % des cas pour la Catégorie [BV + BV']. Les valeurs de la période ne se répartissent d'ailleurs pas uniformément dans l'intervalle de fréquence maximum (0-100), comme le montre le Tableau 8.

TABLEAU 8

Répartition des périodes des Binaires Visuelles dans l'intervalle $0 < P < 100$ ans.

LIMITES POUR P ANS	0-50 ANS	50-100 ANS	TOTAL 0-100 ANS
[BV]	64	35	99
[BV+BV']	73	38	111

Manifestement les périodes des Binaires Visuelles sont plus nombreuses entre 0 et 50 ans qu'entre 50 et 100 ans. Il semblerait donc que la distribution des périodes parmi les doubles visuelles soit en forme de J, ou plutôt de J retourné (!), mais il n'en est rien, comme le montre le Tableau 9 qui donne la répartition des périodes pour les décades successives dans le cas de $P < 100$ ans.

TABLEAU 9

Répartition des périodes des Binaires Visuelles pour $0 < P \leqslant 100$ ans.

P. ANS	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100	0-100
[BV]	9	11	17	11	16	10	6	5	9	5	99
[BV+BV'] ...	13	12	21	11	16	11	6	6	10	5	111

En fait, les périodes s'accumulent surtout en dessous de 60 ans ; la proportion des valeurs de P inférieures à 60 ans est en effet de :

$\frac{74}{151}$, soit 49 % dans la Catégorie [BV],

$\frac{84}{192}$, soit 44 % dans la Catégorie [BV + BV'].

De plus le Tableau 9 met en évidence deux maxima de fréquence, situés, l'un entre 20 et 30 ans, l'autre entre 40 et 50 ans, mais la distribution porte sur un nombre trop faible d'étoiles pour qu'on puisse être vraiment affirmatif à ce sujet. Les valeurs empiriques P'_1 et P'_2 de la période correspondant à ces deux maxima de fréquence sont respectivement :

$$P'_1 = 24^a,41 \qquad \text{et} \qquad P'_2 = 44^a,15.$$

Elles sont nettement plus grandes que la valeur dominante approchée $2^j,5$ trouvée dans le cas des Binaires Spectroscopiques.

Les valeurs moyennes trouvées pour l'ensemble des périodes sont respectivement pour les deux cas envisagés :

Catégorie [BV] : $\overline{P}_{BV} = 104^a,68$,

Catégorie [BV + BV'] : $\overline{P}_{BV+BV'} = 236^a,03$.

La seconde valeur est nettement plus élevée que la première parce que la plupart des Binaires Visuelles à orbites incertaines (classe V) possèdent une très longue période. Toutes deux sont d'ailleurs très grandes par rapport à la valeur moyenne des périodes des BS. Nous avons, en effet, vu que cette dernière est de $1.114^{j},92$ (ou $3^{a},05$), ou même seulement de $772^{j},12$ (ou $2^{a},12$) si l'on exclut α Gémeaux (Voir N. 23).

N. 27. Courbe de répartition des périodes des Binaires Visuelles. — Il est possible de se faire une idée de la répartition des périodes connues parmi les Binaires Visuelles, mais, étant donné la grande dispersion de ces quantités,

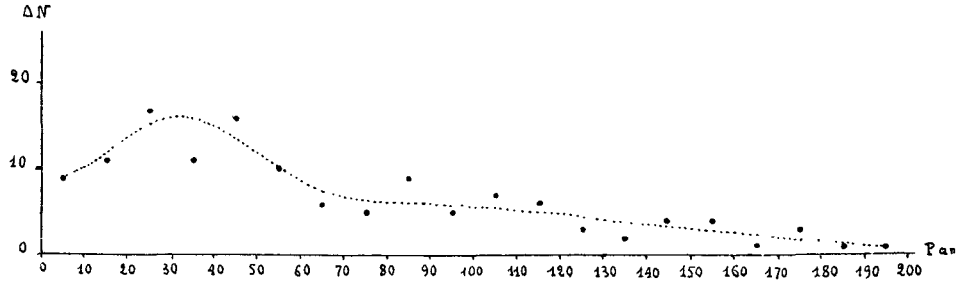


FIG. 3. — Courbe empirique de répartition des périodes des Binaires Visuelles pour $P \leqslant 200$ ans. Catégorie [BV].

il convient de se limiter aux périodes comprises dans un domaine restreint, 0 à 200 ans par exemple, qui contient 131 sur 151, soit 87 % des périodes des [BV]. C'est l'objet du diagramme (3) : les groupes de périodes successivement représentés y ont une amplitude constante $\Delta P = 10$ ans, c'est-à-dire ont pour limites (0-10) ans, (10-20) ans, etc... (190-200) ans.

Les valeurs de P sont portées en abscisses, celles de ΔN en ordonnées.

Les deux maxima signalés au paragraphe précédent se retrouvent naturellement dans ce diagramme, qui, entre 0 et 100 ans, représente graphiquement les résultats donnés dans le Tableau 9, mais, comme nous l'avons déjà remarqué, on ne saurait, vu la pauvreté du matériel étudié, être affirmatif quant à la réalité de l'existence de ces maxima ; on pourrait tout aussi bien imaginer la présence d'un maximum unique situé entre 24 et 45 ans. La courbe de la figure 3 a été tracée en supposant, comme cela paraît probable, qu'il existe un maximum unique correspondant à $P = 30$ ans environ.

Au delà de P = 200 ans, la courbe continuerait à cheminer au voisinage de l'axe des abscisses.

N. 28. Concentration moyenne des périodes parmi les Binaires Visuelles. — Nous pouvons, pour les Binaires Visuelles, comme nous l'avons fait pour les Binaires Spectroscopiques, calculer la concentration moyenne $c = \frac{\Delta N}{\Delta P}$.

Mais on devine *a priori* que le résultat sera très différent suivant que les périodes seront réunies en des groupes plus ou moins étendus. Si par exemple $\Delta P = 100$ ans, la valeur de la concentration moyenne relative aux groupes de périodes successifs (0-100), (100-200), etc... s'obtiendra (sauf pour $P > 1.100$ ans) en divisant par 100 les nombres figurant dans le Tableau 2, lignes (3) ou (4), suivant qu'il s'agit des Catégories [BV] ou [BV + BV']. Les nombres ainsi trouvés feraient croire que la concentration moyenne des périodes diminue constamment à mesure que la période augmente ; cette quantité paraît en effet décroître :

de 0,99 à 0,02 pour la Catégorie [BV],
de 1,11 à 0,04 pour la Catégorie [BV + BV'),

quand on passe du groupe (0-100) à l'un des groupes (500-600) ou (600-700) ans.

Un tel mode de groupement a l'inconvénient évident de masquer la présence signalée au paragraphe précédent d'un ou de deux maxima ; comme d'ailleurs les données actuelles ne nous permettent pas de préciser l'emplacement de ces derniers, nous avons cru devoir réunir dans un même groupe les périodes comprises entre 20 et 50 ans. Les périodes supérieures à 50 ans seront réparties entre des groupes d'autant plus étendus qu'ils occupent une région plus pauvre en périodes, afin d'avoir des valeurs de ΔN quelque peu comparables.

Nous avons ainsi obtenu le Tableau 10, dans lequel les concentrations moyennes c_a sont calculées, en prenant comme unité de temps l'année, pour les deux catégories [BV] et [BV + BV']. Comme au paragraphe N. 20, P_μ représente la moyenne arithmétique des limites relatives à chacun des groupes de périodes considérés, mais P_μ est ici exprimé en années.

TABLEAU 10

Valeurs de c_a relatives aux catégories [BV] et [BV+BV'].

PÉRIODES LIMITES P ANS	ΔN [BV]	ΔN [BV+BV']	ΔP ANS	c_a [BV]	c_a [BV+BV']	P_μ
0-10.....	9	13	10	0,9	1,3	5
10-20.....	11	12	10	1,1	1,2	15
20-50.....	44	48	30	1,47	1,60	35
50-100.....	35	38	50	0,70	0,76	75
100-200.....	32	42	100	0,32	0,42	150
200-300.....	9	15	100	0,09	0,15	250
300-700.....	11	18	400	0,027	0,045	500
700-1.100.....	—	—	400	—	—	900
> 1.100.....	—	6				
TOTAL	151	192				

Les résultats précédents (sauf ceux concernant les deux derniers groupes), sont représentés dans la figure 4 obtenue en portant en abscisses les valeurs

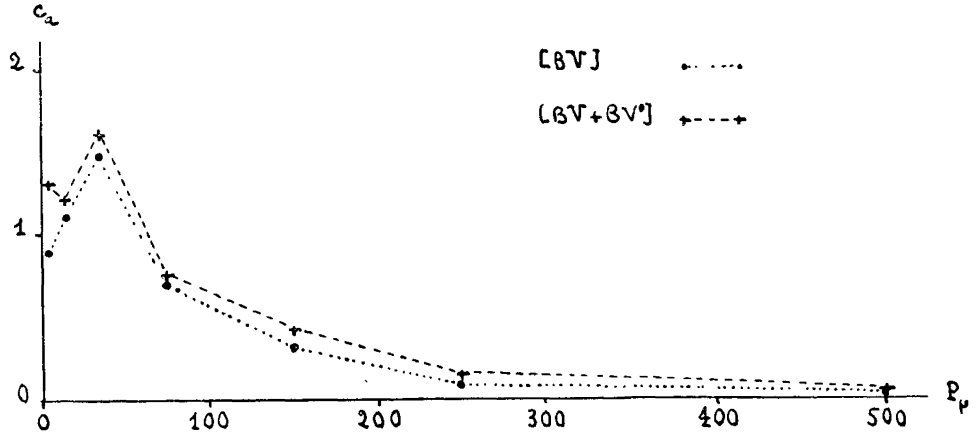


FIG. 4. — Valeurs de c_a relatives aux Binaires Visuelles.

de P_μ et en ordonnées celles de c_a. Les points (.) sont relatifs à la catégorie [BV], les croix (+) à la catégorie [BV + BV'].

Les résultats consignés dans les trois dernières colonnes du Tableau 10 et les courbes correspondantes de la figure 4, montrent que :

La période moyenne P_μ allant en croissant, la concentration moyenne en

périodes, $c_a = \frac{\Delta N}{\Delta P_a}$, des groupes successifs relative aux Catégories [BV] ou [BV + BV'] commence par augmenter rapidement, passe par un maximum pour P compris entre 20 et 50 ans, et diminue ensuite, d'abord assez vite, puis lentement en tendant vers zéro à mesure que la période augmente.

N. 29. Conclusion. — En résumé :

1° *Les périodes des Binaires Visuelles sont proportionnellement beaucoup plus nombreuses dans l'intervalle* (20-50) *ans pour lequel la concentration moyenne en périodes* $c_a = \frac{\Delta N}{\Delta P_a}$ *passe par un maximum. Les périodes extrêmes, très courtes ou très longues, sont relativement très rares.*

2° *Les périodes des Binaires Visuelles sont, en général, beaucoup plus grandes que celles des Binaires Spectroscopiques.*

3° *Aucune période ne tombe dans l'intervalle* (700-1.100) *ans.*

N. 30. Remarque. — Comme nous le verrons plus loin (N. 51), *la rareté relative des périodes extrêmes* (*très courtes ou très longues*), *parmi les Binaires Visuelles, est, au moins en partie, due à la sélection.* L'absence de périodes comprises entre 700 et 1.100 ans, qui constitue une lacune dans la répartition de ces éléments, peut être, soit réelle, soit imputable en partie à l'incertitude inhérente aux grandes valeurs de la période, soit encore due à la pauvreté relative *actuelle* des derniers groupes de périodes.

CAS DE L'ENSEMBLE DES BINAIRES SPECTROSCOPIQUES ET VISUELLES

N. 31. — Les lignes (5) et (6) du Tableau 2 donnent un premier aperçu de la distribution des périodes pour l'ensemble des Binaires. Comme parmi les Binaires Spectroscopiques, une seule possède une période supérieure à un siècle, et comme de plus elle est en même temps Binaire Visuelle par les mêmes composantes, nous pouvons en conclure que :

La répartition des périodes pour l'ensemble des Binaires est identique à celle des Binaires Visuelles pour $P > 100$ *ans.*

En ce qui concerne les périodes inférieures à un siècle, nous avons réuni dans le Tableau 11 les informations complémentaires que nous possédons à ce sujet, les têtes de lignes ayant même signification que dans le Tableau 2.

TABLEAU 11

Répartition des périodes pour l'ensemble des Binaires quand $0 < P < 100$ ans.

(1)	LIMITES POUR P. ANS	0 à 3	3 à 5	5 à 10	10 à 20	20 à 30	30 à 40	40 à 50	50 à 100	0 à 100
(2)	[BS]	327	7	7	7	3	1	4	3	359
(3)	[BV]	4	1	4	11	17	11	16	35	99
(4)	[BV+BV']	5	1	7	12	21	11	16	38	111
(5)	[BS + BV — (C)]	328	8	9	15	18	11	16	35	440
(6)	[BS+BV+BV'—(C)]	329	8	12	16	22	11	16	38	452

Le Tableau 11 montre que :

Quand on se limite aux périodes comprises entre 0 et 3 ans, la distribution des périodes pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), est sensiblement la même que celle des Binaires Spectroscopiques seules, et présente par suite un maximum principal pour P compris entre 1 et 4 jours, la valeur mode étant voisine de $2^j,5$.

Les périodes paraissent en outre, comme nous l'avons vu pour les Binaires Visuelles, se concentrer légèrement dans les intervalles (20-30) ans et (40-50) ans, sans qu'il soit possible d'affirmer s'il s'agit ou non de deux maxima secondaires de la courbe de répartition, la distribution étant trop peu dense dans cette région.

N. 32. Concentration moyenne relative à l'ensemble des Binaires. — Nous calculerons la concentration moyenne des périodes relatives à l'ensemble des Binaires en employant le jour comme unité de temps :

$$c_j = \frac{\Delta N}{\Delta P_j},$$

et nous inscrirons les valeurs de c_j dans le Tableau 12. Ce dernier est en somme une synthèse des Tableaux 6 et 10, les groupes étant forcément quelque peu différents dans le domaine commun aux deux distributions. α représente ici encore le nombre de jours contenus dans l'année et diffère par suite peu de 365 ; ΔN, ΔP et P_μ ont la même signification que précédemment ; ΔP et P_μ sont exprimés en jours ; la dernière colonne donne le logarithme décimal de $10 \times P_\mu$. Les valeurs de c_j ont été calculées pour les catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)].

TABLEAU 12

Valeurs de c_j relatives à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

LIMITES POUR LA PÉRIODE	ΔP_j	[BS + BV — (C)] ΔN	c_j	[BS+BV+BV'—(C)] ΔN	c_j	log (10 P_μ)
0^j-1^j	1	10	10	10	10	0,70
1 -2	1	33	33	33	33	1,18
2 -3	1	33	33	33	33	1,40
3 -4	1	33	33	33	33	1,54
4 -5	1	22	22	22	22	1,65
5 -10	5	56	11,2	56	11,2	1,87
10 -20	10	45	4,5	45	4,8	2,18
20 -50	30	30	1,0	30	1,0	2,54
50 -100	50	14	0,28	14	0,28	2,87
100 -200^j	100	18	0,18	18	0,18	3,18
200^j-1^a	165	12	0,07	12	0,07	3,45
1^a-3^a	2α	22	0,030	23	0,031	3,86
3 -10	7α	17	0,0067	20	0,0078	4,38
10 -20	10α	15	0,0041	16	0,00438	4,74
20 -50	30α	45	0,0041	49	0,00447	5,11
50 -100	50α	35	0,00192	38	0,00208	5,44
100 -200	100α	32	0,00088	42	0,00115	5,74
200 -300	100α	9	0,00025	15	0,00041	5,96
300 -700	400α	11	0,000075	18	0,00012	6,26
700 -1.000	300α	0	0	0	0	6,49
1.000^a-10.850^a	9.850α	0	0	6	0,000002	7,33

En examinant le Tableau 12, nous constatons que :

L'influence des Binaires Spectroscopiques se fait seule sentir dans le domaine des petites périodes, c'est pourquoi les couples de valeurs [c_j, log (10 P_μ)], relatifs aux seules Binaires Spectroscopiques et donnés dans le Tableau 6, sont identiques aux couples correspondants concernant les catégories [BS+BV—(C)] et [BS + BV + BV' — (C)] fournis par le Tableau 12, quand on se limite aux périodes inférieures à un an. La courbe obtenue en portant en abscisses les valeurs de log (10 P_μ) et en ordonnées celles de c_j sera donc identique, entre 0 et 1 an à celle trouvée dans le cas des Binaires Spectroscopiques (voir figure 1). Autrement dit, la période allant toujours en croissant, c_j commence par croître, passe par un maximum correspondant à un palier BC de la courbe, puis va en diminuant à mesure que log (10 P_μ) augmente.

Au delà de P = 1 an, la présence des périodes des Binaires Visuelles se fait sentir ; il convient toutefois de distinguer deux cas :

Pour la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)], la période croissant à partir d'un an, c_j commence par diminuer, passe par un minimum $c_j = 0{,}00438$ pour $\log (10\ P_\mu) = 4{,}74$, puis par un maximum $c_j = 0{,}00447$ pour $\log (10\ P_\mu) = 5{,}11$, puis décroît ensuite en tendant vers zéro à mesure que P continue à augmenter ;

Pour la catégorie [BS + BV — (C)], la période croissant à partir d'un an, c_j commence par décroître jusqu'à $c_j = 0{,}0041$ pour $\log (10\ P_\mu) = 4{,}74$, puis demeure constant jusqu'à $\log (10\ P_\mu) = 5{,}11$ et décroît ensuite en tendant vers zéro à mesure que P augmente. On voit que le maximum secondaire de c_j, très peu marqué pour la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)], ne se retrouve pas pour la catégorie [BS + BV — (C)], mais est remplacé par une portion rectiligne horizontale comprise entre deux branches descendantes.

Nous pourrions maintenant, comme nous l'avons fait précédemment, représenter graphiquement la relation, non pas entre c_j et P_μ, mais, toujours en raison de la grande dispersion des valeurs de P_μ, entre c_j et $\log (10\ P_\mu)$; la comparaison des colonnes d'entêtes c_j et $\log (10\ P_\mu)$, des Tableaux 6 et 12, montre qu'elles conduisent en gros à la même courbe ; les divers points figuratifs sont en effet identiques jusqu'au point de coordonnées :

$$c_j = 1{,}0\ ; \quad \log\ (10\ P_\mu) = 2{,}54$$

et, à l'échelle adoptée, la courbe se confond ensuite en pratique, pour les trois catégories [BS] et composites, avec l'axe des abscisses, par suite de l'extrême petitesse des valeurs de c_j dans le cas des périodes supérieures à un an. Il nous serait d'ailleurs très difficile de représenter sur une même figure le maximum principal et le maximum secondaire trouvés pour la catégorie :

$$[\mathrm{BS} + \mathrm{BV} + \mathrm{BV}' — (\mathrm{C})]$$

ou la partie horizontale rencontrée pour la catégorie [BS + BV — (C)], quelle que soit l'échelle employée.

N. 33. Remarque. — Nous avons réparti les périodes comprises entre 10 et 50 ans en deux groupes (10-20) ans, et (20-50) ans, parce que nous pensons que les fluctuations présentées par la courbe de répartition des Binaires Visuelles entre 10 et 50 ans (voir figure 3), sont dues à la pauvreté du matériel dans cette région. Nous croyons toutefois devoir donner, à titre de renseigne-

ments les valeurs de ΔN et de c_j relatives aux groupes (20-30) ans, (30-40) ans, et (40-50) ans pour les catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] :

		[BS+BV—(C)]		[BS+BV+BV'—(C)]	
Périodes	ΔP_j	ΔN	c_i	ΔN	c_i
20-30 ans	10α	18	0,0049	22	0,0060
30-40 ans	10α	11	0,0030	11	0,0030
40-50 ans	10α	16	0,0044	16	0,0044

En comparant ces valeurs de c_j à celles des groupes du Tableau 12 qui précèdent et suivent le groupe (20-50) ans, on voit immédiatement que les fluctuations présentées par c_j quand on fractionne le groupe (20-50) ans en trois parties égales, sont précisément celles que révèlent les points figuratifs situés dans la même région dans le cas de la répartition des périodes des Binaires Visuelles (Voir figure 3).

N. 34. Conclusion. — En résumé, si, pour éviter de compter deux fois la même étoile, nous convenons de rattacher les doubles à la fois Binaire Spectroscopique et Binaire Visuelle par leurs mêmes composantes,

aux Binaires Spectroscopiques si leur période est inférieure à 3 ans,
aux Binaires Visuelles si leur période est supérieure à 3 ans :

1° *L'ensemble des Binaires Spectroscopiques et celui des Binaires Visuelles forment deux populations dont les périodes occupent des domaines presque distincts, les Binaires Spectroscopiques se réservant, à quelques étoiles près, la région des courtes périodes, les Binaires Visuelles dominant dans celle des périodes plus longues.*

2° *La courbe de répartition des périodes des Binaires* (BS *et* BV *réunies*), *et celle des concentrations moyennes de ces mêmes éléments, résultent, en pratique, de la juxtaposition des courbes correspondantes relatives aux Binaires Spectroscopiques et aux Binaires Visuelles considérées séparément.*

AUTRE MANIÈRE D'ÉTUDIER LA DISTRIBUTION DES PÉRIODES DES BINAIRES

N. 35. Choix d'une fonction convenable de la période. — Comme les périodes des Binaires, examinées dans leur ensemble, varient considérablement, savoir :

$$\text{de } 0^j,33 \text{ pour W. UMa, à } 3,963 \times 10^6 \text{ jours pour A 7.203,}$$

il est (comme on a pu s'en apercevoir), difficile d'en étudier la répartition entre des intervalles d'égale amplitude, que cette dernière ait pour valeur un siècle, un an ou un jour ; dans le premier cas, on obtient une idée imparfaite et même fausse de la distribution, dans les deux autres cas le nombre des intervalles à considérer est beaucoup trop grand.

Nous procéderons donc autrement : à chaque valeur P de la période exprimée en jours, nous ferons correspondre la quantité :

$$X = \log_{10} (10 \times P), \tag{8}$$

en prenant pour X la valeur du logarithme décimal de $(10 \times P)$ (*). Alors, quand P varie de $0^j,33$ à $3,963 \times 10^6$ jours, X varie seulement de 0,52 à 7,60 ; à l'étude de la répartition des valeurs de P, nous substituerons celle des valeurs de X : nous chercherons donc le nombre des valeurs de X comprises dans des intervalles successifs égaux par exemple à 0,40 (**).

A l'ensemble très étendu des périodes correspond alors une suite, d'amplitude beaucoup plus restreinte, de valeurs de $X = \log (10\ P)$, toutes positives, réparties en dix-neuf groupes seulement pour la totalité des Binaires tant Visuelles que Spectroscopiques. Dans le groupe de rang i, les limites entre lesquelles varie X sont alors :

$$0,40 \times (i - 1) \qquad \text{et} \qquad 0,40 \times i,$$

(*) L'emploi de $\log (10 \cdot P)$ au lieu de $\log P$, permet de n'avoir que des logarithmes à caractéristiques toutes positives.

(**) Cette valeur de l'intervalle est celle employée par Otto Struve (R. 14).

(R. 14) Otto Struve : M. N. 86, pp. 65-66, 1925.

et la valeur moyenne de X correspondante est alors :

$$X = \frac{0{,}40 \times (i-1) + 0{,}40 \times i}{2} = 0{,}20 \times (2i-1).$$

N. 36. Répartition des valeurs de $X = \log(10 \cdot P)$. Représentation graphique. — Le Tableau 13 donne la répartition des valeurs de la quantité :

$$X = \log(10 \cdot P).$$

Les lignes (1), (2) et (3) fournissent respectivement pour chaque groupe :
(1) le numéro du groupe ;
(2) les limites des intervalles relatifs à $X = \log(10 \cdot P)$;
(3) la valeur moyenne de $X = \log(10 \cdot P)$ pour ce groupe.

Les autres lignes du Tableau donnent successivement la répartition des valeurs de X pour les diverses catégories de Binaires envisagées au paragraphe N. 4.

Les résultats trouvés, consignés dans le Tableau 13 sont représentés graphiquement dans les figures 5 *a* et 5 *b* obtenues en portant en abscisses les valeurs moyennes de $X = \log(10 \cdot P)$ relatives à chaque groupe de périodes considéré, et en ordonnées le nombre ΔN de Binaires correspondant pour les cinq catégories :

Figure 5 *a* { [BS] ; [BV] ; [BV + BV'] }

Figure 5 *b* { [BS + BV — (C)] ; [BS + BV + BV' — (C)]. }

N. 37. Introduction de la moyenne géométrique des périodes. — Représentons par P_i la valeur de la période telle que :

$$X_i = \log(10 \cdot P_i).$$

S'il y a n_i valeurs de X égales à X_i, la moyenne arithmétique $\overline{X}$ des quantités X pour une catégorie donnée de Binaires, sera fournie par la formule :

$$\overline{X} = \frac{\Sigma n_i X_i}{\Sigma n_i} = \frac{\Sigma n_i \log(10 \cdot P_i)}{\Sigma n_i},$$

où $i = 1, 2, \ldots, l$, si X prend l valeurs différentes.

Représentons par P_g la valeur de la période telle que :

$$\overline{X} = \log_{10}(10 \cdot P_g);$$

nous aurons alors :

$$\log(10 \cdot P_g) = \frac{\Sigma n_i \log(10 \cdot P_i)}{\Sigma n_i},$$

et comme :

$$\log_{10}(10 \cdot P) = 1 + \log_{10} P,$$

il vient après simplification :

$$\log P_g = \frac{\Sigma n_i \log P_i}{\Sigma n_i},$$

et par suite :

$$(P_g)^{\Sigma n_i} = P_1^{n_1} \times P_2^{n_2} \times \ldots \times P_i^{n_i} \times \ldots;$$

P_g est par conséquent la moyenne géométrique des valeurs de P.

Donc :

A la moyenne arithmétique $\overline{X}$ des valeurs de X relatives à une catégorie donnée de Binaires, la formule :

$$\overline{X} = \log_{10}(10 \cdot P_g),$$

fait correspondre la moyenne géométrique P_g des valeurs de P relative à la même catégorie.

Les valeurs de $\overline{X}$ figurent dans la colonne (2) du Tableau 14. Celles de P_g ont été calculées pour les cinq catégories de Binaires envisagées au paragraphe N. 4, et sont indiquées dans la troisième colonne. Pour les catégories [BV] et [BV + BV'], nous avons donné en outre les valeurs de P_g exprimées en années. La valeur $\overline{P}$ moyenne arithmétique des périodes, relative à chaque catégorie et calculée plus haut, figure, à titre de comparaison, dans la quatrième colonne, le nombre de Binaires correspondant étant marqué dans la cinquième. Enfin, les colonnes (6) et (7) fournissent respectivement, pour

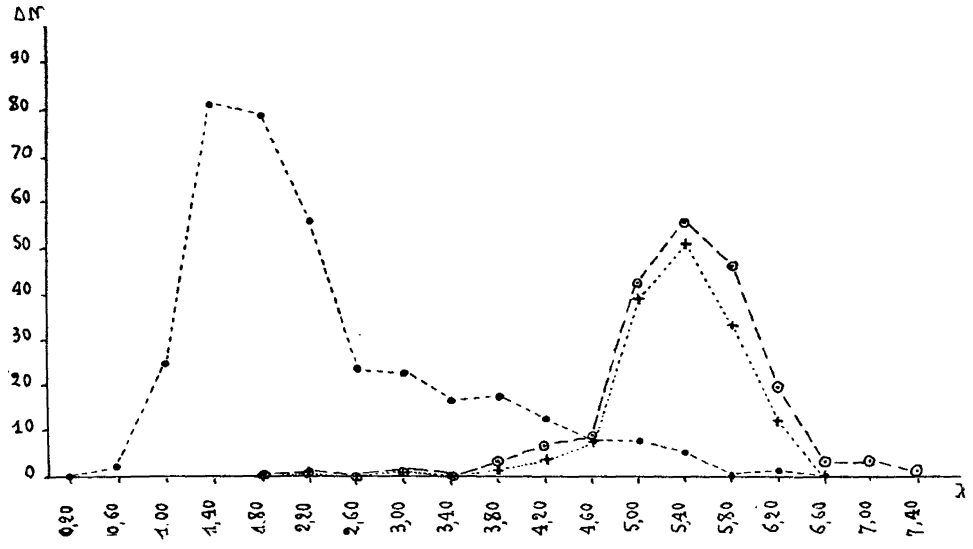


FIG. 5 *a*. — Répartition des quantités $X = \log_{10}(10 \cdot P)$ pour les catégories [BS], [BV] et [BV+BV'].

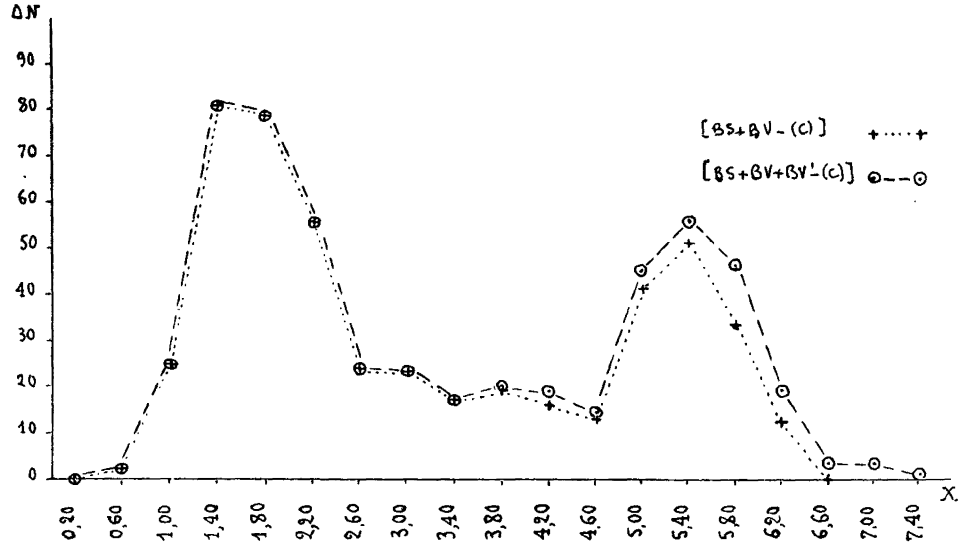


FIG. 5 *b*. — Répartition des quantités $X = \log_{10}(10 \cdot P)$ pour les catégories [BS+BV—(C)] et [BS+BV+BV'—(C)].

TABLEAU 13

Répartition des valeurs de $X = \log (10 \cdot P)$ pour les diverses catégories de Binaires.

(1)	Numéro du groupe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	Total
(2)	Limites pour $X = \log (10 \cdot P)$	0,00-0,40	0,40-0,80	0,80-1,20	1,20-1,60	1,60-2,00	2,00-2,40	2,40-2,80	2,80-3,20	3,20-3,60	3,60-4,00	4,00-4,40	4,40-4,80	4,80-5,20	5,20-5,60	5,60-6,00	6,00-6,40	6,40-6,80	6,80-7,20	7,20-7,60	
(3)	$\log (10 \cdot P)$	0,20	0,60	1,00	1,40	1,80	2,20	2,60	3,00	3,40	3,80	4,20	4,60	5,00	5,40	5,80	6,20	6,60	7,00	7,40	
(4)	[BS]	—	2	25	81	79	56	24	23	17	18	13	8	8	5	—	1	—	—	—	360
(5)	[BV]	—	—	—	—	—	1	—	1	—	2	4	8	39	51	33	12	—	—	—	151
(6)	[BV+BV′)	—	—	—	—	—	1	—	1	—	3	7	9	43	56	46	19	3	3	1	192
(7)	[BS+BV—(C)]	—	2	25	81	79	56	24	23	17	19	16	13	41	51	33	12	—	—	—	492
(8)	[BS+BV+BV′—(C)]	—	2	25	81	79	56	24	23	17	20	19	14	45	56	46	19	3	3	1	533

chaque catégorie de Binaires, les abscisses X_M des sommets de la courbe de distribution de la variable X, et les valeurs correspondantes P_M de la période dont il sera question au paragraphe suivant N. 38.

TABLEAU 14

(1) Catégorie	(2) $\bar{X} \pm e.p.$	(3) P_g = moy. géom. des périodes	(4) $\bar{P}$ = moy. arithm.	(5) N	(6) Absc. des sommets X_M	(7) P_M
[BS]	2,30±0,73	19^j,85	1.114^j,92	360	1,48	31^j,0
[BV]	5,32±0,39	20.665^j = 56^a,58	104^a,68	151	5,38	66^a,1
[BV+BV']	5,40±0,44	25.361^j = 69^a,44	236^a,03	192	5,40	69^a,2
[BS+BV—(C)]	3,13±1,13	134^j,67		492	1,48 5,38	31^j,0 66^a,1
[BS+BV+BV'—(C)] ...	3,33±1,19	213^j,53		533	1,48 5,40	31^j,0 69^a,2

Remarque I. — On constatera que les P_g sont nettement inférieurs aux valeurs correspondantes de $\bar{P}$. Il n'y a pas lieu de s'en étonner puisqu'on démontre que pour une quantité susceptible de prendre plusieurs valeurs différentes, la moyenne géométrique est plus petite que la moyenne arithmétique.

Remarque II. — Comme $\bar{X} = \overline{\log 10 \cdot P}$, les valeurs de $\overline{\log P}$ relatives aux diverses catégories de Binaires sont respectivement :

1,30 pour les [BS] ; 4,32 pour les [BV] ; 4,40 pour les [BV + BV'] ; 2,13 pour les [BS + BV — (C)] ; et 2,33 pour les [BS + BV + BV' — (C)] ; [voir colonne (2), Tableau 14]. $\overline{\log P}$ varie donc considérablement quand on passe d'une catégorie de Binaires à l'autre ; il en est de même de la moyenne géométrique (P_g) et de la moyenne arithmétique $\bar{P}$ des périodes, comme le montrent respectivement les colonnes (3) et (4) du Tableau 14. La colonne (6) du même Tableau montre par contre la stabilité de la position de l'abscisse de chacun des maxima X_M de X.

N. 38. Étude des diagrammes (5 *a*) **et** (5 *b*).

Catégorie [BS]. Le diagramme statistique relatif aux seules Binaires Spectroscopiques, figure 5 *a*, est nettement dissymétrique ; il en est naturellement de même du diagramme des fréquences qui n'en diffère que par une dilatation des ordonnées. Quand X croît, la fréquence des valeurs de X, d'abord très faible jusqu'à X = 0,60, va ensuite en croissant rapidement, passe par un maximum pour X_M = 1,48 environ, puis diminue d'abord rapidement jusqu'à

ce que X = 2,60, et ensuite plus lentement. La valeur P_M de la période correspondant à l'abscisse $X_M = 1,48$ du maximum de fréquence est donnée par la relation :

$$X_M = 1,48 = \log_{10}(10 \cdot P_M), \qquad \text{d'où :} \qquad P_M = 3^j,0.$$

Le fait que le diagramme de fréquence présente un seul maximum paraît en contradiction avec les résultats indiqués par Otto Struve (R. 15). Cet auteur trouvait en effet trois maxima de fréquence correspondant respectivement à :

$$P_1 = 0^j,5 ; \qquad P_2 = 3 \text{ jours} ; \qquad P_3 = 400 \text{ jours}.$$

Le premier maximum a disparu par suite de la sélection opérée parmi les Binaires Spectroscopiques (voir N. 2) ; le second se confond avec le maximum unique trouvé ci-dessus ; le troisième qui correspondrait à X = 3,60, à peine indiqué dans le Tableau 13 et la figure 5 *a* n'est pas nettement confirmé par nos résultats.

Catégorie [BV]. Le diagramme relatif aux Binaires de Catégorie [BV] (figure 5 *a*) est modérément dissymétrique et présente un maximum unique correspondant sensiblement à :

$$X'_M = 5,38, \qquad \text{donc :} \qquad P'_M = 66 \text{ ans}, 1.$$

Catégorie [BV + BV']. Le diagramme relatif à la catégorie [BV + BV'] (voir figure 5 *a*), peu différent du précédent, est presque symétrique et présente un maximum unique correspondant sensiblement à :

$$X''_M = 5,40, \qquad \text{donc :} \qquad P''_M = 69 \text{ ans}, 2.$$

Catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)]. Enfin les diagrammes relatifs aux catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] présentent deux maxima dont les abscisses sont :

$X_M = 1,48$ et $X'_M = 5,38$ pour la catégorie [BS + BV — (C)],
$X_M = 1,48$ et $X''_M = 5,40$ pour la catégorie [BS + BV + BV' — (C)],

et qui correspondent respectivement, comme on le voit, aux maxima observés, le premier pour la catégorie [BS], le second pour la catégorie [BV] ou

---

(R. 15) Otto Struve : M. N. 86, p. 75, 1925.

[BV + BV'] suivant le cas. Les valeurs de la période relatives à ces abscisses autour desquelles se concentrent les valeurs de X sont par suite :

$P_M = 3^j,0$ et $P'_M = 66$ ans, 1, pour la catégorie [BS + BV — (C)],
$P_M = 3^j,0$ et $P''_M = 69$ ans, 2, pour la catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

Comme nous l'avons déjà signalé plus haut, les abscisses X_M des sommets des courbes de distribution de la variable X et les périodes correspondantes P_M ont été inscrites respectivement dans les colonnes (6) et (7) du Tableau 14.

Remarque. — La quasi-symétrie de la courbe de distribution de la variable X pour les Catégories [BV] et [BV + BV'] est confirmée par ce fait que la valeur moyenne de la variable $\overline{X}$ et sa valeur dominante X_M sont très voisines dans le premier cas et identiques dans le second.

N. 39. — En résumé, en étudiant la distribution des valeurs de la variable :

$$X = \log_{10}(10 \cdot P),$$

nous trouvons, suivant les Catégories :

[BS] : Une courbe nettement dissymétrique à un sommet (pour $P_M = 3$ jours) ;
[BV] : Une courbe modérément dissymétrique à un sommet (pour $P'_M = 66$ ans, 1) ;
[BV + BV') : Une courbe presque symétrique à un sommet (pour $P''_M = 69$ ans, 2) ;
[BS + BV — (C)] : Une courbe à deux sommets (pour $P_M = 3$ jours et $P'_M = 66$ ans, 1) ;
[BS + BV + BV' — (C)] : Une courbe à deux sommets (pour $P_M = 3$ jours et $P''_M = 69$ ans, 2).

N. 40. Conclusion. — *L'étude de la répartition des valeurs de la variable :*

$$X = \log_{10}(10 \cdot P),$$

pour les diverses catégories de Binaires, *confirme en gros les résultats obtenus en étudiant la distribution des périodes* P, en ce sens que :

Quand on groupe ensemble les Binaires Spectroscopiques et les Binaires

Visuelles, tout se passe, en pratique, comme si l'on mélangeait deux populations qui, relativement à la variable choisie, P ou $X = \log (10 \cdot P)$, ont des domaines presque totalement distincts :

Les petites périodes ($P < 3$ ans ou $X < 2{,}86$), sont la quasi-propriété des Binaires Spectroscopiques ; elles se concentrent autour de la valeur $P = 2^j{,}5$, les valeurs de X s'accumulent par contre autour de $X_M = 1{,}48$, qui correspond à une valeur quelque peu différente de la période : $P_M = 3$ jours.

Les périodes supérieures à 3 ans, ($X > 2{,}86$) se rencontrent surtout, jusqu'à présent, parmi les Binaires Visuelles ; elles se concentrent dans l'intervalle (20-50 ans), les valeurs de X s'accumulant par contre entre des valeurs qui correspondent à des périodes allant de 65 à 69 ans environ.

Remarque. — Comme nous le verrons plus loin, l'influence de la sélection n'est pas étrangère, au moins en partie, aux genres de distribution rencontrés pour les diverses catégories de Binaires.

CHAPITRE IV

RÉPARTITION DES EXCENTRICITÉS. INFLUENCE DE LA SÉLECTION

SECTION I

RÉPARTITION DES EXCENTRICITÉS ORBITALES DES BINAIRES

N. 41. Historique. — Dès 1891, T. J. J. See (R. 16 et R. 17) a mis en évidence le contraste entre les fortes excentricités des orbites des Binaires Visuelles et celles beaucoup plus faibles des trajectoires des planètes autour du Soleil ou des satellites autour de leurs planètes respectives, la moyenne des excentricités des orbites planétaires ($\bar{e} = 0{,}0389$) étant environ $\frac{1}{12}$ de celle des orbites des doubles visuelles ($\bar{e} = 0{,}45$ pour 63 BV). Il écrivait d'ailleurs, dès juin 1891, au sujet de ces dernières :

« The orbits are symmetrically distributed and nearly in a probability curve. »

Dès qu'un certain nombre d'éléments de Binaires Spectroscopiques purent être calculés, divers auteurs, et notamment W. W. Campbell, F. Schlesinger, R. H. Baker et H. Ludendorff, signalèrent simultanément que les excentricités des doubles spectroscopiques sont en moyenne beaucoup plus petites que celles des Binaires Visuelles (R. 18, R. 19 et R. 20).

(R. 16) T. J. J. See : *The great eccentricities of the stellar orbits* (The Observatory, vol. 14, pp. 92-94, février 1891).

(R. 17) T. J. J. See : *Comparative eccentricities illustrated graphically* (The Observatory, vol. 14, pp. 229-230, juin 1891).

(R. 18) W. W. Campbell : *Second Catalogue of Spectroscopic Binary Stars* (L. O. B. 6, nº 181, p. 35, 1910).

Depuis cette époque, les accroissements successifs du nombre des orbites de Binaires connues ont, en gros, confirmé les résultats précédents.

N. 42. Les données actuelles. — Les données actuelles, tirées respectivement des catalogues de J. H. Moore (R. 2), pour les Binaires Spectroscopiques et de W. S. Finsen (R. 1) pour les Binaires Visuelles, ont été condensées dans le Tableau 15, dont les lignes donnent successivement :

(1) Les limites entre lesquelles est comprise l'excentricité orbitale, celle-ci variant de dixième en dixième de 0,00 à 1,00 ;

(2), (3), (4), (5) et (6), le nombre de Binaires dont l'excentricité tombe dans les intervalles précédents pour les différentes catégories envisagées au paragraphe N. 4.

TABLEAU 15

Répartition des excentricités orbitales parmi les Binaires.

(1	*e*	0,00 à 0,10	0,10 à 0,20	0,20 à 0,30	0,30 à 0,40	0,40 à 0,50	0,50 à 0,60	0,60 à 0,70	0,70 à 0,80	0,80 à 0,90	0,90 à 1,00	TOTAL
(2)	[BS]	173	55	41	27	20	21	12	10	1	—	360
(3)	[BV].....	3	6	17	18	21	34	14	14	14	10	151
(4)	[BV+BV']	5	13	22	20	27	38	18	17	18	14	192
(5)	[BS+BV—(C)]	175	61	57	42	37	50	25	20	15	10	492
(6)	[BS+BV+BV'—(C)].	177	68	62	44	43	54	29	23	19	14	533

N. 43. Représentation graphique. — Les résultats précédents sont représentés graphiquement par les diagrammes statistiques 6 *a* et 6 *b* obtenus en portant en abscisses les excentricités, ou plus précisément les valeurs de *e* milieux des intervalles successifs, et en ordonnées les nombres ΔN de Binaires dont les excentricités tombent dans les intervalles correspondants pour chacune des cinq catégories de Binaires envisagées :

Figure 6 *a* { [BS], [BV], [BV+BV'] } Figure 6 *b* { [BS+BV—(C)], [BS+BV+BV'—(C)] }

(R. 19) F. Schlesinger and R. H. Baker : *A comparative Study of Spectroscopic Binaries* (Publ. Allegh. Obs. I, pp. 137-138, 24 février 1910).

(R. 20) H. Ludendorff : *Zur Statistik des spektroskopischen Doppelsterne* (A. N. Bd 184, nº 4. 415, p. 383, 28 février 1910).

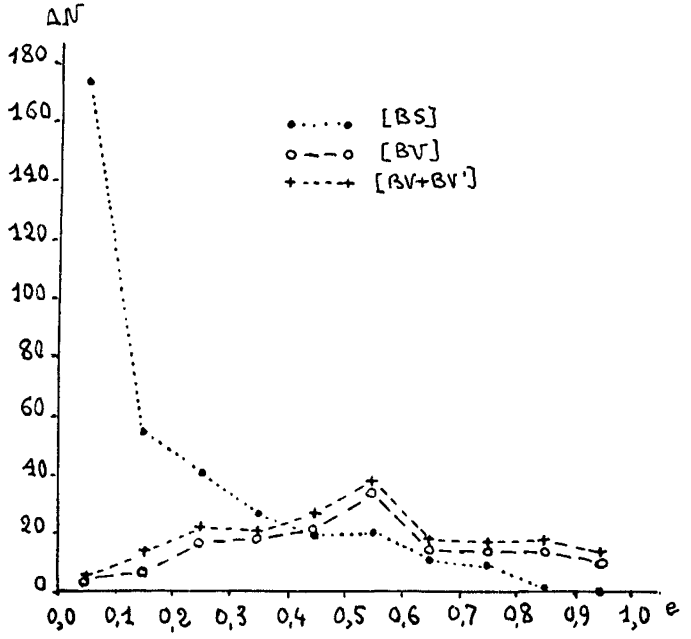


FIG. 6 *a*.

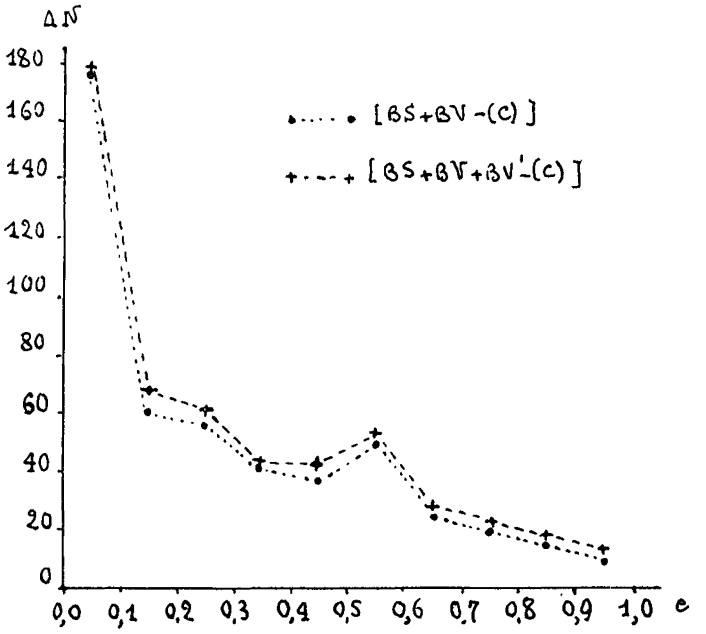


FIG. 6 *b*.

Répartition des excentricités orbitales des Binaires.

N. 44. Résultats. — L'examen du Tableau 15 et des figures 6 *a* et 6 *b* montre que :

Si l'on étudie la répartition des excentricités orbitales pour des intervalles variant de dixième en dixième entre 0,0 et 1,0, on trouve :

1° Pour les Binaires Spectroscopiques [BS], une distribution en forme de J retourné (ι), présentant un maximum unique pour l'intervalle (0,0-0,1);

2° Pour les catégories [BV] et [BV + BV'] une distribution sensiblement symétrique présentant un maximum unique correspondant à l'intervalle (0,5-0,6);

3° Pour les catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] une distribution complexe résultant de la superposition des distributions précédentes et comportant deux maxima : le premier, situé dans l'intervalle (0,0-0,1) correspond à celui des Binaires Spectroscopiques ; le second, tombant dans l'intervalle (0,5-0,6) correspond suivant le cas à celui de la catégorie [BV] ou de la catégorie [BV + BV'].

N. 45. — Le nombre de Binaires Spectroscopiques dont les excentricités orbitales sont comprises entre 0,00 et 0,10 étant relativement grand (173), il nous a paru intéressant de rechercher si une subdivision plus poussée de cet intervalle modifie la forme trouvée pour la courbe de distribution. Il n'en est rien, car le Tableau 16 donnant la répartition des 173 excentricités précédentes entre les dix valeurs 0,00 ; 0,01 ... ; 0,09 conduit encore à une distribution en forme de J retourné (ι), le maximum de fréquence se produisant pour la valeur 0,00.

TABLEAU 16

Répartition des valeurs de e chez les Binaires Spectroscopiques pour $0{,}00 \leqslant e < 0{,}10$.

e	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	TOTAL
Nombre de BS	58	19	19	17	16	14	10	6	8	6	173

La valeur mode dans le cas des Binaires Spectroscopiques est pratiquement 0,00.

Pour les catégories [BV] et [BV + BV'], le maximum de fréquence se trouve dans l'intervalle (0,50-0,60). Pour essayer de préciser pratiquement la position de ce maximum, nous pouvons de même essayer de chercher combien de [BV] ou de [BV + BV'] admettent respectivement pour valeurs de e l'un des dix nombres : 0,50 ; 0,51 ... ; 0,59. Nous obtenons ainsi le Tableau 17.

TABLEAU 17

Répartition des valeurs de e pour $0{,}50 \leqslant e < 0{,}60$ chez les [BV] et les [BV+BV'].

e	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	TOTAL
[BV]	4	2	4	5	4	4	4	1	3	3	34
[BV+BV']	4	2	4	7	5	4	4	2	3	3	38

Le Tableau 17 montre que, pour les catégories [BV] et [BV + BV'], le maximum de fréquence paraît avoir lieu pour $e = 0{,}53$, mais une telle précision n'a pas grande signification en raison de la petitesse du nombre de Binaires (34 ou 38), dont les excentricités tombent entre 0,50 et 0,60.

Les valeurs moyennes et médianes de e, et celles correspondant aux maxima de fréquence, ont été groupées dans le Tableau 18.

TABLEAU 18

Valeurs moyenne, médiane et mode ou maximum de e.

CATÉGORIE	MOYENNE	MÉDIANE	MODE OU MAX.	NOMBRE DE BINAIRES
[BS]	0,20	0,10	0,00	360
[BV]	0,53	0,53	0,53	151
[BV+BV']	0,52	0,52	0,53	192
[BS+BV—(C)]	0,29	0,21	0,00 0,53	492
[BS+BV+BV'—(C)]	0,31	0,23	0.00 0,53	533

Les valeurs moyenne, médiane et mode sont presque égales entre elles pour les Catégories [BV] et [BV + BV'), ce qui confirme que les distributions sont quasi-normales dans ces deux cas.

N. 46. — En résumé, les diverses considérations précédentes mettent en évidence, en ce qui concerne les excentricités orbitales :

1° Une distribution en forme de J retourné (ι) pour les Binaires Spectroscopiques (valeur mode : 0,0) ;

2° Une distribution quasi-normale pour les catégories [BV] et [BV + BV'] (valeur mode : 0,53 environ dans les deux cas) ;

3° Une distribution complexe résultant de la superposition des précédentes pour les catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV') — (C)].

SECTION II

QUELQUES REMARQUES RELATIVES A L'INFLUENCE DE LA SÉLECTION SUR LES RÉPARTITIONS OBSERVÉES POUR LES PÉRIODES ET LES EXCENTRICITÉS

N. 47. — Le nombre d'orbites de Binaires Spectroscopiques ou Visuelles, calculées jusqu'à ce jour, étant petit par rapport au nombre total des Binaires de même espèce existantes ou même seulement connues, les distributions précédemment obtenues, relativement aux périodes et aux excentricités orbitales, peuvent fort bien ne pas être représentatives de la distribution réelle de ces éléments pour chacun de ces deux genres de Binaires. En particulier *la sélection peut jouer un rôle important en gênant soit la découverte de certains couples, soit le calcul de certaines orbites*, et son influence sera différente suivant qu'il s'agira des Binaires Spectroscopiques ou des Binaires Visuelles. C'est pourquoi nous examinerons séparément ces deux cas.

Parmi les auteurs qui se sont intéressés à cette question, nous citerons en particulier :

(R. 21) H. N. Russell : *Relations between the spectra and other characteristics of the Stars* (Publ. American Astron. Soc. III, p. 31, 1918).

(R. 22) R. G. Aitken : *The Binary Stars*, p. 200, 1re édition, 1918.

(R. 23) R. G. Aitken : *The Binary Stars*, p. 212, 2e édition, 1935.

(R. 24) D. Barbier : *Les étoiles doubles à longue période, propriétés statistiques et valeurs hypothétiques de leurs éléments*, pp. 4-5, 1934.

CAS DES BINAIRES SPECTROSCOPIQUES

N. 48. Sélection relative aux périodes. — *Le fait que le maximum de fréquence des valeurs de la période correspond à une valeur faible de cette dernière, et la rareté des longues périodes chez les Binaires Spectroscopiques, paraissent en partie dus à la sélection.* Ce dernier phénomène peut, en effet, jouer ici, suivant le facteur envisagé, soit en favorisant la découverte de Binaires Spectroscopiques ayant une période d'un certain ordre de grandeur, soit en entravant indirectement le calcul des éléments de certaines autres.

1° Les chances de détection du mouvement orbital dans les Binaires Spectroscopiques deviennent en effet moindres quand la période s'accroît, car dans

ce cas, la semi-amplitude K de la courbe de variation des vitesses radiales diminue rapidement, comme le montre la formule :

$$K = \frac{2\pi}{P} \times \frac{a \sin i}{\sqrt{1 - e^2}}. \tag{10}$$

De ce point de vue, les BS à longue période ont donc moins de chances d'être décelées que celles à courte période.

2° Par contre il existe une sélection par rapport aux spectres qui, par suite de l'existence d'une relation entre spectres et périodes dont il sera question plus loin, agit en sens inverse. On sait en effet que le spectre des étoiles des derniers types (G ou K), contient, en général, des raies plus nombreuses et mieux définies que celui des étoiles B. Par suite une étoile possédant une variation de vitesse radiale de faible amplitude aura plus de chances d'échapper à l'attention des observateurs si elle est de type B que si elle appartient aux types G ou K. Or, comme nous le verrons plus loin, dans la catégorie des Binaires Spectroscopiques, les courtes périodes sont plus fréquemment associées aux premiers types spectraux, les longues périodes aux spectres G ou K. Ce second facteur de sélection favorise donc la découverte des BS à longue période au moins pour les types G et K.

3° Enfin, il existe un troisième facteur de sélection, qui, une fois la binarité réconnue, contrarie le calcul des éléments dans le cas des longues périodes. Il est en effet bien évident que lorsque la période devient plus longue, les séries d'observations, dont l'ensemble forme la base de la détermination de l'orbite, doivent alors s'échelonner sur un temps plus long avant que le calcul des éléments devienne possible.

Si, comme nous avons des raisons de le croire, l'influence des facteurs (1) et (3) est prépondérante, il est probable que, dans l'avenir, lorsque les orbites des BS à détection facile auront été déterminées, le nombre des BS à longue période augmentera relativement plus que celui des BS à courte période ; par suite *la moyenne générale des périodes des* BS *devra ultérieurement avoir tendance à augmenter*. Cette augmentation sera d'ailleurs d'autant plus sensible que les nouvelles valeurs connues de la période seront elles-mêmes plus grandes.

On peut déjà le constater rétrospectivement en comparant les valeurs de $\overline{P}$ déduites des listes d'orbites de BS dressées à des époques distantes de plusieurs

années. A cet effet, nous avons groupé dans le Tableau 19 les valeurs de $\overline{P}$ calculées d'après les données de :

(R. 25) R. G. Aitken : *The Binary Stars*, Table V, p. 196, 1918.
(R. 26) R. G. Aitken : *The Binary Stars*, Table 3, p. 207, 1935.
(R. 27) J. H. Moore : *Fourth Catalogue of spectroscopic Binary Stars*, 1936.

TABLEAU 19

Valeurs de $\overline{P}$ et $\bar{e}$ pour l'ensemble des Binaires Spectroscopiques à des époques différentes.

P jours	$\bar{e}$	N	D'APRÈS LES DONNÉES DE :
142,32	0,19	119 BS	R. G. Aitken (1918)
205,47	0,17	324 BS	R. G. Aitken (1935)
772,12	0,19	359 BS	J. H. Moore (1936)
1.114,92	0,19	360 BS	

On remarquera la *grande instabilité de la valeur moyenne* $\overline{P}$ *de la période vis-à-vis de l'accroissement du matériel étudié.* Les troisième et quatrième valeurs de $\overline{P}$ sont très fortes par rapport à la seconde, parce que, tandis que la deuxième liste renferme 26 BS de période supérieure à 500 jours, la quatrième en contient 47 parmi lesquelles 35 ont une période supérieure à 1.000 jours ; la troisième liste ne diffère de la quatrième que par l'exclusion de α Gémeaux dont la période est de 124.182 jours.

Un examen rapide de la première colonne du Tableau 19 confirme le fait prévu :

La période moyenne $\overline{P}$ *de l'ensemble des Binaires Spectroscopiques a tendance à croître à mesure que croît le nombre des orbites connues.*

Nous avions déjà indiqué au paragraphe N. 23, que la moyenne arithmétique $\overline{P}$ des périodes des Binaires Spectroscopiques est une mauvaise caractéristique relativement à la distribution des valeurs de cet élément, par suite de la forme nettement dissymétrique et fortement dispersée unilatéralement de leur courbe de distribution, qui entraîne une grande instabilité de cette période moyenne. Nous pouvons maintenant ajouter que *l'instabilité de la période moyenne paraît encore accrue par le phénomène de sélection.*

N. 49. Sélection relative aux excentricités. — Considérons maintenant le cas des excentricités orbitales. Comme :

$$K = \frac{2\pi}{P} \times \frac{a \sin i}{\sqrt{1 - e^2}}, \tag{10}$$

la détection d'une Binaire Spectroscopique sera, toutes choses égales d'ailleurs, d'autant plus aisée que $\sqrt{1-e^2}$ sera plus petit, donc que e sera plus grand.

Le jeu de la sélection paraît donc favoriser la découverte des Binaires Spectroscopiques à grandes excentricités ; par suite la prédominance des petites valeurs de l'excentricité chez les Binaires Spectroscopiques doit être réelle et n'est pas due au phénomène de sélection signalé. Nous pouvons d'ailleurs aisément montrer que, dans le cas des doubles spectroscopiques, la variation du facteur $\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$ ne saurait entraîner une grande variation de K. En effet si nous développons en série $\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$, il vient :

$$\frac{1}{\sqrt{1-e^2}} = 1 + \frac{e^2}{2} + \frac{3}{8}e^4 + \cdots$$

Or, vu la prédominance des petites valeurs de e, e^2 sera petit, et e^4 négligeable. Ainsi en donnant à e la valeur moyenne relative à la catégorie BS (qui est loin d'être la plus fréquente), nous aurons :

$$e = 0{,}20\,; \qquad e^2 = 0{,}04\,; \qquad e^4 = 0{,}0016\,;$$

le troisième terme du développement est alors égal à :

$$\frac{3}{8}e^4 = \frac{3}{8} \times 0{,}0016 = 0{,}0006\,;$$

il est donc négligeable devant celui qui le précède :

$$\frac{e^2}{2} = \frac{0{,}04}{2} = 0{,}02.$$

Donc pour les Binaires Spectroscopiques, on peut, pour se rendre compte de l'influence de la valeur de l'excentricité au point de vue de la sélection, mettre la formule (10) sous la forme :

$$\mathrm{K} = \frac{2\pi}{\mathrm{P}}\, a \sin i \left(1 + \frac{e^2}{2} + \ldots\right).$$

Vu la réelle prédominance des petites valeurs de e parmi les BS, le facteur $\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$ sera dans la majorité des cas peu supérieur à un. Il n'y aura pratiquement pas de ce point de vue, sélection par rapport aux excentricités dans le cas des Binaires Spectroscopiques. Le nombre des excentricités connues est d'ailleurs déjà considérable ; comme de plus les nouvelles valeurs de e qui s'incorporent avec le temps dans la formation de la moyenne sont inférieures à un, leur introduction n'aura sur la valeur de cette moyenne qu'une influence très faible, et même pratiquement nulle s'il s'agit d'époques relativement peu éloignées. Un coup d'œil sur la seconde colonne du Tableau 19 montre d'ailleurs nettement cette *stabilité de la valeur moyenne de e par rapport aux accroissements successifs du matériel employé*, qui triple, par exemple, quand on passe du premier au quatrième résultat.

N. 50. — Nous montrerons plus loin qu'une certaine corrélation paraît exister chez les Binaires Spectroscopiques entre les éléments période et excentricité en ce sens que :

L'excentricité a tendance à croître en moyenne avec la période.

Si donc le nombre des orbites de Binaires Spectroscopiques à grande période connues continue à croître il devrait en être de même en moyenne du nombre des grandes valeurs de e. $\overline{P}$ et $\bar{e}$ devraient par conséquent avoir tendance à augmenter simultanément. Toutefois la croissance de $\bar{e}$ ne pourrait être que très lente d'abord parce que e est toujours inférieur à un, et ensuite en raison de la forte prédominance actuelle des faibles valeurs de e.

Il n'y a donc pas contradiction entre l'existence d'une relation Période-Excentricité et la quasi-stabilité de la moyenne des excentricités par rapport à l'accroissement avec le temps du nombre des orbites de Binaires Spectroscopiques connues.

CAS DES BINAIRES VISUELLES

N. 51. Sélection relative aux périodes. — Les Binaires à courte période sont relativement très serrées, et il est souvent difficile ou même impossible de les dédoubler ; d'un autre côté, comme il n'y a guère qu'un siècle et demi qu'on observe systématiquement les doubles visuelles, on ne connaît, en général, actuellement qu'un petit arc de la trajectoire de beaucoup d'entre elles, et par suite les orbites correspondantes n'ont pu être déterminées. Par conséquent,

dans le cas des Binaires Visuelles, la sélection est en partie responsable de la rareté des périodes extrêmes, très courtes ou très longues.

L'utilisation d'instruments de plus en plus puissants permettra certes de dédoubler des Binaires de plus en plus serrées, mais c'est surtout le nombre de grandes périodes qui augmentera dans l'avenir, et ceci pour deux raisons :

1° Le déplacement relatif apparemment très lent dans certains couples, finira par devenir sensible avec le temps ;

2° Les portions connues des trajectoires relatives d'autres Binaires moins lentes devenant de plus en plus grandes, il deviendra possible d'en calculer les éléments.

Il résulte de là que les valeurs obtenues successivement pour la période moyenne de l'ensemble des Binaires Visuelles iront vraisemblablement en croissant à mesure qu'augmentera le nombre des orbites connues. Cet accroissement sera d'ailleurs d'autant plus sensible que les nouvelles valeurs trouvées pour la période seront elles-mêmes plus grandes. Ici encore, on peut s'en rendre compte rétrospectivement, en comparant les valeurs des périodes moyennes relatives à des listes d'orbites de Binaires Visuelles dressées à des époques distantes de plusieurs années.

A cet effet, nous avons groupé dans le Tableau 20 les valeurs de $\overline{P}$ calculées d'après les données de :

(R. 25) R. G. Aitken : *The binary Stars*, Table V, p. 196, 1918.
(R. 26) R. G. Aitken : *The binary Stars*, Table 3, p. 207, 1935.
(R. 28) W. S. Finsen : *Second catalogue of orbits of visual binary Stars*, 1938.

TABLEAU 20

Valeurs de $\overline{P}$ et $\bar{e}$ successivement obtenues pour l'ensemble des Binaires Visuelles *.

$\overline{P}$ ANS	$\bar{e}$	NOMBRE DE BV	D'APRÈS LES DONNÉES DE :
89,56	0,48	68 [BV]	R. G. Aitken (1918)
99,90	0,52	116 [BV]	R. G. Aitken (1935)
104,68	0,53	151 [BV]	W. S. Finsen (1938)
236,03	0,52	192 [BV+BV']	W. S. Finsen (1938)

La première colonne du Tableau 20 confirme, comme il a été prévu, que :
Les valeurs successivement obtenues pour la période moyenne de l'ensemble

* Les moyennes obtenues $\overline{P}$ et $\bar{e}$ sont évidemment basées sur des éléments déterminés à des dates qui, suivant les cas, précèdent plus ou moins la date de publication de la liste citée.

des Binaires Visuelles vont en croissant à mesure qu'augmente le nombre des orbites connues.*

Les troisième et quatrième résultats proviennent d'un même Catalogue et sont en apparence contemporains l'un de l'autre ; en réalité, ils contribuent à confirmer le même fait que précédemment, car aux Binaires réunies dans la catégorie [BV'] correspondent des orbites incertaines, en majorité à période longue, dont on ne connaîtra les éléments avec quelque certitude que dans un certain nombre d'années.

N. 52. Sélection relative aux excentricités. — Mais la longueur de la période n'est pas seule une cause de sélection dans le cas des orbites des Binaires Visuelles, la grandeur de l'excentricité orbitale l'est aussi, mais à un degré probablement moindre :

1° Les Binaires à courte période forment en général des systèmes serrés dont le dédoublement est souvent difficile ou impossible ; toutefois un couple à grande excentricité aura plus de chances d'être séparé lors du passage du compagnon au voisinage de l'apoastre. En conséquence :

La proportion observée de fortes valeurs de e est vraisemblablement supérieure à la proportion réelle, dans le cas des Binaires Visuelles à courte période.

2° Les Binaires à longue période forment au contraire, en général, des couples écartés dont le dédoublement est aisé, mais il est souvent difficile d'établir l'orbitalité de leur mouvement, et de réunir rapidement les données nécessaires au calcul de leurs éléments orbitaux, à moins qu'on ne soit en présence d'une Binaire à forte excentricité dont le compagnon chemine au voisinage du périastre.

En résumé, *dans le cas des périodes extrêmes (courtes ou longues), les Binaires Visuelles à forte excentricité ont plus de chances, soit d'être détectées, soit de se prêter à une rapide détermination d'éléments.* Ceci peut expliquer, mais seulement dans une certaine mesure, la proportion de fortes valeurs de *e* trouvée dans le cas des Binaires Visuelles. Mais, vu le nombre relativement petit d'orbites de doubles visuelles connues jusqu'à ce jour, il y a beaucoup de chances pour que cette cause de sélection continue longtemps à jouer. Il est par suite probable que la valeur relativement forte trouvée pour l'excentricité moyenne :

---

* L'accroissement de la période moyenne est sensible parce que les valeurs de la période récemment introduites sont relativement très grandes par rapport à celles antérieurement connues.

$\bar{e} = 0{,}52$, ne variera pas sensiblement pendant longtemps avec l'accroissement dans le temps du nombre des valeurs de e connues. Comme d'ailleurs chaque nouvelle valeur de e est inférieure à un, son incorporation à la moyenne générale n'aura qu'une influence pratiquement très faible sur la valeur de cette dernière.

Ici encore on peut se rendre compte rétrospectivement de la variation de $\bar{e}$ avec l'accroissement du matériel, en comparant les valeurs de $\bar{e}$ relatives à des listes d'orbites de Binaires Visuelles dressées à des époques distantes de plusieurs années. La seconde colonne du Tableau 20 montre ainsi que la valeur de $\bar{e}$ a seulement crû de 0,48 à 0,52 pendant que le nombre d'orbites connues passait de 68 à 192. Donc :

La valeur moyenne de l'excentricité est une caractéristique relativement stable de cet élément dans le cas des Binaires Visuelles. Elle a toutefois une légère tendance à croître à mesure qu'augmente le nombre d'orbites connues.

N. 53. Remarque. — Nous montrerons plus loin qu'une certaine corrélation paraît exister chez les Binaires Visuelles entre les éléments période et excentricité, en ce sens que :

L'excentricité a tendance à croître en moyenne avec la période.

En conséquence, si la proportion des orbites de Binaires Visuelles à grande période connues continue à augmenter, il devrait en être de même en moyenne de celle des grandes valeurs de e ; $\overline{P}$ et $\bar{e}$ devraient donc avoir tendance à augmenter simultanément.

Les deux premières colonnes du Tableau 20 mettent précisément en évidence une croissance simultanée de $\overline{P}$ et $\bar{e}$ avec le temps. Comme ces valeurs de $\overline{P}$ et de $\bar{e}$ sont vraisemblablement très influencées par la sélection, *le phénomène de sélection paraît conduire à une corrélation directe entre* $\overline{P}$ *et* $\bar{e}$, donc de même sens que celle trouvée statistiquement entre $\overline{P}$ et $\bar{e}$. Remarquons toutefois que, tandis que la croissance de $\overline{P}$ est relativement rapide, celle de $\bar{e}$ est très lente, et nous avons indiqué plus haut qu'il était vraisemblable qu'il en soit ainsi. Nous reviendrons plus loin sur cette question (Voir Quatrième partie).

CHAPITRE V

PÉRIODES ET EXCENTRICITÉS HYPOTHÉTIQUES

N. 54. — Le nombre d'orbites de Binaires Visuelles déterminées jusqu'à ce jour (151 à 192), est très petit par rapport à celui des couples visuels à mouvement orbital sensible, et l'est encore plus relativement à celui des couples physiques, systèmes dans lesquels l'existence d'un mouvement propre commun aux deux composantes nous en révèle la connexion ; par ailleurs, le jeu de la sélection substitue à la distribution réelle des éléments orbitaux une distribution apparente qui risque d'en différer notablement. Aussi quelques auteurs ont-ils songé à établir des formules permettant la détermination d'éléments hypothétiques, dans le cas où la valeur des éléments n'est pas connue.

PÉRIODES HYPOTHÉTIQUES

N. 55. — E. Hertzsprung (R. 29) paraît, le premier, avoir eu l'idée de calculer des périodes hypothétiques pour certains couples, ceci au cours d'un essai en vue d'estimer la période médiane des Binaires Visuelles situées au voisinage du Soleil.

Sur 21 couples de parallaxe supérieure à 0″,1, réunis dans ce but par cet auteur, 13 seulement avaient, à cette époque, une période connue. Pour 7 autres, en mouvement orbital sensible, la période fut prise égale à la valeur de l'expression :

$$\frac{\text{rayon vecteur apparent} \times 4{,}4}{\text{mouvement orbital annuel apparent}}.$$

(R. 29) Ejnar Hertzprung : *On the median Period of binary systems near our sun* (B. A. N. I., nº 25, p. 149, 29 septembre 1922).

Le dernier couple, γ Leporis, ne montre aucun mouvement orbital sensible ; pour déterminer grossièrement une valeur hypothétique de sa période, Hertzsprung a supposé que la somme des masses de ses composantes était de $2\odot$, et que son demi-grand axe était égal à :

séparation apparente des composantes à un moment arbitraire $\times$ 1,13.

La parallaxe de γ Leporis étant de 0″,148, cet auteur en a finalement conclu* une période hypothétique de 13.000 ans, soit $\log P = 4{,}1$.

Les facteurs 4,4 et 1,13, introduits ci-dessus, avaient été déterminés, empiriquement à partir de la valeur d'expressions analogues, relatives à 75 Binaires à éléments connus. Dans le cas des systèmes multiples, Hertzsprung estime qu'on doit prendre, pour le calcul de la période médiane, uniquement la plus courte des périodes trouvées, sans toutefois se plier lui-même strictement à cette règle.

Cet auteur a finalement trouvé pour le logarithme de la période médiane des 21 Binaires considérées, la valeur 1,9 qui correspond à une période de 80 ans. Il constate en outre que la distribution des quantités log P est pratiquement Gaussienne, l'écart moyen étant égal à $\pm$ 1,0, et adopte comme valeur approximative du logarithme de la période médiane des Binaires voisines du Soleil :

$$\log P = 2 \pm 1 \text{ (écart moyen).}$$

N. 56. — Dans le paragraphe 5 de son article « A Study of the near-by Stars » (R. 30), W. J. Luyten discute, non pas le principe des modes de détermination des valeurs hypothétiques de la période employés par E. Hertzsprung, mais seulement la manière dont ce dernier a choisi les 21 Binaires utilisées à cet effet. Il pense que cet auteur aurait pu grouper au total 29 étoiles et aurait obtenu ainsi comme valeur médiane du logarithme de la période une valeur très supérieure à 2, et voisine de 2,5 à 2,8. Il estime que la valeur de la période médiane des étoiles doubles dans l'espace dépend très largement, et de la définition adoptée pour un système binaire (la période pouvant aller de quelques heures à des dizaines de milliers d'années), et de la période choisie dans les systèmes multiples employés pour la déterminer.

---

* Vraisemblablement en faisant usage de la troisième loi de Képler.

(R. 30) W. J. Luyten : *A Study of the near-by Stars* ; § 5 *Statistics of double Stars in space* (Annals of Harvard College Observatory, vol. 85, pp. 89-90, 1923).

N. 57. — W. J. Luyten reviendra d'ailleurs ultérieurement sur cette question dans un article intitulé « On some statistical properties of double Stars in Space » : Dans une première partie : I « A formula for the estimation of the period in a relatively fixed system » (R. 31), W. J. Luyten déduit de la troisième Loi de Képler, en s'appuyant d'une part sur la courbe masse-luminosité, d'autre part sur la corrélation période-excentricité, une relation statistique permettant de calculer la période hypothétique P ans, d'un système binaire, dont on connaît la séparation angulaire, la parallaxe et la luminosité, avec une incertitude de l'ordre de 0,40 sur log P.

Dans une seconde partie : II « On the mean period of double Stars in space », (R. 32), W. J. Luyten applique sa formule successivement à 15 Binaires à éléments connus — afin d'éprouver la valeur de sa relation —, puis à 47 Binaires distantes du Soleil de moins de 10 parsecs, en vue d'estimer la période moyenne des Binaires de l'espace.

La première de ces opérations lui fournit une valeur moyenne de log P égale à 1,83 ± 0,09, en assez bon accord avec la valeur observée (O — C = + 0,06) ; la seconde le conduit à formuler la conclusion suivante que nous citerons sous sa forme très condensée :

« The median-mean logarithm of the period (corresponding to the median-geometric mean of the actual periods), is probably in the neighbourhood of 2,5 corresponding to a little more than 300 years, while the dispersion in these log is probably not more than 1,70 ; in other words, half the binaries in space may be expected to have periods between the limits 20 and 4.000 years. »

N. 58. — W. J. Luyten a d'ailleurs repris cette question dans un article ultérieur (R. 33, pp. 196-197), afin de corriger une erreur commise en établissant sa formule. Il trouve finalement que la période à laquelle on peut s'attendre dans le cas d'un système binaire soi-disant « fixe », dont la séparation, la magnitude et la parallaxe sont connues est donnée par la relation :

$$(11) \qquad \log P = 1{,}460 \log d - 0{,}487 \log \text{masse} + 0{,}22 \pm 0{,}35,$$

dans laquelle :

P = période (exprimée en années) ;

(R. 31) W. J. Luyten : *Proc. N. A. S.* 16, pp. 252-256, 1930.

(R. 32) W. J. Luyten : *Proc. N. A. S.* 16, pp. 257-261, 1930.

(R. 33) W. J. Luyten : *Faint double Stars with common proper motion in the Southern sky* (M. N. 93, pp. 196-208, décembre 1932).

d = distance observée perpendiculaire au rayon visuel (en unités astronomiques) ;

la masse est exprimée en ⊙.

L'application de cette dernière formule aux 15 Binaires à éléments connus, précédemment utilisées, révèle cette fois un accord entièrement satisfaisant entre les valeurs calculée et observée de log P, soit O — C = + 0,01.

Van den Bos lui ayant fait remarquer que la relation statistique entre la période et l'excentricité pouvait, dans une mesure mal connue, être basée sur l'influence de la sélection, Luyten a essayé d'établir sa formule sans tenir compte de cette relation, et de conserver le terme $f(e)$ qui dépend de l'excentricité. Il arrive ainsi à la formule (12) :

$$(12) \qquad \log P = \frac{3}{2} \log d - \frac{1}{2} \log \text{masse} + 0{,}200 - \frac{3}{2} f(e).$$

N. 59. — Mais dans le cas général la parallaxe n'est pas connue, et, en conséquence, on ne peut obtenir, ni la séparation linéaire, ni la magnitude absolue des couples étudiés. Aussi W. J. Luyten a-t-il cherché à élaborer une nouvelle formule permettant de déterminer une valeur hypothétique de la période des couples pour lesquels on connaît seulement : la séparation angulaire observée s'', la magnitude visuelle apparente du système m, et le mouvement propre annuel angulaire μ''. Cette relation :

$$(13) \quad \log P = + 0{,}94 - \frac{3}{2} f(e) + \frac{3}{2} \log s'' + 0{,}100\, m - 1{,}00 \log \mu'',$$

contient encore un terme dont la valeur n'est pas connue : $\frac{3}{2} f(e)$. Luyten le fait disparaître en substituant à l'excentricité e sa valeur moyenne, soit 0,667 d'après Jeans. Il trouve finalement :

$$(14) \qquad \log P = + 0{,}86 + \frac{3}{2} \log s'' + 0{,}100\, m - 1{,}00 \log \mu''.$$

L'application de cette dernière formule aux 15 Binaires à orbites connues, précédemment utilisées, donne relativement à log P :

$$O - C = 1{,}89 - 2{,}02 = - 0{,}13 ;$$

les périodes calculées à l'aide de la formule (14) semblent systématiquement trop longues de 30 %. On améliorerait beaucoup la valeur de O — C en supprimant parmi les 15 Binaires employées, deux d'entre elles pour lesquelles le rapport $\frac{\mu}{p}$ de μ à la parallaxe p, diffère notablement de la normale. On trouve alors :

$$O - C = 1{,}89 - 1{,}86 = + 0{,}03.$$

N. 60. — W. S. Finsen (R. 34, p. 52) a donné une formule permettant de déterminer la période hypothétique des couples physiques en mouvement lent pour lesquels il est possible de connaître :

$\frac{d\theta}{dt}$ dérivée première par rapport au temps de l'angle de position θ ;

s séparation angulaire des composantes (exprimée en secondes d'arc) ;

$\frac{d^2s}{dt^2}$ dérivée seconde de s par rapport au temps.

Il a trouvé :

$$\log_{10} P = 0{,}740 - \frac{1}{2}\log_{10}\left[\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - \frac{1}{s}\frac{d^2s}{dt^2}\right]. \tag{15}$$

Posons :

$$\frac{d\theta}{dt} = \theta' ; \qquad \frac{d^2s}{dt^2} = s'' ; \qquad 1 - \frac{s''}{s\theta'^2} = \sigma ;$$

il vient alors successivement :

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - \frac{1}{s}\frac{d^2s}{dt^2} = \theta'^2 - \frac{s''}{s} = \theta'^2\left(1 - \frac{s''}{s\theta'^2}\right) = \theta'^2\sigma,$$

et la formule de Finsen devient :

$$\log_{10} P = 0{,}740 - \log_{10}\theta' - \frac{1}{2}\log_{10}\sigma. \tag{15'}$$

(R. 34) W. S. Finsen : *The Determination of Dynamical Parallaxes of Double Stars* (M. N. 92, pp. 47-52, novembre 1931).

N.61. — D. Barbier (R. 35, p. 39), en partant de la même relation initiale que Finsen :

$$\log P = \log 2\pi - \log \theta' - \frac{1}{2}\log \sigma - \frac{3}{2}\log (1 - e \cos u),$$

a obtenu des formules qui ne diffèrent que de (15′) que par la valeur de la constante. Il a trouvé :

$$\log_{10} P = 0{,}80 - \log_{10} \theta' - \frac{1}{2}\log_{10} \sigma \qquad (16)$$

pour les couples à orbite connue (R. 35, p. 42) ;

$$\log_{10} P = 0{,}81 - \log_{10} \theta' - \frac{1}{2}\log_{10} \sigma \pm 0{,}35 \qquad (16')$$

pour les couples à mouvement plus lent (R. 35, p. 43).

Barbier attribue la différence des valeurs de la constante entre les équations de Finsen [(15) ou (15′)] et les siennes [(16) ou (16′)] à « l'insuffisance des hypothèses » faites par Finsen, ce dernier ayant implicitement admis que : « toutes les anomalies moyennes sont également probables et que la répartition des excentricités des étoiles doubles en général est celle qui convient aux couples dont l'orbite est connue ».

N. 62. — Barbier a appliqué la formule (16) au cas de 117 Binaires Visuelles à orbite connue, et a trouvé :

$$\overline{\log_{10} P} = 1{,}84,$$

en se servant des périodes hypothétiques, alors que les périodes vraies donnent :

$$\overline{\log_{10} P} = 1{,}88,$$

l'erreur probable sur $\overline{\log_{10} P}$ étant 0,274.

N. 63. — Barbier a ensuite calculé à l'aide de la formule (16′) les valeurs

---

(R. 35) D. Barbier : *Les Étoiles doubles à longue période. Propriétés statistiques et valeurs hypothétiques de leurs éléments* (Thèse, Paris, 1934).

hypothétiques de log P pour 183 couples dont l'orbite est inconnue, et a trouvé comme valeur moyenne de cette quantité :

$$\overline{\log_{10} P} = 2{,}73 \pm 0{,}03.$$

Il en a conclu que la moyenne géométrique des périodes de ces 183 couples est de l'ordre de 500 ans.

N. 64. — Le catalogue d'orbites de Binaires Visuelles de W. S. Finsen (R. 1) nous fournit actuellement les éléments vrais* de 27 Binaires figurant parmi les 183 couples dont Barbier a déterminé en 1934 les périodes hypothétiques. Il nous est par suite possible de comparer entre elles les valeurs vraies et hypothétiques soit des périodes, soit de leurs logarithmes.

Désignons à cet effet par P la période vraie d'un couple donné, et par P_h sa période hypothétique, et posons :

$$\Delta P = P - P_h,$$

$$\Delta \log P = \log P - \log P_h.$$

En ce qui concerne les moyennes arithmétiques des logarithmes des périodes vraies et hypothétiques, nous trouvons :

$$\overline{\log P} = 2{,}40 \pm 0{,}35 \qquad \text{et} \qquad \overline{\log P_h} = 2{,}43 \pm 0{,}23.$$

Les valeurs P_g et $(P_g)_h$ correspondantes, qui se trouvent précisément être les moyennes géométriques des périodes considérées (voir N. 37), sont :

$$P_g = 251 \text{ ans} \qquad \text{et} \qquad (P_g)_h = 269 \text{ ans}.$$

Ajoutons que :

$$\overline{\Delta \log P} = -0{,}02 \pm 0{,}29.$$

La concordance est donc bonne entre les valeurs moyennes des logarithmes des périodes étudiées, et relativement bonne entre les moyennes géométriques

* « Vrai », signifie ici « déduit des observations ».

des périodes elles-mêmes. L'écart est plus grand en ce qui concerne les moyennes arithmétiques et surtout les valeurs individuelles des périodes.

Le Tableau 21 donne, dans le cas des 27 Binaires Visuelles envisagées, la répartition des périodes vraies et celle des périodes hypothétiques et permet par suite d'en apprécier les analogies et les différences. La première ligne de ce Tableau donne les limites des intervalles considérés pour les périodes, la seconde et la troisième fournissent respectivement les nombres n et n_h de périodes vraies et de périodes hypothétiques tombant dans ces intervalles.

TABLEAU 21

P ans	0	100	200	300	400	500	600	700	1.100	2.000	4.100
n....	4	10	3	1	1	3	2	0	0	3	
n_h...	2	6	6	6	3	1	0	2	1	0	

Les deux distributions présentent un certain amoncellement dans la région des périodes inférieures à 500 ans, une certaine pauvreté relative au delà ; mais le nombre de périodes supérieures à 500 ans est toutefois de 8 dans le cas des éléments vrais contre 4 dans celui des périodes hypothétiques.

La distribution vraie présente un maximum de concentration entre 100 et 200 ans, alors que la région la plus riche en périodes hypothétiques comporte une répartition uniforme entre les intervalles (100-200 ans), (200-300 ans) et (300-400 ans). De plus deux périodes hypothétiques tombent entre 700 et 1.100 ans, alors que pour l'ensemble des périodes vraies des Binaires Visuelles nous avons constaté l'existence d'une lacune dans cet intervalle (voir N. 29).

Les moyennes arithmétiques relatives aux périodes vraies et hypothétiques ont respectivement pour valeurs :

$$\overline{P} = 582 \text{ ans} \qquad \text{et} \qquad \overline{P_h} = 347 \text{ ans.}$$

La différence entre la moyenne arithmétique des périodes vraies $\overline{P}$ et celle des périodes hypothétiques $\overline{P_h}$, qui a pour valeur :

$$|\overline{P} - \overline{P_h}| = 582 - 347 = 235 \text{ ans,}$$

est donc beaucoup plus grande que la différence entre les moyennes géométriques correspondantes :

$$|P_g - (P_g)_h| = |251 - 269| = 18 \text{ ans.}$$

De plus *les périodes vraies sont beaucoup plus dispersées que les périodes hypothétiques* : c'est ainsi que les valeurs de P_h sont toutes comprises entre 32 et 1.318 ans, alors que celles de P s'échelonnent entre 44 et 4.036 ans. Le Tableau 22 donne d'ailleurs une idée de la répartition des valeurs absolues des quantités $\Delta P = P - P_h$ (exprimées en années).

TABLEAU 22

$\lvert\Delta P\rvert$ ans	0	100	200	300	500	1.000	3.600
Nombre	10	6	6	0	2	3	

On trouve pour l'ensemble des 27 Binaires envisagées :

$$\overline{\Delta P} = 235 \text{ ans} \pm 658 \qquad \text{et} \qquad \overline{|\Delta P|} = 466 \text{ ans} \pm 598.$$

Les fortes valeurs de $\overline{\Delta P}$, de $\overline{|\Delta P|}$ et de leurs erreurs probables sont dues à la présence de quatre valeurs de $|\Delta P|$ exceptionnellement grandes ; elles concernent les étoiles A 940, A 6.993, A 10.345 et A 11.186 pour lesquelles nous indiquons ci-après les valeurs de P, P_h et $(P - P_h)$. (Tableau 23).

TABLEAU 23

ÉTOILE	P ANS	P_h ANS	$\Delta P = P - P_h$
A 940	3.554	525	+ 3.029
A 6.993	2.044	427	+ 1.617
A 10.345	4.036	479	+ 3.557
A 11.186	323	1.318	— 995

L'élimination de ces quatre étoiles améliore considérablement l'accord entre les moyennes arithmétiques des périodes hypothétiques et vraies ; on trouve en effet dans ce cas :

$$\overline{P} = 250 \text{ ans} ; \quad \overline{P_h} = 288 \text{ ans} ;$$

et :

$$\overline{|\Delta P|} = 147 \text{ ans} \pm 85 ; \qquad \overline{\Delta P} = -37 \text{ ans} \pm 129.$$

Remarque. — Les valeurs vraie et hypothétique de la moyenne géométrique

des périodes des 27 Binaires Visuelles dont les éléments ont été récemment déterminés (voir N. 64) :

$$P_g = 251 \text{ ans} \qquad \text{et} \qquad (P_g)_h = 269 \text{ ans},$$

sont nettement inférieures à la moyenne géométrique des périodes hypothétiques des 183 Binaires étudiées par Barbier qui est d'environ 500 ans. Nous retrouvons là l'influence de la sélection, qui favorise, quant à la détermination de leur orbite, les Binaires Visuelles à période relativement courte (voir N. 51).

N. 65. Récapitulation et discussion des résultats. — Les valeurs médianes indiquées pour log P présentent entre elles une différence notable, mais il n'y a pas lieu de s'en étonner étant donné le petit nombre d'étoiles considérées et certaines différences dans la manière de les choisir. Il a été trouvé pour ces valeurs médianes :

log P = 1,9 → P = 80 ans, pour 21 Binaires [Hertzsprung (R. 29)] ;
log P = de 2,5 à 2,8 → P = de 300 à 600 ans, pour 29 Binaires [Luyten (R. 30)].

Les diverses valeurs moyennes de log P indiquées (valeurs observées), s'accordent relativement bien entre elles quand on considère l'ensemble des Binaires Visuelles à orbite connue. Nous relevons en effet :

$$\overline{\log P} = 1{,}88 \rightarrow P_g = 76 \text{ ans, pour 117 BV [Barbier (R. 35)].}$$

Par ailleurs le Tableau 14, paragraphe (N. 37) du présent mémoire nous donne :

Catégorie [BV] :

$$\overline{X} = \overline{\log (10\, P_j)} = 5{,}32 ;$$

Catégorie [BV + BV'] :

$$\overline{X} = \overline{\log (10\, P_j)} = 5{,}40.$$

Nous en déduisons :

$\overline{\log P \text{ ans}} = 1{,}76 \rightarrow P_g = 57{,}5$ ans, pour 151 BV de catégorie [BV] ;
$\overline{\log P \text{ ans}} = 1{,}84 \rightarrow P_g = 69$ ans, pour 192 BV de catégorie [BV + BV'].

Il en résulte que pour l'ensemble des Binaires à orbite connue, $\overline{\log P}$ varie entre 1,76 et 1,88, et la période correspondante, qui est la moyenne géométrique des périodes considérées varie par suite entre 57,5 et 76 ans, donc relativement peu, alors que le nombre de Binaires Visuelles employées est passé de 115 à 192. Il n'en est plus de même quand on utilise un groupe de Binaires choisies de telle sorte que la proportion des longues périodes soit forcément très grande. Ainsi les Binaires dont l'orbite a récemment été déterminée et qui figurent dans la liste de Barbier (R. 35), nous ont donné :

$$\overline{\log P} = 2{,}40, \qquad \text{soit } P_g = 251 \text{ ans, pour 27 BV (voir N. 64).}$$

Or comme nous l'avons remarqué (N. 51), il y a des chances pour que dans l'avenir la proportion des grandes périodes augmente ; par suite $\overline{\log P}$ et P_g auront tendance à croître à mesure que le matériel employé augmentera.

Les diverses valeurs moyennes indiquées pour $\log P_h$ (valeurs hypothétiques), s'accordent assez bien entre elles et avec celles de $\log P$ (valeurs observées), tant qu'il s'agit de Binaires Visuelles à orbite connue. Ainsi nous avons rencontré successivement les valeurs ci-après :

$\overline{\log P_h} = 1{,}83 \rightarrow (P_g)_h = 68$ ans, pour 15 BV à orbite connue [Luyten (R. 32)] ;

$\overline{\log P_h} = 1{,}88 \rightarrow (P_g)_h = 76$ ans, pour les mêmes 15 BV [Luyten (R. 33)] ; formule corrigée ;

$\overline{\log P_h} = 2{,}02 \rightarrow (P_g)_h = 105$ ans, pour les mêmes 15 BV [Luyten (R. 33)] ; (autre formule) ;

$\overline{\log P_h} = 1{,}84 \rightarrow (P_g)_h = 69$ ans, pour 117 BV à période connue [Barbier (R. 35)].

Les quantités $\overline{\log P_h}$ sont par contre nettement plus grandes quand on utilise un groupe de Binaires dans lequel il y a une forte proportion de Binaires à grande période, ce qui est fréquemment le cas des couples à éléments inconnus. Ainsi nous avons rencontré successivement les valeurs ci-après :

$\overline{\log P_h} \gtrsim 2{,}5 \rightarrow (P_g)_h$ un peu supérieur à 300 ans pour 47 BV à orbite non connue, situées à moins de 10 parsecs du Soleil [Luyten (R. 32)] ;

$\overline{\log P_h} = 2{,}43 \rightarrow (P_g)_h = 269$ ans, pour les 27 BV étudiées au paragraphe N. 64 ;

$\overline{\log P_h} = 2{,}73 \rightarrow (P_g)_h = 537$ ans, pour 183 couples à périodes non connues [Barbier (R. 35)].

Les deux dernières valeurs de $\overline{\log P_h}$ sont relatives à des Binaires en mouvement orbital lent, mais sensible. Nous obtiendrions une valeur encore beaucoup plus grande pour $\overline{\log P_h}$ en employant une liste composée de couples physiques en pratique « relativement fixes », comme ceux pour lesquels Luyten a calculé la valeur de $\log P_h$ [R. 33, pp. 204-206]. Nous trouvons, par exemple, en formant dans ce dernier cas la moyenne des quantités $\log P_h$:

$$\overline{\log P_h} = 5{,}41, \qquad \text{soit } (P_g)_h = 257.000 \text{ ans, pour 102 Binaires.}$$

Les considérations précédentes nous conduisent à conclure qu'*on obtient pour* log P (*ou* log P_h), *et encore plus pour la moyenne géométrique des périodes correspondantes* P_g *ou* $(P_g)_h$ *des valeurs très différentes suivant l'ensemble de Binaires considéré.* La valeur médiane relative, soit à log P (ou log P_h), soit à P (ou P_h) est, semble-t-il, un peu plus stable ; néanmoins aucune de ces trois quantités ne paraît être une bonne caractéristique relativement à la distribution des périodes des Binaires Visuelles.

N. 66. Sur certaines particularités de la distribution des périodes des Binaires. — Nous avons déjà antérieurement abouti à des conclusions analogues en ce qui concerne les valeurs de log P ou de P déduites des données récentes de l'observation, et ceci dans le cas des Binaires Spectroscopiques aussi bien que dans celui des Binaires Visuelles (voir N. 23, N. 26 et N. 37, Tableau 14 et Remarque II. La même remarque s'applique *a fortiori* si nous considérons l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

La diversité des résultats obtenus pour les différentes caractéristiques relatives à la distribution des périodes montre combien *les valeurs de ces caractéristiques dépendent de la définition plus ou moins élastique adoptée pour l'étoile double* comme Luyten l'affirmait dès 1923, à propos de la valeur médiane de la période ou de son logarithme (R. 30, p. 90). D'ailleurs la classification des Binaires en Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles est purement artificielle puisqu'elle est basée sur la différence des méthodes d'observation employées et non sur une différence de nature entre ces deux sortes d'étoiles doubles, certaines d'entre elles étant, on le sait, à la fois BS et BV par les mêmes composantes. Enfin, nous avons vu que la courbe de répartition des

périodes des Binaires n'est pas gaussienne : elle est très dissymétrique et est unilatéralement dispersée vers les longues périodes ; elle présente en outre plus d'un maximum de concentration. Dans ces conditions, nous estimons qu'*il y aurait intérêt*, afin d'obtenir des caractéristiques présentant une certaine stabilité, *à classer l'ensemble des Binaires en un certain nombre de groupes partiels déterminés d'après la longueur de la période.* Nous énumérons ci-après les huit groupes entre lesquels il nous a paru naturel de répartir l'ensemble des Binaires, en donnant pour chacun d'eux les limites forcément quelque peu arbitraires et provisoires que nous avons adoptées pour les périodes correspondantes :

Groupe (P1) : Binaires à très courte période : $O < P < 10$ jours.

Ce groupe renferme 187 étoiles toutes Binaires Spectroscopiques.

Groupe (P2) : Binaires à courte période : 10 jours $\leqslant P < 3$ ans.

Ce groupe renferme 142 étoiles ainsi réparties :

$$140\ [BS] + 1\ [BV] + 1\ [BV'].$$

Groupe (P3) : Binaires en mouvement rapide : 3 ans $\leqslant P < 100$ ans.

Ce groupe renferme 123 étoiles réparties comme suit :

$$17\ [BS] + 95\ [BV] + 11\ [BV'].$$

Groupe (P4) : Binaires en mouvement relatif peu rapide :

$$100 \text{ ans} \leqslant P < 500 \text{ ans}.$$

Les Binaires du groupe (P4), dont la période est connue sont au nombre de 67 ; elles se répartissent comme suit : 48 [BV] + 19 [BV']. Nous connaissons en outre les périodes hypothétiques de 90 Binaires de ce groupe ; elles proviennent de la liste de D. Barbier (R. 35, Appendice VI, pp. 80-81).

Groupe (P5) : Binaires en mouvement relatif lent :

$$500 \text{ ans} \leqslant P < 1.000 \text{ ans}.$$

Les Binaires du groupe (P5) dont la période est connue sont au nombre de 8 ; elles se répartissent comme suit : 4 [BV] + 4 [BV']. Nous connaissons en outre

les périodes hypothétiques de 51 Binaires de ce groupe ; elles proviennent toutes de la liste de Barbier (R. 35).

Groupe (P6) : Binaires en mouvement relatif seulement sensible :

$$1.000 \text{ ans} \leqslant P < 10.000 \text{ ans.}$$

Les Binaires du groupe (P6) dont la période est connue sont au nombre de 5 ; toutes sont de catégorie [BV']. Nous connaissons en outre les périodes hypothétiques de 46 Binaires de ce groupe : 39 proviennent de la liste de Barbier (R. 35), et 7 de la liste de Luyten (R. 33, pp. 204-205).

Groupe (P7) : Binaires en mouvement relatif à peine sensible :

$$10.000 \text{ ans} \leqslant P < 100.000 \text{ ans.}$$

Une seule période connue appartient à ce groupe, forcément pauvre, puisque les premières observations acceptables d'étoiles doubles ne remontent guère qu'aux environs de 1790. Nous connaissons par contre les périodes hypothétiques de 36 Binaires de ce groupe : elles proviennent toutes de la liste de Luyten (R. 33).

Groupe (P8) : Couples physiques dont les composantes sont en pratique « relativement fixes » : $P \geqslant 100.000$ ans.

Nous connaissons les périodes hypothétiques de 59 Binaires de ce groupe ; elles proviennent toutes de la liste de Luyten (R. 33).

N. 67. — Les valeurs de diverses caractéristiques de la distribution des périodes ou de celle de leurs logarithmes, relatives aux différents groupes de Binaires énumérés ci-dessus, ont été consignées dans le Tableau 24 dont les colonnes successives fournissent pour chaque groupe considéré :

1° Le numéro du groupe ;

2° Les limites entre lesquelles sont comprises les périodes des Binaires du groupe ;

3° Le nombre total de Binaires correspondant, affecté d'un indice (*o*) ou (*h*), suivant qu'il s'agit d'éléments déduits des données de l'observation ou d'éléments hypothétiques ;

4° $\overline{\log P}$, valeur moyenne de log P ;

5° La valeur médiane de log P ;

6° P_g, moyenne géométrique des périodes ;

7° $\overline{P}$, moyenne arithmétique des périodes ;

8° La valeur médiane de P ;

9° Une certaine valeur de l'excentricité qui sera précisée au paragraphe N. 72.

Remarque. — Pour que les résultats donnés dans le Tableau 24 soient complets, il conviendrait d'ajouter les Binaires à éclipses n'y figurant pas déjà comme Binaires Spectroscopiques, ainsi que les valeurs de $\overline{P_h}$ et de $\overline{e_h}$ qui se correspondent suivant Russell (R. 36, R. 37 ; voir plus loin N. 71). Ces dernières n'ont pu trouver place dans le Tableau 24 en raison de l'incertitude où nous étions quant aux limites admises par Russell pour grouper les périodes de ses Binaires. Cet auteur a indiqué les chiffres suivants :

$\overline{P_h} \gtrless 2.000$ ans ; $\overline{e_h} = 0{,}61$ pour environ 500 Binaires ;

$\overline{P_h} \gtrless 5.000$ ans ; $\overline{e_h} = 0{,}76$, pour environ 800 autres Binaires.

N. 68. Remarque I. — Nous allons maintenant essayer de mettre en évidence le degré de stabilité des caractéristiques des groupes partiels obtenus par le mode de subdivision suggéré pour les Binaires.

A cet effet, comparons d'abord les valeurs trouvées pour ces caractéristiques dans le cas du groupe (P3) en considérant successivement les Binaires de ce groupe appartenant aux catégories : [BV + BV'], [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)]. Nous obtenons :

Catégorie	$\overline{\log P}$	Méd. log P	P_g	$\overline{P}$	Med. P	Nombre de Binaires
[BV+BV']	1,54	1,60	34,67	43,36	40,0	106
[BS+BV—(C)]	1,45	1,55	28,52	39,23	35,8	112
[BS+BV+BV'—(C)]	1,44	1,54	27,84	38,59	34,4	123

On voit que les résultats correspondants, sans être identiques, sont néanmoins très comparables.

Le groupe (P4) (valeurs observées), donne de même :

Catégorie	$\overline{\log P}$	Méd. log P	P_g	$\overline{P}$	Méd. P	Nombre de Binaires
[BV]	2,24	2,18	174 a.	192 a.	154 a.	48
[BV+BV'].	2,25	2,22	178 a.	196 a.	167 a.	67

Ici encore les résultats correspondants sont assez voisins.

TABLEAU 24

(1) Groupe	(2) Limites pour P	(3) Nombre de Binaires	(4)* $\overline{\text{Log. P}}$	(5)* Méd. log P	(6) P_g	(7) $\overline{P}$	(8) Méd. P	(9) Excentricité
(P1)	0 j. $<$ P $<$ 10 j. ...	187 (*o*)	0,52	0,55	3^j,33	4^j,14	3^j,52	$\bar{e} = 0,08$
(P2)	10 j. $\leqslant$ P $<$ 3 a. ..	142 (*o*)	1,78	1,59	60^j,3	169^j,5	39^j,2	$\bar{e} = 0,27$
(P3)	3 a. $\leqslant$ P $<$ 100 a...	123 (*o*)	1,44	1,54	27^a,8	38^a,6	34^a,4	$\bar{e} = 0,46$
(P4)	100 a. $\leqslant$ P $<$ 500 a.	67 (*o*) 90 (*h*)	2,25 2,48	2,22 2,52	178 a. 300 a.	196 a. 322 a.	167 a. 331 a.	$\bar{e} = 0,57$ $e_h = 0,64$
(P5)	500 a. $\leqslant$ P $<$ 1.000 a.	8 (*o*) 51 (*h*)	2,78 2,85	2,78 2,87	597 a. 708 a.	601 a. 721 a.	597 a. 741 a.	$\bar{e} = 0,61$ $e_h = 0,67$
(P6)	1.000 a. $\leqslant$ P $<$ 10.000 a.	5 (*o*) 46 (*h*)	3,32 3,31	3,31 3,29	2.078 a. 2.042 a.	2.387 a. 2.651 a.	2.044 a. 1.585 a.	$\bar{e} = 0,66$ $e_h = 0,76$
(P7)	10^4 a. $\leqslant$ P $<$ 10^5 a.	1 (*o*) 36 (*h*)	4,04 4,56	4,04 4,71	10.850 a. 36.300 a.	10.850 a. 44.500 a.	10.850 a. 52.200 a.	$\bar{e} = 0,96$
(P8)	P $>$ 10^5 a.....	59 (*h*)	6,11	6,10	$1,3 \times 10^6$ a.	$3,1 \times 10^6$ a.	$1,3 \times 10^6$ a.	

* En ce qui concerne $\overline{\log P}$ et la valeur médiane de log P, la période est supposée exprimée en jours pour les groupes (P1) et (P2), et en années pour les autres groupes.

Il semble donc que les groupes partiels de Binaires considérés aient des caractéristiques relativement stables en ce qui concerne la distribution des périodes orbitales.

N. 69. Remarque II. — Les valeurs hypothétiques des caractéristiques relatives au groupe (P4) sont nettement supérieures aux valeurs déduites des périodes observées. Il n'y a pas lieu de s'en étonner puisque Barbier a éliminé de sa liste les Binaires à période connue ; comme en majorité ces dernières possèdent les plus courtes périodes du groupe, les caractéristiques calculées à partir de ses chiffres sont forcément trop élevées.

EXCENTRICITÉS HYPOTHÉTIQUES

N. 70. — Des recherches ont également été faites en vue de déterminer les excentricités hypothétiques de Binaires Visuelles pour lesquelles il n'a pas été possible, en raison de la petitesse du mouvement relatif apparent, de déterminer des éléments orbitaux. H. N. Russell et D. Barbier, notamment, se sont intéressés à cette question.

N. 71. — H. N. Russell a cherché à déterminer l'excentricité orbitale moyenne des Binaires à très longue période en se basant sur une étude statistique de l'angle entre la ligne joignant les composantes et la tangente à l'orbite apparente. Il a trouvé pour l'excentricité une valeur moyenne légèrement plus grande que 0,6 en se basant sur 750 étoiles (R. 36).

Opérant ensuite sur un matériel plus étendu, Russell a trouvé une excentricité moyenne de 0,61 pour plus de 500 étoiles d'une période moyenne d'environ 2.000 ans, et 0,76 pour 800 autres étoiles d'une période moyenne de 5.000 ans (R. 37).

N. 72. — De son côté D. Barbier (R. 35) a cherché à déterminer une valeur hypothétique du carré de l'excentricité des couples en mouvement relatif lent pour lesquels il est possible de connaître :

$\frac{d\theta}{dt}$ dérivée première de l'angle de position θ par rapport au temps t,

ρ séparation apparente des composantes,

$\frac{d\rho}{dt}$ et $\frac{d^2\rho}{dt^2}$ dérivées première et seconde de ρ par rapport au temps.

(R. 36) H. N. Russell : *On the orbital eccentricity of Binary Stars of very long period* (P. A. XXX ; p. 167, 1922).

(R. 37) H. N. Russell, R. S. Dugan et J. Q. Stewart : *Astronomy* (Chap. XX, p. 694, 1927).

Il a effectué le calcul du carré de l'excentricité hypothétique pour 183 Binaires Visuelles dont les éléments étaient inconnus en 1934. Comme les orbites de 27 d'entre elles ont été déterminées depuis, il nous est possible de comparer, pour chacun de ces 27 couples la valeur observée du carré e^2 de l'excentricité à sa valeur hypothétique e_h^2. Nous avons, à cet effet, introduit les quantités Δe^2 définies par la formule :

$$\Delta e^2 = e^2 - e_h^2.$$

Nous trouvons d'abord pour ces 27 étoiles :

$$\overline{e^2} = 0{,}39 \pm 0{,}27 \qquad \text{d'où} \qquad \sqrt{\overline{e^2}} = 0{,}62\,;$$

$$\overline{e_h^2} = 0{,}50 \pm 0{,}31 \qquad \text{d'où} \qquad \sqrt{\overline{e_h^2}} = 0{,}71.$$

La moyenne arithmétique des 27 valeurs de l'excentricité déduites des observations serait d'ailleurs :

$$\bar{e} = 0{,}57\ *.$$

Si maintenant nous calculons, pour les 27 Binaires en question, les quantités Δe^2 définies plus haut, les résultats obtenus montrent que :

1° Au point de vue du signe, les 27 valeurs de Δe^2 se répartissent comme suit :

11 valeurs positives, 2 valeurs nulles et 14 valeurs négatives.

2° En ce qui concerne la valeur absolue, l'inégalité :

$$|\Delta e^2| < 0{,}15,$$

* La moyenne arithmétique $\bar{e} = 0{,}57$ des excentricités observées pour les 27 Binaires étudiées est nettement inférieure à la quantité $\sqrt{\overline{e^2}}$ égale à 0,62. Il n'y a pas lieu de s'en inquiéter ; on sait en effet que la moyenne d'ordre un, $\bar{e}$, est toujours inférieure à la moyenne d'ordre deux qui est précisément $\sqrt{\overline{e^2}}$.

On remarquera également que la moyenne arithmétique 0,57 des valeurs des 27 excentricités récemment déterminées est plus forte que l'ancienne moyenne générale relative aux Binaires Visuelles, soit 0,52 pour 116 BV (voir Tableau 20). Mais on constatera que, comme cela nous paraissait probable (voir N. 52), l'incorporation à cette moyenne générale d'un certain nombre de nouvelles valeurs de e, en moyenne supérieures à elle, n'altère pas sensiblement cette moyenne générale. La dernière valeur obtenue pour cette dernière est en effet égale à 0,52, pour un total de 192 Binaires Visuelles.

n'est réalisée que dans six cas ; on constate par contre l'existence de quatre fortes valeurs :

$$0{,}62\,;\quad 0{,}65\,;\quad 0{,}76\,;\quad 0{,}77\,;$$

toutes quatre correspondent à des valeurs négatives de Δe^2.

La répartition plus détaillée des 27 valeurs de $|\Delta e^2|$ est d'ailleurs donnée dans le petit Tableau ci-après :

$\lvert\Delta e^2\rvert$	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
Nombre	5	5	4	3	5	1	2	2	

On trouve en particulier :

$$\overline{\Delta e^2} = -0{,}11 \pm 0{,}38 \qquad \text{et} \qquad \overline{|\Delta e^2|} = 0{,}32 \pm 0{,}23.$$

Ainsi pour les 27 couples étudiés la valeur hypothétique de l'excentricité est en moyenne notablement supérieure à la valeur déduite des observations. Ce résultat est confirmé par les chiffres inscrits dans la colonne (9) du Tableau 24 dans laquelle nous avons porté, pour les divers groupes de Binaires définis au paragraphe N. 66, les valeurs $\bar{e}$ et e_h représentant respectivement :

$\bar{e}$, la moyenne des excentricités déduites des observations ;

e_h, la valeur moyenne de la racine carrée des valeurs hypothétiques e_h^2 figurant dans la liste de Barbier (R. 35, Appendice VI, pp. 80-81).

Les trois groupes (P4), (P5) et (P6) pour lesquels nous connaissons simultanément la valeur de $\bar{e}$ et celle de e_h, nous donnent en effet respectivement :

(P4) $\qquad \bar{e} - e_h = 0{,}57 - 0{,}64 = -0{,}07\,;$

(P5) $\qquad \bar{e} - e_h = 0{,}61 - 0{,}67 = -0{,}06\,;$

(P6) $\qquad \bar{e} - e_h = 0{,}66 - 0{,}76 = -0{,}10.$

N. 73. — Les valeurs hypothétiques de Russell (R. 36, R. 37 et N. 71) :

$\bar{e} = 0{,}61$ pour $\overline{P} \not\gtrless 2.000$ ans (500 BV),

$\bar{e} = 0{,}76$ pour $\overline{P} \not\gtrless 5.000$ ans (800 BV),

déduites de Binaires vraisemblablement à cheval, pour la première sur les

groupes (P4), (P5) et (P6), et pour la seconde sur les groupes (P6) et (P7), semblent, eu égard à la période moyenne, en meilleur accord avec les valeurs moyennes $\bar{e}$ déduites de l'observation. En les combinant ensemble on obtiendrait environ :

$$\bar{e} = 0{,}70 \qquad \text{pour} \qquad \overline{P} = 3.850 \text{ ans } (1.300 \text{ BV}),$$

résultat qui semble assez bien s'accorder avec la valeur obtenue en extrapolant *grosso modo* les valeurs de $\bar{e}$ figurant dans la colonne (9) du Tableau 24.

TROISIÈME PARTIE

SPECTRES DES PRIMAIRES RELATIONS SPECTRE-PÉRIODE ET SPECTRE-EXCENTRICITÉ

N. 74. Bibliographie. — Les renseignements bibliographiques donnés ci-dessous sont relatifs, non seulement à la répartition des primaires, des Binaires Spectroscopiques et Visuelles entre les diverses classes spectrales, mais aussi aux relations susceptibles d'exister entre spectres et périodes, ou entre spectres et excentricités, car ces questions sont intimement mêlées dans les diverses publications qui s'y rapportent. Parmi les auteurs qui se sont intéressés à ces questions, nous citerons :

(R. 38) F. Schlesinger and R. H. Baker : *A comparative Study of spectroscopic Binaries* (Publ. of the Allegheny Obs. I, nº 21, p. 157 ; 24 février 1910).

(R. 39) H. Ludendorff : *Zur Statistik der spektroskopischen Doppelsterne.* (A. N. Band 184, nº 4.415, p. 384 ; 28 février 1910).

(R. 40) W. W. Campbell : *Second Catalogue of Spectroscopic binary Stars* (L. O. B. 6, nº 181, pp. 17-43 ; 1910).

(R. 41) W. W. Campbell : *Stellar Motions* (pp. 255-261 ; juin 1913).

(R. 42) H. N. Russell : *Relations between the spectra and other characteristics ot the stars* (Publ. Astron. Soc. III, pp. 30-31 ; 1918).

(R. 43) R. G. Aitken : *The spectral classification of 3.919 visual binary Stars* (P. A. 26, p. 636 ; 1918).

(R. 44) R. G. Aitken : *The binary Stars* (pp. 198-201 ; 1918, 1re édition).

(R. 45) A. Beer : *Zur Charakterisierung der spektroskopischen Doppelsterne* (Ver. der Universitätssternwarte zu Berlin-Babelsberg, Band V, Heft 6, pp. 60-61, 87-93 ; 1927).

(R. 46) D. Barbier : *Les Étoiles doubles à longue période ; propriétés statistiques et valeurs hypothétiques de leurs éléments* (p. 38 et p. 44 ; 1935).

(R. 47) R. G. Aitken : *The Binary Stars* (pp. 210-213, 1935 ; 2e édition).

N. 75. — Nous donnons ci-dessous un bref résumé des résultats connus :

La répartition des Binaires entre les diverses classes spectrales est très différente suivant que ces étoiles doubles se rattachent à la catégorie des Binaires Spectroscopiques ou à celle des Binaires Visuelles.

Les Binaires Spectroscopiques appartiennent en majorité aux premiers types spectraux B ou A (57 %) ; le type M s'y rencontre rarement.

Dans la catégorie des Binaires Visuelles, il y a lieu avec H. N. Russell (R. 42) de distinguer entre les Binaires Visuelles proprement dites dont la période est connue, et les paires physiques dont la période fort longue n'a pu encore être déterminée.

Les Binaires Visuelles proprement dites sont surtout bien représentées dans la classe G (près de 50 %). On remarquera chez elles :

1° L'absence d'étoiles de types (O-B), les Binaires Visuelles de ces types étant trop serrées pour se prêter aux mesures micrométriques, absence qui contraste avec la fréquence relative de ces types dans la catégorie des doubles spectroscopiques ;

2° La rareté des étoiles de type M, les Binaires Visuelles de ce type ayant des périodes trop longues pour que leurs orbites aient déjà pu être déterminées.

En ce qui concerne les paires physiques, on observe la même pauvreté en étoiles B ou M, mais la classe spectrale la plus favorisée est la classe A (34 %), selon R. G. Aitken (R. 43).

N. 76. — En ce qui concerne la relation Spectre-Période, les résultats de W. W. Campbell (R. 40) paraissent montrer que la période des Binaires Spectroscopiques croît en moyenne quand on parcourt la série des spectres dans le sens B, A, F, G, K, M. Cet auteur trouve en effet que la proportion des Binaires Spectroscopiques dont la période est inférieure à dix jours est de $\frac{2}{3}$ pour les types (O-B), de $\frac{1}{2}$ pour le type A, $\frac{1}{2}$ pour le type F, alors qu'aucune Binaire Spectroscopique de type (G, K ou M) n'a une période inférieure à 20 jours.

Dans son livre *Stellar Motions* (R. 41), W. W. Cambpell écrit d'ailleurs : « Les Binaires Spectroscopiques des premiers types ont des périodes courtes et des orbites presque circulaires ; celles de types plus avancés ont des périodes relativement longues, et des orbites à excentricités fortes ».

Une telle opinion suppose non seulement la possibilité d'une relation Spectre-Période, mais aussi celle d'une relation Spectre-Excentricité. D'ailleurs après

avoir examiné également ce qui se passe pour la catégorie des Binaires Visuelles, Campbell conclut :

« La période de révolution d'un système binaire est en général une fonction du type spectral, et l'excentricité est en général une fonction de la période. » Il semble donc que l'excentricité devrait elle aussi être fonction du type spectral.

Afin de vérifier si, parmi les Binaires Spectroscopiques, la période croît réellement en moyenne quand le type spectral progresse de B vers M, R. G. Aitken (R. 44 et R. 47), a calculé les valeurs de la période et de l'excentricité moyennes pour les diverses classes spectrales. Réunissant alors les classes spectrales en deux groupes (B, A, F) et (G, K, M), il a trouvé que :

Les Binaires Spectroscopiques de types (B, A, F), ont des périodes moyennes nettement inférieures à celles des Binaires Spectroscopiques de types (G, K, M), mais dans aucun de ces deux groupes la période moyenne ne croît quand le type spectral avance.

R. G. Aitken a effectué les mêmes calculs pour la catégorie des Binaires Visuelles et a trouvé que celles-ci ne montrent qu'une faible évidence de corrélation entre période et spectre.

Cet auteur a ensuite considéré 51 Binaires Spectroscopiques, pour lesquelles, sans connaître la valeur exacte de la période, on sait seulement si elle est courte ou longue. En les classant d'après leur spectre, il trouve que le nombre des périodes courtes va en diminuant du type B vers le type M, alors que celui des périodes longues va en croissant de B vers (G-K) (R. 44).

N. 77. — Dans la première édition de son livre, *The Binary Stars* (R. 44), R. G. Aitken signale, relativement à la relation Spectre-Excentricité, que dans la catégorie des Binaires Visuelles, l'excentricité moyenne décroît quand le type spectral progresse de (A-F) vers (G-K). Dans la seconde édition (R. 47), cet auteur, opérant avec un matériel accru (116 BV au lieu de 68), trouve un résultat analogue, mais comme la décroissance de *e* est moins prononcée, il conclut que ce phénomène est vraisemblablement dû à la sélection. Les Binaires Spectroscopiques ne lui semblent pas présenter une telle variation.

Ajoutons pour compléter que D. Barbier (R. 46) qui a utilisé pour 183 Binaires Visuelles dont l'orbite n'était pas connue en 1934 des valeurs hypothétiques de la période et de l'excentricité, arrive aux conclusions suivantes :

1° Une corrélation est probable entre le logarithme de la période, log P, et le type spectral, en ce sens que log P paraît augmenter quand le type spectral progresse de B vers M (p. 44) ;

2° Abstraction faite des étoiles B, l'excentricité semble croître quand le type spectral progresse (à l'exclusion du type K), mais cette variation ne lui semble pas certaine (p. 38).

En résumé les divers auteurs paraissent d'accord quant à l'existence et la nature de la relation Spectre-Période, mais les avis sont partagés en ce qui concerne la relation Spectre-Excentricité.

N. 78. — Nous terminerons ce petit exposé bibliographique en rappelant que H. N. Russell (R. 42) et R. G. Aitken (R. 44 et R. 47), ont mis en évidence des causes de sélection quant aux spectres des Binaires tant spectroscopiques que visuelles, sur lesquelles nous reviendrons plus loin.

N. 79. — Dans les chapitres qui vont suivre, nous examinerons successivement :

La répartition des Spectres des primaires ;
La relation Spectre-Période ;
La relation Spectre-Excentricité.

CHAPITRE VI

SUR LES SPECTRES DES PRIMAIRES CHEZ LES BINAIRES VISUELLES ET SPECTROSCOPIQUES

N. 80. Objet du chapitre. Généralités. — Au cours de la présente étude, nous avons porté notre attention seulement sur le type spectral de l'étoile principale des systèmes doubles, en laissant délibérément de côté la comparaison des spectres des deux composantes, la classe spectrale du compagnon n'étant connue que dans un nombre beaucoup plus limité de cas.

Nous avons examiné séparément le cas des Binaires Spectroscopiques, puis celui des Binaires Visuelles, en nous limitant d'abord aux étoiles doubles dont les éléments ont été calculés. Mais comme le nombre des orbites déterminées est, surtout dans le cas des Binaires Visuelles, très petit par rapport au nombre total des couples observés, l'ensemble des Binaires à orbite connue ne fournit pas une bonne épreuve pour étudier la distribution des spectres des primaires pour la totalité des Binaires. La disproportion est certes moins grande dans le cas des doubles spectroscopiques, mais elle existe néanmoins.

Pour les Binaires Spectroscopiques, nous pouvons obtenir une meilleure épreuve en étudiant la répartition des spectres observés dans le cas d'une liste, aussi étendue que possible d'étoiles pour lesquelles une variation de la vitesse radiale a été reconnue avec quelque certitude, liste qui peut être dressée en se basant sur les diverses Tables qui constituent les deux Catalogues de J. H. Moore (R. 48 et R. 49). A condition de prendre quelques précautions,

---

(R. 48) J. H. Moore : *Third Catalogue of spectroscopic binary Stars* (L. O. B. 11, pp. 141-185 ; 1924).

(R. 49) J. H. Moore : *Fourth Catalogue of spectroscopic binary Stars* (L. O. B. 18, pp. 1-38 ; 1936).

le pourcentage des étoiles en mouvement orbital certain aura de grandes chances d'être relativement élevé.

De même dans le cas des Binaires Visuelles, une meilleure épreuve peut être obtenue par le dénombrement des spectres des primaires des 17.180 étoiles doubles réunies par R. G. Aitken dans son *New General Catalogue of double Stars within 120° of the North Pole* (R. 50). Il y a vraisemblablement un certain nombre de couples optiques parmi ces étoiles doubles, mais ceux-ci sont relativement rares, et leur élimination complète, difficile, voire même impossible, n'aurait qu'une influence négligeable sur les résultats obtenus.

N. 81. — Les types spectraux employés, copiés dans le Catalogue de R. G. Aitken pour les Binaires Visuelles, dans ceux de J. H. Moore pour les Binaires Spectroscopiques, sont en général, ceux du *Henry Draper Catalogue*, ou, à défaut, les spectres révisés (en anglais : « revised »).

Nous avons d'abord procédé au dénombrement des primaires appartenant aux différentes sous-classes spectrales de Harvard, et groupé les résultats obtenus dans le Tableau 25 dont les colonnes donnent successivement :

(1) la sous-classe spectrale de la primaire (H. D. C. ou « Revised ») ;

(2), (3), (4) et (5) le nombre de primaires de cette sous-classe trouvées respectivement :

(2) parmi les Binaires Spectroscopiques à orbite connue : n_s ;
(3) parmi les Binaires Spectroscopiques en général : n'_s ;
(4) parmi les Binaires Visuelles à orbite connue de catégorie [BV + BV'] : n_v ;
(5) parmi les doubles visuelles du Catalogue de R. G. Aitken : n'_v.

(R. 50) R. G. Aitken : *N. G. C.*, tomes I et II ; 1932.

TABLEAU 25

Spectres des primaires des Binaires Spectroscopiques et Visuelles (sous-classes spectrales).

(1) Sous-classe spectrale	(2) n_s	(3) n'_s	(4) n_v	(5) n'_v	(1) Sous-classe spectrale	(2) n_s	(3) n'_s	(4) n_v	(5) n'_v
0	7	26	—	14	F5	34	73	32	843
(B)	—	7	—	15	F7	1	1	—	—
B0	6	29	—	24	F8	15	25	21	778
B1	8	19	—	17	F9	—	2	—	—
B2	10	34	—	27	(G)	—	—	1	76
B3	33	164	1	97	G0	26	47	29	795
B5	13	92	—	79	G2	—	2	—	—
					G3	—	1	—	—
B8	16	59	1	189	G4	—	—	—	3
B9	8	52	1	382					
(A)	—	5	—	106	G5	17	45	18	999
A0	45	185	9	1.221	G8	—	1	—	—
A2	22	102	14	723	(K)	—	—	—	20
A3	14	46	7	345	K0	31	113	18	931
					K2	5	23	3	211
A5	15	55	4	272	K4	—	1	—	—
A8	—	4	—	—					
A9	—	1	—	—	K5	5	24	6	134
(F)	—	1	1	39	M	2	20	3	72
F0	13	54	14	565					
F1	—	2	1	—	Diverses	—	—	—	7
F2	4	28	7	361					
F3	—	1	—	—	Ensemble	350	1.345	191	9.345
F4	—	1	—	—					

N. 82. — Ensuite, afin de faciliter la comparaison de nos résultats avec ceux obtenus par R. G. Aitken (R. 47), nous avons condensé les différentes sous-classes spectrales en classes, conformément à la définition admise par cet auteur, et qui correspond sensiblement au Tableau 26 :

TABLEAU 26

Classe	Sous-classes
B	0 à B5
A	B6 à A4
F	A5 à F4
G	F5 à G4
K	G5 à K4
M	K5 à M6

Le nombre des primaires appartenant à chacune des classes spectrales ainsi définies est indiqué dans les colonnes (2), (4), (6) et (8) du Tableau 27, n_s, n'_s, n_v, n'_v ayant même signification que dans le Tableau 25, mais relativement aux classes B, A, F, G, K, M.

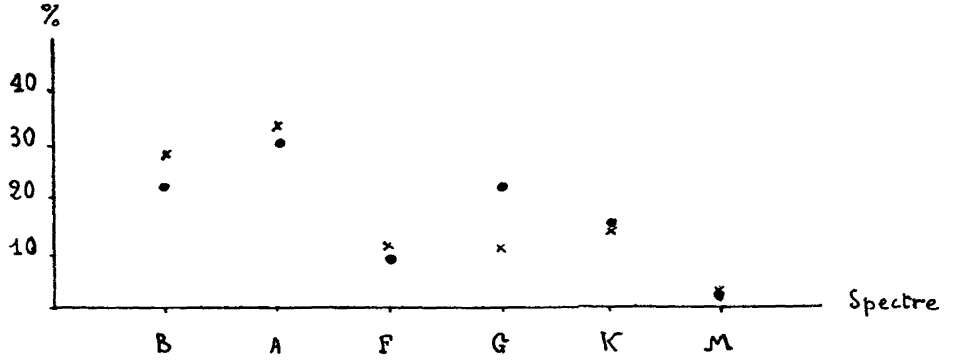


FIG. 7 *a*. — Cas des Binaires Spectroscopiques.

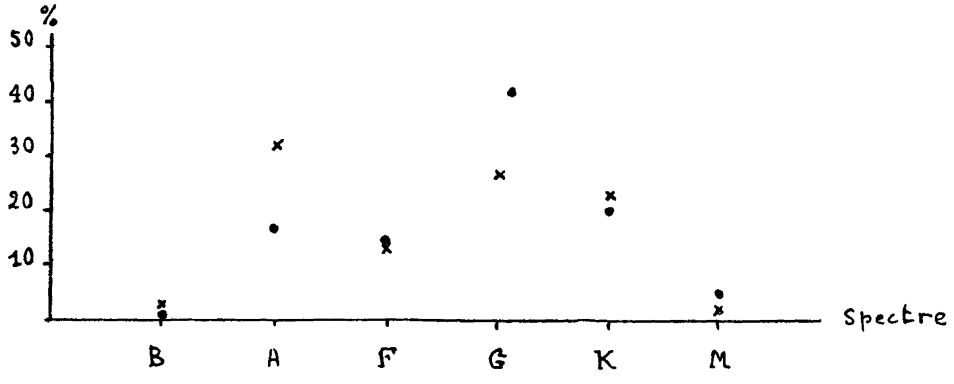


FIG. 7 *b*. — Cas des Binaires Visuelles.

FIG. 7 — Répartition des spectres des primaires chez les Binaires.
(·) Binaire à orbite connue ; (×) Cas général.

Les colonnes (3), (5), (7) et (9) donnent les pourcentages correspondants, c'est-à-dire les quantités :

$$100 \times \frac{n_s}{\Sigma n_s} ; \quad 100 \times \frac{n'_s}{\Sigma n'_s} ; \quad 100 \times \frac{n_v}{\Sigma n_v} \quad \text{et} \quad 100 \times \frac{n'_v}{\Sigma n'_v} \text{ respectivement.}$$

Enfin les résultats sont représentés graphiquement en portant en

abscisses les classes spectrales, et en ordonnées les pourcentages correspondants :

Pour les Binaires Spectroscopiques (cas général et cas où l'orbite est connue), dans le diagramme *a* de la figure 7.

Pour les Binaires Visuelles (cas général et cas où l'orbite est connue), dans le diagramme *b* de la figure 7.

TABLEAU 27

Spectres des primaires des Binaires Spectroscopiques et Visuelles (classes spectrales).

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
	BS A ORBITE		BS EN GÉNÉRAL		BV A ORBITE		BV EN GÉNÉRAL		AITKEN	
CLASSE SPECTRALE	n_s	%	n'_s	%	n_v	%	n'_v	%	Nombre	%
B	77	22	371	28	1	0,5	273	3	92	2
A	105	30	449	33	32	17	2.966	32	1.316	34
F	32	9	147	11	27	14	1.237	13	533	14
G	76	22	151	11	83	43,5	2.495	27	1.092	28
K	53	15	183	14	39	20	2.161	23	837	21
M	7	2	44	3	9	5	206	2	49	1
Diverses	—	—	—	—	—	—	7	0	—	—
Ensemble	350		1.345		191		9.345		3.919	

N. 83. — Nous allons maintenant donner quelques renseignements supplémentaires sur ces divers dénombrements, puis analyser et discuter les résultats obtenus, d'abord dans le cas des Binaires Spectroscopiques, puis dans celui des Binaires Visuelles.

CAS DES BINAIRES SPECTROSCOPIQUES

N. 84. I) Les éléments orbitaux sont connus. — La répartition des spectres des primaires des Binaires Spectroscopiques à orbite connue, porte sur 350 étoiles. Ce nombre correspond au nombre total des orbites retenues, soit 360 (voir N. 2), à condition :

1° De supprimer une fois 11 étoiles figurant comme primaires dans deux systèmes spectroscopiques différents :

n° 10 = 13 Cet (A), type G0
n° 43 = β Per (*ab*), type B8
n° 53 = λ Tau (*ab*), type B3
n° 86 = η Ori (A*ab*), type B1
n° 91 = VV Ori (*ab*), type B2
n° 106 = μ Ori (A), type A2
n° 128 = α_1 Gem, type AO
n° 168 = ξ UMa (A), type GO
n° 262 = 70 Oph (A), type KO
n° 328 = + 57°,2309 (*ab*), type B3
n° 341 = κ Peg (A), type F5

2° D'ajouter l'étoile n° 194 = B 3.544 de type F5 écartée plus haut en raison de l'incertitude de ses éléments.

En examinant les colonnes (1), (2), (3) du Tableau 27 et le diagramme *a* de la figure 7, on voit que :

Parmi les Binaires Spectroscopiques à orbite connue, le type spectral le plus fréquemment observé pour la primaire est le type A (30 % des cas) ; puis viennent successivement par ordre de fréquence décroissante les types B et G (22 %), puis K (15 %), F (9 %) et M (2 %).

Autrement dit, si nous convenons de classer les types spectraux dans l'ordre O, B, A, F, G, K, M, nous pouvons dire que :

Les primaires des Binaires Spectroscopiques à orbite connue sont plus fréquentes dans les premiers types spectraux, la fréquence étant maximum pour le type A.

Le Tableau 25 montre d'ailleurs que 7 d'entre ces primaires sont de type O (classification H. D. C.).

Sous une forme encore plus condensée, nous pouvons dire que : *52 % des primaires des Binaires Spectroscopiques à orbite connue, appartiennent aux types* B *ou* A.

N. 85. II) **Cas général.** — Comme nous l'avons observé plus haut, on peut se faire une idée plus juste de la répartition des spectres des Binaires Spectroscopiques, en se rapportant, non, comme nous venons de le faire, aux seuls couples à éléments calculés, mais à l'ensemble des Binaires Spectroscopiques connues. Nous avons à cet effet dressé une liste de 1.345 étoiles, dont la vitesse radiale a été trouvée variable, en utilisant les diverses Tables que renferment les troisième et quatrième Catalogues de Binaires Spectroscopiques de J. H. Moore (R. 48 et R. 49) :

1° La Table I du Catalogue III de Moore (pp. 143-163), qui renferme 1.054 étoiles, nous a fourni seulement 907 couples, car nous avons dû exclure les 145 autres, à savoir :

2 étoiles dont le spectre n'est pas connu ;

2 étoiles à spectre « variable » ;

39 céphéides ;

5 étoiles de type β CMa ;

101 autres étoiles écartées pour des raisons données ci-dessous.

Nous avons en effet cru devoir exclure :

a) Toutes les étoiles figurant dans la Table II du Catalogue IV (R. 49,

pp. 25-26), ces astres ayant une vitesse radiale variable, mais n'étant pas des Binaires ; c'est le cas notamment des céphéides, des étoiles de type β CMa et d'un certain nombre d'autres étoiles précédemment exclues (voir N. 2) ;

b) Toutes les étoiles figurant dans la Table III du Catalogue IV (pp. 29-37) pour lesquelles il est indiqué, soit que la vitesse radiale a été ultérieurement reconnue constante, soit que sa variation est douteuse, incertaine, ou insuffisamment établie.

2° La Table II du Catalogue III (pp. 163-165), qui renferme 71 étoiles dont la binarité était en 1924 considérée comme douteuse, nous a fourni seulement 40 Binaires, certaines étoiles ayant été écartées, les unes pour les mêmes raisons que précédemment, les autres parce qu'elles figurent déjà dans la Table III du Catalogue IV .

3° La Table I du Catalogue IV (pp. 5-16), qui contient les 375 Binaires Spectroscopiques à orbite connue, nous a fourni seulement 58 couples, ces derniers ayant été retenus parce qu'ils ne sont indiqués, ni dans les Tables I et II du troisième Catalogue, ni dans la Table III du quatrième.

4° Enfin la Table III du quatrième Catalogue de Moore (R. 49, pp. 29-38), qui renferme 447 étoiles, nous a fourni 340 couples, les 107 autres étoiles ayant été écartées, soit parce qu'elles figuraient déjà dans la Table I du troisième Catalogue, soit pour les motifs donnés plus haut.

La répartition des 1.345 couples ainsi retenus, entre les diverses sous-classes spectrales, est indiquée dans la colonne (3) du Tableau 25. Leur répartition plus condensée entre les classes B, A, F, G, K, M, définies au paragraphe N. 82 et les pourcentages correspondants, figurent dans les colonnes (4) et (5) du Tableau 27.

En examinant ces dernières et le diagramme *b* de la figure 7, on voit que : *Dans le cas des Binaires Spectroscopiques quelconques, le type spectral le plus fréquemment observé pour la primaire est le type* A (33 %) ; puis viennent successivement, par ordre de fréquence décroissante, les types B (28 %), K (14 %), F et G (11 %) et M (3 %).

La figure 7 *a* montre que, quand on passe du cas où les éléments sont connus au cas général, la proportion des primaires de types F, K et M change peu, mais celle des types B et A augmente légèrement, tandis que celle du type G diminue nettement.

Ici encore :

Les types B et A sont de beaucoup les plus fréquents (61 % des cas) ; par contre les primaires de type M sont relativement rares.

CAS DES BINAIRES VISUELLES

N. 86. I) **Les éléments orbitaux sont connus.** — La répartition des spectres des primaires parmi les Binaires Visuelles à orbite connue porte sur 191 étoiles. Ce nombre correspond au nombre total des orbites retenues au paragraphe N. 1, soit 192, à condition :

1° De supprimer 3 étoiles figurant comme primaires dans deux systèmes visuels différents :

A 6.650 de type GO, A 6.993 de type F8 et A 8.119 de type GO.

2° De supprimer 2 étoiles dont le spectre n'est pas connu :

A 8.048 = Aitken 676 (BC) et A 9.352 = Hu 575.

3° D'ajouter 4 étoiles écartées en raison de l'incertitude de leur période :

A 1.123 de type FO, A 2.200 de type FO, A 9.744 de type A2
et A 16.538 de type G5.

En examinant les colonnes (1), (6) et (7) du Tableau 27 et le diagramme *b* de la figure 7, on voit que :

Parmi les Binaires Visuelles à orbite connue, le type spectral le plus fréquemment observé pour la primaire est le type G (43,5 % des cas) ; viennent ensuite, successivement, par ordre de fréquence décroissante, les types K (20 %), A (17 %), F (14 %) et M (5 %) ;

Le type B n'est représenté que par une seule étoile de sous-classe B3.

Autrement dit :

Les primaires des Binaires Visuelles à orbite connue sont relativement rares parmi les types extrêmes (B et M) ; leur fréquence est maxima dans le type G (43,5 %) ; l'essentiel de la distribution étant réparti entre les types A, F, G, K.

N. 87. II) **Cas plus général.** — Comme nous l'avons observé plus haut, on peut se faire une idée plus juste de la répartition des Binaires Visuelles entre les divers types spectraux, en se rapportant, non comme nous venons de le faire, aux seuls couples à éléments calculés, mais par exemple à l'ensemble des 9.345 Binaires Visuelles dont le spectre est connu sur les 17.180 étoiles doubles réunies par R. G. Aitken dans son *New General Catalogue* (1932).

La répartition de ces 9.345 couples entre les diverses sous-classes de Harvard, est indiquée dans la colonne (5) du Tableau 25. Leur distribution sous forme plus condensée entre les classes B, A, F, G, K, M, définies au paragraphe N. 82 et les pourcentages correspondants figurent dans les colonnes (8) et (9) du Tableau 27. En examinant ces dernières et le diagramme *b* de la figure 7, on voit que :

Pour l'ensemble des Binaires Visuelles à spectre connu, figurant dans le Catalogue d'Aitken, *le type spectral le plus fréquemment observé est le type* A (32 % des cas), puis viennent successivement, par ordre de fréquence décroissante, les types G (27 %), K (23 %), F (13 %), B (3 %) et M (2 %).

N. 88. Discussion. — Le nombre des primaires appartenant aux types extrêmes B et M est relativement petit, dans le cas général comme dans celui des Binaires Visuelles à orbite connue ; les proportions de systèmes de classe F et de classe K sont voisines dans les deux cas ; mais par contre le type spectral le plus fréquemment observé dans le cas général, est le type A et non le type G comme dans celui des doubles visuelles à éléments déterminés.

Les pourcentages trouvés sont en effet pour le cas restreint et le cas général respectivement :

0,5 et 3 % pour le type B ; 5 et 2 % pour le type M ;
14 et 13 % pour le type F ; 20 et 23 % pour le type K ;
17 et 32 % pour le type A ; 43,5 et 27 % pour le type G.

Les différences observées relativement aux spectres A et G pourraient surprendre. Mais les résultats inscrits dans les colonnes (8) et (9) du Tableau 27 sont en très bon accord avec ceux obtenus par R. G. Aitken au cours d'une étude portant sur les spectres de 3.919 Binaires Visuelles (R. 43). Pour permettre au lecteur d'en juger, nous avons indiqué dans les colonnes (10) et (11) du Tableau 27 les nombres et les pourcentages de R. G. Aitken correspondant aux nôtres *. Les colonnes (9) et (11) du Tableau 27, manifestent une concordance évidente. Le fait que, dans le cas général, la classe spectrale le plus fréquemment observée est la classe A, est d'ailleurs en accord avec le résultat de

* Les nombres relatifs aux types B et A, et indiqués dans les colonnes (10) et (11) du Tableau 27 ne sont pas identiques à ceux de la Table II d'Aitken, parce que nous avons dû tenir compte de ce que la sous-classe B8 a été rattachée par lui à la classe B, et non à la classe A, comme nous l'avons fait.

H. N. Russell (R. 42) signalé au paragraphe N. 75, puisque les spectres dénombrés dans le cas général sont en majorité ceux des primaires de couples physiques.

N. 89. Conclusion. — La distribution observée pour les spectres des primaires n'est pas la même dans le cas des Binaires Visuelles et dans celui des Binaires Spectroscopiques.

A) *Dans le cas des Binaires à orbite connue : Le type spectral le plus fréquemment observé est le type* A *pour les Binaires Spectroscopiques, et le type* G *pour les Binaires Visuelles ; le type* B, *bien représenté parmi les systèmes spectroscopiques, est par contre relativement très rare parmi les couples visuels.*

Si nous représentons toujours la série des spectres par la suite :

O, B, A, F, G, K, M,

nous pouvons dire que :

Quand on passe des Binaires Spectroscopiques aux Binaires Visuelles, les spectres des primaires ont une certaine tendance à progresser dans l'ensemble de la gauche vers la droite, autrement dit *des premiers types vers les derniers.*

B) *Dans le cas général :*

Le type spectral le plus fréquemment observé est le type A *pour les Binaires Spectroscopiques comme pour les Binaires Visuelles ; le type* B, *bien représenté parmi les systèmes spectroscopiques, est par contre très rare parmi les systèmes visuels ;* enfin la proportion des types G et K est environ deux fois plus faible dans le cas des Binaires Spectroscopiques que dans celui des Binaires Visuelles.

Aussi, bien que le type A soit le plus fréquent pour les deux catégories de Binaires, nous pouvons encore dire que :

Dans le cas général, le type spectral des primaires progresse dans l'ensemble des premiers types vers les derniers, quand on passe des Binaires Spectroscopiques aux Binaires Visuelles.

N. 90. Remarque. — Les conclusions formulées ci-dessus correspondent à la répartition des Binaires entre les divers types spectraux, telle qu'on l'observe ; elle diffère probablement quelque peu de la répartition réelle, car il faut compter avec l'influence de la sélection. (Voir N. 48.)

En ce qui concerne les Binaires Spectroscopiques, H. N. Russell (R. 42) et R. G. Aitken (R. 44) rappellent que les spectres des étoiles des derniers types

contiennent en général des raies plus nombreuses et mieux définies que celles des spectres des étoiles B. Par suite une étoile possédant une variation de vitesse radiale de faible amplitude aura plus de chance d'échapper à l'attention des observateurs si elle est de type B que si elle appartient aux classes G ou K. D'où une diminution du pourcentage en étoiles B parmi les doubles spectroscopiques qui n'explique évidemment pas la forte proportion d'étoiles B observée.

De même en ce qui concerne les Binaires Visuelles (voir R. G. Aitken, R. 44, p. 200), si l'on admet que les étoiles B et les étoiles brillantes de classe M sont très éloignées de nous, certains systèmes appartenant à ces classes risqueront de ne pas être dédoublés, tout en ayant des périodes de l'ordre de celles actuellement connues. D'où une diminution du pourcentage en étoiles de types B et M parmi les Binaires Visuelles. La faible proportion de types B et M observée parmi ces dernières pourrait peut-être, dans une certaine mesure, s'expliquer ainsi.

N. 91. — Nous chercherons maintenant si les données actuelles militent en faveur de l'existence d'une relation Spectre-Période, et d'une relation Spectre-Excentricité. Nous essayerons de plus de trouver la nature de ces relations et d'apprécier l'intensité de ces liaisons par l'emploi du coefficient de contingence.

CHAPITRE VII

RELATION (SPECTRE-PÉRIODE)

Afin de mettre en évidence la liaison entre spectres et périodes, et d'en apprécier l'intensité, nous examinerons successivement les points suivants :

I. — Existence d'une relation (Spectre-Période).

II. — Intensité de la liaison entre spectres et périodes.

III. — Influence de la nature du type spectral sur la valeur moyenne de la période.

IV. — Influence de la nature du type spectral sur la valeur médiane de la période.

V. — Influence de la sélection sur la nature de la relation observée entre spectres et périodes.

I. — EXISTENCE D'UNE RELATION (SPECTRE-PÉRIODE)

Comme précédemment nous étudierons successivement le cas des Binaires Spectroscopiques, celui des Binaires Visuelles, puis celui de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

Cas des Binaires Spectroscopiques.

N. 92. — Afin de reconnaître si le matériel actuel confirme l'existence d'une relation entre spectres et périodes parmi les Binaires Spectroscopiques, nous avons dressé le Tableau à double entrée 28, destiné à indiquer le nombre n_{ij} de Binaires Spectroscopiques de spectre donné i, dont la période tombe entre certaines limites définissant un groupe j de périodes ; les spectres sont inscrits dans la première ligne, les limites des périodes dans la première colonne ; la

dernière ligne et la dernière colonne fournissent, suivant l'usage, les distributions marginales correspondantes, à savoir :

$n_{i|}$ est le nombre total de Binaires Spectroscopiques de spectre (i) ;
$n_{|j}$ est le nombre total de Binaires Spectroscopiques tombant dans le groupe de périodes (j).

TABLEAU 28

Relation entre spectres et périodes chez les Binaires Spectroscopiques.

Spectres / Périodes	B	A	F	G	K	M	$n_{\|j}$
0 j- 5 j	39	49	19	20	3	1	131
5 j- 10 j	14	23	2	11	6	—	56
10 j- 20 j	10	16	3	11	5	—	45
20 j- 50 j	6	7	6	5	5	1	30
50 j-100 j	3	4	—	5	2	—	14
100 j- 1 a	6	4	3	6	9	2	30
1 a- 3 a	1	1	—	4	13	2	21
3 a- 10 a	2	1	—	4	6	1	14
> 10 ans	—	3	—	11	5	—	19
$n_{i\|}$	81	108	33	77	54	7	360

Nous n'insisterons pas sur les distributions marginales représentées par la colonne des $n_{|j}$ et par la ligne des $n_{i|}$; elles nous permettraient, comme il se doit, de retrouver les résultats respectivement obtenus en étudiant la répartition propre des périodes et celles des spectres.

Le Tableau à double entrée 28 peut, par contre, nous permettre d'arriver à de nouvelles conclusions, à condition de chercher :

D'une part quel est le groupe de périodes « le plus favorisé » (p) pour chaque classe spectrale, c'est-à-dire le groupe de périodes le plus riche en Binaires Spectroscopiques d'un spectre donné ;

Et, d'autre part, quel est le « spectre dominant »* (s) dans chaque groupe de périodes, c'est-à-dire le spectre le plus fréquemment observé, parmi les Binaires Spectroscopiques se rattachant à un groupe de périodes donné.

* Le mot « dominant », dont la signification se comprend aisément, a été introduit pour rappeler l'analogie avec l'expression « valeur dominante », employée en Statistique pour designer la valeur de la variable qui se présente le plus fréquemment.

Il s'agit simplement de noter, dans le premier cas, la valeur (p) de j qui correspond au nombre $n_{i|j}$ maximum dans la colonne (i), et dans le second cas la valeur s de i qui rend maximum le nombre $n_{i|j}$ dans la ligne de rang j.

Un examen attentif des lignes successives du Tableau 28 nous montre en effet que le groupe de périodes « le plus favorisé » varie avec le spectre considéré ; de même le « spectre dominant » n'est pas le même pour les divers groupes de périodes, la nature de ce spectre « dominant » étant pour ainsi dire fonction de la valeur de la période.

N. 93. — Examinons d'abord comment les Binaires Spectroscopiques de chacune des classes spectrales se répartissent entre les divers groupes de périodes considérés, c'est-à-dire comment les $n_{i|j}$ du Tableau 28 varient le long de chacune des colonnes. Nous voyons que :

Les périodes des Binaires Spectroscopiques de types B, A et F sont beaucoup plus fréquentes entre 0 et 5 jours que dans les autres groupes de périodes considérés.

D'une manière plus précise :

48 % des BS de type B
45 % des BS de type A } ont leur période comprise entre 0 et 5 jours.
58 % des BS de type F

La proportion des périodes inférieures à 20 jours est encore beaucoup plus considérable puisque :

77 % des BS de type B
81 % des BS de type A } ont leur période comprise entre 0 et 20 jours.
73 % des BS de type F

Il est à remarquer que les pourcentages ne vont ni en croissant, ni en décroissant dans le sens B, A, F.

En ce qui concerne les BS de type G, le groupe de périodes « le plus favorisé » est encore (0-5 jours), mais il ne renferme plus que 26 % de ces Binaires. On verrait de même que :

54 % des BS de type G ont une période comprise entre 0 et 20 jours ;
10 % des BS de type G ont une période supérieure à 10 ans.

La proportion des petites périodes paraît donc avoir tendance à diminuer quand on passe des Binaires Spectroscopiques de types B, A ou F à celles de type G. Ce phénomène est encore plus net pour les BS des derniers types K et M : le pourcentage en périodes inférieures à 5 jours n'y est plus que de 6 et 14 % respectivement. Le groupe de périodes « le plus favorisé » se déplace par suite vers les périodes plus longues : il correspond aux limites (1-3 ans) pour le type K ; par ailleurs 5 sur les 8 BS de type M ont une période comprise entre 100 jours et 10 ans. Le Tableau 28 montre encore que :

32 % des BS de type G
61 % des BS de type K } ont leur période supérieure à 100 jours.
71 % des BS de type M

La proportion de périodes supérieures à 100 jours paraît donc augmenter quand on parcourt les spectres dans le sens G, K, M.

N. 94. — Réunissons maintenant les types spectraux en deux groupes (B, A, F) et (G, K, M) ; les résultats du paragraphe précédent peuvent alors s'exprimer comme suit :

1° Les BS des premiers types (B, A, F) ont une préférence marquée pour les petites périodes ($P < 20$ jours), sans qu'il y ait progression ou rétrogression régulière du pourcentage dans le sens B, A, F ;

2° Les BS des derniers types (G, K, M) ont par contre une préférence marquée pour les périodes plus longues ($P > 100$ jours) ; de plus la proportion de ces dernières va en croissant dans le sens G, K, M.

En conséquence :

3° La proportion des petites périodes a tendance à diminuer quand on passe des BS de types (B, A, F) à celles de types (G, K, M).

4° Le groupe de périodes « le plus favorisé », localisé dans les petites périodes ($P < 5$ jours) pour les BS de types (B, A, F) et même G se déplace vers les périodes plus longues pour les BS des derniers types K et M.

La différence de répartition des périodes parmi les BS appartenant aux deux groupes spectraux envisagés peut d'ailleurs se mettre pour ainsi dire numériquement en évidence, en comparant par exemple les nombres de BS des groupes (B, A, F) et (G, K, M) ayant une période inférieure ou supérieure à 50 jours, et les pourcentages correspondants. Les résultats sont groupés dans le petit Tableau 29.

TABLEAU 29

PÉRIODES	(B, A, F)		(G, K, M)	
	Nombre	%	Nombre	%
P < 50 j	194	87	68	49
P > 50 j	28	13	70	51

On voit que :

Il y a sensiblement le même nombre de BS de types (G, K, M) dont la période est soit inférieure, soit supérieure à 50 jours ; par contre, 87 % des BS de types (B, A, F) ont une période inférieure à 50 jours, alors que 13 % seulement de ces dernières possèdent une période supérieure à 50 jours.

N. 95. — Avant de continuer l'étude en cours, et, pour faciliter notre exposition, nous allons déduire du Tableau 28 un nouveau Tableau 30 renfermant la plupart des résultats que nous devrons traduire en langage courant.

Les têtes de lignes de ce Tableau sont les mêmes que celles du Tableau 28; quant aux colonnes elles donnent successivement pour chaque groupe (j) de périodes :

(1) Les limites du groupe (j) de périodes ;

(2) La nature du « spectre dominant » (s) ;

(3) Le pourcentage relatif à (s), c'est-à-dire le produit par cent du rapport $\frac{n_{s|j}}{n_{|j}}$ du nombre $n_{s|j}$ de BS du groupe dont le spectre est le spectre dominant (s), au nombre total $n_{|j}$ de BS du groupe (j) ;

(4) Le nombre de BS de types (B, A), c'est-à-dire $(n_{B|j} + n_{A|j})$;

(5) Le nombre de BS de types (G, K), c'est-à-dire $(n_{G|j} + n_{K|j})$;

(6) et (7) Les pourcentages correspondants à (4) et (5), c'est-à-dire les produits par cent des rapports :

$$\frac{n_{B|j} + n_{A|j}}{n_{|j}} \text{ et } \frac{n_{G|j} + n_{K|j}}{n_{,j}} ;$$

(8) Le nombre de BS de types (B, A, F), c'est-à-dire $(n_{B|j} + n_{A|j} + n_{F|j})$;

(9) Le nombre de BS de types (G, K ,M), c'est-à-dire $(n_{G|j} + n_{K|j} + n_{M|j})$;

(10) et (11) Les pourcentages correspondants à (8) et (9), c'est-à-dire les produits par cent des rapports :

$$\frac{n_{B|j} + n_{A|j} + n_{F|j}}{n_{|j}} \quad \text{et} \quad \frac{n_{G|j} + n_{K|j} + n_{M|j}}{n_{,j}} ;$$

(12) Le nombre total $n_{|j}$ de BS du groupe (j).

TABLEAU AUXILIAIRE 30

Relation entre spectres et périodes (cas des Binaires Spectroscopiques).

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
LIMITES DU GROUPE	SPECTRE DOMINANT (S)		NOMBRE DE BS		POURCENTAGE EN BS		NOMBRE DE BS		POURCENTAGE EN BS		
DE PÉRIODES	Classe	%	(B, A)	(G, K)	(B, A)	(G, K)	(B A, F)	(G, K, M)	(B, A, F)	(G, K, M)	n_{ij}
0 j- 5 j	A	37	88	23	67	17	107	24	82	18	131
5 j- 10-j	A	41	37	17	66	31	39	17	70	30	56
10 j- 20 j	A	36	26	16	58	36	29	16	64	36	45
20 j- 50 j	A	23	13	10	43	34	19	11	63	37	30
50 j-100 j	G	36	7	7	50	50	7	7	50	50	14
100 j- 1 a.....	K	30	10	15	33	50	13	17	43	57	30
1 a- 3 a.....	K	62	2	17	10	81	2	19	9,5	90,5	21
3 a- 10 a.....	K	43	3	10	21	72	3	11	21	79	14
$\geqslant$ 10 ans	G	58	3	16	16	84	3	16	16	84	19
TOTAL			189	131			222	138			360

N. 96. — Examinons maintenant comment les BS de chacun des groupes de périodes se répartissent entre les diverses classes spectrales, c'est-à-dire comment les nombres n_{ij} varient le long des lignes successives du Tableau 28.

La colonne (2) du Tableau auxiliaire 30 nous montre d'abord que : Parmi les Binaires Spectroscopiques à orbite connue, « le Spectre dominant » est :

Le spectre A quand $P < 50$ jours ;
Le spectre G quand $50 \text{ j} \leqslant P < 100$ jours ;
Le spectre K quand $100 \text{ j} \leqslant P < 10$ ans ;
Le spectre G quand $P \geqslant 10$ ans.

La colonne (3) permet d'apprécier la fréquence relative du « Spectre dominant ».

Les colonnes (6) et (7) du Tableau 30 mettent en évidence quelques autres particularités, savoir :

Les périodes inférieures à 20 jours sont en majorité associées à des spectres B ou A ;

Les BS dont les périodes sont comprises entre 50 et 100 jours se partagent également entre les spectres (B, A) et (G, K) ;

Les périodes supérieures à 100 jours sont en majorité associées à des spectres G ou K.

En particulier :

$\frac{2}{3}$ environ des BS dont la période est inférieure à 20 jours sont de spectres B ou A ;

$\frac{3}{4}$ environ des BS dont la période est supérieure à un an sont de spectres G ou K.

N. 97. — Nous avons vu au paragraphe N. 94, que la distribution des valeurs de la période paraît en gros différente suivant qu'on s'occupe des BS de types (B, A, F) ou de celles de types (G, K, M). Ceci nous conduit à chercher comment les BS de ces deux groupes spectraux se répartissent entre les divers groupes de périodes envisagés dans le Tableau 28 ; c'est l'objet des colonnes (8) à (11) du Tableau 30.

La colonne (10) montre en particulier que :

Le pourcentage en BS de types (B, A, F) est très fort dans les groupes à petites périodes :

$$82\ \%\ \text{pour}\ 0\ j < P < 5\ \text{jours} ;$$
$$70\ \%\ \text{pour}\ 5\ j \leqslant P < 10\ \text{jours}.$$

Il tombe ensuite à 64 et 63 % pour les groupes (10-20 jours) et (20-50 jours) respectivement, puis à 50 % pour P compris entre 50 et 100 jours ; il continue ensuite à décroître à mesure que la période croît, si l'on excepte le groupe (1 an-3 ans).

Le pourcentage en BS de types (G, K, M), complémentaire du précédent, varie en sens inverse ; faible pour les courtes périodes, il augmente avec la période, en exceptant toujours le groupe (1 an-3 ans). De 50 % quand $50^j \leqslant P < 100^j$, il est de 57 % quand $100^j \leqslant P <$ 1 an et est très fort pour les trois derniers groupes de périodes :

$$90{,}5\ \%\ \text{pour}\ 1\ \text{an} \leqslant P < 3\ \text{ans} ;$$
$$79\ \%\ \text{pour}\ 3\ \text{ans} \leqslant P < 10\ \text{ans} ;$$
$$84\ \%\ \text{pour}\ P \geqslant 10\ \text{ans}.$$

N. 98. Conclusions. — En ce qui concerne la relation (Spectre-Période)

parmi les Binaires Spectroscopiques nous pouvons formuler les conclusions suivantes :

I. — *Il ne semble pas que la période des BS croisse en moyenne quand on parcourt la série des spectres dans le sens :*

B, A, F, G, K, M,

comme paraissaient le montrer les résultats obtenus en 1910 par W. W. Campbell (R. 40) ; néanmoins, quand on se limite aux classes spectrales G, K, M, la proportion des longues périodes va en croissant dans le sens G, K, M.

II. — Il semble toutefois exister une relation entre spectres et périodes en ce sens que :

Les spectres du groupe spectral (B, A, F), *sont de préférence associés aux petites périodes orbitales ; au contraire, ceux du second groupe spectral* (G, K, M) *sont de préférence associés aux périodes plus longues.*

De plus :

La proportion des BS de types (B, A, F) *et celle des BS de types* (G, K, M), *dans les groupes de périodes successifs, vont, la première en décroissant régulièrement, la seconde en croissant régulièrement quand la période croît* (à une exception près).

Remarque. — La pauvreté relative en Binaires Spectroscopiques des derniers groupes de périodes est surtout due à la sélection. (Voir N. 48.)

Cas des Binaires Visuelles.

N. 99. — Afin de reconnaître si l'existence d'une relation (Spectre-Période) chez les Binaires Visuelles est confirmée ou non par le matériel actuel, nous avons, comme dans le cas des Binaires Spectroscopiques, dressé un Tableau à double entrée 31, destiné à indiquer le nombre n_{ij}, de Binaires Visuelles de spectre donné (i), dont la période tombe entre certaines limites définissant un groupe (j) de périodes ; les spectres sont inscrits dans la première ligne, les limites des périodes dans la première colonne ; comme dans le cas des Binaires Spectroscopiques, la dernière ligne et la dernière colonne fournissent les distributions marginales correspondantes. Vu la pauvreté du matériel, le dénombrement a été effectué dans le cas de la catégorie [BV + BV'] qui renferme, outre

---

(R. 40) W. W. Campbell : *Second Catalogue of Spectroscopic Binary Stars* (L. O. B. 6, p. 38 ; 1910).

les orbites certaines, 41 autres trajectoires dont les éléments sont plus douteux, soit au total 190 orbites au lieu de 192, les spectres de deux des Binaires n'étant pas connus.

TABLEAU 31

Relation entre spectres et périodes chez les Binaires Visuelles (catégorie [BV+BV']).

Sp. / Périodes	B	A	F	G	K	M	n_{ij}
0 a- 50 a	—	10	7	37	13	5	72
50 a- 100 a	—	7	6	18	6	—	37
100 a- 200 a	1	6	6	16	12	1	42
200 a- 300 a	—	4	2	3	5	1	15
300 a- 700 a	—	3	4	7	2	2	18
700 a-1.100 a	—	—	—	—	—	—	—
≧ 1.100 ans	—	1	—	5	—	—	6
n_{i1}	1	31	25	86	38	9	190

Nous n'insisterons pas sur les distributions marginales représentées par la colonne des n_{1j} et par la ligne des n_{i1} ; elles nous permettraient évidemment de retrouver les résultats respectivement obtenus en étudiant la répartition propre des périodes et celles des spectres. Par contre, en considérant la variation des $n_{i|j}$ le long des colonnes ou des lignes du Tableau 31, nous pourrons être conduits à de nouveaux résultats.

N. 100. — Examinons d'abord comment les Binaires Visuelles de chacune des classes spectrales envisagées se répartissent entre les divers groupes de périodes, c'est-à-dire comment les $n_{i|j}$ du Tableau 31 varient dans les colonnes successives. Nous constatons que, sauf pour le type B, représenté par une seule étoile, le nombre $n_{i|j}$ de BV de chacune des classes spectrales est maximum pour le premier groupe de périodes (0-50 ans), il va ensuite en gros en décroissant pour les groupes successifs à mesure que la période croît (à une exception près pour le type K).

Cette décroissance des $n_{i|j}$ dans chacune des colonnes quand P croît, ne présente pas grand intérêt, car elle est certainement en grande partie due à la sélection. Le Tableau 31 provient en effet uniquement du dénombrement des Binaires Visuelles à orbite connue, or les éléments ont surtout été calculés jusqu'à ce jour pour les Binaires ayant des périodes relativement peu longues,

les mesures micrométriques portant sur un laps de temps trop court (au maximum un siècle et demi), pour qu'il puisse en être autrement.

N. 101. — Il faudrait maintenant chercher comment les Binaires Visuelles de chacun des groupes de périodes se répartissent entre les diverses classes spectrales, c'est-à-dire comment les n_{ij} du Tableau 31 varient dans une même ligne. Pour plus de facilité, nous déduirons du Tableau 31, un Tableau 32 analogue au Tableau 30 relatif aux Binaires Spectroscopiques (voir N. 95). Les têtes de colonnes sont les mêmes, et ont même signification, sauf en ce qui concerne les colonnes (4) et (6) ; celles-ci donnent dans le Tableau 32 le nombre de Binaires et le pourcentage du groupe de périodes (j) en spectres (A ou F) au lieu de (B ou A) comme dans le Tableau 30 ; cette modification a été introduite parce que les Binaires Visuelles, à la différence des Binaires Spectroscopiques, ne renferment qu'une seule étoile B, alors que le type F y est largement représenté.

TABLEAU AUXILIAIRE 32

Relation entre spectres et périodes (cas des Binaires Visuelles [BV+BV']).

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
LIMITES DU GROUPE	SPECTRE DOMINANT		NOMBRE DE BV		POURCENTAGE EN BV		NOMBRE DE BV		POURCENTAGE EN BV		
DE PERIODES	Classe	%	(A, F)	(G, K)	(A, F)	(G, K)	(B,A,F)	(G,K,M)	(B,A,F)	(G,K,M)	n_{ij}
0 a- 50 a	G	51	17	50	24	69,5	17	55	24	76	72
50 a- 100 a	G	49	13	24	35	65	13	24	35	65	37
100 a- 200 a	G	38	12	28	29	67	13	29	31	69	42
200 a- 300 a	K	33	6	8	40	53	6	9	40	60	15
300 a- 700 a	G	39	7	9	39	50	7	11	39	61	18
700 a-1.100 a	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
≧ 1.100 ans	G	83	1	5	17	83	1	5	17	83	6
TOTAL			56	124			57	133			190

N. 102. — Les colonnes (2) et (3) du Tableau 32 montrent que :

Le type spectral le plus fréquemment observé est le type G pour tous les groupes de périodes, sauf pour le groupe (200-300 ans), pour lequel K est le « Spectre dominant ».

La comparaison des colonnes (6) et (7) montre ensuite que :

Pour tous les groupes de périodes, les spectres (G ou K) se présentent beaucoup plus fréquemment que les spectres (A ou F).

Enfin les colonnes (10) et (11) nous permettent d'affirmer que :

Dans tous les groupes de périodes, la proportion de BV de types (G, K, M)

est beaucoup plus grande que celle de BV appartenant au groupe spectral complémentaire (B, A, F).

Et, sauf pour le groupe de périodes ($P \geqslant 1.100$ ans) qui ne renferme que six étoiles, la proportion de BV appartenant au groupe spectral (G, K, M), qui est de 76 % pour P compris entre 0 et 50 ans paraît en gros décroître lentement quand on parcourt les groupes successifs de périodes (ces dernières allant alors en croissant), mais cette proportion ne descend pas en dessous de 60 %.

La proportion de BV appartenant au groupe spectral (B, A, F), complémentaire de la précédente, aurait, en gros, tendance à augmenter lentement, mais sans dépasser 40 % [en exceptant ici encore le groupe de périodes ($P \geqslant 1.100$ ans)].

N. 103. Conclusion. — Les paragraphes N. 92 et N. 102 peuvent se résumer comme suit :

Parmi les Binaires Spectroscopiques, le spectre le plus fréquemment observé, ou « spectre dominant », est le spectre A pour les petites périodes ($P < 50$ jours) et les spectres G ou K pour les périodes plus longues que 50 jours.

Le groupe spectral (B, A, F) y domine parmi les petites périodes ($P < 50$ jours), le groupe spectral (G, K, M) parmi les périodes plus longues que 100 jours ; entre 50 et 100 jours ces deux groupes spectraux sont également représentés.

Parmi les Binaires Visuelles, « le spectre dominant » est toujours G ou K, et le groupe spectral dominant est (G, K, M) quelle que soit la période moyenne du groupe de périodes considéré.

La différence d'attitude entre les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles relativement à la relation Spectre-Période, peut être présentée d'une manière encore plus nette :

Dans le cas des Binaires Spectroscopiques :

Le pourcentage en étoiles de spectres (B, A, F), fort dans les groupes à petites périodes ($P < 50$ jours), va nettement en diminuant quand la période croît ;

Le pourcentage en étoiles de spectres (G, K, M), faible dans les groupes à petites périodes, va nettement en croissant quand la période croît.

Au contraire dans le cas des Binaires Visuelles, si on laisse de côté le groupe des très longues périodes ($P \geqslant 1.100$ ans), d'ailleurs pauvrement représenté :

Le pourcentage en étoiles de spectres (B, A, F) a tendance, en moyenne, à croître quand la période croît ;

Le pourcentage en étoiles de spectres (G, K, M) a tendance en moyenne à décroître quand la période croît.

N. 104. — La nature de la relation Spectre-Période paraît donc, au premier abord, très différente suivant qu'il s'agit de Binaires Spectroscopiques ou de Binaires Visuelles, puisque le pourcentage en spectres (G, K, M), par exemple, va en croissant pour les premières, en décroissant pour les secondes, quand la période va en croissant. Mais la contradiction n'est qu'apparente, puisque les périodes de ces deux catégories de Binaires sont, en général, d'un ordre de grandeur très différent, les Binaires Spectroscopiques se réservant le domaine des petites périodes ($P < 3$ ans), les Binaires Visuelles celui des périodes plus longues (Voir N. 34). En conséquence, une étude analogue à la précédente, consacrée à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), devra nous permettre de raccorder les résultats ci-dessus.

Cas de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

N. 105. — Afin d'étudier la relation Spectre-Période pour la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)] groupant l'ensemble des Binaires, nous dresserons un Tableau 33 résultant de la synthèse des Tableaux 28 et 31, après avoir exclu une fois les étoiles communes aux catégories [BS] et [BV] qui, sans cela, feraient double emploi; les notations demeurent les mêmes que pour les Tableaux 28 et 31.

TABLEAU 33

Relation entre spectres et périodes (BS et BV réunies). Catégorie [BS+BV+BV′—(C)].

SPECTRES / PÉRIODES	B	A	F	G	K	M	n_{ij}
0 j- 5 j	39	49	19	20	3	1	131
5 j- 10 j	14	23	2	11	6	—	56
10 j- 20 j	10	16	3	11	5	—	45
20 j- 50 j	6	7	6	5	5	1	30
50 j- 100 j	3	4	—	5	2	—	14
100 j- 1 a.....	6	4	3	6	9	2	30
1 a- 3 a	1	1	—	4	14	3	23
3 a- 10 a	2	1	1	7	7	2	20
10 a- 50 a	—	9	6	31	15	3	64
50 a- 100 a	—	7	6	18	6	—	37
100 a- 200 a	1	6	6	16	12	1	42
200 a- 300 a	—	4	2	3	5	1	15
300 a- 700 a	—	3	4	7	2	2	18
700 a-1.100 a	—	—	—	—	—	—	—
> 1.100 ans	—	1	—	5	—	—	6
n_{i_1}	82	135	58	149	91	16	531

Comme précédemment nous laisserons de côté l'examen des distributions marginales qui ne nous apporteraient pas de renseignements nouveaux, et nous étudierons comment varient les nombres $n_{i|j}$ le long des diverses colonnes, puis le long des diverses lignes du Tableau 33.

N. 106. — Examinons d'abord comment les Binaires (BS et BV réunies), de chacune des classes spectrales, se répartissent entre les divers groupes de périodes considérés dans le Tableau 33, c'est-à-dire comment les $n_{i|j}$ de ce Tableau varient le long de chacune des colonnes. Nous constatons que :

1° Les périodes des Binaires de type B sont fortement concentrées dans les trois premiers groupes de périodes ; en particulier :

63 sur 82, soit plus des $\frac{3}{4}$ d'entre elles (exactement 77 %) ont une période inférieure à 20 jours ;

39 sur 82, soit près de la moitié d'entre elles (exactement 48 %) ont une période inférieure à 5 jours.

Cette accumulation des Binaires de type B dans les groupes de périodes relativement courtes, correspond évidemment à celle observée pour les Binaires Spectroscopiques (voir N. 92), puisque nous ne connaissons les éléments orbitaux que pour une seule Binaire Visuelle de type B.

2° L'ensemble des périodes des Binaires de type A présente deux domaines de concentration :

Le premier dans la région des petites périodes (0-20 jours), renferme 88 sur 135, soit 65 % de ces étoiles ; 49 d'entre elles (soit 36 %) ont une période comprise entre 0 et 5 jours ;

Le second, relativement beancoup moins riche, situé entre 10 ans et 200 ans, en contient 22 sur 135, soit 16 % seulement.

Le prémier correspond à l'apport des Binaires Spectroscopiques (voir N. 18 et N. 92), le second à celui des Binaires Visuelles (voir N. 27 et N. 99).

3° L'ensemble des périodes des Binaires de type F présente de même deux domaines de concentration :

Le premier, situé entre 0 et 5 jours, renferme 19 sur 58, soit 33 % de ces étoiles ;

Le second, situé entre 10 ans et 200 ans, en contient 18 sur 58, soit 31 %.

Ils correspondent respectivemeent, le premier à l'apport des Binaires Spectroscopiques (voir N. 92), le second à celui des Binaires Visuelles (voir N. 99).

4° L'ensemble des périodes des Binaires de type G présente de même deux domaines de concentration :

Le premier, situé entre 0 et 20 jours, renferme 42 sur 149, soit 28 % de ces étoiles ;

Le second, beaucoup plus riche, situé entre 10 ans et 200 ans, en contient 65 sur 149, soit 44 %.

Ils correspondent respectivement, le premier, à l'apport des Binaires Spectroscopiques (voir N. 92), et le second à celui des Binaires Visuelles (voir N. 27 et N. 99).

5° Les Binaires de type K ne s'accumulent plus dans les groupes à courtes périodes ; c'est entre 100 j. et 200 ans qu'elles sont le plus nombreuses, à savoir 63 sur 91, soit 69 %. Les domaines de concentration relatifs, l'un aux Binaires Spectroscopiques : 100 j.-3 ans (voir N. 92), l'autre aux Binaires Visuelles : 3 ans-200 ans (voir N. 99), sont ici pratiquement juxtaposés.

6° Les Binaires de type M paraissent également rares dans les groupes à courtes périodes et dans ceux à grandes périodes : 10 sur 16, soit 62 % d'entre elles ont leur période comprise entre 100 j. et 50 ans ; mais les Binaires de ce type sont trop peu nombreuses pour que nous puissions tirer une conclusion de cette remarque.

Les résultats précédents peuvent aisément s'interpréter ; comme nous l'avons observé au paragraphe N. 34, en étudiant la répartition des périodes des Binaires, les périodes des Binaires Spectroscopiques et celles des Binaires Visuelles occupent des domaines presque distincts ; par suite, si l'on étudie la répartition des valeurs des périodes de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), on devra observer en pratique une simple juxtaposition des distributions relatives aux populations composantes : c'est précisément ce que nous avons obtenu.

N. 107. — Nous pouvons essayer d'apprécier numériquement l'influence du type spectral sur la répartition des valeurs de la période, influence constatée au paragraphe précédent N. 106. Il est possible par exemple de calculer la proportion p'_i de Binaires de type spectral (i) dont la période est inférieure à une valeur donnée P_0 et d'étudier ensuite comment varie p'_i quand le type spectral progresse, c'est-à-dire quand i représente successivement les classes spectrales B, A, F, G, K, M.

Il y a tout d'abord lieu de choisir une valeur de P_0 présentant quelque intérêt. C'est le cas de $P_0 = 20$ jours par exemple. Nous avons en effet constaté,

en étudiant la répartition des périodes des Binaires Spectroscopiques (voir N. 22), que 65 % des périodes de ces étoiles sont comprises entre 0 et 20 jours, et le Tableau 33, relatif à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), met par ailleurs en évidence une très nette prédominance des périodes inférieures à 20 jours, au moins en ce qui concerne les types spectraux B, A, F, G.

Soit n_i' le nombre de Binaires de spectre (i) pour lesquelles on a $P < 20$ j.; le nombre total de Binaires de type spectral (i) étant $n_{i|}$, le quotient :

$$p_i' = \frac{n_i'}{n_{i|}}$$

représentera alors la proportion de périodes inférieures à 20 jours au sein des Binaires de type (i). Le lecteur trouvera, groupées dans le Tableau 34 les valeurs de n_i', $n_{i|}$ et p_i' relatives à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

TABLEAU 34

BS et BV réunies ; $P_0 = 20$ jours.

Sp. (i)	B	A	F	G	K	M
n_i'	63	88	24	42	14	1
$n_{i\|}$	82	135	58	149	91	16
p_i'	0,77	0,65	0,41	0,28	0,15	0,06

La dernière ligne du Tableau 34 montre nettement que :

Pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), la proportion p_i' de Binaires de spectre (i) dont la période est inférieure à 20 jours, décroît régulièrement quand le type spectral progresse de B *vers* M.

On verrait de même que la proportion $p_i'' = 1 - p_i'$ de Binaires de spectre (i) dont la période est supérieure à 20 jours, croît régulièrement quand le type spectral progresse de B vers M.

N. 108. — Il peut paraître intéressant d'étudier la variation avec le type spectral des quantités analogues à p_i', mais relatives, non plus à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), mais aux Binaires Spectroscopiques et aux Binaires Visuelles considérées séparément.

Pour plus de commodité, nous désignerons, au cours de cette étude, par :

$$\left.\begin{matrix}(p_i')_s\,,\ (p_i')_v \\ (n_i')_s\,,\ (n_i')_v \\ (n_{i|})_s\,,\ (n_{i|})_v\end{matrix}\right\} \text{les quantités analogues à } \left\{\begin{matrix}p_i' \\ n_i', \\ n_{i|}\end{matrix}\right.$$

mais concernant respectivement, les premières (d'indice s) les Binaires Spectroscopiques, les secondes (d'indice v), les Binaires Visuelles.

Plaçons-nous d'abord dans le cas où $P_0 = 20$ jours et dressons le Tableau 34' analogue au Tableau 34 et fournissant les valeurs pour $P_0 = 20$ jours de :

$$(n'_i)_s \ , \quad (n_{i|})_s \ , \quad (p'_i)_s \ ,$$
$$(n'_i)_v \ , \quad (n_{i|})_v \ , \quad (p'_i)_v \ ,$$

relatives aux diverses classes spectrales (i).

TABLEAU 34'

$P_0 = 20$ jours.

Sp. (i)	B	A	F	G	K	M
$(n'_i)_s$	63	88	24	42	14	1
$(n_{i|})_s$	81	108	33	77	54	7
$(p'_i)_s$	0,78	0,82	0,73	0,55	0,26	0,14
$(n'_i)_v$	0	0	0	0	0	0
$(n_{i|})_v$	1	31	25	86	38	9
$(p'_i)_v$	0	0	0	0	0	0

On voit immédiatement que les $(p'_i)_s$ et surtout les $(p'_i)_v$ sont nettement différents des p'_i. Il n'y a pas lieu de s'en étonner. Cet état de choses est une conséquence directe du fait constaté à diverses reprises, à savoir que : la répartition de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), résulte de la quasi-juxtaposition des répartitions composantes.

C'est ainsi que toutes les Binaires de période inférieure à 20 jours sont des Binaires Spectroscopiques ; nous en concluons, quel que soit i :

$$(n'_i)_s = n'_i \ ; \quad (n'_i)_v = 0 \text{ pour } P_0 = 20 \text{ jours.}$$

Et comme le nombre total $n_{i|}$ de Binaires de classe spectrale (i) renferme à la fois les Binaires Spectroscopiques et les Binaires visuelles, nous avons :

$$(n_{i|})_s < n_{i|} \qquad \text{et} \qquad (n_{i|})_v < n_{i|}$$

quels que soient (i) et P_0 ; et comme :

$$p'_i = \frac{n'_i}{n_{i|}} \ ; \qquad (p'_i)_s = \frac{(n'_i)_s}{(n_{i|})_s} \ ; \qquad (p'_i)_v = \frac{(n'_i)_v}{(n_{i,})_v} ,$$

il en résulte :

$$(p'_i)_s > p'_i \qquad \text{et} \qquad (p'_i)_v = 0.$$

On peut d'ailleurs constater, en examinant successivement la ligne des p'_i (Tableau 34), celle des $(p'_i)_s$ et celle des $(p'_i)_v$ (Tableau 34'), que, non seulement les quantités correspondantes p'_i, $(p'_i)_s$ et $(p'_i)_v$ ne sont pas égales, mais qu'elles ne varient pas de la même manière sous l'influence du type spectral. D'une manière plus précise :

Quand le type spectral progresse de B vers M, et que $P_0 = 20$ jours,

p'_i décroît régulièrement ;

$(p'_i)_s$ commence par passer par un maximum peu accusé et décroît ensuite régulièrement ;

$(p'_i)_v$ est constamment nul.

La nature des résultats obtenus dépend évidemment de la valeur adoptée pour la quantité P_0.

N. 109. — Essayons maintenant de nous rendre compte comment varient p'_i, $(p_i)_s$ et $(p'_i)_v$ quand P_0 augmente à partir de 20 jours.

Le nombre total de Binaires de classe spectrale (i), représenté par $n_{i|}$, $(n_{i|})_s$ ou $(n_{i|})_v$ suivant qu'il s'agit respectivement de l'un des trois cas :

$$\text{(BS et BV réunies), BS} \qquad \text{ou} \qquad \text{BV},$$

demeure constant quand P_0 varie. Par contre le nombre de ces Binaires dont la période est inférieure à une valeur donnée P_0, soit n'_i, $(n'_i)_s$ ou $(n'_i)_v$, suivant le cas, ne va jamais en décroissant (c'est-à-dire demeure constant ou croît) quand P_0 croît. Il en sera par suite de même de chacun des nombres p'_i, $(p'_i)_s$ ou $(p'_i)_v$ définis par les rapports :

$$p'_i = \frac{n'_i}{n_{i|}} ; \qquad (p'_i)_s = \frac{(n'_i)_s}{(n_{i|})_s} ; \qquad (p'_i)_v = \frac{(n'_i)_v}{(n_{i|})_v}.$$

Et comme les limites supérieures de n'_i, $(n'_i)_s$ et $(n'_i)_v$ sont respectivement $n_{i|}$, $(n_{i|})_s$ et $(n_{i|})_v$, celles de p'_i, $(p'_i)_s$ et $(p'_i)_v$ sont toutes trois égales à un.

Il convient d'ailleurs de remarquer qu'au cours de la croissance de P_0, la valeur un, limite supérieure des quantités p'_i, $(p'_i)_s$ et $(p'_i)_v$, sera effectivement atteinte, mais le sera pour la première fois pour des valeurs de P_0 variant sui-

vant la catégorie et la classe spectrale considérées. D'une manière plus précise, cette circonstance se produira, pour la première fois, pour une catégorie de Binaires et une classe spectrale données, quand P_0 atteindra la borne supérieure de l'ensemble des périodes des Binaires appartenant simultanément à la catégorie et à la classe spectrale choisies.

Nous donnons à titre d'indication dans le Tableau à double entrée 35, les bornes supérieures des ensembles de périodes correspondant aux cinq catégories et aux six classes spectrales envisagées au cours des chapitres précédents. La borne supérieure de l'ensemble des périodes est d'ailleurs la même, à une exception près, dans une même classe spectrale pour les catégories [BV] et [BS + BV — (C)], ainsi que pour les catégories :

$$[BV + BV'] \quad \text{et} \quad [BS + BV + BV' - (C)].$$

TABLEAU 35

SPECTRE	B	A	F	G	K	M
[BS]	$9^a,2$	340 a	$0^a,6$	80 a	88 a	$5^a,9$
[BV]	—	600 a	524 a	526 a	224 a	680 a
[BS+BV—(C)]	$9^a,2$	600 a	524 a	526 a	224 a	680 a
[BV+BV']	104 a	3.554 a	524 a	10.850 a	670 a	697 a
[BS+BV+BV'—(C)] .						

On est d'abord frappé par l'extrême diversité des nombres figurant dans le Tableau 35 qui semblent à première vue distribués presque au hasard. Il y a lieu toutefois de noter leur progression le long de chacune des colonnes successives, c'est-à-dire quand on passe d'une catégorie de Binaires à l'autre, le type spectral demeurant le même. Une telle progression est d'ailleurs normale d'après ce que nous avons déjà dit quand nous avons comparé la grandeur des périodes des Binaires Spectroscopiques, des Binaires Visuelles et de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

L'influence de la sélection est pour beaucoup dans la grande diversité des valeurs extrêmes de la période consignées dans un tel Tableau, et rend très risquée l'interprétation de leurs valeurs relatives. Néanmoins ces résultats, joints aux remarques faites antérieurement nous permettent d'affirmer ce qui suit :

Quand P_0 augmente à partir de 20 jours, les quantités p'_i, $(p'_i)_s$ et $(p'_i)_v$ relatives à une classe spectrale donnée (i), ne vont jamais en décroissant. Quelles

que soient la classe spectrale et la catégorie de Binaires envisagées, elles finissent par atteindre l'unité, mais pour des valeurs de P_0, qui, d'après le Tableau 35, sont très différentes suivant la classe spectrale et la catégorie choisies. En conséquence, les quantités p'_i, $(p'_i)_s$ et $(p'_i)_v$ relatives à un même type spectral, ont en général des valeurs différentes, et l'on peut se demander pourquoi au paragraphe N. 107 nous avons porté notre attention sur p'_i plutôt que sur $(p'_i)_s$ ou $(p'_i)_v$. C'est que, en réalité, seul le résultat p'_i obtenu dans le cas de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), peut avoir une certaine signification, en supposant toutefois que l'influence de la sélection ne soit pas trop considérable. Les différences trouvées entre les valeurs correspondantes de p'_i, $(p'_i)_s$, $(p'_i)_v$ et le fait que ces diverses quantités varient de manière différente en fonction du type spectral, ont en effet, entre autres causes, les deux suivantes :

1° Le fait déjà signalé que la répartition relative à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), résulte de la quasi-juxtaposition de celle des BS et de celle des BV, d'où il ressort qu'aucune des répartitions composantes (BS ou BV), considérée isolément, ne saurait donner une bonne image de la répartition complexe (BS et BV réunies).

2° Le caractère purement artificiel de la classification de l'ensemble des Binaires en Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles, cette classification reposant uniquement sur la différence des procédés d'observation employés et non sur l'existence d'une différence réelle entre ces deux catégories de Binaires.

N. 110. — Nous allons maintenant chercher comment les Binaires de chacun des groupes de périodes du Tableau 33 se répartissent entre les diverses classes spectrales, c'est-à-dire comment les nombres $n_{i|j}$ varient le long des lignes successives de ce Tableau. Pour nous en rendre compte, nous déduirons du Tableau 33 un Tableau auxiliaire 36 analogue aux Tableaux 30 et 32. Les colonnes successives y donnent, pour chaque groupe (j) de périodes :

(1) Les limites du groupe (j) de périodes ;

(2) et (3) Le type spectral le plus fréquemment observé (s) ou « spectre dominant », et le pourcentage correspondant ;

(4) et (5) Le nombre de Binaires appartenant au groupe spectral (B, A, F) et le pourcentage correspondant ;

(6) et (7) Le nombre de Binaires appartenant au groupe spectral (G, K, M) et le pourcentage correspondant ;

(8) Le nombre total $n_{|j}$ de Binaires du groupe (j) ;

(9) log $\overline{P}_j$, $\overline{P}_j$ étant la moyenne arithmétique des limites du groupe (j), exprimée en jours.

TABLEAU AUXILIAIRE 36

Relation entre spectres et périodes (BS et BV réunies). Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

(1) Limites du groupe de périodes	(2) Spectre dominant (s) Classe	(3) %	(4) (B, A, F) Nombre	(5) %	(6) (G, K, M) Nombre	(7) %	(8) n_{if}	(9) log $\overline{P}$
0 j- 5 j	A	37	107	82	24	18	131	0,40
5 j- 10 j	A	41	39	70	17	30	56	0,88
10 j- 20 j	A	36	29	64	16	36	45	1,18
20 j- 50 j	A	23	19	63	11	37	30	1,54
50 j- 100 j	G	36	7	50	7	50	14	1,88
100 j- 1 a.....	K	30	13	43	17	57	30	2,37
1 a- 3 a.....	K	61	2	9	21	91	23	2,86
3 a- 10 a.....	G-K	35	4	20	16	80	20	3,37
10 a- 50 a.....	G	48	15	23	49	77	64	4,04
50 a- 100 a.....	G	49	13	35	24	65	37	4,44
100 a- 200 a	G	38	13	31	29	69	42	4,74
200 a- 300 a.....	K	33	6	40	9	60	15	4,96
300 a- 700 a.....	G	39	7	39	11	61	18	5,26
700 a-1.100 a.....	—	—	—	—	—	—	—	5,51
⩾ 1.100 ans.....	G	83	1	17	5	83	6	

N. 111. Étude du Tableau 36. Proportion de Binaires d'un groupe spectral donné. — Les colonnes (2) et (3) du Tableau 36 nous montrent que :

Pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), le spectre le plus fréquemment observé, ou « spectre dominant », est le spectre A pour les groupes de périodes inférieures à 50 jours, et les spectres G ou K pour les groupes de périodes supérieures à 50 jours.

Si maintenant, au lieu de considérer isolément les diverses classes spectrales, nous répartissons les Binaires entre les deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) seulement, nous constatons, en comparant les colonnes (5) et (7) du Tableau 36 que :

Pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), le groupe spectral dominant est (B, A, F) pour les périodes plus courtes que 50 jours, et (G, K, M) pour les périodes plus longues que 100 jours ; entre 50 et 100 jours ces deux groupes spectraux sont également représentés.

Ce résultat est analogue à celui énoncé dans le cas des Binaires Spectrosco-

piques (voir N. 103). Nous connaissons déjà la raison de cette similitude. Comparons en effet la colonne (5) du Tableau 36 à la colonne (10) des Tableaux 30 et 32, puis la colonne (7) du Tableau 36 à la colonne 11 des Tableaux 30 et 32 ; nous constatons alors que :

La répartition de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), entre les deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) est quasi-identique à celle des BS dans

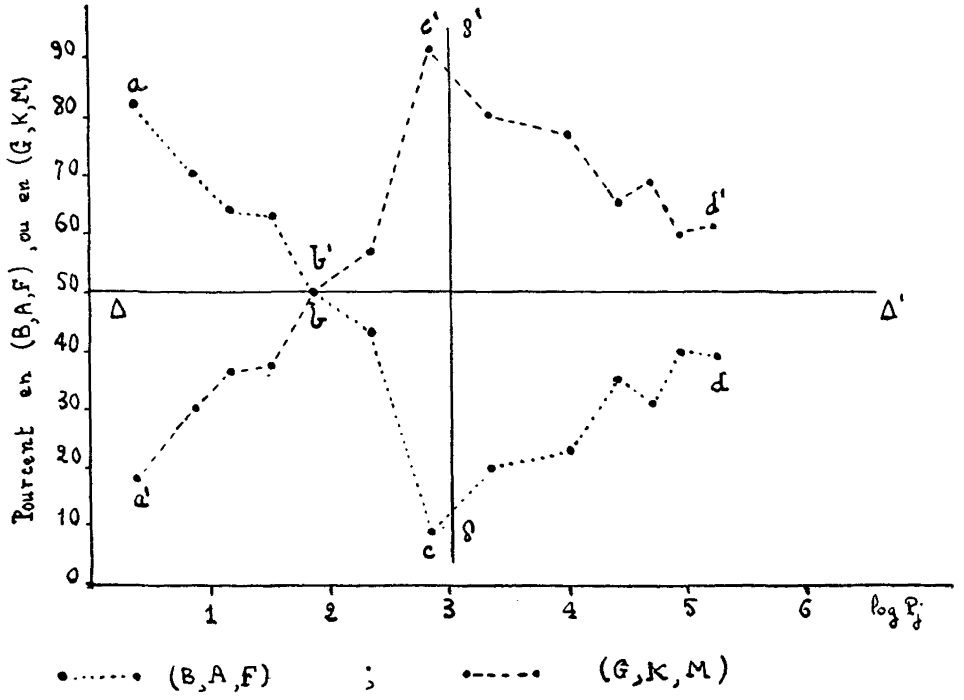


FIG. 8. — Variation du pourcentage en Binaires d'un groupe spectral donné en fonction de $x = \log P_j$.

le domaine des périodes inférieures à 10 ans, et à celle des BV dans celui des périodes plus longues que 10 ans.

Considérons dès lors la proportion de Binaires d'un groupe spectral donné, (B, A, F) par exemple, comme fonction de la période ; la courbe obtenue dans le cas des Binaires en général (BS et BV réunies), devra correspondre sensiblement à la juxtaposition des deux branches de courbes trouvées respectivement dans le cas des Binaires Spectroscopiques et dans celui des Binaires Visuelles. La ligne brisée *a b c d* de la figure 8 nous donne une idée de la forme de cette courbe. Ses sommets ont été obtenus en portant en ordonnées les pourcentages

en Binaires de spectres (B, A, F), inscrits dans la colonne (5) du Tableau 36, et en abscisses les valeurs correspondantes non pas des périodes, mais des quantités log $\overline{P_j}$ qui sont données dans la colonne (9) du même Tableau. Les sommets de la ligne brisée a' b' c' d' de la figure 8 ont de même été obtenus en portant en abscisses les valeurs des quantités log $\overline{P_j}$ inscrites dans la colonne (9) du Tableau 36 et en ordonnées les pourcentages en Binaires de spectres (G, K, M) correspondants qui sont indiqués dans la colonne (7) du même Tableau.

La ligne a' b' c' d' est d'ailleurs symétrique de la ligne précédente a b c d par rapport à la parallèle $\Delta\Delta'$ à l'axe des abscisses d'ordonnée $y = 50$. En effet, les diverses sous-classes spectrales de Harvard ayant été réparties entre les six classes spectrales B, A, F, G, K, M (voir N. 82), une Binaire quelconque se rattache obligatoirement à l'un des deux groupes spectraux complémentaires (B, A, F) et (G, K, M). Dès lors, si y_1 et y_2 représentent pour un même groupe de périodes les pourcentages en Binaires de spectres (B, A, F) et (G, K, M) respectivement, nous aurons :

$$y_1 + y_2 = 100,$$

ou encore :

$$y_1 - 50 = 50 - y_2,$$

qui exprime précisément que les points D_1 et D_2 de même abscisse et d'ordonnées respectives y_1 et y_2 sont symétriques par rapport à la droite $\Delta\Delta'$. Les lignes a' b' c' d' et a b c d se coupent d'ailleurs, comme il se doit, sur l'axe de symétrie au point (b, b') de coordonnées :

$$x = \log \overline{P_j} = 1{,}88\,; \quad y_1 = y_2 = 50,$$

qui est relatif au groupe de périodes (50 j.-100 j.), ce dernier renfermant des nombres égaux de Binaires de spectres (B, A, F) et de Binaires de spectres (G, K, M).

Les résultats consignés dans les colonnes (5), (7) et (9) du Tableau 36 et représentés graphiquement dans la figure 8 nous montrent que pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies) :

1° Le pourcentage en Binaires de spectres (B, A, F) commence par diminuer (suivant a b c) de 82 % à 9 % quand log $\overline{P_j}$ croît de 0,40 à 2,86 ; il croît ensuite (entre c et d) de 9 % à 40 % environ, quand log $\overline{P_j}$ augmente de 2,86 à 5,26 ;

2° Le pourcentage en Binaires de spectres (G, K, M) commence par augmenter (suivant a' b' c'), de 18 à 91 %, quand log $\overline{P_j}$ croît de 0,40 à 2,86 ; il décroît ensuite (entre c' et d') de 91 % à 60 % environ, quand log $\overline{P_j}$ augmente de 2,86 à 5,26.

Les résultats précédents peuvent être exprimés sous une forme légèrement différente qui facilite la comparaison avec ceux obtenus dans le cas des Binaires Spectroscopiques et dans celui des Binaires Visuelles (voir N. 103) :

1° La proportion d'étoiles de spectres (B, A, F) parmi les Binaires (BS et BV réunies), forte dans les groupes de petites périodes, va en décroissant quand la période augmente de 0 à 3 ans et croît ensuite alors que la période croît elle-même de 3 ans à 700 ans ;

2° La proportion d'étoiles de spectres (G, K, M) parmi les Binaires (BS et BV réunies), complémentaire de la précédente, varie en sens inverse : faible dans les groupes de petites périodes, elle va en croissant quand la période croît de 0 à 3 ans et diminue ensuite alors que la période croît de 3 ans à 700 ans.

Les deux derniers groupes de périodes ont été laissés de côté dans cette discussion : l'un d'eux (700 ans-1.100 ans) ne renferme aucune étoile ; l'autre ($P > 1.100$ ans) est trop pauvre en Binaires pour que le pourcentage trouvé ait une signification certaine.

Essayons maintenant de comparer les résultats trouvés dans le cas de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies) à ceux obtenus dans le cas des Binaires Spectroscopiques et dans celui des Binaires Visuelles. Traçons à cet effet sur la figure 8 la droite $\delta\delta'$ parallèle à l'axe des y et d'équation :

$$x = 3{,}04 \text{ (valeur de log } P_j \text{ correspondant à } P = 3 \text{ ans).}$$

Le lecteur constatera sans peine, en se reportant aux colonnes (10) et (11) des Tableaux 30 et 32 que la droite $\delta\delta'$ partage les deux lignes brisées $a\ b\ c\ d$ et $a'\ b'\ c'\ d'$ en deux parties telles que :

Les parties $a\ b\ c\ \delta$ et $a'\ b'\ c'\ \delta'$, situées à gauche de $\delta\delta'$, sont communes aux Binaires Spectroscopiques et à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies) ;

Les parties $\delta\ c\ d$ et $\delta'\ c'\ d'$, situées à droite de $\delta\delta'$, sont au contraire communes aux Binaires Visuelles et à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

Nous pouvons essayer de substituer à la ligne brisée $a\ b\ c\ d$ la courbe qui serait obtenue dans le cas limite idéal d'un très grand nombre de Binaires dont la période et la classe spectrale seraient connues ; nous pourrions alors former un très grand nombre de groupes de périodes tels que (P, P + ΔP), d'ampli-

tude ΔP très petite, à chacun desquels se rattacheraient néanmoins un grand nombre d'étoiles, parmi lesquelles on trouverait y_1 % de Binaires de groupe spectral (B, A, F) et y_2 % de Binaires de groupe spectral (G, K M). ΔP étant supposé très petit, c et δ seraient en pratique presque confondus, leur abscisse commune étant vraisemblablement voisine de $x = 3{,}00$.

Il est bien évident que les données actuelles ne nous permettent pas de tracer une telle courbe avec certitude ; nous pouvons tout au plus essayer d'en deviner certaines propriétés en nous basant sur la forme de la ligne brisée *a b c d*. Il semble ainsi naturel de penser que la courbe représentant la variation du pourcentage y_1 de l'ensemble des Binaires en étoiles de groupe spectral (B, A, F) en fonction de la variable :

$$x = \log P, \qquad \text{soit :} \qquad y_1 = f(x),$$

est constituée de deux branches distinctes : une branche descendante *ac* décrite par le point représentatif quand la période croît de 0 à 3 ans environ, et une branche montante *cd* parcourue par ce point quand la période croît de 3 ans à 700 ans, le point *c* commun aux deux branches étant un point anguleux.

A la courbe :

$$y_1 = f(x)$$

correspond une courbe :

$$y_2 = 100 - f(x),$$

symétrique de la précédente par rapport à la droite $y - 50 = 0$, jalonnée actuellement par les sommets de la ligne brisée *a' b' c' d'*, et représentant la variation, en fonction de la variable $x = \log P$, du pourcentage y_2 de l'ensemble des Binaires en étoiles de groupe spectral (G, K, M).

Ajoutons de plus que, d'après ce que nous avons dit plus haut, les branches de courbe *ac* et *a'c'* seraient communes aux Binaires Spectroscopiques et à l'ensemble des Binaires ; par contre les branches *cd* et *c'd'* seraient communes aux Binaires Visuelles et à l'ensemble des Binaires.

On se demande dès lors comment interpréter la présence des points anguleux *c* et *c'* qui correspondent à une variation brusque de la pente des courbes considérées ci-dessus.

Il nous semble inexact d'attribuer cette anomalie au fait qu'en franchissant les points *c* ou *c'* on passe du domaine préféré des Binaires Spectroscopiques (0-3 ans environ) à celui des Binaires Visuelles ; nous avons en effet déjà fait remarquer que la classification de l'ensemble des Binaires en Binaires Spec-

troscopiques et Binaires Visuelles est purement artificielle puisqu'elle est basée sur la différence des procédés d'observation employés, et non sur une différence de nature entre ces deux sortes de Binaires ; on connaît d'ailleurs actuellement au moins dix-neuf étoiles qui sont à la fois Binaire Spectroscopique et Binaire Visuelle par les mêmes composantes (voir N. 3) et seules les difficultés inhérentes aux procédés ou aux conditions d'observation sont responsables de la rareté des Binaires Visuelles dans le domaine des petites périodes, et de celle des Binaires Spectroscopiques dans le domaine des longues périodes (voir N. 51 et N. 48). Il nous semble par suite plus logique de penser que *l'existence des points anguleux c et c' pourrait correspondre à une différence réelle entre les Binaires de période inférieure à trois ans, et celles de période supérieure à trois ans (environ).*

N. 112. Relation statistique entre la longueur de la période orbitale d'une Binaire et la nature du groupe spectral auquel se rattache sa primaire. — L'analyse directe des Tableaux de contingence 28, 31, 33 et des Tableaux auxiliaires 30, 32 et 36 nous permet de tirer certaines conclusions en ce qui concerne l'existence d'une relation entre spectres et périodes, mais les résultats sont différents selon la catégorie de Binaires envisagée, et suivant qu'il s'agit des classes spectrales proprement dites B, A, F, G, K, M, ou des groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) obtenus en réunissant les six types spectraux en deux groupes spectraux seulement.

Dans ce dernier cas, les données actuelles paraissent mettre en évidence l'existence d'une relation quasi-fonctionnelle entre la période moyenne $\overline{P}$ relative à un groupe de périodes (P, P + ΔP) et le pourcentage correspondant (y_1 ou y_2) des Binaires de ce groupe en étoiles se rattachant à un groupe spectral donné [(B, A, F) ou (G, K, M)]. Pour le groupe spectral (B, A, F), par exemple, nous avons en effet trouvé que :

a) Dans le cas des Binaires Spectroscopiques, y_1 est une fonction décroissante de $x = \log \overline{P}$ (voir N. 98) ;

b) Dans le cas des Binaires Visuelles, y_1 est une fonction plutôt croissante de $x = \log \overline{P}$ dans le domaine (O $<$ P $<$ 700 ans) (voir N. 102).

c) Dans le cas de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), y_1 est une fonction décroissante de $x = \log \overline{P}$ dans le domaine (O $<$ P $<$ 3 ans), et croissante dans le domaine (3 ans $<$ P $<$ 700 ans) (voir N. 111) ;

Cette relation (Groupe spectral-Période) est certes beaucoup moins précise que ne le serait une relation (Spectre-Période) ; elle n'en constitue pas moins

une preuve en faveur de l'existence d'une liaison entre les types spectraux proprement dits et les périodes, liaison évidemment moins serrée que celle étudiée plus haut, mais néanmoins vraisemblable pour toutes les catégories de Binaires.

La variation progressive de y_1 en fonction de $x = \log \overline{P}$ le long de la branche de courbe unique relative aux Binaires Spectroscopiques, ou aux Binaires Visuelles, ou le long de chacune des branches de courbe qui s'en déduisent quand on considère l'ensemble des Binaires, rapprochée de la variation de l'excentricité en fonction de la période (qui sera étudiée plus loin), nous porte à croire qu'*un même facteur d'évolution pourrait être la cause de variations simultanées de la période, du type spectral et de l'excentricité.*

Le fait que la dérivée de y_1 par rapport à $x = \log \overline{P}$ (ou ce qui revient au même par rapport à $\overline{P}$, puisque $\overline{P}$ et $\log \overline{P}$ varient dans le même sens), change de signe quand on passe des Binaires Spectroscopiques aux Binaires Visuelles, pourrait provenir de ce que l'évolution se fait en sens inverse, à partir de conditions originelles différentes, suivant qu'il s'agit des Binaires à petites périodes (en presque totalité BS) ou des Binaires à périodes plus longues (en majorité BV). On expliquerait de même le fait que la dérivée de y_1 par rapport à x ou à $\overline{P}$ change de signe quand on passe de l'une à l'autre des branches de la courbe $y_1 = f(x)$ dans le cas de l'ensemble des Binaires ; le point anguleux c pourrait alors correspondre à l'état final. Ce dernier se trouverait ainsi associé, d'après la figure 8, au minimum du pourcentage y_1 des Binaires en étoiles de groupe spectral (B, A, F), donc au maximum du pourcentage y_2 relatif au groupe spectral (G, K, M), ce qui cadre heureusement avec le vieillissement supposé des systèmes doubles.

N. 113. Relation (Spectre-Période). — En ce qui concerne la relation entre les périodes et les types spectraux proprement dits, l'analyse des Tableaux de contingence et des Tableaux auxiliaires dérivés, nous conduit à formuler les conclusions suivantes :

I. — *Il paraît exister une relation entre spectres et périodes chez les Binaires Spectroscopiques* en ce sens que :

1° *La nature du « spectre dominant » semble liée à la longueur de la période* : nous avons en effet vu que le spectre dominant est A quand $P < 50$ jours, et G ou K quand $P > 50$ jours (N. 96) ;

2° En ce qui concerne les Binaires Spectroscopiques de type spectral donné, *le groupe de périodes « le plus favorisé »*, localisé dans le domaine des courtes

périodes ($P < 5$ jours) dans le cas des spectres B, A, F, et même G, *a tendance à se déplacer vers les périodes plus longues quand le spectre choisi progresse* vers K ou M (N. 93).

3° *La proportion des petites périodes chez les Binaires Spectroscopiques d'un type spectral donné a tendance à diminuer quand le spectre choisi progresse des premiers types vers les derniers, mais cette rétrogression ne suit pas régulièrement la progression du type spectral* (N. 93). Ainsi, nous avons vu que $\frac{2}{3}$ des Binaires Spectroscopiques de période inférieure à 20 jours sont de spectres B, ou A, alors que $\frac{3}{4}$ des Binaires Spectroscopiques de période supérieure à un an sont de spectres G ou K (N. 96).

II. — *Les données actuelles ne permettent pas de mettre en évidence l'existence d'une relation certaine entre la longueur de la période orbitale d'une Binaire Visuelle, et la nature du type spectral de sa primaire.* En effet, nous avons vu que :

1° Le « spectre dominant » parmi les Binaires Visuelles est G ou K quelle que soit la période moyenne du groupe de périodes envisagé (N. 102) ;

2° Le groupe de périodes « le plus favorisé » pour un spectre donné est toujours (0-50 ans), mais la sélection est en grande partie responsable de ce phénomène (N. 100).

Toutefois, comme l'étude de la relation (Groupe spectral-Période) milite en faveur de l'existence d'une relation (Spectre-Période), nous sommes portés à croire que cette carence de l'analyse directe du Tableau de contingence correspondant est due à la pauvreté actuelle du matériel utilisé, et surtout à la sélection, la méthode d'observation employée écartant systématiquement les étoiles doubles à périodes inférieures à trois ans.

III. — *Il paraît exister une relation entre spectres et périodes pour les Binaires considérées dans leur ensemble* (BS *et* BV *réunies*) en ce sens que :

1° La nature du « spectre dominant » semble liée à la longueur de la période. En effet, comme dans le cas des Binaires Spectroscopiques, le « spectre dominant » est A pour les groupes de périodes inférieures à 50 jours et G ou K pour les groupes de périodes supérieures à 50 jours (N. 111) ;

2° La proportion p'_i de Binaires de spectre (i) dont la période est inférieure à 20 jours décroît régulièrement quand le type spectral progresse de B vers M (N. 107) ;

3° Pour un spectre donné (i) : les domaines de concentration relatifs aux Binaires Spectroscopiques et aux Binaires Visuelles se retrouvent sensible-

ment pour les mêmes valeurs de la période quand on considère l'ensemble des Binaires ; celui qui provient des Binaires Spectroscopiques, surtout dense entre 0 et 5 jours pour les spectres B, A ou F, a une certaine tendance à se déplacer vers les périodes plus longues quand le type spectral progresse vers G, K ou M (N. 106).

Pour terminer, nous constaterons, comme nous l'avons déjà remarqué au paragraphe précédent N. 112 que l'existence d'une relation (Groupe spectral-Période) qui paraît certaine pour les Binaires Spectroscopiques, les Binaires Visuelles et l'ensemble des Binaires, constitue un argument décisif en faveur de l'existence d'une relation (Spectre-Période) pour ces mêmes catégories.

En résumé, l'analyse directe des Tableaux de contingence et des Tableaux dérivés nous a permis de mettre en évidence *l'existence d'une liaison plus ou moins serrée entre spectres et périodes parmi les Binaires de toutes catégories*, existence qui paraît certaine dans le cas des Binaires Spectroscopiques et de l'ensemble des Binaires, probable dans le cas des Binaires Visuelles. L'exposé des arguments en sa faveur montre que cette liaison est moins serrée que la liaison entre groupes spectraux et périodes, basée, elle, sur une classification moins poussée des spectres. Il conviendrait maintenant d'essayer d'apprécier numériquement l'intensité d'une telle liaison, en calculant, par exemple, le coefficient de contingence, car l'un des caractères étudiés, en l'espèce le type spectral, n'étant pas mesurable, le coefficient de corrélation ne pourrait être déterminé sans l'introduction de conventions spéciales, d'ailleurs arbitraires.

II. — INTENSITÉ DE LA LIAISON ENTRE SPECTRES ET PÉRIODES

N. 114. Utilisation des tableaux de contingence (Spectre-Période). — On peut calculer le coefficient de contingence (Spectre-Période), C, relatif aux catégories [BS], [BV + BV'] et [BS + BV + BV' — (C)], à partir des Tableaux de contingence correspondants 28, 31 et 33. On obtient ainsi pour C les valeurs suivantes :

Catégorie [BS] ;	$C = 0{,}52$;	$n = 360$.
Catégorie [BV] ;	$C = 0{,}33$;	$n = 149$.
Catégorie [BV + BV'] ;	$C = 0{,}33$;	$n = 190$.
Catégorie [BS + BV — (C)] ;	$C = 0{,}54$;	$n = 490$.
Catégorie [BS + BV + BV' — (C)] ;	$C = 0{,}54$;	$n = 531$.

TABLEAU 37.

Contingences (Spectre — X = log 10 P) relatives aux catégories [BS] et [BV+BV'].

GROUPE / Sp. \ X	2 0,6	3 1,0	4 1,4	5 1,8	6 2,2	7 2,6	8 3,0	9 3,4	10 3,8	11 4,2	12 4,6	13 5,0	14 5,4	15 5,8	16 6,2	17 6,6	18 7,0	19 7,4	n_{if}
B	— —	9 —	25 —	19 —	11 —	7 —	6 —	1 —	1 —	— —	2 —	— —	— 1	— —	— —	— —	— —	— —	81 1
A	— —	7 —	34 —	31 —	20 1	4 —	5 —	2 —	1 —	1 —	— 1	1 6	1 10	— 7	1 5	— —	— 1	— —	108 31
F	— —	5 —	11 —	5 —	4 —	5 —	2 —	1 —	— —	— 1	— 1	— 4	— 8	— 7	— 4	— —	— —	— —	33 25
G	2 —	3 —	9 —	17 —	12 —	6 —	5 1	4 —	4 1	3 4	3 6	6 23	3 23	— 16	— 7	— 2	— 2	— 1	77 86
K	— —	— —	2 —	7 —	8 —	2 —	5 —	7 —	10 1	8 1	3 1	1 7	1 12	— 14	— 2	— —	— —	— —	54 38
M	— —	1 —	— —	— —	1 —	— —	— —	2 —	2 1	1 1	— —	— 2	— 1	— 2	— 1	— 1	— —	— —	7 9
n_{if}	2 —	25 —	81 —	79 —	56 1	24 —	23 1	17 —	18 3	13 7	8 9	8 42	5 55	— 46	1 19	— 3	— 3	— 1	360 190

TABLEAU 38

Contingences (Spectre — X = log 10 P) relatives aux catégories [BS+BV—(C)] et [BS+BV+BV'—(C)].

GROUPE / $\overline{X}$ / SP.	2 0,6	3 1,0	4 1,4	5 1,8	6 2,2	7 2,6	8 3,0	9 3,4	10 3,8	11 4,2	12 4,6	13 5,0	14 5,4	15 5,8	16 6,2	17 6,6	18 7,0	19 7,4	n_{ij}
B	— —	9 9	25 25	19 19	11 11	7 7	6 6	1 1	1 1	— —	2 2	— —	— 1	— —	— —	— —	— —	— —	81 82
A	— —	7 7	34 34	31 31	20 20	4 4	5 5	2 2	1 1	1 1	— 1	6 6	10 10	5 7	3 5	— —	— 1	— —	129 135
F	— —	5 5	11 11	5 5	4 4	5 5	2 2	1 1	— —	— 1	1 1	4 4	6 8	6 7	3 4	— —	— —	— —	53 58
G	2 2	3 3	9 9	17 17	12 12	6 6	5 5	4 4	4 4	4 6	6 6	21 24	21 23	10 16	5 7	— 2	— 2	— 1	129 149
K	— —	— —	2 2	7 7	8 8	2 2	5 5	7 7	10 11	9 9	4 4	7 8	12 12	10 14	— 2	— —	— —	— —	83 91
M	— —	1 1	— —	— —	1 1	— —	— —	2 2	3 3	2 2	— —	2 2	1 1	2 2	1 1	— 1	— —	— —	15 16
n_{4j}	2 2	25 25	81 81	79 79	56 56	24 24	23 23	17 17	19 20	16 19	13 14	40 44	50 55	33 46	12 19	— 3	— 3	— 1	490 531

Nous y avons joint les résultats relatifs aux catégories :

$$[BV] \text{ et } [BS + BV - (C)]$$

pour lesquelles nous n'avons pas jugé utile de donner le Tableau de contingence correspondant.

Les valeurs de C obtenues montrent que la liaison entre spectres et périodes, si elle existe réellement pour les diverses catégories de Binaires est peu serrée pour les catégories [BV] et [BV + BV'] relativement pauvres en étoiles ; elle est beaucoup plus étroite en ce qui concerne les catégories :

$$[BS], [BS + BV - (C)] \text{ et } [BS + BV + BV' - (C)]$$

nettement plus riches en Binaires.

N. 115. Coefficient de contingence (Spectre-log 10 P). — Les résultats précédents ne sont pas à l'abri de toute critique, en raison de la grande inégalité d'amplitude des groupes de périodes successifs, et l'on pourrait penser que le fait de répartir entre des intervalles d'égale amplitude les valeurs de la période ou d'une fonction commode de celle-ci, pourrait modifier très sensiblement la valeur du coefficient de contingence, et par là-même nos conclusions relatives à l'intensité de la liaison étudiée. C'est pourquoi nous avons cru devoir revenir au mode de subdivision déjà employé au paragraphe N. 35 qui permettait de répartir entre 19 intervalles d'égale amplitude les diverses valeurs de la fonction :

$$X = \log_{10} 10\,P$$

relatives à l'ensemble des Binaires. Le Tableau 13 du Chapitre III donnant d'ailleurs pour les divers groupes de valeurs de X :

(1) le numéro du groupe,

(2) les limites de X relatives à chaque groupe,

(3) la valeur de $\overline{\log 10\,P}$ correspondant au milieu de chaque intervalle, nous nous contenterons de caractériser chaque groupe par son numéro d'ordre et la valeur de $\overline{\log 10\,P}$ correspondante, ces quantités étant copiées respectivement dans les lignes (1) et (3) du Tableau 13. C'est ce que nous avons notamment fait dans les Tableaux à double entrée 37 et 38 relatifs à la contingence (Spectre-log 10 P) et aux diverses catégories de Binaires envisagées.

Chacun des Tableaux 37 et 38 est en réalité double : ainsi, dans le Tableau 37 nous avons groupé les valeurs de $n_{i|j}$, $n_{i|}$, $n_{|j}$ relatives aux deux catégories [BS] et [BV + BV'] ; à chaque case de ce Tableau sont associés deux nombres, le nombre supérieur concernant la catégorie [BS], le nombre inférieur la catégorie [BV + BV']. De même le Tableau 38 groupe les valeurs de $n_{i|j}$, $n_{i|}$, $n_{|j}$ relatives aux catégories :

[BS + BV — (C)] (nombre supérieur)

et :

[BS + BV + BV' — (C)] (nombre inférieur).

N. 116. Résultats et conclusions. — Les valeurs du coefficient de contingence (Spectre-log 10 P), relatives aux diverses catégories de Binaires envisagées au paragraphe N. 4, obtenues à partir des Tableaux 37 et 38, sont indiquées dans le Tableau 39, dans la colonne d'entête C' ; celles du coefficient C, trouvées au paragraphe N. 114, y figurent également à titre de comparaison, ainsi que le nombre n de Binaires correspondant à chacune de ces déterminations.

TABLEAU 39

Contingences (Spectre-Période) et (Spectre-log 10 P).

CATÉGORIE	C	C'	n
[BS]	0,52	0,56	360
[BV]	0,33	0,45	149
[BV+BV']	0,33	0,42	190
[BS+BV—(C)]	0,54	0,56	490
[BS+BV+BV'—(C)]	0,54	0,56	531

Le coefficient C' relatif à la catégorie [BV] figure dans le Tableau 39, bien que nous n'ayons pas jugé utile de donner les éléments du Tableau de contingence correspondant afin de ne pas surcharger inutilement le Tableau 37.

La comparaison des colonnes d'entêtes C et C' montre que les coefficients C et C' sont très voisins pour les catégories les plus riches en Binaires :

[BS] ; [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] ;

par contre C' est relativement plus fort que C pour les catégories plus pauvres en étoiles [BV] et [BV + BV'].

L'étude de la contingence (Spectre-log 10 P) confirme donc et renforce

même les conclusions obtenues en se basant sur la contingence (Spectre-Période), à savoir :

La liaison paraissant exister entre les spectres et les périodes orbitales des Binaires est serrée dans le cas des catégories :

$$[BS]\,;\,[BS + BV - (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' - (C)],$$

un peu moins étroite pour les catégories [BV] *et* [BV]+ BV'].

N. 117. Coefficient de contingence (Groupe spectral-Période). — La relation (Groupe spectral-Période) semble beaucoup plus facile à mettre en évidence que les relations (Type spectral-Période) et (Type spectral-log 10 P), si l'on en juge par l'analyse directe des Tableaux de contingence étudiés au cours des paragraphes N. 92 à N. 113. Ce sont là d'ailleurs trois relations identiques quant au fond, trois aspects différents d'une même question.

Il s'agit en effet de savoir s'il existe une relation entre le caractère « spectre » pris au sens général du mot (sans avoir égard à une classification détaillée et précise) et la longueur de la période orbitale des Binaires. Les recherches précédemment faites nous ont montré qu'on peut répondre affirmativement à une telle question. Ce résultat acquis, il semble logique et naturel de penser qu'une liaison de caractère plus vague, telle que la liaison (Groupe spectral-Période) sera plus aisément décelée que la liaison plus précise (Type spectral-Période) qui a moins de chance de se réaliser, et c'est bien ce que nous constatons. Mais on pourrait penser que le coefficient de contingence trouvé dans le premier cas devrait en conséquence être supérieur à celui obtenu dans le second cas. Tout au plus accepterions-nous, sans trop de surprise, l'égalité de tels coefficients comme une manifestation numérique d'un même état de choses. Or il n'en est rien.

Le coefficient de contingence (Groupe spectral-Période)* que nous désignerons par C'' est nettement plus faible que les coëfficients C et C' relatifs, le premier C à la contingence (Type spectral-Période), le second C' à la contingence (Type spectral-log 10 P). Le lecteur s'en rendra aisément compte en

---

* Pour ne pas ajouter de nouveaux Tableaux, nous n'avons pas jugé utile de donner les Tables relatives à la contingence (Groupe spectral-Période). Le lecteur peut d'ailleurs aisément les reconstituer pour les catégories [BS], [BV+BV'] et [BS + BV+BV'— (C)] en réunissant en une seule les colonnes d'entêtes B, A et F d'une part et G, K et M d'autre part, sans toucher aux lignes, dans les Tableaux 28, 31 et 33 respectivement. On obtiendrait le même résultat en réduisant les Tableaux auxiliaires 30 et 32 à leurs colonnes (1),(8), (9) et (12) et le Tableau 36 à ses colonnes (1), (4), (6) et (8).

consultant le Tableau 39′ dans lequel nous avons groupé, pour faciliter la comparaison, non seulement les valeurs des coefficients C, C′, C″ relatives aux diverses catégories de Binaires, mais encore celles des rapports $\frac{C''}{C}$ et $\frac{C''}{C'}$.

TABLEAU 39′

Comparaison des coefficients de contingence C, C′, C″, concernant la relation entre spectres et périodes.

CONTINGENCE / CATÉGORIE	(SP.-P)		(SP.-log 10 P)		(GR. SP. — P)		$\frac{C''}{C}$	$\frac{C''}{C'}$	n
	C	T ($a \times b$)	C′	T′ ($a' \times b'$)	C″	T″ ($a'' \times b''$)			
[BS]	0,52	6×9	0,56	6×14	0,43	2×9	0,83	0,77	360
[BV]	0,33	6×5	0,45	6×9	0,15	2×5	0,45	0,33	149
[BV+BV′]	0,33	6×6	0,42	6×12	0,14	2×6	0,42	0,33	190
[BS+BV—(C)].....	0,54	6×13	0,56	6×15	0,43	2×13	0,80	0,77	490
[BS+BV+BV′—(C)]	0,54	6×14	0,56	6×18	0,43	2×14	0,80	0,77	531

Le Tableau 39′ matérialise pour ainsi dire l'inconvénient présenté par le coefficient de contingence, par ailleurs d'un usage si commode, à savoir : les valeurs de ce coefficient calculées à partir de différents systèmes de classification ne sont pas toujours comparables entre elles. La plus grande valeur que puisse atteindre le coefficient de contingence, c'est-à-dire l'unité, n'est en fait obtenue que si le nombre de classes (a ou b) utilisées pour chacun des caractères (X ou Y) est infini. Quand ce nombre de classes est fini, la limite supérieure que peut atteindre le coefficient de contingence est d'autant plus petite que le nombre de classes est lui-même plus petit. C'est pourquoi G. U. Yule conseille de restreindre l'emploi de ce coefficient, soit au cas où $a = 5$ et $b = 5$, soit au cas où le mode de classification est encore plus poussé. Il convient toutefois de ne pas exagérer dans ce dernier sens, car dans le cas de classifications trop fines, la valeur du coefficient de contingence risque d'être fortement influencée par des irrégularités accidentelles de distribution sans aucune signification réelle [voir à ce sujet G. U. Yule (R. 51)].

(R. 51) G. U. Yule : *An introduction to the Theory of Statistics*, pp. 65-66 ; 1922.

Pour permettre au lecteur d'en juger en ce qui concerne nos recherches, nous avons adjoint à chacune des colonnes d'entête C ou C′ ou C″ respectivement, une colonne d'entête T ou T′ ou T″ donnant, dans chaque cas envisagé, le nombre total de cases de la Table de contingence correspondante, sous la forme $(a \times b)$, a représentant le nombre de classes utilisées pour les types ou les groupes spectraux et b pour les périodes ou les valeurs de la fonction log 10 P.

Nous basant alors sur les données réunies dans le Tableau 39′, nous pouvons, conformément à l'avant-dernier alinéa, faire les deux remarques suivantes :

1° Entre les coefficients C et C′ qui sont tels que :

$$a = a' = 6 \qquad \text{et} \qquad 5 \leqslant b < b',$$

on a l'inégalité :

$$C < C',$$

mais comme a et b sont suffisamment grands, C et C′ sont néanmoins comparables, surtout dans le cas des catégories de Binaires relativement riches en étoiles.

2° Par contre, le coefficient C″ tel que :

$$a'' = 2 < a = a' = 6 \qquad \text{et} \qquad 5 \leqslant b'' = b < b',$$

pour lequel a'' est par conséquent trop petit, est non seulement inférieur à C et C′, mais ne leur est même pas comparable, surtout dans le cas des catégories pauvres en étoiles, ainsi qu'on peut s'en rendre compte en regardant les valeurs des rapports $\frac{C''}{C}$ et $\frac{C''}{C'}$.

Une troisième remarque s'impose quand on considère l'ensemble des catégories de Binaires ;

Le fait que a'' soit proportionnel à a et b'' à b, puisque :

$$\frac{a''}{a} = \frac{1}{3} \qquad \text{et} \qquad \frac{b''}{b} = 1,$$

n'entraîne pas :

$$\frac{C''}{C} = \text{constante}.$$

On n'a pas davantage :

$$\frac{C''}{C'} = \text{constante.}$$

Et les valeurs des rapports $\frac{C''}{C}$ et $\frac{C''}{C'}$ semblent surtout montrer que C'' est d'autant plus voisin de C ou de C' que ces coefficients sont relatifs à une population plus nombreuse.

Ainsi la comparaison des valeurs de C'' avec celles de C ou C', montre nettement que *si la classification de l'ensemble des types spectraux en deux groupes spectraux* (B, A, F) *et* (G, K, M) *est particulièrement commode pour mettre en évidence l'existence d'une relation entre Spectres et Périodes, elle est par contre trop sommaire pour permettre d'apprécier l'intensité d'une telle liaison par la valeur du coefficient de contingence correspondant.*

III. — INFLUENCE DE LA NATURE DU TYPE SPECTRAL SUR LA VALEUR MOYENNE DE LA PÉRIODE DES BINAIRES

N. 118. — Nous aurions pu essayer de déceler l'existence de la relation (Spectre-Période) en étudiant l'influence éventuelle de la nature du type spectral sur la valeur moyenne de la période. C'est ce que nous allons faire maintenant.

A cet effet, nous avons calculé les valeurs de la période moyenne $\overline{P_i}$ relatives aux diverses classes spectrales B, A, F, G, K, M et en outre aux deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) dont le rôle important a été mis en évidence à diverses reprises*. Ces calculs, dont les résultats figurent dans les colonnes d'entête $\overline{P_i}$ du Tableau 40**, ont été effectués pour les cinq catégories de Binaires envisagées au paragraphe N. 4, c'est-à-dire :

[BS], [BV], [BV + BV'], [BS + BV — (C)], [BS + BV + BV' — (C)],

et en outre pour une nouvelle catégorie [BS'], celle-ci se déduisant de la caté-

---

* Voir notamment les paragraphes N. 98, N. 103, N. 111 et N. 112.

** Les valeurs moyennes de l'excentricité correspondantes $\overline{e_i}$ qui figurent également dans le Tableau 40 seront utilisées au Chapitre suivant.

gorie [BS] par l'élimination des 21 Binaires dont la période est supérieure à 3.000 jours. Cette dernière catégorie a été adjointe aux cinq catégories considérées précédemment, afin d'atténuer dans les résultats relatifs aux Binaires Spectroscopiques l'influence des valeurs anormalement grandes de la période, qui sont, pour la valeur moyenne de cet élément, une grande cause d'instabilité relativement à l'accroissement progressif du matériel.

Pour plus de commodité, nous désignerons, au cours de cette étude, par *période moyenne liée à un spectre* (i) et souvent plus brièvement par « période moyenne liée » la valeur moyenne $\overline{P_i}$ de la période des Binaires de spectre (i)*.

N. 119. Cas des types spectraux. — Les nombres $\overline{P_i}$ figurant dans le Tableau 40 sont en général différents d'une catégorie de Binaires à l'autre dans un même type spectral, et d'un type spectral à l'autre dans une même catégorie de Binaires. Examinons successivement ces deux points.

Dans un même type spectral, les valeurs de la période moyenne $\overline{P_i}$ vont en croissant** quand on classe les catégories de Binaires dans l'ordre :

[BS'], [BS], [BS + BV — (C)], [BS + BV + BV' — (C)], [BV], [BV + BV'],

pour les types spectraux B, A, F, K, M et pour le groupe spectral (B, A, F), et dans l'ordre d'ailleurs peu différent du précédent :

[BS'], [BS], [BS + BV — (C)], [BV], [BS + BV + BV' — (C)], [BV + BV'],

pour le type spectral G et le groupe spectral (G, K, M).

Il n'y a pas lieu de s'étonner de certains de ces résultats :

Tout d'abord la catégorie [BS'] se déduisant de la catégorie [BS] par l'élimination des périodes de cette dernière supérieures à 3.000 jours, la valeur moyenne de la période $\overline{P_i}$ relative à la catégorie [BS'] est évidemment plus petite que celle concernant la catégorie [BS] associée.

D'autre part, le fait que la période moyenne $\overline{P_i}$ croît quand on passe successivement de la catégorie [BS] aux catégories [BV], puis [BV + BV'] dans

---

* Des expressions analogues seront utilisées ultérieurement pour désigner les valeurs moyennes de l'excentricité et les valeurs médianes de la période et de l'excentricité relatives aux divers types spectraux.

** Ou plus exactement dans certains cas en ne décroissant pas.

TABLEAU 40

Valeurs moyennes de la période et de l'excentricité relatives aux diverses classes spectrales et aux deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M)*.

Catégorie / Sp.	[BS]			[BS']			[BV]			[BV + BV']			[BS+BV—(C)]			[BS+BV+BV'—(C)]		
	$\overline{P_i}$	$\overline{e_i}$	n	$\overline{P_i}$	$\overline{e_i}$	n	$\overline{P_i}$	$\overline{e_i}$	n	$\overline{P_i}$	$\overline{e_i}$	n	$\overline{P_i}$	$\overline{e_i}$	n	$\overline{P_i}$	$\overline{e_i}$	n
B	107^{j},44	0,15	81	28^{j},79	0,15	79	—	—	—	104^{a},30	0,31	1	0^{a},29	0,15	81	1^{a},56	0,15	82
A	1.413^{j},31	0,17	108	36^{j},41	0,16	105	116^{a},61	0,61	25	238^{a},21	0,57	31	22^{a},68	0,24	129	54^{a},78	0,25	135
F	23^{j},13	0,20	33	23^{j},13	0,20	33	141^{a},65	0,60	20	142^{a},21	0,61	25	53^{a},49	0,35	53	61^{a},33	0,38	58
G	2.092^{j},15	0,22	77	188^{j},71	0,18	66	90^{a},98	0,52	66	317^{a},61	0,50	86	46^{a},93	0,35	129	183^{a},65	0,36	149
K	1.376^{j},27	0,22	54	434^{j},78	0,20	49	94^{a},18	0,48	30	132^{a},46	0,51	38	35^{a},43	0,31	83	56^{a},58	0,33	91
M	550^{j},56	0,20	7	550^{j},56	0,20	7	144^{a},32	0,41	8	205^{a},68	0,41	9	77^{a},67	0,31	15	116^{a},36	0,32	16
(B, A, F) ...	730^{j},19	0,17	222	31^{j},62	0,16	217	127^{a},74	0,61	45	193^{a},76	0,58	57	21^{a},99	0,24	263	40^{a},29	0,25	275
(G, K, M) ...	1.733^{j},83	0,22	138	308^{j},30	0,19	122	96^{a},01	0,50	104	257^{a},14	0,49	133	44^{a},76	0,33	227	134^{a},27	0,35	256

* n = Nombre de Binaires de la catégorie envisagée dont le spectre est inscrit sur la même ligne, dans la première colonne.

un même type spectral, a naturellement pour conséquence une progression analogue de la période moyenne relative à ces mêmes catégories prises dans le même ordre, dans le cas où l'on considère l'ensemble des types spectraux, confirmant ainsi les résultats indiqués dans le Tableau 14.

Enfin d'après le mode de formation des catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV′ — (C)] (voir N. 4), les valeurs de $\overline{P}_t$ correspondantes doivent être intermédiaires entre celles des catégories composantes, à savoir : [BS] et [BV] dans le premier cas [BS] et [BV + BV′] dans le second, ce qui est conforme au résultat trouvé.

Ajoutons pour terminer que l'attitude du groupe spectral (B, A, F) est ici conditionnée par celle des types spectraux composants B, A, F ; de même l'attitude du groupe spectral (G, K, M) est fortement influencée par celle de la classe spectrale G la plus riche en Binaires des trois classes G, K, M.

N. 120. — Supposons maintenant que dans chaque catégorie de Binaires les périodes moyennes liées $\overline{P}_t$ aient été classées par ordre de grandeur croissante, et examinons dans quel ordre se présentent les types spectraux correspondants. A cet effet, substituons aux valeurs numériques $\overline{P}_t$ de ces périodes moyennes liées ainsi classées, le spectre (*i*) qui leur est associé ; nous obtenons alors le Tableau 40′.

TABLEAU 40′

[BS′]	F	B	A	G	K	M
[BS]	F	B	M	K	A	G
[BV]	G	K	A	F	M	—
[BV+BV′]	B	K	F	M	A	G
[BS+BV—(C)]	B	A	K	G	F	M
[BS+BV+BV′—(C)]	B	A	K	F	M	G

N. 121. — Avant d'examiner ce Tableau, il convient de se rappeler que, d'après leur mode même de formation (voir N. 4 et N. 118), les six catégories de Binaires envisagées peuvent être associées deux par deux, comme suit :

$$[BS'] \quad \text{et} \quad [BS],$$
$$[BV] \quad \text{et} \quad [BV + BV'],$$
$$[BS + BV — (C)] \quad \text{et} \quad [BS + BV + BV' — (C)],$$

de telle sorte que toutes les étoiles de la première catégorie citée fassent partie

de la seconde. Ces catégories de compositions voisines ont d'ailleurs été réunies par une accolade dans le Tableau 40'. Les catégories :

$$[BS'],\ [BV] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV - (C)]$$

fournissent ainsi respectivement 94 %, 78 % et 92 % des Binaires contenues dans les catégories [BS], [BV + BV'] et [BS + BV + BV' — (C)], et nous devons nous attendre à trouver des propriétés en général assez voisines pour les catégories ainsi associées.

Commençons donc pas comparer entre eux les arrangements de lettres relatifs aux trois paires de catégories associées qui figurent dans le Tableau 40' afin de comparer du même coup les arrangements des périodes moyennes liées correspondantes.

Nous constatons tout d'abord que seules les catégories [BS'] et [BS] d'une part [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] d'autre part, présentent quelques analogies quant à l'ordre dans lequel se succèdent les spectres le long des lignes du Tableau 40'.

En ce qui concerne les catégories [BS'] et [BS] on voit notamment que les types F et B correspondent dans les deux cas aux faibles valeurs de la période moyenne liée $\overline{P_i}$; par contre le type G qui occupe la sixième place dans la catégorie [BS], est ramené à la quatrième place dans la catégorie [BS'] par suite de la suppression des 21 Binaires dont la période est supérieure à 3.000 jours, parmi lesquelles plus de la moitié (exactement onze), sont de type G (voir Tableau 28).

Les arrangements de lettres relatifs aux catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] se ressemblent beaucoup ; on passe en effet du second au premier, en ramenant simplement le type G de la sixième place à la quatrième. Les périodes moyennes relatives aux spectres B, A et K sont, pour ces deux catégories, plus petites que celles liées aux spectres G, F, M et de plus on a dans les deux cas :

$$\overline{P}_{(B)} < \overline{P}_{(A)} < \overline{P}_{(K)} ;$$

par contre on constate que $\overline{P}_{(G)} < \overline{P}_{(F)} < \overline{P}_{(M)}$ pour la catégorie :

$$[BS + BV - (C)],$$

alors que :

$$\overline{P}_{(F)} < \overline{P}_{(M)} < \overline{P}_{(G)}$$

pour la catégorie [BS + BV + BV' — (C)].

Enfin, bien que la catégorie [BV + BV′) compte parmi ses 190 étoiles les 149 binaires de la catégorie [BV], l'ordre dans lequel se présentent les spectres correspondants dans le Tableau 40′ est très différent. Ainsi la période moyenne relative au type G est la plus petite de toutes pour la catégorie [BV], la plus grande de toutes pour la catégorie [BV + BV′]. On le comprend aisément, car 5 ou 6 des Binaires à très grande période ($P \geqslant 1.100$ ans) qui ne figurent pas dans la catégorie [BV], mais seulement dans la catégorie [BV + BV′], sont de type G (voir Tableau 31). Nous constatons ainsi à nouveau combien la valeur moyenne de la période des Binaires est instable (voir N. 23) ; cette instabilité persiste, comme on le voit, même quand il s'agit de la période moyenne liée à un type spectral donné.

N. 122. — Si maintenant, au lieu de nous limiter aux catégories de compositions voisines, nous considérons l'ensemble des catégories de Binaires, nous constatons que :

Dans une catégorie de Binaires donnée, l'ordre dans lequel $\overline{P_i}$, période moyenne relative à un spectre (i), va en croissant, ne correspond à l'arrangement des spectres (i), ni dans le sens de la progression classique des spectres B, A, F, G, K, M, ni dans le sens contraire.

Autrement dit :

Dans une catégorie de Binaires donnée, l'accroissement de la période moyenne liée à un spectre, ne coïncide ni avec la progression, ni avec la rétrogression du type spectral correspondant.

Une telle conclusion est contraire aux résultats obtenus en 1910 par W. W. Campbell, qui paraissaient montrer que la période moyenne des Binaires Spectroscopiques a tendance à croître quand on parcourt la série des spectres dans le sens B, A, F, G, K, M [voir N. 75 et (R. 40)].

On peut d'ailleurs essayer d'apprécier la différence entre un arrangement des lettres du Tableau 40′ et l'arrangement classique B, A, F, G, K, M, d'après le nombre minimum de permutations entre deux lettres consécutives qu'il faut effectuer pour passer de l'un à l'autre. Le nombre minimum de ces permutations successives est pour les diverses catégories de Binaires de :

2 pour [BS′] ; 7 pour [BS] ; 4 pour [BV] ; 6 pour [BV + BV′] ;
3 pour [BS + BV — (C)] et 3 pour [BS + BV + BV′ — (C)].

(R. 40) W. W. Campbell : *Second Catalogue of Spectroscopic Binary Stars* (L. O. B. 6, n° 181, pp. 17-43, 1910).

La catégorie [BS'] est donc, de toutes, celle qui fournit l'arrangement des spectres le plus voisin de l'arrangement classique B, A, F, G, K, M. On peut en outre remarquer que pour cette catégorie les valeurs de la période moyenne relatives aux types B, A, F sont nettement plus petites que celles concernant les types G, K, M conformément aux résultats trouvés par R. G. Aitken en supprimant parmi les Binaires Spectroscopiques 4 étoiles doubles dont la période lui semblait anormalement longue [(R. 47), Table 6, p. 212].

La période moyenne liée $\overline{P_i}$ n'y croît d'ailleurs pas dans l'intérieur du groupe (B, A, F) quand le spectre progresse dans le sens B, A, F ; par contre $\overline{P_i}$ croît dans l'intérieur du groupe (G, K, M), quand le spectre progresse dans le sens G, K, M. Notons que dans le cas des Binaires Spectroscopiques R. G. Aitken ne trouve de coïncidence entre la croissance de $\overline{P_i}$ et le sens dans lequel on énonce les lettres, dans l'intérieur d'aucun des deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M). Par contre dans le cas des Binaires Visuelles, les nombres fournis par cet auteur, révèlent l'existence d'une telle coïncidence dans l'intérieur de chacun des groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M). Rien de semblable ne se voit dans les résultats correspondants du Tableau 40', sauf peut-être dans le cas de la catégorie [BV] et du groupe spectral (G, K, M).

Il n'y a pas lieu d'attribuer une importance excessive aux résultats relatifs à la catégorie [BS'] déduite de la catégorie [BS] en éliminant de cette dernière les 21 Binaires dont la période est supérieure à 3.000 jours. Il est en effet très arbitraire de supprimer les valeurs en apparence anormalement grandes de la période parmi les Binaires Spectroscopiques, car seule l'influence de la sélection est cause de leur rareté, et il y a de grandes chances pour que, dans l'avenir, leur nombre augmente relativement beaucoup par rapport à celui des courtes périodes (voir N. 48).

N. 123. — Nous pourrions penser que l'ordre suivant lequel les périodes moyennes liées $\overline{P_i}$ vont en croissant, correspond à un arrangement des spectres, différent de la progression classique B, A, F, G, K, M, mais néanmoins identique pour toutes les catégories de Binaires. Il n'en est rien ; certaines remarques faites précédemment semblent déjà l'indiquer, et si l'on compare les arrangements des lettres suivant les lignes du Tableau 40', non plus en nous limitant

---

(R. 47) R. G. Aitken : *The Binary Stars*, 2e édition, 1935.

aux catégories associées, mais en considérant l'ensemble des catégories de Binaires on constate nettement que :

Dans une même catégorie de Binaires, les valeurs moyennes de la période relatives aux divers spectres vont en croissant suivant un ordre des types spectraux qui n'est pas le même selon la catégorie envisagée.

On peut néanmoins faire les remarques suivantes :

B ne dépasse jamais la seconde place ;
F oscille entre la première et le cinquième place ;
K et A oscillent entre la deuxième et la cinquième place ;
M ne descend pas en dessous de la troisième place ;
M et G se réservent la dernière place.

N. 124. — On peut d'ailleurs essayer d'apprécier numériquement l'ordre relatif moyen des périodes liées en employant l'artifice suivant :

A chaque lettre du Tableau 40′ attachons un nombre l indiquant le rang occupé par cette lettre dans la ligne à laquelle elle appartient, et formons ensuite, pour chacune des six lettres B, A, F, G, K, M la moyenne $\bar{l}$ des valeurs de l qui la concernent. On trouve ainsi pour l les valeurs suivantes classées par ordre de grandeur croissante dans la petite Table ci-après :

Spectre	B	F	K	A	G	M
$\bar{l}$	1,40	3,00	3,17	3,33	4,50	4,83

Les valeurs de $\bar{l}$ représentent en quelque sorte la valeur moyenne du rang occupé par chaque spectre (i) dans le Tableau 40′, et par suite, d'après nos conventions, par la période moyenne $\overline{P_i}$ liée à ce spectre *.

Nous en concluons, en nous basant plutôt sur l'ordre de grandeur de $\bar{l}$ que sur sa valeur réelle, que les types spectraux paraissent en moyenne, correspondre de préférence, dans une catégorie quelconque :

B aux petites valeurs
F, K, A aux valeurs intermédiaires
G et M aux valeurs plus grandes

} de la période moyenne liée $\overline{P}$.

* Il va sans dire que le procédé ci-dessus n'est pas à l'abri de toute critique puisqu'il ne tient pas compte des poids respectifs des diverses valeurs de $\overline{P_i}$.

Nous retrouvons ainsi avec peine et sous une forme beaucoup plus confuse, certains des résultats mis en lumière au paragraphe N. 106 par la considération des domaines de concentration des périodes des Binaires d'un type spectral donné.

N. 125. — On peut se demander pourquoi l'arrangement des types spectraux qui correspond à l'ordre dans lequel les périodes moyennes liées $\overline{P}_i$ vont en croissant, varie d'une catégorie de Binaires à l'autre et par suite convient mal pour mettre en évidence l'existence d'une relation entre spectres et périodes. Trois causes principales nous paraissent responsables d'une telle anomalie, savoir :

1° La sélection qui fausse la répartition des périodes est susceptible, et de masquer l'existence de la relation (Spectre-Période), et de modifier la nature apparente de cette liaison. Mais cette cause intervient quelle que soit la méthode mise en œuvre pour déceler la relation (Spectre-Période) ; c'est pourquoi nous en parlerons seulement plus loin (voir N. 139) ;

2° L'influence des très grandes valeurs de la période entraîne, en raison de l'accroissement continu des données employées, une instabilité de la période moyenne $\overline{P}_i$ liée à chaque spectre (i), plus faible que pour la période moyenne relative à l'ensemble des spectres, mais néanmoins considérable ;

3° Dans le cas des catégories composites :

$$[BS + BV - (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' - (C)],$$

les périodes des Binaires d'une même classe spectrale peuvent présenter deux domaines de concentration, comme c'est le cas pour les types A, F, G par exemple (voir N. 106) ; la valeur moyenne de la période relative à ce spectre a dès lors des chances de tomber entre les deux zones de concentration et n'a plus alors grande signification. Comme la distribution des périodes relative à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies) résulte de la quasi-juxtaposition de celle des Binaires Spectroscopiques et de celle des Binaires Visuelles, on comprend en effet aisément que les arrangements des spectres qui nous intéressent soient différents de l'une des catégories composantes à l'autre, et ne coïncident pas avec l'arrangement relatif à la catégorie composite (BS et BV réunies).

N. 126. — En résumé, *l'étude de l'influence de la nature du type spectral sur la valeur de la période moyenne convient mal pour mettre en évidence l'existence d'une relation entre spectres et périodes parmi les Binaires.* Elle ne peut donc servir ni à confirmer, ni à infirmer les résultats obtenus avec facilité par l'analyse directe des Tables de contingence.

N. 127. Cas des groupes spectraux. — L'étude de l'influence de la nature du type spectral sur la valeur de la période moyenne s'étant montrée inapte à la mise en évidence d'une relation (Type spectral proprement dit Période), parmi les Binaires, cherchons maintenant s'il existe une relation entre les groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) et les valeurs moyennes de la période correspondantes.

Les deux dernières lignes du Tableau 40 nous montrent effectivement que la période moyenne relative au groupe spectral (B, A, F) est inférieure à celle relative au groupe spectral (G, K, M), ceci pour toutes les catégories de Binaires, sauf pour la catégorie [BV].

Ainsi se trouve confirmée l'existence d'une relation certaine entre périodes et groupes spectraux, relation mise en évidence au paragraphe N. 111 par l'analyse directe des Tables de contingence.

IV. — INFLUENCE DE LA NATURE DU TYPE SPECTRAL SUR LA VALEUR MÉDIANE DE LA PÉRIODE DES BINAIRES

N. 128. — Nous pourrions également essayer de mettre en évidence l'existence de la relation (Spectre-Période) en comparant entre elles les valeurs médianes de la période P'_i relatives aux divers spectres (i).

A cet effet, nous avons calculé les valeurs médianes P'_i liées aux types spectraux B, A, F, G, K, M, et aux deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M), pour les six catégories de Binaires envisagées au paragraphe N. 118, à savoir :

[BS], [BS'], [BV], [BV + BV'], [BS + BV — (C)], [BS + BV + BV' — (C)].

Les résultats trouvés figurent dans les colonnes d'entête P'_i du Tableau 41 *. A titre de comparaison, la dernière ligne de ce Tableau fournit, pour les mêmes

---

* Les valeurs médianes de l'excentricité e'_i relatives aux divers spectres (i), qui figurent également dans le Tableau 41, seront utilisées au chapitre suivant.

TABLEAU 41

Valeurs médianes de la période et de l'excentricité relatives aux diverses classes spectrales et aux deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) *.

CATÉGORIE / SP.	[BS]			[BS']			[BV]			[BV+BV']			[BS+BV—(C)]			[BS+BV+BV'—(C)]		
	P'_i	e'_i	n	P'	e'_i	n	P'_i	e'_i	n	P'_i	e'_i	n	P'_i	e'_i	n	P'_i	e'_i	n
B	5j,73	0,10	81	5j,41	0,10	79	—	—	—	104a,30	0,31	1	5j,73	0,10	81	5j,90	0,10	82
A	5j,94	0,07	108	5j,54	0,06	105	63a,48	0,59	25	84a,50	0,59	31	8j,25	0,12	129	9j,22	0,12	135
F	4j,19	0,07	33	4j,19	0,07	33	98a,65	0,64	20	89a,60	0,62	25	31j,40	0,28	53	39j,09	0,30	58
G	14j,50	0,11	77	10j,38	0,08	66	53a,01	0,53	66	62a,75	0,51	86	5a,56	0,35	129	17a,64	0,35	149
K	208j,47	0,17	54	180j,88	0,13	49	86a,12	0,49	30	98a,62	0,50	38	2a,84	0,28	83	4a,13	0,29	91
M	257j,80	0,17	7	257j,80	0,17	7	43a,77	0,41	8	44a,52	0,41	9	5a,87	0,35	15	6a,30	0,37	16
(B, A, F)	5j,53	0,08	222	5j,41	0,08	217	84a,20	0,61	45	89a,60	0,59	57	7j,99	0,12	263	8j,52	0,13	275
(G, K, M)	51j,85	0,13	138	24j,10	0,10	122	58a,80	0,51	104	76a,00	0,50	133	3a,77	0,31	227	6a,83	0,32	256
Tous spectres.	9j,60	0,10	360	8j,42	0,09	339	62a,50	0,53	151	78a,84	0,53	192	28j,07	0,22	492	58j,31	0,23	533

* n = nombre de Binaires de la catégorie envisagée dont le spectre est inscrit sur la même ligne dans la première colonne.

catégories, les valeurs médianes de la période P′ relatives à l'ensemble des spectres.

N. 129. — Un rapide examen du Tableau 41 montre que, dans chaque catégorie de Binaires, les nombres P'_i sont relativement beaucoup plus proches les uns des autres que ne l'étaient les nombres $\overline{P}_i$ du Tableau 40. De même les catégories dont les populations sont voisines :

[BS′] et [BS] ;
[BV] et [BV + BV′] ;
[BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV′ — (C)],

correspondent à des valeurs assez peu différentes de P'_i dans un même type spectral.

Autrement dit :

La valeur médiane de la période P'_i *liée à un spectre* (*i*) *est beaucoup plus stable que la valeur moyenne correspondante.*

Nous avions déjà fait la même remarque en ce qui concerne les valeurs médiane et moyenne de la période relatives à l'ensemble des types spectraux dans le cas des Binaires Spectroscopiques (voir N. 23).

Les nombres P'_i varient néanmoins, d'une catégorie à l'autre dans un même type spectral, et d'un type spectral à l'autre dans l'intérieur d'une même catégorie de Binaires. Nous examinerons successivement ces deux points.

N. 130. — En étudiant ainsi le Tableau 41, nous constatons que :

Dans un même type spectral, les valeurs de la période médiane liée P'_i vont en croissant* quand on classe les catégories de Binaires dans l'ordre :

[BS′], [BS], [BS + BV — (C)], [BS + BV + BV′ — (C)], [BV], [BV + BV′],

pour les divers types spectraux et pour les deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) ; toutefois pour la classe spectrale F il convient d'intervertir entre elles les catégories [BV] et [BV + BV′].

Ces résultats présentent une assez grande similitude avec ceux rencontrés

---

* Ou plus exactement, dans certains cas, en ne décroissant pas.

dans l'étude des périodes moyennes liées (voir N. 118), et certains d'entre eux peuvent s'expliquer d'une manière analogue, à savoir :

1° La catégorie [BS'] se déduisant de la catégorie [BS] simplement par suppression des plus grandes valeurs de la période, la période médiane P'_i liée à un spectre (i) aura pour la catégorie [BS'] une valeur inférieure ou au plus égale à celle obtenue pour la catégorie [BS]. Pour la même raison, la période médiane P' relative à l'ensemble des spectres sera plus petite pour la catégorie [BS'] que pour la catégorie [BS].

2° Le fait que les périodes médianes P'_i liées aux divers types spectraux vont dans leur ensemble en croissant quand on passe de la catégorie [BS] aux catégories [BV] ou [BV + BV'], a pour conséquence une progression analogue de la valeur médiane P' de la période relative à l'ensemble des spectres quand on passe de même de la catégorie [BS] aux catégories :

$$[BV] \qquad \text{ou} \qquad [BV + BV'].$$

Étant donnée une série (S) obtenue en réunissant deux séries (S_1) et (S_2) de nombres de même nature, mais concernant des observations *distinctes*, ce que nous pouvons écrire symboliquement :

$$(S) = (S_1) + (S_2),$$

on peut en effet montrer que la valeur médiane P' relative à (S) est comprise entre les valeurs médianes P'_1 et P'_2 relatives aux séries composantes (S_1) et (S_2). (Pour la démonstration voir en fin de volume, Note.)

Prenons dès lors comme série (S_i) l'ensemble des périodes des Binaires de spectre (i) d'une catégorie donnée. En remplaçant (i) successivement par B, A, F, G, K, M, nous obtenons six séries distinctes. Soit (S) la série trouvée en les réunissant toutes :

$$(S) = (S_B) + (S_A) + (S_F) + (S_G) + (S_K) + (S_M).$$

En associant les séries de proche en proche, on voit que la période médiane P' relative à (S) est comprise entre les deux valeurs médianes liées extrêmes.

Les nombres du Tableau 41 montrent alors que la valeur médiane P' relative à la série (S), (= ensemble des spectres), est comprise :

entre $4^j,19$ et $257^j,80$ pour la catégorie [BS] ;
entre $43^a,77$ et $98^a,65$ pour la catégorie [BV] ;
entre $44^a,52$ et $104^a,30$ pour la catégorie [BV + BV'].

La valeur médiane P′ relative à la catégorie [BS] est donc nettement inférieure aux valeurs de P′ relatives aux catégories [BV] ou [BV + BV′].

3° De même les périodes médianes liées P'_i relatives aux catégories :

$$[BS + BV - (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' - (C)]$$

sont dans leur ensemble beaucoup plus petites que celles concernant les catégories [BV] et [BV + BV′]. Un raisonnement analogue au précédent permet de conclure que :

Les valeurs médianes P′ relatives aux Binaires de toutes classes spectrales des catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV′ — (C)] doivent être nettement inférieures aux valeurs de P′ relatives aux catégories [BV] et [BV + BV′].

4° Les valeurs médianes P'_i des périodes liées aux divers types spectraux et relatives aux catégories composites :

$$[BS + BV - (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' - (C)]$$

ont *a priori* de grandes chances d'être intermédiaires entre celles des catégories composantes, à savoir : [BS] et [BV] dans le premier cas, [BS] et [BV + BV′] dans le second.

Ceci tient surtout à ce que les périodes des Binaires des catégories composantes sont en majorité d'un ordre de grandeur très différent. On ne peut en effet le démontrer en utilisant la proposition énoncée plus haut parce que les populations constituant les catégories composantes ne sont pas distinctes, puisque nous savons que les catégories [BS] et [BV] d'une part, et [BS] et [BV + BV′] d'autre part, ont en commun 21 Binaires. Le pourcentage d'étoiles communes est néanmoins suffisamment petit pour que cette proposition ait quelque chance d'être encore exacte.

5° L'attitude du groupe spectral [G, K, M] est ici conditionnée par celle des types spectraux G, K, M ; de même celle du groupe spectral (B, A, F) est fortement influencée par celle des types spectraux composants les plus riches en Binaires : B et A.

Les divers résultats énoncés ci-dessus se vérifient aisément en consultant les nombres correspondants du Tableau 41.

N. 131. — Supposons maintenant que, dans chaque catégorie de Binaires, les périodes médianes liées P'_i aient été rangées par ordre de grandeur crois-

sante et examinons dans quel ordre se présentent les types spectraux correspondants. A cet effet, substituons aux valeurs numériques P'_i de ces périodes médianes liées ainsi classées, le spectre (i) qui leur est associé; nous obtenons de cette manière le Tableau 41′.

TABLEAU 41′

[BS′]	F	B	A	G	K	M
[BS]	F	B	A	G	K	M
[BV]	M	G	A	K	F	—
[BV + BV′]	M	G	A	F	K	B
[BS + BV — (C)]	B	A	F	K	G	M
[BS + BV + BV′ — (C)]	B	A	F	K	M	G

N. 132. — Un rapide examen du Tableau 41′ nous conduit à une première remarque :

Les arrangements de lettres et par suite ceux des périodes liées correspondantes, relatifs à deux catégories de Binaires de populations voisines, sont beaucoup moins différents dans le cas des périodes médianes que dans celui des périodes moyennes. Ainsi, les catégories [BS′] et [BS] présentent le même arrangement ; les arrangements relatifs aux catégories [BV] et [BV + BV′] ne diffèrent que par l'inversion des lettres F et K; ceux relatifs aux catégories :

$$[BS + BV — (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' — (C)]$$

par celle des lettres G et M.

N. 133. — Si maintenant, au lieu de nous limiter aux catégories de compositions voisines, nous considérons l'ensemble des catégories de Binaires, nous constatons que :

Dans une catégorie de Binaires donnée, l'ordre pour lequel P'_i, période médiane liée à un spectre (i), va en croissant, ne correspond à l'arrangement des spectres (i), ni dans le sens de la progression classique des spectres B, A, F, G, K, M, ni dans le sens contraire.

Autrement dit :

Dans une catégorie de Binaires donnée, l'accroissement de la période médiane liée à un spectre, ne coïncide, ni avec la progression, ni avec la rétrogression du type spectral correspondant.

Toutefois l'arrangement relatif aux catégories [BS] et [BS'] ne diffère de la progression spectrale classique B, A, F, G, K, M, que par le déplacement de la lettre F qui y occupe le premier rang au lieu du troisième ; de même les arrangements relatifs aux catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] ne diffèrent de la progression spectrale classique que par le déplacement de la lettre G qui occupe dans le premier cas la cinquième place, dans le second cas la sixième place au lieu de la quatrième. Il convient d'ailleurs de noter que pour ces quatre catégories, les trois premiers types spectraux B, A, F occupent les trois premières places, les trois derniers types spectraux G, K, M les trois dernières places, mais l'ordre de la progression spectrale classique n'est respecté pour les trois premiers types B, A, F que pour les catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] et pour les derniers types G, K, M, que pour les catégories [BS] et [BS'].

Les catégories [BV] et [BV + BV'] correspondent par contre à des arrangements de lettres très différents de la progression spectrale classique. On peut d'ailleurs essayer d'apprécier la différence entre un arrangement de lettres du Tableau 41' et l'arrangement B, A, F, G, K, M, d'après le nombre minimum de permutations entre deux lettres consécutives qu'il faut effectuer pour passer de l'un à l'autre. Le nombre minimum de ces permutations successives est, pour les diverses catégories de Binaires de :

2 pour [BS] et [BS'] ; 7 pour [BV] ; 11 pour (BV + BV'] ;
1 pour [BS + BV — (C)] et 2 pour [BS + BV + BV' — (C)].

L'écart entre l'arrangement des lettres relatif à une catégorie donnée de Binaires et l'arrangement classique B, A, F, G, K, M, est donc grand pour les catégories [BV] et [BV + BV'] et faible pour les catégories [BS'], [BS], [BS + BV — (C)], [BS + BV + BV' — (C)].

N. 134. — Si nous repassons maintenant des lettres aux périodes médianes liées qui leur correspondent, les résultats précédents montrent que :

1° L'arrangement des types spectraux pour lequel les périodes médianes liées aux spectres vont en croissant diffère beaucoup de la progression des spectres classique B, A, F, G, K, M, pour les catégories [BV] et [BV + BV'] ; il en diffère par contre fort peu pour les catégories :

[BS'], [BS], [BS + BV — (C)], [BS + BV + BV' — (C)].

2° Pour les catégories :

[BS'], [BS], [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)],

les périodes médianes liées aux premiers types spectraux P'_B, P'_A, P'_F, sont plus petites que celles relatives aux trois derniers types spectraux P'_G, P'_K, P'_M, mais, comme nous l'avons dit plus haut, l'ordre de la progression classique n'est respecté pour les premiers types B, A, F que dans le cas des deux catégories composites et pour les derniers types G, K, M que dans le cas des catégories [BS'] et [BS].

Si l'on se reporte directement au Tableau 41, on constate d'ailleurs que pour chacune de ces quatre catégories, P'_B, P'_A, P'_F sont *nettement* inférieurs à P'_G, P'_K, P'_M. De plus P'_B, P'_A, P_F ont des valeurs peu différentes pour les catégories [BS'] et [BS] et comparables entre elles dans le cas des catégories composites.

N. 135. — Comme dans le cas des périodes moyennes liées, on constate, en se basant sur le Tableau 41, que l'ordre suivant lequel les périodes médianes relatives aux divers spectres, P'_i, vont en croissant dans une catégorie donnée, correspond à un arrangement des spectres qui n'est pas identique pour toutes les catégories de Binaires.

On peut néanmoins faire les remarques suivantes :

B occupe seulement la première ou la seconde place, si l'on excepte la catégorie [BV + BV'] qui ne renferme qu'une seule étoile de type B ;

A occupe soit la deuxième, soit la troisième place ;

F oscille entre la première et la cinquième place ;

G oscille entre la deuxième et la sixième place ;

K occupe seulement la quatrième ou la cinquième place ;

M et G se réservent la sixième place, si l'on excepte les catégories [BV] et [BV + BV'] qui se comportent en général autrement que les autres.

N. 136. — On peut comme cela a été fait pour les périodes moyennes liées essayer d'apprécier numériquement l'ordre relatif moyen des périodes médianes liées.

Pour cela, attachons à chaque lettre du Tableau 41' un nombre l indiquant le rang occupé par cette lettre dans la ligne à laquelle elle appartient, et formons ensuite pour chacune des six lettres B, A, F, G, K, M, la moyenne $\bar{l}$ des

valeurs de l qui la concernent. On trouve ainsi pour $\overline{l}$ les valeurs suivantes classées par ordre de grandeur croissante dans la petite Table ci-après :

Spectre	B	A	F	G	M	K
$\overline{l}$	2,40	2,67	2,83	3,83	4,17	4,50

Les valeurs de $\overline{l}$ représentent en quelque sorte la valeur moyenne du rang occupé par chaque spectre (i) dans le Tableau 41′, et par suite, d'après nos conventions, par la période médiane P'_i liée à ce spectre*.

Nous en concluons en nous basant, ici encore, sur l'ordre de grandeur de $\overline{l}$ plutôt que sur sa valeur réelle, que les types spectraux paraissent, en moyenne, correspondre de préférence :

B, A, F, aux petites valeurs
G aux valeurs intermédiaires
M et K aux valeurs plus grandes
} de la période médiane liée P'_i.

Le nombre minimum de permutations entre deux lettres consécutives, nécessaire pour passer des divers arrangements considérés à l'arrangement moyen trouvé B, A, F, G, M, K, est de :

1 pour la progression classique des spectres B, A, F, G, K, M ;

3 pour [BS′] ; 3 pour [BS] ; 6 pour [BV] ; 10 pour [BV + BV′] ;

2 pour [BS + BV — (C)] ; 3 pour [BS + BV + BV′ — (C)].

L'ordre relatif moyen des spectres correspondant à celui de la croissance des périodes médianes liées appelle donc trois remarques :

1° Il est très voisin de la progression spectrale classique B, A, F, G, K, M, dont il ne s'écarte que par l'interversion des lettres M et K ;

2° Il diffère relativement beaucoup des ordres correspondants aux catégories [BV] et [BV + BV′];

3° Il est par contre assez voisin de ceux concernant les catégories [BS′], [BS], [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV′ — (C)].

Pour ces quatre dernières catégories, il convient d'ailleurs de signaler la grande analogie entre les résultats mis en évidence par l'ordre relatif moyen des spectres correspondant à la croissance des périodes médianes liées et les

* Le procédé ci-dessus n'est pas à l'abri de toute critique puisqu'il ne tient pas compte des poids respectifs des diverses valeurs de P'_i.

conclusions auxquelles nous avons abouti par l'analyse directe des Tables de contingence. Ces deux méthodes conduisent en effet à un même résultat, à savoir : Les types spectraux sont de préférence associés :

les premiers B, A, F, aux petites valeurs de la période,
les derniers G, K, M, à des valeurs plus grandes de la période.

N. 137. — On peut ici encore se demander pourquoi l'arrangement des types spectraux qui correspond à l'ordre suivant lequel les périodes médianes liées P'_i vont en croissant, varie d'une catégorie de Binaires à l'autre, et se révèle en particulier nettement différent pour les Binaires Visuelles [BV] ou [BV + BV'], de ce qu'il est pour les Binaires Spectroscopiques [BS'] ou [BS], et pour les catégories composites :

$$[BS + BV - (C)] \qquad \text{ou} \qquad [BS + BV + BV' - (C)].$$

Cherchons à cet effet, si les trois causes envisagées dans le cas des périodes moyennes liées (voir N. 125), sont encore valables dans le cas présent.

1° Contrairement à ce qui se passe dans le cas des périodes moyennes liées $\overline{P_i}$ les très grandes valeurs de la période n'ont qu'une faible influence sur les valeurs des périodes médianes liées. On le comprend aisément, le calcul de la valeur médiane reposant beaucoup plus sur l'ordre relatif de grandeur des périodes que sur leur valeur effective. C'est pour cela que les valeurs des périodes médianes P'_i et P' sont beaucoup plus stables que celles des périodes moyennes $\overline{P_i}$ et $\overline{P}$ relativement à l'accroissement continu des données dans le temps.

2° La sélection modifie en général les valeurs médianes liées dans le même sens que les valeurs moyennes liées correspondantes ; toutefois son influence est beaucoup plus faible dans le premier cas que dans le second pour la raison donnée à l'alinéa précédent, à savoir que la valeur médiane dépend beaucoup plus de l'ordre relatif de grandeur des périodes que de leur valeur effective. Nous étudierons plus loin la nature de l'influence de la sélection, celle-ci intervenant quelle que soit la méthode employée pour déceler l'existence de la relation (Spectre-Période). (Voir N. 140.)

3° En ce qui concerne les catégories composites, quand il s'agit de Binaires d'un type spectral pour lequel il existe deux domaines de concentration des périodes, la période médiane liée a des chances de tomber entre ces deux zones de concentration et n'a plus dès lors grande signification. Comme la distribu-

tion des périodes relative à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), résulte précisément de la quasi-juxtaposition de celle les Binaires Spectroscopiques et de celle des Binaires Visuelles, on comprend aisément que les arrangements des spectres qui nous intéressent, soient différents de l'une des catégories composantes à l'autre, et ne coincident pas avec l'arrangement relatif à la catégorie composite (BS et BV réunies). (Voir N. 106.)

N. 138. Cas des groupes spectraux. — Les lignes du Tableau 41 d'entêtes respectives (B, A, F) et (G, K, M) nous montrent que :

La période médiane liée au groupe spectral (B, A, F) est nettement plus petite que celle relative au groupe spectral (G, K, M), ceci pour toutes les catégories de Binaires, sauf pour les Binaires Visuelles [BV] ou [BV + BV'].

Ainsi paraît se confirmer, dans le cas des Binaires Spectroscopiques et de l'ensemble des Binaires, l'existence d'une relation entre périodes et groupes spectraux, relation dont l'analyse directe des Tables de contingence nous avait déjà fourni de nombreux indices. (Voir N. 111 et N. 112.)

V. — INFLUENCE DE LA SÉLECTION SUR LA NATURE DE LA RELATION OBSERVÉE ENTRE SPECTRES ET PÉRIODES

N. 139. — Les trois méthodes employées pour essayer de mettre en évidence l'existence d'une relation entre spectres et périodes parmi les Binaires, ne sont pas d'égale valeur.

Nous avons déjà signalé les inconvénients résultant d'une simple étude comparée des valeurs liées de la période médiane (N. 137) et plus encore de la période moyenne (N. 125). L'utilisation de la seule valeur moyenne ou de la seule valeur médiane est toujours insuffisante pour caractériser une distribution, et cela est encore plus vrai dans le cas des répartitions composites pour lesquelles les valeurs moyenne et médiane risquent de n'avoir plus aucune signification physique. Comme nous l'avons déjà remarqué, c'est ce qui se passe quand on étudie la distribution des périodes pour les catégories composites de Binaires : [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)].

L'analyse directe des Tables de contingence faite au début de ce chapitre constitue évidemment une méthode descriptive plus complète et beaucoup plus féconde : elle nous a permis de mettre aisément et clairement en évidence de multiples aspects de la relation (Spectre-Période), et nous avons pu, grâce

aux coefficients de contingence*, essayer d'apprécier l'intensité de cette liaison pour les diverses catégories de Binaires. Toutefois, bien que cette méthode soit supérieure à la comparaison des périodes moyennes ou médianes liées, pour la mise en évidence d'une relation entre spectres et périodes, elle n'en est pas moins imparfaite en raison de l'influence de la sélection qui joue quelle que soit la méthode employée.

N. 140. — La sélection, en faussant la répartition des données, spectres et périodes, est susceptible, soit de masquer plus ou moins l'existence de la relation (Spectre-Période), soit d'en transformer apparemment la nature, et par suite de modifier la valeur des coefficients qui permettent d'apprécier l'intensité de cette liaison.

Dans le cas des Binaires Spectroscopiques, la sélection est responsable de la rareté relative des grandes périodes (voir N. 48). Il est par suite difficile, pour cette catégorie de Binaires, de vérifier si les spectres liés aux petites périodes sont ou non de même nature que ceux associés aux grandes valeurs de cet élément.

Dans le cas des Binaires Visuelles, la sélection est responsable de la rareté des périodes extrêmes, petites et grandes (voir N. 51). Elle masque ainsi considérablement l'existence de la relation (Spectre-Période) dans les catégories [BV] et [BV + BV']. Sans son intervention, on trouverait une plus grande proportion de petites périodes liées aux premiers types spectraux, B, A, F, ainsi qu'une plus forte proportion de très longues périodes associées aux derniers types spectraux G, K, M, et vraisemblablement aussi au type A, car nous avons vu au paragraphe N. 87 que le type spectral le plus fréquemment observé parmi les couples physiques dont l'orbite n'est pas encore déterminée, est précisément le type A.

L'influence de la sélection est particulièrement considérable pour les doubles visuelles ; et si, quelle que soit la méthode employée pour déceler la relation (Spectre-Période), on trouve que les Binaires de catégories :

[BV] et [BV + BV']

* Nous ne pouvions nous contenter d'indiquer les valeurs des coefficients de contingence, ceux ci ne donnant, comme le remarque G. U. Yule (R. 52) qu'une partie de l'information fournie par les données initiales ou les Tables de contingence. C'est pourquoi nous avons jugé utile de donner ces dernières.

(R. 52) G. U. Yule : *An Introduction to the Theory of Statistics*, pp. 187-188 (1922).

ont presque toujours une attitude nettement différente de celle des Binaires des autres catégories (BS et catégories composites), il faut attribuer ce fait à l'absence totale de couples à courte période parmi les Binaires Visuelles.

Enfin, si au lieu d'étudier séparément les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles, nous considérons l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), toute la gamme des périodes est de ce fait mieux représentée, et l'influence de la sélection s'en trouve par suite beaucoup diminuée. La pauvreté relative en Binaires subsiste toutefois dans le domaine des très longues périodes. En conséquence, nous pouvons admettre que l'ensemble des Binaires fournit une bonne représentation en vue de la détection d'une relation entre spectres et périodes, dans tous les domaines, sauf dans celui des très longues périodes.

N. 141. Résumé et conclusion. — L'analyse directe des Tables de contingence nous a permis de mettre en évidence de multiples aspects de la liaison entre spectres et périodes. Ensuite afin d'en préciser le caractère, nous avons essayé d'étudier la relation fonctionnelle susceptible d'exister entre la longueur de la période orbitale et la proportion correspondante en étoiles de groupe spectral (B, A, F) dans les diverses catégories de Binaires. En particulier l'étude des catégories composites nous a conduit à constater que, pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies) :

La proportion de Binaires appartenant au groupe spectral (B, A, F) va en diminuant quand la période croît de 0 à une certaine limite P_0 peu différente de 3 ans ; elle augmente ensuite à mesure que la période va en croissant à partir de P_0.

Ce dernier point paraît confirmer ce que nous avons avancé plus haut relativement aux Binaires Visuelles, à savoir que :

Si la sélection n'intervenait pas, et que nous possédions les orbites d'un beaucoup plus grand nombre de Binaires à très longue période, on observerait vraisemblablement parmi elles une certaine richesse en étoiles de type A. La même remarque s'applique aux catégories composites.

L'étude de la relation entre la longueur de la période orbitale et la proportion correspondante des diverses catégories de Binaires en étoiles de groupe spectral (B, A, F), paraît de plus, comme nous l'avons remarqué antérieurement (voir N. 111), nous conduire à substituer à la division artificielle des étoiles doubles en Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles leur répartition entre les deux classes suivantes :

1° Classe des Binaires à période inférieure à P_0 ;

2° Classe des Binaires à période supérieure à P_0;

P_0 étant peu différent de trois ans.

Et si la division habituelle des Binaires en Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles, commode parce qu'elle correspondait à des modes d'observation différents, a pu longtemps subsister, c'est parce que précisément en raison de la pauvreté des données elle s'identifiait presque avec la classification proposée ci-dessus, les Binaires Spectroscopiques à éléments connus ayant surtout de courtes périodes, les Binaires Visuelles à orbites déterminées ne possédant par contre que des périodes supérieures à trois ans.

Enfin si les observations micrométriques paraissent avoir peu de chances de nous permettre de dédoubler ultérieurement des étoiles doubles à très courte période, par contre l'accroissement continu des données fait apparaître des Binaires Spectroscopiques à périodes de plus en plus longues, quelquefois même à la fois Binaire Spectroscopique et Binaire Visuelle par les mêmes composantes, montrant ainsi que ces deux sortes de Binaires ne sont pas de nature différente. Une différence de nature et peut-être d'origine existerait plutôt entre les Binaires à période inférieure à P_0, soit trois ans environ, et celles de période supérieure à trois ans, l'évolution se faisant dans ces deux classes en sens opposé en ce qui concerne la variation en fonction de la longueur de la période, de la proportion correspondante de ces Binaires en étoiles de groupe spectral (B, A, F). La considération du groupe spectral complémentaire (G, K, M) conduirait évidemment à la même conclusion. (Voir N. 112.)

CHAPITRE VIII

RELATION (SPECTRE-EXCENTRICITÉ)

N. 142. — Le plan suivi pour l'étude de la relation (Spectre-Excentricité) est analogue à celui adopté dans le cas de la relation (Spectre-Période) :

L'analyse directe des Tables de contingence (Spectre-Excentricité) relatives aux diverses catégories de Binaires, nous servira à mettre en évidence l'existence d'une relation entre spectres et excentricités, et à en déterminer la nature. Nous essayerons ensuite d'apprécier l'intensité de cette liaison par le calcul des coefficients de contingence correspondants. Enfin, nous chercherons dans quelle mesure l'étude des valeurs moyennes et médianes de l'excentricité relatives aux divers types spectraux confirme les résultats obtenus par la méthode précédente. Puis nous terminerons par quelques considérations sur l'influence de la sélection sur la nature de la relation observée entre spectres et excentricités.

I. — SUR L'EXISTENCE D'UNE RELATION (SPECTRE-EXCENTRICITÉ)

N. 143. — Pour reconnaître si les données actuelles militent en faveur de l'existence d'une relation entre spectres et excentricités, pour les diverses catégories de Binaires, nous dresserons, dans chaque cas étudié, la Table à double entrée destinée à indiquer le nombre n_{ij} de Binaires de spectre (i) dont l'excentricité tombe entre certaines limites définissant un groupe (j) d'excentricités. La nature des spectres sera inscrite dans la première ligne, les limites des excentricités dans la première colonne. La dernière ligne et la dernière colonne fourniront, suivant l'usage, les distributions marginales correspondantes, savoir, nous désignerons :

par $n_{i|}$ le nombre total des Binaires de spectre (i),

par $n_{|j}$ le nombre total de Binaires tombant dans le groupe (j) d'excentricités.

Des Tables de contingence seront ainsi dressées dans le cas des Binaires Spectroscopiques, le cas des Binaires Visuelles, et celui de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

Cas des Binaires Spectroscopiques.

N. 144. — Le Tableau 42 fournit les données relatives à la contingence (Spectre-Excentricité) pour la catégorie [BS].

TABLEAU 42

Contingence (Spectre-Excentricité). Cas des Binaires Spectroscopiques.

SPECTRE / EXCENTRICITE	B	A	F	G	K	M	$n_{|j}$
0,00-0,10.....	38	60	18	34	20	3	173
0,10-0,20.....	20	10	4	11	9	1	55
0,20-0,30.....	13	10	3	5	10	—	41
0,30-0,40.....	4	8	2	8	4	1	27
0,40-0,50.....	—	8	2	6	3	1	20
0,50-0,60.....	3	8	1	3	5	1	21
0,60-0,70.....	1	2	2	5	2	—	12
0,70-0,80.....	2	2	1	4	1	—	10
0,80-0,90.....	—	—	1	—	—	—	1
0,90-1,00.....	—	—	—	—	—	—	—
$n_{i\|}$	81	108	34	76	54	7	360

Nous laisserons de côté les distributions marginales représentées par la colonne des $n_{|j}$ et par la ligne des $n_{i|}$; elles nous permettraient, comme il se doit, de retrouver les résultats respectivement obtenus en étudiant la répartition propre des excentricités et celle des spectres.

La Table à double entrée 42 peut par contre nous permettre d'arriver à de nouvelles conclusions, à condition de chercher :

D'une part quel est le groupe d'excentricités « le plus favorisé » pour chaque classe spectrale, c'est-à-dire le groupe d'excentricités le plus riche en Binaires Spectroscopiques d'un type spectral donné ;

Et d'autre part, quel est le « spectre dominant » (s) dans chaque groupe d'excentricités, c'est-à-dire le spectre le plus fréquemment observé, parmi les Binaires Spectroscopiques se rattachant à un groupe d'excentricités donné.

Il s'agit simplement de noter, dans le premier cas, la valeur de j qui correspond au nombre $n_{i|j}$ maximum dans la colonne (i), et dans le second cas, la valeur (s) de i qui rend maximum le nombre $n_{i|j}$ dans la ligne de rang (j). Le but recherché est de savoir si le groupe d'excentricités « le plus favorisé » dépend du spectre choisi, et si « le spectre dominant » varie avec le groupe d'excentricités considéré.

N. 145. — Examinons d'abord comment les Binaires Spectroscopiques de chacune des classes spectrales se répartissent entre les divers groupes d'excentricités envisagés, c'est-à-dire comment les $n_{i|j}$ du Tableau 42 varient le long de chacune des colonnes.

Comme les groupes d'excentricités considérés ont tous même amplitude, 0,10, les nombres $n_{i|j}$ d'une même colonne représentent les densités respectives des groupes successifs d'excentricités en Binaires de spectre (i), et fournissent la loi de répartition des excentricités relative à ce type spectral.

Deux caractères de cette loi nous apparaissent immédiatement, savoir :

Dans chaque classe spectrale :

1° Le groupe d'excentricités « le plus favorisé » est celui des plus petites excentricités défini par la double inégalité :

$$0{,}00 < e < 0{,}10.$$

2° A de légères exceptions près, la densité en Binaires des groupes d'excentricités successifs a tendance à décroître à mesure que l'excentricité augmente, les deux derniers groupes ne renfermant que peu ou pas de Binaires suivant le type spectral envisagé.

Ces caractères étant communs aux six classes spectrales B, A, F, G, K, M, prises isolément, doivent se retrouver quand on considère l'ensemble des Binaires Spectroscopiques appartenant, soit au groupe spectral (B, A, F), soit au groupe spectral (G, K, M), ou encore l'ensemble des Binaires Spectroscopiques de tous types spectraux.

En ce qui concerne les groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M), on peut aisément s'en rendre compte en consultant les colonnes (4) et (6) du Tableau auxiliaire 43.

De même en ce qui concerne l'ensemble des Binaires Spectroscopiques de tous types spectraux, on le vérifie immédiatement en parcourant la colonne n_{l} du Tableau 42, et nous retrouvons ainsi un résultat mis en évidence quand nous avons étudié la distribution des excentricités des Binaires Spectroscopiques (voir N. 44), à savoir :

La courbe de distribution des excentricités des Binaires Spectroscopiques est en forme de J retourné (ɩ), et présente un maximum unique correspondant à l'intervalle (0,00-0,10).

D'après ce que nous avons dit plus haut, cette propriété est également vraie pour la courbe de répartition des excentricités des Binaires Spectroscopiques d'un même type spectral.

Il résulte de ce qui précède que :

Chez les Binaires Spectroscopiques, le groupe d'excentricités « le plus favorisé » est le même, quel que soit le type spectral considéré ; il est identique à celui trouvé tant pour les groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M), que pour l'ensemble de ces Binaires.

Ainsi la nature du type spectral paraît sans influence sur la distribution des Binaires Spectroscopiques entre les divers groupes d'excentricités. Toutefois la proportion des Binaires d'un spectre donné contenues dans le groupe d'excentricités « le plus favorisé », semble varier quelque peu avec la classe spectrale choisie, comme le montre la petite Table ci-après qui donne également le pourcentage relatif aux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M).

Spectre	B	A	F	G	K	M	(B, A, F)	(G, K, M)
%	47	56	53	45	37	43	52	42

D'après ce qui a été dit, cette Table fournit aussi les valeurs, relatives aux divers types spectraux, de la proportion de Binaires Spectoscropiques contenues dans le premier groupe d'excentricités (0,00-0,10). On constaterait de même que l'ensemble des trois premiers groupes d'excentricités (0,00-0,30) renferme :

71 sur 81, soit 88 % des BS de type B ;
80 sur 108, soit 74 % des BS de type A ;
25 sur 34, soit 74 % des BS de type F ;
176 sur 223, soit 79 % des BS de groupe spectral (B, A, F).

50 sur 76, soit 66 % des BS de type G ;
39 sur 54, soit 72 % des BS de type K ;
4 sur 7, soit 57 % des BS de type M ;
93 sur 137, soit 68 % des BS de groupe spectral (G, K, M).

Ces résultats nous permettent d'affirmer que :

La concentration des Binaires Spectroscopiques dans les premiers groupes d'excentricités, c'est-à-dire dans le domaine des faibles valeurs de l'excentricité est nette, quel que soit le spectre ou le groupe spectral considéré, mais elle est plus ou moins poussée suivant le type spectral ou le groupe spectral envisagé.

Si les pourcentages trouvés ci-dessus sont rangés par ordre de grandeur croissante, l'arrangement des spectres correspondants diffère quelque peu suivant que l'on considère l'ensemble des trois premiers groupes d'excentricités ou seulement le premier d'entre eux. On constate néanmoins dans les deux cas que :

La concentration des Binaires Spectroscopiques dans les premiers groupes d'excentricités est un peu plus forte pour les premiers types spectraux B, A, F, *et le premier groupe spectral* (B, A, F), *que pour les derniers types spectraux* G, K, M, *et le dernier groupe spectral* (G, K, M).

Il y a là un premier indice de relation entre spectres et excentricités chez les Binaires Spectroscopiques.

N. 146. — Cherchons maintenant comment les Binaires de chacun des groupes d'excentricités se répartissent entre les diverses classes spectrales, c'est-à-dire comment les nombres $n_{i|j}$ varient le long des lignes successives du Tableau 42. Pour nous en rendre compte, nous procéderons comme au chapitre précédent : nous déduirons du Tableau 42 un Tableau auxiliaire 43 dont les colonnes donnent respectivement pour chaque groupe (j) d'excentricités :

(1) Les limites du groupe (j) d'excentricités ;

(2) et (3) Le type spectral le plus fréquemment observé (s) ou « spectre dominant », et le pourcentage correspondant $\frac{n_{s|j}}{n_{|j}} \times 100$;

(4) et (5) Le nombre de Binaires appartenant au groupe spectral (B, A, F) et le pourcentage correspondant $\frac{n_{(\mathrm{B,\ A,\ F})|j}}{n_{|j}} \times 100$;

(6) et (7) Le nombre de Binaires appartenant au groupe spectral (G, K, M) et le pourcentage correspondant $\frac{n_{(\mathrm{G,\ K,\ M})|j}}{n_{|j}} \times 100$;

(8) Le nombre total $n_{|j}$ de Binaires du groupe (j) ;

(9) La moyenne arithmétique $\overline{e_j}$ des limites du groupe (j).

TABLEAU AUXILIAIRE 43

Relation (Spectre-Excentricité) chez les [BS].

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
LIMITES DU GROUPE (j) D'EXCENTRICITÉS	SPECTRE DOMINANT (B, A, F)				(G, K, M)			
	Classe	%	Nombre	%	Nombre	%	n_{1j}	$\bar{e}_j$
0,00-0,10.....	A	35	116	67	57	33	173	0,05
0,10-0,20.....	B	36	34	62	21	38	55	0,15
0,20-0,30.....	B	32	26	63	15	37	41	0,25
0,30-0,40.....	A, G	30	14	52	13	48	27	0,35
0,40-0,50.....	A	40	10	50	10	50	20	0,45
0,50-0,60.....	A	38	12	57	9	43	21	0,55
0,60-0,70.....	G	42	5	42	7	58	12	0,65
0,70-0,80.....	G	40	5	50	5	50	10	0,75
0,80-0,90.....	F	100	1	100	—	0	1	0,85
0,90-1,00.....	—		—		—		—	0,95
TOTAL.....			223		137		360	

N. 147. — La colonne (2) du Tableau 43 montre que :

Chez les Binaires Spectroscopiques le spectre dominant est :

A ou B pour les petites valeurs de e : $0{,}00 \leqslant e < 0{,}30$;

A pour les valeurs moyennes de e : $0{,}30 \leqslant e < 0{,}60$ et peut-être G pour $0{,}30 \leqslant e < 0{,}40$;

G ou F pour les grandes valeurs de e : $e \geqslant 0{,}60$.

Nous pouvons ici encore dire qu'il existe une relation entre spectres et excentricités *chez les Binaires Spectroscopiques* en ce sens que :

« Le spectre dominant» passe des types B *ou* A *pour les valeurs petites et moyennes de l'excentricité, au type* G *pour les grandes valeurs de l'excentricité et au type* F *pour les très fortes valeurs de cet élément.*

Le dernier résultat considéré isolément n'a d'ailleurs par grande signification puisqu'on ne connaît qu'une Binaire Spectroscopique d'excentricité plus forte que 0,80. Il paraît toutefois confirmé par le fait que sur 25 Binaires Visuelles de type F, 10 d'entre elles ont une excentricité supérieure à 0,80 comme le montre le Tableau 44.

N. 148. Remarque. — Si nous substituons à la catégorie [BS], la catégorie [BS'] obtenue en éliminant de [BS] les Binaires dont la période est supérieure à 3.000 jours, les résultats précédents demeurent vrais dans leur ensemble. Toutefois le type G cesse d'être « spectre dominant» concurrem-

ment avec A dans le groupe (0,30-0,40) le nombre $n_{i|j}$ correspondant à G étant alors 5 contre 8 pour A.

Cette remarque présente une certaine importance : si, comme nous l'avons suggéré antérieurement (N. 111 et N. 141), nous croyons à une différence réelle de nature ou d'origine, non pas entre Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles, mais plutôt entre Binaires à petite période et Binaires à longue période, la catégorie [BS'] correspondra sensiblement aux Binaires à petite période et les résultats obtenus ci-dessus signifieront que :

Pour les Binaires à courte période, le spectre dominant est :

B *ou* A *quand l'excentricité est petite ou moyenne,*

G *ou* F *quand l'excentricité est grande.*

Ces considérations fournissent un argument sérieux en faveur de l'existence d'une relation entre spectres et excentricités chez les Binaires à petite période.

N. 149. — La considération des groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) ne fournit pas, relativement à la relation (Spectre-Excentricité) chez les Binaires Spectroscopiques, des résultats aussi nets que dans le cas de la liaison (Spectre-Période).

Indiquons toutefois que la proportion de Binaires d'un groupe spectral donné, appartenant, soit au premier groupe, soit aux trois premiers groupes d'excentricités, est nettement plus forte pour le groupe spectral (B, A, F) que pour le groupe spectral (G, K, M). Elle est en effet de 52 % pour (B, A, F) contre 42 % pour (G, K, M) quand il s'agit du premier groupe d'excentricités et de 79 % pour (B, A, F) contre 68 % pour (G, K, M) quand on considère les trois premiers groupes d'excentricités.

La colonne (5) du Tableau 43 montre par ailleurs que, si l'on excepte le groupe d'excentricités (0,80-0,90) qui ne renferme qu'une seule étoile :

La proportion de Binaires de groupe spectral (B, A, F) *des groupes successifs d'excentricités a une vague tendance à décroître à mesure que l'excentricité croît.*

On trouverait le contraire dans le cas du groupe spectral complémentaire (G, K, M). [Voir colonne (7) du Tableau 43.]

Cas des Binaires visuelles.

N. 150. — Vu la pauvreté du matériel, la Table de contingence 44 relative à la relation (Spectre-Excentricité) dans le cas des Binaires Visuelles, concerne non pas la catégorie [BV] qui ne renferme que 149 Binaires dont le spectre soit connu, mais la catégorie [BV + BV'] qui en contient 190.

TABLEAU 44

Contingence (Spectre-Excentricité). Cas des Binaires Visuelles. (Catégorie [BV+BV'].

Spectre / Excentricité	B	A	F	G	K	M	$n_{i\|j}$
0,00-0,10	—	1	—	2	—	1	4
0,10-0,20	—	3	1	5	2	1	12
0,20-0,30	—	1	4	11	5	1	22
0,30-0,40	1	2	3	9	5	—	20
0,40-0,50	—	4	1	14	5	3	27
0,50-0,60	—	6	3	16	12	1	38
0,60-0,70	—	3	2	11	1	1	18
0,70-0,80	—	5	1	8	3	—	17
0,80-0,90	—	3	6	5	3	1	18
0,90-1,00	—	3	4	5	2	—	14
n_{i_1}	1	31	25	86	38	9	190

Comme précédemment, nous chercherons à déterminer :

D'une part le groupe d'excentricités « le plus favorisé » dans chaque classe spectrale ;

D'autre part « le spectre dominant » dans chaque groupe d'excentricités.

N. 151. — Examinons d'abord comment les Binaires Visuelles de chacune des classes spectrales se répartissent entre les divers groupes d'excentricités, c'est-à-dire comment les $n_{i|j}$ du Tableau 44 varient le long de chacune des colonnes.

Nous constatons ainsi que le groupe d'excentricités « le plus favorisé » n'est pas le même suivant la classe spectrale considérée : le groupe d'excentricités « le plus favorisé » est en effet :

(0,30-0,40) pour le type B (auquel ne se rattache qu'une seule étoile) ;

(0,40-0,50) pour le type M (9 BV) ;

(0,50-0,60) pour les types A, G et K (31, 86 et 38 BV respectivement) ;

(0,80-0,90) pour le type F (25 BV).

Le nombre total d'étoiles se rattachant aux divers types spectraux est toutefois un peu faible, sauf en ce qui concerne le type G, pour que nous puissions déduire de là des conclusions tout à fait certaines. En ce qui concerne les types spectraux les mieux représentés, on remarquera néanmoins que :

Pour 61 étoiles sur 86, soit 71 % des BV de type G, $0{,}20 \leqslant e < 0{,}70$;

Pour 27 étoiles sur 38, soit 71 % des BV de type K, $0{,}20 \leqslant e < 0{,}60$;

Pour 18 étoiles sur 31, soit 58 % des BV de type A, $0{,}40 \leqslant e < 0{,}80$;

Pour 10 étoiles sur 25, soit 40 % des BV de type F, $e \geqslant 0{,}80$.

Autrement dit, *les Binaires Visuelles ont une certaine tendance à se concentrer :*

Dans le domaine des excentricités moyennes pour les types B, A, G, K, M ;

Dans celui des fortes excentricités pour le type spectral F.

Il y a là un certain indice de relation entre spectres et excentricités chez les Binaires Visuelles, et par suite chez les Binaires à longue période, ces deux sortes de Binaires se confondant en pratique l'une avec l'autre, ainsi que nous l'avons déjà observé à diverses reprises.

N. 152. — Cherchons maintenant comment les Binaires Visuelles de chacun des groupes d'excentricités se répartissent entre les diverses classes spectrales, c'est-à-dire comment les nombres $n_{i|j}$ varient le long des lignes successives du Tableau 44. A cet effet, nous avons déduit de ce dernier un Tableau auxiliaire 45, dont les entêtes de colonnes sont les mêmes que celles du Tableau 43 relatif aux Binaires Spectroscopiques et ont même signification (voir N. 146).

TABLEAU AUXILIAIRE 45

Relation (Spectre-Excentricité) chez les Binaires Visuelles. Catégorie [BV+BV'].

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
LIMITES DU GROUPE (j) D'EXCENTRICITÉS	SPECTRE DOMINANT		(B, A, F)		(G, K, M)			
	Classe	%	Nombre	%	Nombre	%	$n_{|j}$	$\bar{e}_j$
0,00-0,10.....	G	50	1	25	3	75	4	0,05
0,10-0,20.....	G	42	4	33	8	67	12	0,15
0,20-0,30.....	G	50	5	23	17	77	22	0,25
0,30-0,40.....	G	45	6	30	14	70	20	0,35
0,40-0,50.....	G	52	5	19	22	81	27	0,45
0,50-0,60.....	G	42	9	24	29	76	38	0,55
0,60-0,70.....	G	61	5	28	13	72	18	0,65
0,70-0,80.....	G	47	6	35	11	65	17	0,75
0,80-0,90.....	F	33	9	50	9	50	18	0,85
0,90-1,00.....	G	36	7	50	7	50	14	0,95
TOTAL.....			57		133		190	

N. 153. — La colonne (2) du Tableau 45 montre immédiatement que :

Chez les Binaires Visuelles le spectre dominant est G *pour tous les groupes d'excentricités sauf pour le groupe* (0,80-0,90) *pour lequel le type spectral le plus fréquemment observé est le type* F.

Si par ailleurs on réunit ensemble dans chaque groupe d'excentricités les données relatives aux spectres les mieux représentés, on constate en outre que :

20 sur 22, soit 91 % des BV du groupe (0,20-0,30) sont de spectres G, K ou F ;

14 sur 20, soit 70 % des BV du groupe (0,30-0,40) sont de spectres G ou K ;

23 sur 27, soit 85 % des BV du groupe (0,40-0,50) sont de spectres G, K ou A ;

28 sur 38, soit 74 % des BV du groupe (0,50-0,60) sont de spectres G ou K ;

34 sur 38, soit 89 % des BV du groupe (0,50-0,60) sont de spectres G, K ou A ;

13 sur 17, soit 76 % des BV du groupe (0,70-0,80) sont de spectres G ou A ;

11 sur 18, soit 61 % des BV du groupe (0,80-0,90) sont de spectres F ou G ;

9 sur 14, soit 64 % des BV du groupe (0,90-1,00) sont de spectres G ou F.

Le fait que le spectre dominant est F pour l'avant-dernier groupe d'excentricités, alors que le type spectral le plus fréquemment observé est G pour tous les autres groupes, fournit un nouvel indice (le second), en faveur de l'existence d'une relation (Spectre-Excentricité) chez les Binaires Visuelles. Mais on peut en trouver un troisième en comparant entre elles les proportions de Binaires Visuelles de type F dans les divers groupes d'excentricités. Les deux derniers d'entre eux sont en effet relativement beaucoup plus riches que tous les autres en étoiles de spectre F, puisqu'on trouve :

6 sur 18, soit 33 % de BV de type F dans le groupe (0,80-0,90)

et :

4 sur 14, soir 29 % de BV de type F dans le groupe (0,90-1,00),

alors que les huit premiers groupes d'excentricités n'en renferment respectivement que :

0 % ; une sur 12 ou 8 % ; 4 sur 22 ou 18 % ; 3 sur 20 ou 15 % ; une sur 27 ou 4 % ; 3 sur 38 ou 8 % ; 2 sur 18 ou 11 % ; une sur 17 ou 6 %.

Le type spectral F *paraît donc, chez les Binaires Visuelles, s'associer de préférence aux grandes valeurs de l'excentricité* ; nous avons d'ailleurs déjà indiqué que 10 sur 25, soit 40 % des Binaires Visuelles de spectre F ont une excentricité supérieure à 0,80.

Enfin, en se reportant aux résultats donnés plus haut on remarque que, chez les Binaires Visuelles, les types G et F sont les plus fréquemment observés dans le domaine des très fortes excentricités ($e > 0{,}80$).

L'étude des lignes successives du Tableau 44 nous fournit ainsi quatre nouveaux arguments en faveur de l'existence d'une relation (Spectre-Excentricité) chez les Binaires Visuelles.

N. 154. Remarques. — 1° La tendance que manifeste le type spectral F à s'associer aux fortes excentricités, déjà entrevue chez les Binaires Spectroscopiques (N. 147) et constatée une première fois chez les Binaires Visuelles (N. 151) paraît donc se confirmer.

2° L'examen des divers résultats indiqués plus haut (N. 153), paraît montrer que les spectres A et F se présentent souvent, pour un même groupe d'excentricités avec des fréquences comparables à celles des types G ou K, et par suite ne semblent pas manifester des tendances opposées à celles de ces derniers en ce qui concerne la valeur des excentricités. En conséquence, la répartition des diverses classes B, A, F, G, K, M, entre les deux groupes spectraux complémentaires (B, A, F) et (G, K, M), si naturelle pour l'étude de la relation (Spectre-Période), cesse de s'imposer dans le cas de la relation (Spectre-Excentricité).

On peut tout au plus constater, en consultant la colonne (5) du Tableau 45 que le pourcentage en Binaires Visuelles de groupe spectral (B, A, F), au plus égal à 50 %, est minimum pour $0{,}40 \leqslant e < 0{,}50$, et va ensuite en croissant (ou ne décroissant pas), à mesure que l'excentricité augmente. Le pourcentage en Binaires Visuelles appartenant au groupe spectral complémentaire (G, K, M), au moins égal à 50 %, varie évidemment en sens inverse.

3° Si nous substituons à la catégorie [BV + BV'], la catégorie [BV], les résultats obtenus restent vrais dans leur ensemble :

Le groupe d'excentricités « le plus favorisé » pour chaque type spectral demeure le même, sauf pour le type B auquel ne se rattache plus aucune Binaire.

De même « le spectre dominant » est G pour tous les groupes d'excentricités sauf pour le groupe (0,80-0,90) pour lequel le spectre le plus fréquemment observé est F. Toutefois le groupe (0,10-0,20) renferme seulement une Binaire de chacun des types spectraux A, F, G, K, M, et l'on ne saurait dans ce cas parler de « spectre dominant ».

4° L'ensemble des Binaires Visuelles se confondant en pratique avec celui des Binaires à période supérieure à $P_0 \not\gtrless 3$ ans, ainsi que nous l'avons déjà observé, l'analyse directe des Tables de contingence, nous porte fortement à

croire à l'existence d'une relation (Spectre-Excentricité) chez les Binaires à période supérieure à 3 ans.

Cas de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

N. 155. — Le Tableau 46 fournit, conformément à ce qui a été dit au paragraphe N. 143, les données concernant la contingence (Spectre-Excentricité) pour la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)]. La correction qu'il faut apporter au nombre n_{ij} relatif à la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)] pour obtenir celui concernant la catégorie [BS + BV — (C)], est indiquée, quand il y a lieu, au-dessous de la valeur de ce nombre.

TABLEAU 46

Contingence (Spectre-Excentricité). Catégorie [BS+BV+BV′—(C)].

Excentricité \ Spectre	B	A	F	G	K	M	n_{ij}
0,00-0,10	38	61 —1	18	35 —1	20	4	176 —2
0,10-0,20	20	13 —2	5	16 —4	11 —1	2	67 —7
0,20-0,30	13	11	7 —1	15 —4	15	1	62 —5
0,30-0,40	5 —1	10	5	14 —1	9	1	44 —2
0,40-0,50	—	11 —1	3	17 —3	8 —1	4 —1	43 —6
0,50-0,60	3	12	4 —2	17	16 —2	2	54 —4
0,60-0,70	1	5 —1	4	15 —3	3	1	29 —4
0,70-0,80	2	6	2	9 —1	4 —2	—	23 —3
0,80-0,90	—	3 —1	7	5 —2	3 —1	1	19 —4
0,90-1,00	—	3	4 —2	5 —1	2 —1	—	14 —4
$n_{i\|}$	82 —1	135 —6	59 —5	148 —20	91 —8	16 —1	531 —41

Comme précédemment, nous chercherons à déterminer :

D'une part le groupe d'excentricités « le plus favorisé », dans chaque classe spectrale ;

D'autre part « le spectre dominant » dans chaque groupe d'excentricités.

N. 156. — L'examen des colonnes successives du Tableau 46 montre que :

Dans chacune des classes spectrales, le groupe d'excentricités « le plus favorisé » est celui des plus petites excentricités défini par la double inégalité :

$$0{,}00 \leqslant e < 0{,}10.$$

Le nombre des Binaires qui s'y rattachent est de :

38 sur 82, soit 46 % pour le type B,
61 sur 135, soit 45 % pour le type A,
18 sur 59, soit 31 % pour le type F,
35 sur 148, soit 24 % pour le type G,
20 sur 91, soit 22 % pour le type K,
4 sur 16, soit 25 % pour le type M.

Ce maximum principal de $n_{i|j}$ correspond à celui observé chez les Binaires Spectroscopiques ou les Binaires à petites périodes $P < P_0$ (où $P_0 \not\leqslant 3$ ans).

Un maximum secondaire de $n_{i|j}$ correspond de même à peu près à celui observé chez les Binaires Visuelles ; égal au maximum principal dans le cas du type M, il est encore très net pour le type F, mais il est peu accusé pour les types A, G, et n'existe pas pour le type B, représenté par une seule étoile chez les Binaires Visuelles. Les maxima secondaires relatifs aux divers types spectraux sont situés respectivement dans les groupes d'excentricités :

(0,50-0,60) pour le type A,
(0,40-0,50) et (0,50-0,60) pour le type G,
(0,40-0,50) pour le type M,
(0,80-0,90) pour le type F.

Au type K correspondent deux maxima secondaires de valeurs peu différentes, localisés dans les groupes (0,20-0,30) et (0,50-0,60).

On observera en outre que la richesse relative en Binaires d'un spectre

donné de certains autres groupes d'excentricités, évidente chez les Binaires Spectroscopiques (Tableau 42), se retrouve quand on considère l'ensemble des Binaires (Tableau 46). C'est ce qui se passe,

Pour le type B quand $0{,}10 < e < 0{,}30$,
Pour le type A quand $0{,}10 < e < 0{,}60$,
Pour le type G quand $0{,}10 < e < 0{,}20$,
Pour le type K quand $0{,}10 < e < 0{,}30$.

De même la richesse relative de certains groupes d'excentricités, évidente chez les Binaires Visuelles (Tableau 44), se retrouve quand on considère l'ensemble des Binaires (Tableau 46). C'est ce qui se passe :

pour le type F quand $0{,}20 < e < 0{,}30$,

et :

pour le type G quand $0{,}20 < e < 0{,}80$.

Si nous substituons à la catégorie [BS + BV + BV' — (C)], la catégorie [BS + BV — (C)], les résultats précédents demeurent vrais dans leur ensemble. Toutefois le maximum secondaire cesse d'être égal au maximum principal dans le cas du type M, et il est localisé dans le groupe (0,50-0,60) pour le type G.

En résumé, la relation (Spectre-Excentricité) se manifeste, quand il s'agit de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), sous des aspects provenant de la quasi-juxtaposition de ceux observés en étudiant séparément les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles. Les distributions concernant ces deux dernières sortes de Binaires se superposant d'ailleurs parfois dans la Table de contingence 46, en compliquent l'analyse, et rendent plus difficile l'interprétation des résultats.

N. 157. — Cherchons maintenant comment les Binaires de chacun des groupes d'excentricités se répartissent entre les diverses classes spectrales, c'est-à-dire comment les nombres $n_{i|j}$ varient le long des lignes successives du Tableau 46. A cet effet, nous avons déduit de ce dernier un Tableau auxiliaire 47 dont les entêtes de colonnes sont les mêmes que celles du Tableau 43 relatif aux Binaires Spectroscopiques et ont même signification.

TABLEAU AUXILIAIRE 47

Relation (Spectre-Excentricité) chez les Binaires (BS et BV réunies). Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
LIMITES DU GROUPE (j) D'EXCENTRICITÉS	SPECTRE DOMINANT		(B, A, F)		(G, K, M)			
	Classe	%	Nombre	%	Nombre	%	n_{1j}	$\bar{e}_j$
0,00-0,10.....	A	35	117	66	59	34	176	0,05
0,10-0,20.....	B	30	38	57	29	43	67	0,15
0,20-0,30.....	G, K	24	31	50	31	50	62	0,25
0,30-0,40.....	G	32	20	45	24	55	44	0,35
0,40-0,50.....	G	40	14	33	29	67	43	0,45
0,50-0,60.....	G	31	19	35	35	65	54	0,55
0,60-0,70.....	G	52	10	34	19	66	29	0,65
0,70-0,80.....	G	39	10	43	13	57	23	0,75
0,80-0,90.....	F	37	10	53	9	47	19	0,85
0,90-1,00.....	G	36	7	50	7	50	14	0,95
TOTAL ..			276		255		531	

N. 158. — La colonne (2) du Tableau 47 nous montre que :

Pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), le spectre dominant est :

A pour le groupe d'excentricités (0,00-0,10),

B pour le groupe d'excentricités (0,10-0,20),

G ou K pour le groupe d'excentricités (0,20-0,30),

G pour les cinq groupes d'excentricités suivants (0,30-0,80),

F pour le groupe d'excentricités (0,80-0,90),

G pour le groupe d'excentricités (0,90-1,00).

Autrement dit, quand on considère l'ensemble des Binaires le spectre dominant est :

A ou B pour les petites valeur des e : $e < 0{,}20$,

G ou K pour les valeurs moyennes de e : $0{,}20 < e < 0{,}80$,

G ou F pour les fortes valeurs de e : $e > 0{,}80$.

La comparaison des résultats précédents avec ceux obtenus dans le cas des Binaires Spectroscopiques et dans celui des Binaires Visuelles, permet d'énoncer la remarque suivante :

Pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), le spectre dominant s'identifie avec celui des Binaires Spectroscopiques dans le domaine des faibles excentricités ($e < 0{,}20$), avec celui des Binaires Visuelles quand $e > 0{,}30$. Pour le groupe d'excentricités (0,20-0,30), il y a en réalité deux spectres dominants G et K ; l'un, G, se trouve être le spectre le plus fréquemment observé

chez les Binaires Visuelles, l'autre, K, correspond au fait que le groupe d'excentricités considéré est relativement riche en étoiles de ce type chez les Binaires Spectroscopiques.

En d'autres termes, *une certaine relation paraît exister pour l'ensemble des Binaires entre la nature du type spectral et la valeur de l'excentricité ; elle résulte de la synthèse des relations analogues rencontrées chez les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles.* On le comprend aisément :

D'une part, l'extrême fréquence des petites excentricités chez les Binaires Spectroscopiques et leur rareté chez les Binaires Visuelles ;

D'autre part, la grande fréquence des excentricités plus fortes chez les Binaires Visuelles et leur rareté chez les Binaires Spectroscopiques, ont en effet pour conséquence :

Une prédominance des propriétés des Binaires Spectroscopiques dans le domaine des petites excentricités ;

Et une prédominance des propriétés des Binaires Visuelles dans le domaine des excentricités plus fortes.

N. 159. Remarques. — 1° Si à la catégorie [BS + BV + BV' — (C)], on substitue la catégorie [BS + BV — (C)], les résultats précédents restent vrais dans leur ensemble. Toutefois le type G cesse d'être spectre dominant concurremment avec K pour le groupe d'excentricités (0,20-0,30), le nombre $n_{i|j}$ correspondant à G devenant 11 contre 15 pour K.

2° La fréquence relative des Binaires de spectre F dans le domaine des grandes excentricités rapprocherait plutôt ce type spectral du type G que des spectres B ou A ; par suite la considération des groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M) ne paraît pas s'imposer davantage dans le cas de l'ensemble des Binaires que dans celui des Binaires Spectroscopiques (N. 149) ou dans celui des Binaires Visuelles (N. 154).

Si l'on veut néanmoins s'intéresser à la variation, en fonction de l'excentricité, de la proportion de l'ensemble des Binaires en étoiles de groupe spectral (B, A, F), la colonne (5) du Tableau 47 montre que cette proportion, égale à 66 % quand l'excentricité est inférieure à 0,10, va en diminuant pendant que e augmente de 0,10 à 0,40 ; elle demeure comprise entre 33 et 35 % quand $0{,}40 < e < 0{,}70$, puis va plutôt en augmentant quand e croît de 0,70 à 1,00.

N. 160. Discussion. Conclusions. — L'analyse directe des Tables de contingence (Spectre-Excentricité) relatives aux Binaires Spectroscopiques et aux Binaires Visuelles, nous a permis de mettre en évidence un certain nombre

d'indices favorables à l'existence d'une relation entre spectres et excentricités chez ces deux sortes de Binaires, mais cette dernière est loin d'être aussi probable que la relation (Spectre-Période) étudiée au Chapitre précédent.

L'étude des Tables de contingence relatives à l'ensemble des Binaires n'apporte pas d'argument nouveau en faveur de l'existence d'une relation entre spectres et excentricités. De plus, comme nous l'avons remarqué plus haut (N. 156), l'analyse de ces Tables est souvent compliquée et l'interprétation des résultats entrevus difficile. En conséquence, s'il est avantageux de grouper ensemble Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles quand on cherche à prouver l'existence de la relation (Spectre-Période), il est par contre préférable pour mettre en évidence l'existence d'une relation entre spectres et excentricités, de se contenter d'étudier séparément le cas des Binaires Spectroscopiques et celui des Binaires Visuelles.

La nature de la relation (Spectre-Excentricité) paraît en effet différente suivant qu'il s'agit des Binaires Spectroscopiques ou des Binaires Visuelles comme on peut s'en rendre compte en comparant sommairement les différences d'attitude de ces deux variétés de Binaires :

1° Les Binaires Spectroscopiques se concentrent nettement dans le domaine des petites excentricités, quel que soit le type spectral auquel elles se rattachent, alors que les Binaires Visuelles ont une certaine tendance à se concentrer dans le domaine des fortes excentricités quand elles sont de spectre F, dans celui des excentricités moyennes pour tous les autres types spectraux.

2° Le groupe d'excentricités le plus favorisé est le même (0,00-0,10) chez les Binaires Spectroscopiques quel que soit le type spectral considéré, alors qu'il varie avec ce type spectral chez les Binaires Visuelles.

3° Chez les Binaires Spectroscopiques le spectre dominant est A ou B pour les valeurs petites ou moyennes de l'excentricité, G pour les grandes valeurs, et F pour les très fortes valeurs de cet élément. Chez les Binaires Visuelles, le spectre dominant est encore F pour le groupe d'excentricités (0,80-0,90), mais il est G pour tous les autres groupes d'excentricités.

Le fait que la relation (Spectre-Excentricité) paraît de nature quelque peu différente suivant qu'il s'agit des doubles spectroscopiques ou des doubles visuelles, semble montrer l'influence de la longueur de la période dans ce domaine, et fournit par suite un nouvel argument en faveur de la subdivision de l'ensemble des Binaires en deux classes, subdivision envisagée aux paragraphes N. 111 et N. 141, et basée sur l'ordre de grandeur de la période et non plus sur la différence des procédés d'observation.

II. — INTENSITÉ DE LA LIAISON ENTRE SPECTRES ET EXCENTRICITÉS

N. 161. — L'analyse directe des Tables de contingence (Spectre-Excentricité), paraissant rendre assez probable l'existence d'une relation entre spectres et excentricités pour les diverses catégories de Binaires,nous allons maintenant essayer d'apprécier l'intensité d'une telle liaison. A cet effet, nous avons calculé les coefficients de contingence relatifs aux catégories [BS], [BV + BV'], et [BS + BV + BV' — (C)], à partir des Tables de contingence correspondantes : 42, 44 et 46. Nous avons par ailleurs déterminé les valeurs de C concernant les catégories [BV] et [BS + BV — (C)], puis inscrit l'ensemble des résultats dans le Tableau 48.

TABLEAU 48

Contingence (Spectre-Excentricité).

CATÉGORIE	C	n
[BS]	0,34	360
[BV]	0,47	149
[BV+BV']	0,43	190
[BS+BV—(C)]	0,40	490
[BS+BV+BV'—(C)]	0,39	531

N. 162. — Les diverses Tables de contingence employées comportent chacune 6 × 10 cases. Nous sommes donc dans le cas où :

$$i = 6, \qquad j = 10.$$

D'après ce qui a été dit au paragraphe N. 117, les valeurs du coefficient de contingence C obtenues sont alors relativement bien déterminées, surtout pour les catégories riches en Binaires ;

$$[BS],\ [BS + BV — (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' — (C)]$$

qui renferment respectivement 360, 490 et 531 étoiles.

Les valeurs de C consignées dans le Tableau 48 montrent que :

La liaison entre spectres et excentricités est peu serrée chez les Binaires Spectroscopiques ; déjà un peu plus étroite pour l'ensemble des Binaires, elle

l'est encore davantage pour les Binaires Visuelles. C'est dans tous les cas une liaison d'intensité très moyenne.

N. 163. Remarque. — On peut s'expliquer dans une certaine mesure les différences de degré dans l'intensité de la liaison entre spectres et excentricités ; en effet :

Les Binaires Spectroscopiques sont, comme nous l'avons déjà signalé, nettement concentrées dans le domaine des petites excentricités. Ainsi, on constate que : 173 sur 360, soit 48 % d'entre elles ont une excentricité comprise entre 0,00 et 0,10, alors que :

23 sur 360, soit 6 % seulement d'entre elles ont une excentricité supérieure à 0,60.

Les Binaires Spectroscopiques étant ainsi plutôt clairsemées dans le domaine des fortes excentricités, l'influence des Binaires à petite excentricité est par suite prépondérante dans l'établissement de la relation (Spectre-Excentricité) pour cette variété d'étoiles doubles. La pauvreté relative en Binaires à grande excentricité a d'ailleurs des chances de diminuer le contraste entre les propriétés de ces étoiles et celles des Binaires dont l'excentricité est petite ou moyenne ; il doit en résulter une moindre valeur pour le coefficient de contingence C.

Les catégories composites présentent par contre une meilleure répartition des Binaires en ce qui concerne la valeur des excentricités :

D'un côté la proportion des petites excentricités y est légèrement plus faible que chez les Binaires Spectroscopiques. Ainsi la proportion d'étoiles ayant une excentricité comprise entre 0,00 et 0,10, est de :

174 sur 190, soit 36 %, pour la catégorie [BS + BV — (C)],

176 sur 531, soit 33 %, pour la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)].

D'un autre côté la proportion des grandes excentricités y est nettement plus forte que chez les Binaires Spectroscopiques. Ainsi la proportion d'étoiles dont l'excentricité est supérieure à 0,60 est de :

70 sur 490, soit 14 %, pour la catégorie [BS + BV — (C)],

85 sur 531, soit 16 %, pour la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)].

En conséquence le contraste entre les propriétés des Binaires à excentricité petite et celles des Binaires à excentricité forte a quelque chance d'être plus sensible. C'est vraisemblablement pour cette raison que la valeur obtenue pour C est légèrement plus forte pour l'ensemble des Binaires que pour les seules Binaires Spectroscopiques.

Enfin les Binaires Visuelles à orbite connue sont en trop petit nombre pour

qu'on puisse attacher grande importance au fait que la valeur de C trouvée pour ces étoiles est relativement beaucoup plus forte que pour les Binaires Spectroscopiques ou même pour l'ensemble des Binaires.

III. — INFLUENCE DE LA NATURE DU TYPE SPECTRAL SUR LA VALEUR MOYENNE DE L'EXCENTRICITÉ DES BINAIRES

N. 164. — Nous pourrions essayer de déceler l'existence de la relation (Spectre-Excentricité) en étudiant l'influence éventuelle de la nature du type spectral sur la valeur moyenne de l'excentricité. A cet effet, nous avons déterminé les valeurs de l'excentricité moyenne $\bar{e}_i$ relatives aux diverses classes spectrales B, A, F, G, K, M, et aux deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M), pour les six catégories de Binaires envisagées au paragraphe N. 118. Les résultats obtenus ont été donnés dans la colonne d'entête $\bar{e}_i$ du Tableau 40.

N. 165. — Les nombres $\bar{e}_i$ figurant dans ce Tableau sont susceptibles de différer, d'une catégorie de Binaires à l'autre dans un même type spectral, et d'un type spectral à l'autre dans une même catégorie de Binaires. Nous examinerons successivement ces deux points.

Un premier examen du Tableau 40 montre tout d'abord que, comme on doit s'y attendre, les valeurs de $\bar{e}_i$ liées à un même type spectral (i), sont très voisines quand il s'agit de catégories associées :

[BS'] et [BS]	(Spectroscopiques)
[BV] et [BV + BV']	(Visuelles)
[BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)]	(BS et BV réunies).

On voit de plus que :

Dans l'intérieur d'un même type spectral, ou d'un même groupe spectral, les valeurs de l'excentricité moyenne liée $\bar{e}_i$ vont en croissant* quand on classe les catégories de Binaires dans l'ordre :

[BS'], [BS], [BS + BV — (C)], [BS + BV + BV' — (C)], [BV + BV'], [BV],

l'ordre des deux dernières catégories devant toutefois être inversé quand il s'agit des spectres F, K et M.

* Ou plus exactement dans certains cas en ne décroissant pas.

Autrement dit, *dans une même classe spectrale, les Binaires Spectroscopiques, les catégories composites et les Binaires Visuelles correspondent en gros respectivement aux petites, moyennes et grandes valeurs de l'excentricité moyenne liée* $\bar{e}_i$.

Le fait que les valeurs de $\bar{e}_i$ relatives aux catégories composites, sont, quel que soit le type spectral ou le groupe spectral envisagé, comprises entre celles concernant respectivement les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles, est d'ailleurs évidemment une conséquence de la manière même dont les catégories composites ont été constituées à partir de ces deux sortes de Binaires.

Les considérations précédentes ne militent guère en faveur de l'existence d'une relation (Spectre-Excentricité), puisque dans une même classe spectrale, l'ordre suivant lequel il faut inscrire les diverses catégories de Binaires, pour que les valeurs correspondantes de l'excentricité moyenne liée $\bar{e}_i$, aillent en croissant, est, à peu de chose près, le même quel que soit le type spectral considéré. Cet ordre dépend donc indirectement de la grandeur de la période et non de la nature du type spectral.

N. 166. — L'influence du type spectral devient par contre sensible quand on compare les limites entre lesquelles varie l'excentricité moyenne liée $\bar{e}_i$ dans une même classe spectrale. Ainsi, on constate, en examinant les lignes successives du Tableau 40 que $\bar{e}_i$ oscille, suivant la catégorie de Binaires considérée, entre :

0,15 et 0,31 pour le type B,
0,16 et 0,61 pour le type A,
0,20 et 0,61 pour le type F,
0,18 et 0,52 pour le type G,
0,20 et 0,51 pour le type K,
0,20 et 0,41 pour le type M,
0,16 et 0,61 pour le groupe (B, A, F),
0,19 et 0,50 pour le groupe (G, K, M).

La comparaison des nombres précédents nous conduit à faire les deux remarques suivantes :

1° La limite inférieure de $\bar{e}_i$ est faible, quel que soit le type spectral et change peu d'un type spectral ou d'un groupe spectral à l'autre.

Cette quantité varie en effet seulement de 0,15 à 0,20, et correspond exclusivement aux Binaires Spectroscopiques.

2° La limite supérieure de $\bar{e}_i$ est par contre beaucoup plus grande et varie nettement d'un type spectral à l'autre.

Égale à 0,31 pour le type B, et à 0,41 pour le type M, elle est comprise entre 0,50 et 0,52 pour les types G et K et le groupe (G, K, M), et atteint 0,61 pour les types A et F et le groupe (B, A, F). Elle correspond exclusivement aux Binaires Visuelles.

Une troisième remarque s'en déduit immédiatement :

L'amplitude de la variation de l'excentricité moyenne liée $\bar{e}_i$ dans un type spectral donné varie largement avec ce type spectral.

Les valeurs de cette amplitude relatives aux divers spectres et groupes spectraux sont données dans la petite Table ci-dessous :

B	M	K	G	F	A	(G, K, M)	(B, A, F)
0,16	0,21	0,31	0,34	0,41	0,45	0,31	0,45

Les résultats concernant le spectre M n'ont pas grande signification, les Binaires de ce spectre étant rares ; par contre le fait que la plus forte valeur trouvée pour l'excentricité moyenne liée est :

moyenne pour le type B,
assez forte pour les types G et K,
forte pour les types A et F,

révèle une influence nette du type spectral sur la valeur de cette quantité.

N. 167. — Supposons maintenant que, dans chaque catégorie de Binaires, les excentricités moyennes liées $\bar{e}_i$ aient été rangées par ordre de grandeur croissante, et examinons dans quel ordre se présentent les types spectraux correspondants. A cet effet, associons aux valeurs numériques $\bar{e}_i$ de ces excentricités moyennes liées, ainsi classées, le spectre (i) qui les concerne ; nous obtenons de la sorte le Tableau 49, dans lequel les valeurs égales de $\bar{e}_i$ ont été reliées entre elles par le signe =. Les deux dernières colonnes fournissent de plus les valeurs de $\bar{e}_i$ relatives aux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M). Contrairement à ce qui a été fait dans le cas des périodes dont les valeurs moyennes liées $\overline{P_i}$ étaient très différentes (voir Tableau 40'), nous avons jugé bon de donner ici les valeurs mêmes de $\bar{e}_i$, afin de montrer combien elles sont, dans beaucoup de cas, peu différentes, l'interversion de deux lettres consécutives du Tableau 49, n'ayant alors pas de signification réelle.

TABLEAU 49

[BS']	B	A	G	F = K = M			(B, A, F)	(G, K, M)
	0,15	0,16	0,18	0,20	0,20	0,20	0,16	0,19
[BS]	B	A	F = M		G = K		(B, A, F)	(G, K, M)
	0,15	0,17	0,20	0,20	0,22	0,22	0,17	0,22
[BS+BV—(C)]	B	A	M = K		G = F		(B, A, F)	(G, K, M)
	0,15	0,24	0,31	0,31	0,35	0,35	0,24	0,33
[BS+BV+BV'—(C)]	B	A	M	K	G	F	(B, A, F)	(G, K, M)
	0,15	0,25	0,32	0,33	0,36	0,38	0,25	0,35
[BV]		M	K	G	F	A	(G, K, M)	(B, A, F)
	—	0,41	0,48	0,52	0,60	0,61	0,50	0,61
[BV+BV']	B	M	G	K	A	F	(G, K, M)	(B, A, F)
	0,31	0,41	0,50	0,51	0,57	0,61	0,49	0,58

N. 168. — Les divers nombres figurant dans le Tableau 49 confirment et complètent certains résultats énoncés aux paragraphes N. 165 et N. 166 ; ils vont en outre nous permettre de mettre en évidence une certaine influence de la nature du type spectral sur la valeur de l'excentricité moyenne liée $\bar{e}_i$.

Nous constatons tout d'abord que :

Dans une même catégorie de Binaires, les valeurs de l'excentricité moyenne $\bar{e}_i$ relatives aux divers types spectraux sont assez voisines entre elles chez les Binaires Spectroscopiques ; elles diffèrent davantage les unes des autres pour les catégories composites et les Binaires Visuelles.

En ce qui concerne les types spectraux, $\bar{e}_i$ oscille en effet entre :

0,15 et 0,20 pour [BS'] ;
0,15 et 0,22 pour [BS] ;
0,15 et 0,35 pour [BS + BV — (C)] ;
0,15 et 0,38 pour [BS + BV + BV' — (C)] ;
0,41 et 0,61 pour [BV] ;
0,31 et 0,61 pour [BV + BV'].

La variation de $\bar{e}_i$ est par contre relativement beaucoup plus faible quand on passe d'un groupe spectral à l'autre dans une même catégorie. Ainsi, on trouve entre les valeurs de $\bar{e}_i$ relatives aux groupes (B, A, F) et (G, K, M) des différences qui sont en module de : 0,03, 0,05, 0,09, 0,10, 0,11 et 0,09 respecti-

vement pour les diverses catégories de Binaires prises dans l'ordre où elles sont inscrites dans le Tableau 49.

D'une manière plus précise, on reconnaît que :

Les Binaires Spectroscopiques fournissent uniquement de petites valeurs de $\bar{e}_i$ (0,15 à 0,22), mais les plus petites d'entre elles (0,15 à 0,17) sont relatives aux spectres B et A et au groupe (B, A, F).

Les catégories composites sont associées, en ce qui concerne les types F, G, K, M, et le groupe (G, K, M), aux valeurs moyennes de $\bar{e}_i$ (0,31 à 0,38) ; les valeurs de $\bar{e}_i$ relatives au type B y sont par contre petites (soit 0,15) ; celles concernant le type A et le groupe spectral (B, A, F) sont de même assez petites (0,24 et 0,25).

Enfin les Binaires Visuelles ont une préférence marquée pour les grandes valeurs de $\bar{e}_i$, mais le type B est ici encore associé à la plus petite valeur de $\bar{e}_i$, soit 0,31. Égal à 0,41 pour le type M, $\bar{e}_i$ est compris entre 0,48 et 0,52 pour les types K, G et le groupe (G, K, M) et entre 0,57 et 0,61 pour les types A, F et le groupe (B, A, F).

L'affinité du type spectral B *pour les plus petites valeurs de* $\bar{e}_i$ *est certaine quelle que soit la catégorie de Binaires considérée. Le type* A *est, lui, associé aux plus petites valeurs de* $\bar{e}_i$ *chez les Binaires Spectroscopiques, aux plus grandes valeurs de* $\bar{e}_i$ *chez les Binaires Visuelles. Les valeurs de* $\bar{e}_i$ *correspondant aux autres classes spectrales sont légèrement plus fortes que pour les classes* B *ou* A *chez les Binaires Spectroscopiques et sont grandes chez les Binaires Visuelles.*

Cette influence de la nature du type spectral sur la valeur de l'excentricité moyenne liée constitue un sérieux indice en faveur de l'existence d'une relation entre les spectres et les excentricités chez les Binaires.

N. 169. Remarque I. — Les catégories de Binaires associées, de compositions voisines, présentent évidemment une grande parenté en ce qui concerne l'ordre dans lequel se succèdent les spectres dans les lignes du Tableau 49. De plus les valeurs de l'excentricité moyenne liée relatives à un même type spectral ou à un même groupe spectral y sont fort peu différentes. Si on les désigne respectivement par $\bar{e}_i$ et $(\bar{e}_i)'$, on trouve en effet que la valeur absolue de $[\bar{e}_i - (\bar{e}_i)']$ est inférieure ou au plus égale à 0,03.

N. 170. Remarque II. — La différence entre deux valeurs consécutives de $\bar{e}_i$ dans les lignes du Tableau 49 est, dans beaucoup de cas, trop faible pour que nous puissions en tirer des renseignements certains sur l'ordre relatif des

spectres et comparer d'une manière très précise les arrangements des spectres du Tableau 49, soit entre eux, soit avec l'arrangement classique B, A, F, G, K, M.

On peut toutefois observer que :

La lettre B occupe la première place, quelle que soit la catégorie considérée.

La lettre A occupe la seconde place quand il s'agit des Binaires Spectroscopiques, ou des catégories composites, l'attitude de ces dernières étant largement influencée par celle des Binaires Spectroscopiques qui y dominent nettement quant au nombre. Par contre la lettre A se réserve la dernière ou l'avant-dernière place quand il s'agit des Binaires Visuelles.

Les lettres K et G ne descendent pas en dessous de la troisième place.

La lettre M occupe l'une des deux dernières places chez les Binaires Spectroscopiques, la deuxième chez les Binaires Visuelles.

Enfin la lettre F occupe, quelle que soit la catégorie envisagée, la dernière ou l'avant-dernière place.

Constatons encore que, si l'arrangement classique des spectres B, A, F, G, K, M, est assez voisin de celui présenté dans le Tableau 49 par les Binaires Spectroscopiques, et même par les catégories composites, il est par contre nettement différent de celui concernant les Binaires Visuelles.

En nous basant sur les remarques précédentes, et confrontant les lettres B, A, F, G, K, M, avec les valeurs correspondantes de $\bar{e}_i$, nous trouverions confirmation de certains résultats énoncés aux paragraphes N. 166 et N. 168, mais nous ne développerons pas ce point de vue d'une manière détaillée parce qu'il ne nous conduirait à aucune conclusion nouvelle.

N. 171. Conclusions. — *L'influence de la nature du type spectral sur la valeur de l'excentricité moyenne liée $\bar{e}_i$ paraît certaine*, et nous fournit un argument sérieux en faveur de l'existence d'une relation entre spectres et excentricités chez les Binaires. Elle confirme nettement, dans l'ensemble et même dans le détail, les résultats obtenus par l'analyse directe des Tables de contingence (Spectre-Excentricité).

Le fait constaté au paragraphe N. 168 que les excentricités moyennes liées relatives à la plupart des spectres sont d'un ordre de grandeur différent suivant que l'on considère les Binaires Spectroscopiques ou les Binaires Visuelles, confirme la différence d'attitude relevée entre ces deux variétés d'étoiles doubles et par suite entre les Binaires à période inférieure à P_0 et les Binaires à période

supérieure à P_0 qui leur correspondent respectivement, P_0 différant peu de trois ans (voir N. 160).

IV. — INFLUENCE DE LA NATURE DU TYPE SPECTRAL SUR LA VALEUR MÉDIANE DE L'EXCENTRICITÉ DES BINAIRES

N. 172. — Nous pouvons également essayer de mettre en évidence l'existence de la relation (Spectre-Excentricité), en comparant entre elles les valeurs médianes de l'excentricité e_i' relatives aux divers spectres (i). A cet effet, nous avons calculé les valeurs médianes e_i' liées aux types spectraux B, A, F, G, K, M, et aux deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K, M), pour les six catégories de Binaires envisagées au paragraphe N. 118. Les résultats trouvés figurent dans la colonne d'entête e_i' du Tableau 41. A titre de comparaison, la dernière ligne de ce Tableau fournit pour les mêmes catégories, les valeurs médianes de l'excentricité e' relatives à l'ensemble des spectres.

N. 173. — Les nombres e_i' figurant dans le Tableau 41 sont susceptibles de différer, d'une catégorie de Binaires à l'autre dans un même type spectral, et d'un type spectral à l'autre dans une même catégorie de Binaires. Nous examinerons successivement ces deux points.

Un premier examen du Tableau 41 montre tout d'abord que, comme il faut s'y attendre, les valeurs de e_i' liées à un même type spectral (i) sont très voisines quand il s'agit de catégories associées (cf. N. 165).

On voit de plus que :

Dans l'intérieur d'un même type spectral, ou d'un même groupe spectral, les valeurs de l'excentricité médiane liée e_i' vont en croissant * quand on classe les catégories de Binaires dans l'ordre :

[BS'], [BS], [BS + BV — (C)], [BS + BV + BV' — (C)], [BV + BV'], [BV],

l'ordre des deux dernières catégories devant toutefois être inversé quand il s'agit du spectre K.

Autrement dit, *dans une même classe spectrale, les Binaires Spectroscopiques, les catégories composites et les Binaires Visuelles correspondent, en gros, respec-*

* Ou plus exactement, dans certains cas, en ne décroissant pas.

tivement aux petites, moyennes et grandes valeurs de l'excentricité médiane liée e_i'.

Le fait que les valeurs de e_i' relatives aux catégories composites, sont, quel que soit le type spectral ou le groupe spectral envisagé, comprises entre celles concernant respectivement les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles est ici encore une conséquence de la manière même dont les catégories composites ont été constituées à partir de ces deux sortes de Binaires.

Les considérations précédentes ne militent guère en faveur de l'existence d'une relation (Spectre-Excentricité), puisque dans une même classe spectrale l'ordre suivant lequel il faut inscrire les diverses catégories de Binaires pour que les valeurs correspondantes de l'excentricité médiane liée aillent en croissant est, à peu de chose près, le même, quel que soit le type spectral considéré.

N. 174. — L'influence du type spectral devient par contre sensible quand on porte son attention sur les limites entre lesquelles varie l'excentricité médiane liée e_i' dans une même classe spectrale. Ainsi, on constate, en examinant les lignes successives du Tableau 41, que e_i' oscille, suivant la catégorie de Binaires considérée, entre :

0,10 et 0,31 pour le type B,
0,06 et 0,59 pour le type A,
0,07 et 0,64 pour le type F,
0,08 et 0,53 pour le type G,
0,13 et 0,50 pour le type K,
0,17 et 0,41 pour le type M,
0,08 et 0,61 pour le groupe (B, A, F),
0,10 et 0,51 pour le groupe (G, K, M).

La comparaison des nombres précédents nous conduit à formuler les deux remarques suivantes :

1° La limite inférieure de e_i' est faible, quel que soit le type spectral et change par suite assez peu d'un type spectral ou d'un groupe spectral à l'autre. Cette quantité varie en effet seulement de 0,06 à 0,17 et correspond exclusivement aux Binaires Spectroscopiques.

2° La limite supérieure de e_i' est par contre beaucoup plus élevée et varie nettement d'un type spectral à l'autre.

Égale à 0,31 pour le type B, et à 0,41 pour le type M, elle est comprise entre

0,50 et 0,53 pour les types G, K et le groupe (G, K, M), et dépasse 0,59 pour les types A, F et le groupe (B, A, F). Elle correspond exclusivement aux Binaires Visuelles.

Ces résultats ressemblent beaucoup à ceux obtenus au paragraphe N. 166, quand nous avons étudié la variation de l'excentricité moyenne liée avec le type spectral. Nous pouvons d'ailleurs, ici encore, déduire de ce qui précède, une troisième remarque :

L'amplitude de la variation de l'excentricité médiane liée e'_i, relative à un type spectral donné varie largement avec ce type spectral.

Les valeurs de cette amplitude-relatives aux divers spectres et groupes spectraux sont données dans la petite Table ci-dessous :

B	M	K	G	A	F	(G, K, M)	(B, A, F)
0,21	0,24	0,37	0,45	0,53	0,57	0,41	0,53

L'amplitude allant en croissant, les spectres se présentent dans le même ordre qu'au paragraphe N. 166 ; seuls les spectres A et F, qui correspondent d'ailleurs à des valeurs peu différentes de l'amplitude, sont intervertis. Les valeurs de l'amplitude concernant un même spectre sont toutefois nettement plus fortes dans le cas des excentricités médianes liées que dans celui des excentricités moyennes liées.

Les résultats concernant le spectre M n'ont pas grande signification, les Binaires de ce type étant rares ; par contre le fait que la plus forte valeur trouvée pour l'excentricité médiane liée est :

moyenne pour le type B,
assez forte pour les types G et K,
forte pour les types A et F,

révèle une influence nette du type spectral sur la valeur de cette quantité. Cette conclusion est tout à fait analogue à celle obtenue au paragraphe N. 166.

N. 175. — Supposons maintenant que, dans chaque catégorie de Binaires, les excentricités médianes liées e'_i aient été classées par ordre de grandeur croissante, et examinons dans quel ordre se présentent les types spectraux correspondants. A cet effet, associons aux valeurs numériques e'_i de ces excentricités médianes liées ainsi classées, le spectre (i) qui les concerne ; nous obtenons de la sorte le Tableau 50, analogue au Tableau 49.

TABLEAU 50

[BS']	A	F	G	B	K	M	(B, A, F)	(G, K, M)
	0,06	0,07	0,08	0,10	0,13	0,17	0,08	0,10
[BS]	A = F		B	G	K = M		(B, A, F)	(G, K, M)
	0,07	0,07	0,10	0,11	0,17	0,17	0,08	0,13
[BS+BV—(C)]	B	A	F = K		G = M		(B, A, F)	(G, K, M)
	0,10	0,12	0,28	0,28	0,35	0,35	0,12	0,31
[BS+BV+BV'—(C)].	B	A	K	F	G	M	(B, A, F)	(G, K, M)
	0,10	0,12	0,29	0,30	0,35	0,37	0,13	0,32
[BV]		M	K	G	A	F	(G, K, M)	(B, A, F)
	—	0,41	0,49	0,53	0,59	0,64	0,51	0,61
[BV+BV']	B	M	K	G	A	F	(G, K, M)	(B, A, F)
	0,31	0,41	0,50	0,51	0,59	0,62	0,50	0,59

N. 176. — Les divers nombres figurant dans le Tableau 50 confirment et complètent certains résultats énoncés aux paragraphes N. 173 et N. 174 ; ils vont en outre nous permettre de mettre en évidence une certaine influence de la nature du type spectral sur la valeur de l'excentricité médiane liée e'_i.

Nous constatons tout d'abord que :

Dans une même catégorie de Binaires, les valeurs de l'excentricité médiane e'_i relatives aux divers types spectraux sont assez voisines entre elles chez les Binaires Spectroscopiques ; elles diffèrent davantage les unes des autres pour les catégories composites et les Binaires Visuelles.

En ce qui concerne les types spectraux, e'_i oscille en effet entre :

0,06 et 0,17 pour [BS'] ;
0,07 et 0,17 pour [BS] ;
0,10 et 0,35 pour [BS + BV — (C)] ;
0,10 et 0,37 pour [BS + BV + BV' — (C)] ;
0,41 et 0,64 pour [BV] ;
0,31 et 0,62 pour [BV + BV'].

La variation de e'_i est notablement plus faible quand on passe d'un groupe spectral à l'autre dans une même catégorie, surtout quand il s'agit des Binaires Spectroscopiques et des Binaires Visuelles. Ainsi, on trouve entre les valeurs

de e_i' relatives aux groupes (B, A, F) et (G, K, M) des différences qui sont en valeur absolue de :

0,02 0,05 0,19 0,19 0,10 et 0,09,

respectivement, pour les diverses catégories de Binaires prises dans l'ordre où elles sont inscrites dans le Tableau 50.

D'une manière plus précise, on reconnaît que :

Les Binaires Spectroscopiques fournissent uniquement de petites valeurs de e_i' (0,06 à 0,17) ; les plus petites d'entre elles (0,06 à 0,11) sont relatives aux types B, A, F, G et au groupe (B, A, F).

Les catégories composites sont associées en ce qui concerne les types F, G, K, M et le groupe spectral (G, K, M) aux valeurs moyennes de e_i' (0,28 à 0,37) ; les valeurs de e_i' relatives aux types B et A et au groupe spectral (B, A, F) y sont par contre petites (0,10 à 0,13).

Enfin les Binaires Visuelles ont une préférence marquée pour les grandes valeurs de e_i', mais le type B est ici encore associé à la plus petite valeur de e_i', soit 0,31. Égal à 0,41 pour le type M, e_i' est compris entre 0,49 et 0,53 pour les types K et G et le groupe spectral (G, K, M) et entre 0,59 et 0,64 pour les types A, F et le groupe (B, A, F).

L'affinité du type spectral B *pour les plus petites valeurs de* e_i' *est certaine, quelle que soit la catégorie de Binaires considérée. Les types* A *et* F *sont associés aux plus petites valeurs de* e_i' *chez les Binaires Spectroscopiques, aux plus grandes valeurs de* e_i' *chez les Binaires Visuelles. Les valeurs de* e_i' *correspondant aux autres classes spectrales sont légèrement plus fortes que pour les classes* B *ou* A *chez les Binaires Spectroscopiques, et sont grandes chez les Binaires Visuelles.*

Tous ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus par l'étude de l'excentricité moyenne liée (voir N. 167).

N. 177. Remarque I. — Les catégories de Binaires associées présentent, ici encore, une grande parenté entre elles en ce qui concerne l'ordre dans lequel se succèdent les spectres dans les lignes du Tableau 50. De plus les valeurs de l'excentricité médiane liée relatives à un même type spectral ou à un même groupe spectral y sont fort peu différentes. Si on les désigne respectivement par e_i' et (e_i'), la valeur absolue de $[e_i' - (e_i')]$ est en effet inférieure à 0,04 pour les types spectraux, à 0,03 pour les groupes spectraux.

N. 178. Remarque II. — La différence entre deux valeurs consécutives de e_i' dans les lignes du Tableau 50 est, dans beaucoup de cas, trop faible pour être significative.

On peut toutefois observer que :

La lettre B occupe la première place dans trois cas sur cinq, et la valeur de e_i' correspondante aux deux autres cas est égale à 0,10, donc relativement faible.

La lettre A occupe la première place dans le cas des Binaires Spectroscopiques, et la seconde place dans le cas des catégories composites, l'attitude de ces dernières étant largement influencée par celle des Binaires Spectroscopiques qui y dominent nettement quant au nombre. Par contre la lettre A se réserve l'avant-dernière place quand il s'agit des Binaires Visuelles.

Les lettres K et G ne descendent pas en dessous de la troisième place et ne dépassent pas la cinquième place.

Enfin la lettre F occupe la première ou la seconde place chez les Binaires Spectroscopiques, les places intermédiaires dans les catégories composites et la dernière place chez les Binaires Visuelles.

Constatons encore que si l'arrangement classique des spectres B, A, F, G, K, M, est assez voisin de celui présenté dans le Tableau 50 par les catégories composites, et ne se distingue de ceux relatifs aux Binaires Spectroscopiques que par le déplacement de la lettre B, il est par contre nettement différent de celui concernant les Binaires Visuelles.

En se basant sur les remarques précédentes et confrontant les lettres B, A, F, G, K, M, avec les valeurs correspondantes de e_i', on trouve confirmation de certains résultats énoncés aux paragraphes N. 174 et N. 176, sans toutefois aboutir à de nouvelles conclusions.

N. 179. — En résumé : *l'influence de la nature du type spectral sur la valeur de l'excentricité médiane liée et paraît certaine*, et nous fournit un argument sérieux en faveur de l'existence d'une relation entre spectres et excentricités chez les Binaires. Son étude confirme nettement, dans l'ensemble, et même dans le détail, les résultats obtenus tant par l'analyse directe des Tables de contingence (Spectre-Excentricité) que par les recherches analogues concernant l'excentricité moyenne liée.

Le fait constaté au paragraphe N. 176, que les excentricités médianes liées relatives à la plupart des spectres sont d'un ordre de grandeur différent suivant que nous considérons les Binaires Spectroscopiques ou les Binaires Visuelles, confirme ici encore la différence d'attitude relevée entre ces deux

variétés d'étoiles doubles, et par suite entre les Binaires à période inférieure à P_0 et les Binaires à période supérieure à P_0 qui leur correspondent respectivement, P_0 différant peu de trois ans (voir N. 160 et N. 171).

V. — CONCLUSIONS
INFLUENCE DE LA SÉLECTION SUR LA NATURE DE LA RELATION OBSERVÉE ENTRE SPECTRES ET EXCENTRICITÉS

N. 180. — Les trois méthodes employées ci-dessus :

Analyse directe des Tables de contingence (Spectre-Excentricité),

Étude de l'influence de la nature du type spectral sur la valeur de l'excentricité moyenne liée $\bar{e}_i$,

Étude de l'influence de la nature du type spectral sur la valeur de l'excentricité médiane liée e_i',

nous ont permis de mettre en évidence un certain nombre d'indices favorables à l'existence d'une relation entre spectres et excentricités chez les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles, mais l'existence d'une telle liaison est établie d'une manière beaucoup moins certaine que celle de la relation (Spectre-Période) précédemment étudiée.

En particulier le spectre B paraît plutôt associé aux faibles valeurs de l'excentricité, les autres types spectraux semblant liés aux petites valeurs de l'excentricité chez les Binaires Spectroscopiques, aux grandes valeurs de cet élément chez les Binaires Visuelles.

Une certaine différence d'attitude entre Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles est ainsi mise en lumière et légitime la subdivision de l'ensemble des Binaires en deux classes renfermant respectivement les Binaires à période inférieure à P_0 et les Binaires à période supérieure à P_0, la valeur P_0 étant peu différente de trois ans.

N. 181. — La sélection, en faussant la répartition des données, spectres et excentricités, est susceptible, soit de masquer plus ou moins l'existence de la relation (Spectre-Excentricité), soit d'en transformer apparemment la nature, et par suite de modifier la valeur des coefficients qui permettent d'apprécier l'intensité de cette liaison.

Les divers aspects de la relation (Spectre-Excentricité), actuellement seuls accessibles, sont quelque peu fragmentaires ; aussi est-il difficile de faire la

part du phénomène de sélection, et de se faire une idée de ce qui se passerait si les facteurs de sélection n'intervenaient pas. La nécessité de subdiviser l'ensemble des Binaires en deux grandes classes d'après l'ordre de grandeur de la période crée une difficulté nouvelle qui se superpose à celle provenant du manque de netteté des indices favorables à l'existence de la relation (Spectre-Excentricité).

Nous essaierons néanmoins de présenter quelques observations à ce sujet :

Dans le cas des Binaires Spectroscopiques, la détection des Binaires des derniers types présentant seulement une faible amplitude de variation de vitesse radiale, est plus aisée, toutes choses égales d'ailleurs, que celle des Binaires de type B, mais néanmoins le nombre de ces dernières est considérable (voir N. 90). D'un autre côté le jeu de la sélection paraîtrait devoir favoriser la découverte des Binaires Spectroscopiques à grande excentricité, mais son influence est pratiquement insignifiante comme le montre la prédominance observée de Binaires Spectroscopiques à petite excentricité (voir N. 49). En conséquence, le phénomène de sélection ne saurait avoir une répercussion appréciable sur la nature de la relation (Spectre-Excentricité), ni d'ailleurs sur l'estimation de l'intensité de cette liaison, quand on limite son étude aux seules Binaires Spectroscopiques.

Dans le cas des Binaires Visuelles la faible proportion d'étoiles de spectres B ou M (voir N. 90), rend vraisemblablement moins net le contraste apparent entre la valeur des excentricités liées à ces types, et celle des excentricités associées aux autres spectres. D'un autre côté, dans le cas des périodes extrêmes (courtes ou très longues), les Binaires Visuelles à forte excentricité ont plus de chances, soit d'être découvertes, soit de se prêter à une rapide détermination d'éléments (voir N. 52). En conséquence, l'influence de la sélection est vraisemblablement grande dans le cas des Binaires Visuelles, la proportion des fortes valeurs de l'excentricité y étant considérable.

Plus généralement, en rapprochant l'un de l'autre le cas des Binaires Spectroscopiques et celui des Binaires Visuelles, on voit que le fait pour les Binaires Spectroscopiques de posséder surtout de petites excentricités et pour les Binaires Visuelles de présenter surtout de fortes excentricités diminue chez chacune de ces variétés d'étoiles le contraste observé, relativement aux spectres, entre Binaires à faible excentricité et Binaires à forte excentricité.

Les catégories composites (BS et BV réunies), semblent dès lors se prêter mieux que les autres à l'étude de la relation (Spectre-Excentricité) : on y trouve en effet des nombres comparables de petites et grandes valeurs de l'excen-

tricité, et l'influence de la sélection est par suite probablement réduite. Malheureusement, comme nous l'avons déjà remarqué aux paragraphes N. 156 et N. 160, l'analyse des Tables de contingence correspondantes est souvent compliquée et l'interprétation des résultats entrevus difficile. Il est donc préférable d'étudier séparément le cas des Binaires à période relativement courte ($P < P_0$) (en l'espèce les Binaires Spectroscopiques), puis le cas des Binaires à période plus longue ($P > P_0$) (en l'espèce les Binaires Visuelles) et de juxtaposer ensuite les résultats obtenus comme il est légitime de le faire d'après ce qui a été dit à diverses reprises (voir notamment N. 40 et N. 106).

QUATRIÈME PARTIE

SUR LA RELATION (PÉRIODE-EXCENTRICITÉ)

N. 182. Historique et bibliographie. — Dès novembre 1877, W. Doberck écrivait (R. 53) :

« There seems to be a slight tendency to great eccentricity in orbits of great period, while some quickly revolving double stars move in nearly circular orbits. »

W. Doberck entrevoyait ainsi pour la première fois la possibilité de l'existence d'une corrélation directe entre la période et l'excentricité orbitales parmi les Binaires Visuelles. Il a d'ailleurs confirmé ultérieurement cette manière de voir en 1878 (R. 54), sur un matériel il est vrai assez restreint (27 BV), puis en 1898 sur un total de 45 orbites (R. 55).

Dès 1910, W. W. Campbell (R. 56, p. 35 et pp. 38-39), F. Schlesinger et R. H. Baker (R. 57), et enfin H. Ludendorff (R. 58), ont reconnu indépendamment que cette propriété s'étend aux Binaires Spectroscopiques à orbite connue et se vérifie pour les diverses classes spectrales. Le matériel étudié comprenait dans ces trois cas respectivement 118 BS, (50 BS + 53 BV), et 44 BS.

Les recherches ultérieures, basées sur un matériel encore plus considérable, ont en gros confirmé cette manière de voir avec toutefois une réserve qui sera examinée plus loin (N. 214).

Plus récemment D. Barbier (R. 59), partant de valeurs hypothétiques des périodes et des excentricités, a montré qu'une telle corrélation paraît s'étendre aux Binaires Visuelles dont les éléments n'ont pas encore pu être calculés.

Le matériel actuel (151 ou 192 BV + 360 BS), permet, comme nous le verrons plus loin, de préciser quelque peu les réserves faites au sujet de la croissance de l'excentricité avec la période, en 1918, par R. G. Aitken (R. 60), en

1921 par R. E. Wilson (R. 61), en 1924 par J. H. Moore et R. G. Aitken (R. 62), et confirmées en 1935 par R. G. Aitken (R. 63).

N. 183. — Nous avons groupé ci-dessous les références citées dans le paragraphe précédent N. 182 :

(R. 53) W. Doberck : *On double-star Calculations* (A. N. Bd 91, nº 2.168, p. 122, novembre 1877).

(R. 54) W. Doberck : *On double-star orbits* (A. N. Bd 91, nº 2.180, p. 317, 1878).

(R. 55) W. Doberck : *On double star orbits : their periods and excentricities* (A. N. Bd 147, nº 3.519, p. 251, 1898).

(R. 56) W. W. Campbell : *Second Catalogue of spectroscopic binary Stars* (L. O. B. VI, nº 181, pp. 17-54, avril 1910).

(R. 57) F. Schlesinger and R. H. Baker : *A comparative study of spectroscopic Binaries* (Publ. of the Alleghany Observatory, vol. I, nº 21, pp. 135-161, 24 feb. 1910).

(R. 58) H. Ludendorff : *Zur Statistik der spektroskopischen Doppelsterne* (A. N. Bd 184, nº 4.415, pp. 373-390, 28 février 1910).

(R. 59) D. Barbier : *Les étoiles doubles à longue période. Propriétés statistiques et valeurs hypothétiques de leurs éléments* (Thèse, Paris, pp. 44-46 et p. 69, 1934).

(R. 60) R. G. Aitken : *The Binary Stars* (Première édition, pp. 196-197, 1918),

(R. 61) R. E. Wilson : *On the period-eccentricity relation in Binary Stars* (A. J. vol. 33, nº 786, pp. 147-150, 1921).

(R. 62) J. H. Moore and R. G. Aitken : *Note on binary star Statistics* (P. A. S. P. 36, pp. 326-332, 1924).

(R. 63) R. G. Aitken : *The binary Stars* (Deuxième édition, pp. 208-209, 1935).

N. 184. — Cette quatrième Partie de notre Mémoire sera divisée en deux chapitres comportant respectivement deux et quatre sections :

Chapitre IX : I. — Sur l'existence d'une relation (Période-Excentricité).

a) Cas des Binaires Spectroscopiques.

b) Cas des Binaires Visuelles.

c) Cas de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

II. — Sur l'intensité de la liaison entre périodes et excentricités.

a) Étude de la contingence [$X = \log (10\ P)$; $Y = e$].

b) Sur la corrélation (Période-Excentricité).

Chapitre X : I. — Sur la nature de la relation entre périodes et excentricités.

II. — Influence de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité).

III. — Influence de la magnitude absolue sur la forme de la courbe (Période-Excentricité).

IV. — Conclusions. Influence de la sélection sur la nature de la relation observée entre périodes et excentricités.

CHAPITRE IX

I. — SUR L'EXISTENCE D'UNE RELATION (PÉRIODE-EXCENTRICITÉ)

N. 185. — Pour reconnaître si les données actuelles militent en faveur de l'existence d'une relation entre périodes et excentricités, pour les diverses catégories de Binaires, nous dresserons, dans chaque cas étudié, une Table à double entrée destinée à indiquer le nombre $n_{i|j}$ de Binaires dont l'excentricité et la période appartiennent respectivement au groupe (i) d'excentricités et au groupe (j) de périodes. Les limites relatives aux groupes d'excentricités figurent dans la première ligne, celles concernant les groupes de périodes dans la première colonne. La dernière ligne et la dernière colonne fourniront, comme toujours, les distributions marginales correspondantes, savoir, nous désignerons :

par $n_{i|}$ le nombre total de BS appartenant au groupe (i) d'excentricités ;
par $n_{|j}$ le nombre total de BS appartenant au groupe (j) de périodes.

Des Tables de contingence seront ainsi dressées pour le cas des Binaires Spectroscopiques, celui des Binaires Visuelles, et pour l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies). Nous étudierons ensuite la répartition des valeurs de $n_{i|j}$ le long des lignes, puis le long des colonnes de ces Tables.

CAS DES BINAIRES SPECTROSCOPIQUES

N. 186. — Le Tableau 51 fournit les données relatives à la contingence (Période-Excentricité) pour la catégorie [BS].

TABLEAU 51

Contingence (Période-Excentricité). Cas des Binaires Spectroscopiques.

P \ e	0,00-0,10	0,10-0,20	0,20-0,30	0,30-0,40	0,40-0,50	0,50-0,60	0,60-0,70	0,70-0,80	0,80-0,90	0,90-1,00	n_{1j}
0 j- 5 j	105	23	1	—	1	1	—	—	—	—	131
5 j- 10 j	30	8	10	3	1	3	1	—	—	—	56
10 j- 20 j	15	5	12	7	1	3	2	—	—	—	45
20 j- 50 j	7	2	4	3	6	3	2	3	—	—	30
50 j-100 j	4	3	2	3	1	1	—	—	—	—	14
100 j- 1 a	9	7	2	2	2	3	3	1	1	—	30
1 a- 3 a	3	4	5	2	3	2	1	1	—	—	21
3 a- 10 a	—	3	3	2	1	2	1	2	—	—	14
10 a- 50 a	—	—	2	5	2	1	2	3	—	—	15
50 a-100 a	—	—	—	—	1	2	—	—	—	—	3
> 100 a	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	1
n_{i1}	173	55	41	27	20	21	12	10	1	0	360

Nous laisserons de côté les distributions marginales représentées par la colonne des n_{1j} et par la ligne des n_{i1} ; elles nous permettraient, comme il se doit, de retrouver les résultats respectivement obtenus en étudiant la répartition propre des périodes et celle des excentricités.

N. 187. — Un premier examen portant sur l'ensemble des nombres du Tableau 51 nous conduit tout d'abord à formuler les deux remarques suivantes :

1° Les Binaires Spectroscopiques se concentrent principalement dans la région où se rencontrent simultanément les courtes périodes et les faibles excentricités.

2° Les grandes périodes sont rares quel que soit le groupe d'excentricités considéré, de même que les fortes excentricités sont rares, quel que soit le groupe de périodes envisagé.

Les Binaires Spectroscopiques ont dès lors une certaine tendance à se condenser en un nuage assez vaguement allongé suivant la diagonale allant de l'extrémité supérieure gauche à l'extrémité inférieure droite du Tableau 51. En d'autres termes :

Il paraît exister une certaine corrélation directe entre les périodes et les excen-

tricités chez les Binaires Spectroscopiques, en ce sens que les petites valeurs de la période ont tendance à être associées aux petites valeurs de l'excentricité, les grandes valeurs de la période aux fortes valeurs de l'excentricité.

N. 188. — Examinons maintenant comment les Binaires Spectroscopiques des divers groupes de périodes se répartissent entre les différents groupes d'excentricités, c'est-à-dire comment les nombres $n_{i|j}$ varient le long des lignes du Tableau 51.

Les maxima de $n_{i|j}$ relatifs aux divers groupes de périodes correspondent aux groupes d'excentricités :

(0,00-0,10) pour les six premiers groupes de périodes ($O < P < 1$ an) ;
(0,20-0,30) pour (1 a $< P < 3$ a) ;
(0,10-0,20) et (0,20-0,30) pour (3 a $< P < 10$ a) ;
(0,30-0,40) pour (10 a $< P < 50$ a) ;
(0,50-0,60) pour (50 a $< P < 100$ a) ;
(0,40-0,50) pour ($P > 100$ a).

En d'autres termes :

Le groupe d'excentricités le mieux représenté chez les Binaires Spectroscopiques est celui des petites excentricités ($O < e < 0{,}10$), quand la période demeure inférieure à un an ; au delà de cette limite le groupe d'excentricités le mieux représenté a tendance à se déplacer vers les valeurs moyennes de l'excentricité quand la période va elle-même en croissant.

Autrement dit :

L'excentricité a plutôt tendance à croître avec la période chez les Binaires Spectroscopiques.

Nous pouvons préciser quelque peu cette remarque. On constate par exemple que :

La proportion de Binaires Spectroscopiques dont l'excentricité est inférieure à 0,10, donc très petite, a plutôt tendance à diminuer quand la période augmente. Ainsi cette proportion prend successivement les valeurs :

80 %, 54 %, 33 %, 23 %, 29 %, 30 %, 14 %,

quand on parcourt les sept premiers groupes de périodes de haut en bas ; comme on ne rencontre aucune excentricité inférieure à 0,10 dans les quatre derniers groupes de périodes, on peut ajouter que :

Les périodes supérieures à trois ans, ne sont pas associées, chez les Binaires Spectroscopiques, à de faibles valeurs de l'excentricité.

L'étude des lignes successives de la Table de contingence (Période-Excentricité) nous a ainsi fourni plusieurs arguments favorables à l'existence d'une relation (Période-Excentricité) chez les Binaires Spectroscopiques.

N. 189. — Examinons maintenant comment les Binaires Spectroscopiques des divers groupes d'excentricités se répartissent entre les différents groupes de périodes, c'est-à-dire comment les $n_{i|j}$ varient le long des colonnes successives du Tableau 51.

Les maxima de $n_{i|j}$ relatifs aux divers groupes d'excentricités correspondent respectivement aux groupes de périodes :

(0 j-5 j) pour les deux premiers groupes d'excentricités ($0 < e < 0{,}20$) ;
(10 j-20 j) pour les deux groupes d'excentricités suivants ($0{,}20 < e < 0{,}40$) ;
(20 j-50 j) pour ($0{,}40 < e < 0{,}50$) ;
(100 j-1 a) pour ($0{,}60 < e < 0{,}70$) ;
(20 j-50 j) et (10 a-50 a) pour ($0{,}70 < e < 0{,}80$) ;
(100 j-1 a) pour ($0{,}80 < e < 0{,}90$) *.

En d'autres termes :

Le groupe de périodes le mieux représenté chez les Binaires Spectroscopiques est celui des petites périodes (0 j-5 j) quand l'excentricité demeure inférieure à 0,20 ; il a ensuite tendance à se déplacer vers des valeurs plus grandes de la période quand l'excentricité croît à partir de 0,20.

Autrement dit :

La période a plutôt tendance à croître avec l'excentricité chez les Binaires Spectroscopiques.

La proportion des Binaires Spectroscopiques à petite période contenues dans les groupes d'excentricités successifs diminue d'ailleurs rapidement quand l'excentricité croît.

Ainsi :

105 sur 173, soit 61 % des BS pour lesquelles $0 < e < 0{,}10$,
23 sur 55, soit 42 % des BS pour lesquelles $0{,}10 < e < 0{,}20$,

ont une période comprise entre 0 j et 5 j, alors que les proportions analogues sont comprises entre 0 et 5 % quand $e > 0{,}20$.

---

* Il n'y a pas à proprement parler de maximum de $n_{i|j}$ bien défini pour le groupe d'excentricités ($0{,}50 < e < 0{,}60$).

De même :

150 sur 173, soit 87 % des BS pour lesquelles $0 < e < 0{,}10$,

36 sur 55, soit 65 % des BS pour lesquelles $0{,}10 < e < 0{,}20$,

23 sur 41, soit 56 % des BS pour lesquelles $0{,}20 < e < 0{,}30$,

ont une période comprise entre 0 et 20 jours.

Les proportions analogues relatives aux groupes d'excentricités suivants sont:

37 %, 15 %, 33 %, 25 %.

Les excentricités supérieures à 0,60 ne paraissent pas être associées aux valeurs de la période comprises entre 0 et 5 jours ; les excentricités supérieures à 0,70 ne semblent pas être liées à des valeurs de la période inférieures à 20 jours.

Autrement dit :

Chez les Binaires Spectroscopiques, les grandes valeurs de l'excentricité ne correspondent pas à de très petites valeurs de la période.

L'étude des colonnes successives de la Table de contingence (Période-Excentricité) nous fournit ainsi, elle aussi, des arguments en faveur de l'existence d'une relation (Période-Excentricité) chez les Binaires Spectroscopiques.

CAS DES BINAIRES VISUELLES

N. 190. — Vu la pauvreté du matériel, la Table de contingence 52, relative à la relation (Période-Excentricité) dans le cas des Binaires Visuelles, concerne, non pas la catégorie [BV], qui ne renferme que 151 Binaires, mais la catégorie [BV + BV'] qui en contient 192.

TABLEAU 52

Contingence (Période-Excentricité). Catégorie [BV+BV'].

P ANS \ e	0,00-0,10	0,10-0,20	0,20-0,30	0,30-0,40	0,40-0,50	0,50-0,60	0,60-0,70	0,70-0,80	0,80-0,90	0,90-1,00	n_{ij}
0a - 50 a ..	4	7	15	10	8	13	6	5	4	1	73
50 a- 100 a ..	1	1	3	4	6	8	3	6	3	3	38
100 a- 200 a ..	—	2	3	6	6	8	6	2	4	5	42
200 a- 700 a ..	—	3	—	—	7	9	2	4	4	4	33
700 a-1.000 a ..	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0
>1.000 a	—	—	1	—	—	—	1	—	3	1	6
$n_{.j}$	5	13	22	20	27	38	18	17	18	14	192

Nous laisserons de côté les distributions marginales représentées par la colonne des $n_{i|j}$ et par la ligne des $n_{i|}$; elles nous permettraient seulement de retrouver les résultats respectivement obtenus en étudiant la répartition propre des périodes et celle des excentricités.

N. 191. — Un premier examen portant sur l'ensemble des nombres du Tableau 52 nous montre tout d'abord que :

Les Binaires Visuelles sont rares dans le domaine des petites valeurs de l'excentricité dès que la période dépasse un siècle, et même dans celui des valeurs moyennes de l'excentricité dès que la période est supérieure à 200 ans.

C'est là un premier indice de l'existence d'une relation entre périodes et excentricités chez les Binaires Visuelles, en ce sens que :

Les valeurs petites et moyennes de l'excentricité n'ont pas tendance à s'associer aux grandes valeurs de la période.

La Table de contingence relative à la catégorie [BV] nous conduirait au même résultat.

N. 192. — Examinons maintenant comment les Binaires Visuelles des divers groupes de périodes se répartissent entre les différents groupes d'excentricités, c'est-à-dire comment les nombres $n_{i|j}$ varient le long des lignes du Tableau 52.

Les maxima de $n_{i|j}$ relatifs aux divers groupes de périodes correspondent aux groupes d'excentricités :

(0,20-0,30) pour $0 < P < 50$ a) ;

(0,50-0,60) pour les trois groupes de périodes suivants : $50\text{ a} < P < 700$ ans ;

(0,80-0,90) pour le groupe de périodes ($P > 1.000$ a).

Autrement dit :

Le groupe d'excentricités le mieux représenté chez les Binaires Visuelles correspond aux valeurs moyennes de l'excentricité quand la période est relativement faible ; il a plutôt tendance à se déplacer vers les fortes valeurs de l'excentricité quand la période va en croissant.

C'est là un nouvel indice de relation entre périodes et excentricités chez les Binaires Visuelles. Dans le cas de la catégorie [BV], on obtient un résultat de même nature, mais la progression de l'excentricité avec la période paraît moins sensible, en raison de l'absence totale de très grandes valeurs de la période dans cette catégorie.

Il convient de remarquer que le maximum de $n_{i|j}$ dans le cas des Binaires

Visuelles à période relativement courte (0-50 ans), se situe dans la région des valeurs moyennes de l'excentricité et non dans celle des petites valeurs de cet élément comme c'est le cas pour le premier groupe de périodes chez les Binaires Spectroscopiques. Ces deux résultats ne sont différents qu'en apparence, parce que le premier groupe de périodes chez les Binaires Spectroscopiques correspond à des valeurs de cet élément (0-5 j), très petites par rapport à la limite supérieure, 50 ans, du premier groupe de périodes chez les Binaires Visuelles.

N. 193. — Examinons maintenant comment les Binaires Visuelles des divers groupes d'excentricités se répartissent entre les différents groupes de périodes, c'est-à-dire comment les $n_{i|j}$ varient le long des colonnes successives du Tableau 52.

Les maxima de $n_{i|j}$ relatifs aux divers groupes d'excentricités correspondent aux groupes de périodes :

(0-50 a) pour les six premiers groupes d'excentricités : $0 < e < 0{,}60$;
(0-50 a) et (100 a-200 a) pour $0{,}60 < e < 0{,}70$;
(50 a-100 a) pour $0{,}70 < e < 0{,}80$;
(100 a-200 a) pour $0{,}90 < e < 1{,}00$ *.

En d'autres termes :

Le groupe de périodes le mieux représenté chez les Binaires Visuelles correspond aux plus petites valeurs de la période quand l'excentricité est petite ou moyenne ($e < 0{,}60$) ; *il a une légère tendance à se déplacer vers les valeurs un peu plus grandes de la période quand l'excentricité croît à partir de* 0,60.

Cette remarque constitue un nouvel indice en faveur de l'existence d'une relation (Période-Excentricité) chez les Binaires Visuelles.

En résumé, une relation paraît exister entre périodes et excentricités, aussi bien chez les Binaires Visuelles que chez les Binaires Spectroscopiques, mais elle est beaucoup moins évidente chez les premières que chez les secondes.

CAS DE L'ENSEMBLE DES BINAIRES (BS ET BV RÉUNIES)

N. 194. — Le Tableau 53 fournit les données relatives à la contingence (Période-Excentricité) dans le cas de l'ensemble des Binaires. Il concerne la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)], l'absence des très grandes périodes cons-

* Il n'y a pas à proprement parler de maximum de $n_{i|j}$ bien défini pour le groupe d'excentricités ($0{,}80 < e < 0{,}90$).

tatée pour la catégorie [BS + BV — (C)] risquant de diminuer chez cette dernière le contraste entre les valeurs de l'excentricité liées aux petites périodes et celles associées aux grandes périodes, et par suite d'y rendre moins évidente l'existence d'une relation entre périodes et excentricités.

TABLEAU 53

Contingence (Période-Excentricité). Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

P ANS \ e	0,00-0,10	0,10-0,20	0,20-0,30	0,30-0,40	0,40-0,50	0,50-0,60	0,60-0,70	0,70-0,80	0,80-0,90	0,90-1,00	n_{ij}
0 j- 5 j .	105	23	1	—	1	1	—	—	—	—	131
5 j- 10 j .	30	8	10	3	1	3	1	—	—	—	56
10 j- 20 j .	15	5	12	7	1	3	2	—	—	—	45
20 j- 50 j .	7	2	4	3	6	3	2	3	—	—	30
50 j- 100 j .	4	3	2	3	1	1	—	—	—	—	14
100 j- 1 a .	9	7	2	2	2	3	3	1	1	—	30
1 a- 3 a .	4	4	5	2	3	3	1	1	—	—	23
3 a- 50 a .	2	10	19	14	9	12	8	6	4	1	85
50 a- 100 a .	1	1	3	4	6	8	3	6	3	3	38
100 a- 200 a .	—	2	3	6	6	8	6	2	4	5	42
200 a- 700 a .	—	3	—	—	7	9	2	4	4	4	33
700 a-1.000 a .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0
> 1.000 a....	—	—	1	—	—	—	1	—	3	1	6
$n_{i\|}$	177	68	62	44	43	54	29	23	19	14	533

N. 195. — Un premier examen portant sur l'ensemble des nombres du Tableau 53 montre tout d'abord que :

Les grandes périodes sont rares quelle que soit l'excentricité, de même que les fortes valeurs de l'excentricité sont rares dans le domaine des périodes relativement courtes (P < 50 ans).

En sorte que les Binaires prises dans leur ensemble ont une certaine tendance à se condenser en un nuage assez vaguement allongé suivant la diagonale allant de l'extrémité supérieure gauche à l'extrémité inférieure droite du Tableau 53, ce qui est l'indice d'une certaine corrélation directe entre périodes et excentricités.

N. 196. — Examinons maintenant comment les Binaires des divers groupes de périodes se répartissent entre les différents groupes d'excentricités, c'est-à-dire comment les nombres $n_{i|j}$ varient le long des lignes du Tableau 53.

Les maxima de $n_{i|j}$ relatifs aux divers groupes de périodes correspondent aux groupes d'excentricités :

(0,00-0,10) pour les six premiers groupes de périodes : $0 < P < 1$ an ;
(0,20-0,30) pour 1 a $< P <$ 50 a ;
(0,50-0,60) pour 50 a $< P <$ 700 a ;
(0,80-0,90) pour $P >$ 1.000 ans.

En d'autres termes :

Le groupe d'excentricités le mieux représenté chez les Binaires correspond à des valeurs de l'excentricité :

très petites quand la période est courte : $P < 1$ an ;
assez petites quand : 1 a $< P <$ 50 a ;
moyennes quand : 50 a $< P <$ 700 a ;
très fortes quand P dépasse 1.000 ans.

Autrement dit :

Pour l'ensemble des Binaires, l'excentricité a tendance à croître avec la période.

Cette remarque constitue un nouvel indice en faveur de l'existence d'une relation (Période-Excentricité) chez les Binaires.

Dans le cas de la catégorie [BS + BV — (C)], on obtient un résultat de même nature, mais la croissance de l'excentricité avec la période paraît moins sensible, en raison de l'absence totale de très grandes valeurs de la période dans cette catégorie.

N. 197. — Examinons maintenant comment les Binaires des divers groupes d'excentricités se répartissent entre les différents groupes de périodes, c'est-à-dire comment les $n_{i|j}$ varient le long des colonnes successives du Tableau 53.

Les maxima de $n_{i|j}$ relatifs aux divers groupes d'excentricités correspondent aux groupes de périodes :

(0-5 j) pour les deux premiers groupes d'excentricités ($0 < e < 0{,}20$) ;
(3 a-50 a) pour les cinq groupes d'excentricités suivants ($0{,}20 < e < 0{,}70$) ;
(3 a-50 a) et (50 a-100 a) pour $0{,}70 < e < 0{,}80$;
(100 a-200 a) pour $0{,}90 < e < 1{,}00$*.

En d'autres termes :

Le groupe de périodes le mieux représenté chez les Binaires correspond aux

* Il n'y a pas à proprement parler de maximum de $n_{i|j}$ bien défini pour le groupe d'excentricités ($0{,}80 < e < 0{,}90$).

très petites valeurs de la période quand l'excentricité est elle-même petite ; il a une tendance nette à se déplacer vers les valeurs plus grandes de la période quand l'excentricité croît.

Autrement dit :

La période a une certaine tendance à croître avec l'excentricité chez les Binaires, ce qui paraît confirmer à nouveau l'existence d'une relation entre périodes et excentricités chez les Binaires.

Comme d'ailleurs la distribution des périodes relative à l'ensemble des Binaires, résulte de la quasi-juxtaposition de celles relatives aux Binaires Spectroscopiques et aux Binaires Visuelles (voir N. 34), on retrouve trace dans les colonnes successives du Tableau 53 des maxima de $n_{i|j}$ concernant respectivement ces deux dernières variétés d'étoiles. Ainsi, le maximum principal de $n_{i|j}$ correspond à celui des Binaires Spectroscopiques dans le domaine des petites excentricités ($e < 0{,}20$), à celui des Binaires Visuelles quand l'excentricité est supérieure à 0,20. De même un maximum secondaire de $n_{i|j}$ correspond au maximum principal des Binaires Visuelles quand $0{,}10 < e < 0{,}20$, et au maximum principal des Binaires Spectroscopiques quand e appartient à l'un des groupes d'excentricités (0,20-0,30), (0,30-0,40), (0,40-0,50).

On obtient des résultats identiques quand on substitue à la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)] la catégorie [BS + BV — (C)] ; toutefois le maximum de $n_{i|j}$ relatif au groupe d'excentricités (0,70-0,80) correspond au seul groupe de périodes (50 a-100 a), ce qui rend encore plus nette la tendance qu'a la période à croître avec l'excentricité pour l'ensemble des Binaires.

N. 198. Conclusion. — L'analyse des Tables de contingence (Période-Excentricité) nous a permis de mettre en évidence divers indices favorables à l'existence d'une relation entre périodes et excentricités chez les diverses catégories de Binaires en ce sens que :

Les petites valeurs de la période ont tendance à être liées aux faibles valeurs de l'excentricité, les grandes valeurs de la période s'associant plutôt aux fortes valeurs de l'excentricité.

Cette relation paraît d'ailleurs plus nettement établie pour les Binaires Spectroscopiques et pour l'ensemble des Binaires que pour les Binaires Visuelles.

II. — SUR L'INTENSITÉ DE LA LIAISON (PÉRIODE-EXCENTRICITÉ)

A. — ÉTUDE DE LA CONTINGENCE [X = log (10 P) ; Y = e].

N. 199. — Si, comme paraissent l'indiquer les résultats précédents, il existe une liaison assez prononcée entre périodes et excentricités chez les Binaires, nous pourrons essayer d'en apprécier l'intensité par l'emploi du carré moyen de contingence φ^2 ou plutôt du coefficient de contingence C de Karl Pearson. Toutefois, en raison de la grande dispersion des périodes des Binaires, nous calculerons φ^2 et C, non pour les grandeurs P et e elles-mêmes, mais pour les quantités :

$$X = \log (10\ P) \qquad \text{et} \qquad Y = e,$$

car, s'il existe une liaison d'une certaine intensité, entre P et e, il en sera de même entre X = log (10 P) et Y = e ; et si, de plus, la grandeur du coefficient de contingence est un critère relativement à la force de la liaison (P, e), l'étude de la contingence [X = log (10 P) ; Y = e], devra nous fournir un coefficient de contingence de même ordre.

Nous avons déjà vu (N. 35), l'avantage que présente la substitution de la variable X = log (10 P) à la période P elle-même. Nous avons indiqué que les valeurs de X, toutes positives, et relativement faibles, même quand P est grand, peuvent alors se répartir entre 19 intervalles égaux, d'amplitude 0,40, définis au paragraphe N. 35. Les valeurs extrêmes et moyenne de X relatives à chacun de ces intervalles figurent dans le Tableau 13 ; nous nous contenterons de donner à nouveau le numéro d'ordre de l'intervalle et la valeur moyenne de X correspondante.

De même les valeurs extrêmes de e relatives aux intervalles considérés pour cet élément, sont celles déjà employées pour l'étude de la répartition propre des excentricités : d'un intervalle à l'autre, e varie de dixième en dixième [voir N. 42, Tableau 15].

L'étude de la contingence [X = log (10 P) ; Y = e] sera basée sur les deux Tableaux à double entrée 54 et 55. Le premier de ces Tableaux est en réalité triple : il donne en effet, quand elles sont différentes de zéro, les valeurs de n_{ij} concernant les catégories [BS], [BV] et [BV + BV']. Dans la case (i, j), le nombre n_{ij} relatif à la catégorie [BS] est seul à gauche ; ceux concernant les

TABLEAU 54. — **Contingence [X = log (10 P) ; Y = *e*] pour les catégories [BS], [BV], (BV+BV').**

GROUPE	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	n_{ij}
e \ log (10 P)	0,60	1,00	1,40	1,80	2,20	2,60	3,00	3,40	3,80	4,20	4,60	5,00	5,40	5,80	6,20	6,60	7,00	7,40	
0,00-0,10	2	21	66	46	17	7	6 1 / 1	5	2 1 / 1	1 / 1	1		1 / 1						173 3 / 5
0,10-0,20		4	13	14	6	3	5	3	4	2	1 1 / 1	3 / 5	2 / 2	2	3				55 6 / 13
0,20-0,30			1	10	14	2	2	2	4	3 1 / 2	1 1 / 1	2 9 / 11	3 / 4	3 / 3		1			41 17 / 22
0,30-0,40				3	9	2	4	1	1	2	3 1 / 1	2 7 / 7	6 / 7	4 / 5					27 18 / 20
0,40-0,50			1	1	3	4	1	2	3	1 1 / 1	1 1 / 1	1 4 / 4	1 9 / 10	4 / 7	1 2 / 3	1			20 21 / 27
0,50-0,60				4	4 1 / 1	2	2	2	2 1 / 2	2	2 / 2	7 / 7	3 9 / 10	10 / 12	4 / 4				21 34 / 38
0,60-0,70				1	3	1	1	2	1	1 2 / 2		2 4 / 4	4 / 4	3 / 6	1 / 1		1		12 14 / 18
0,70-0,80						3	1		1	1 / 1	2 2 / 2	1 1 / 1	1 9 / 9	1 / 1	1 / 3				10 14 / 17
0,80-0,90							1					3 / 3	5 / 5	4 / 5	2 / 2	1	2		1 14 / 18
0,90-1,00												1 / 1	3 / 4	4 / 5	2 / 3			1	0 10 / 14
$n_{i.}$	0 / 2 / 0	0 / 25 / 0	0 / 81 / 0	0 / 79 / 0	1 / 56 / 1	0 / 24 / 0	1 / 23 / 1	0 / 17 / 0	2 / 18 / 3	4 / 13 / 7	8 / 8 / 9	39 / 8 / 43	51 / 5 / 56	33 / 0 / 46	12 / 1 / 19	0 / 0 / 3	0 / 0 / 3	0 / 0 / 1	360 151 / 192

TABLEAU 55. — **Contingence [X = log (10 P_J) ; Y = e] pour les catégories [BS+BV—(C)] et [BS+BV+BV'—(C)].**

GROUPE	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	$n_{i.}$
e \ log (10 P)	0,60	1,00	1,40	1,80	2,20	2,60	3,00	3,40	3,80	4,20	4,60	5,00	5,40	5,80	6,20	6,60	7,00	7,40	
0,00-0,10	2	21	66	46	17	7	6	5	3	1			1						175
	2	21	66	46	17	7	6	5	3	2	1		1						177
0,10-0,20		4	13	14	6	3	5	3	4	2	2	3	2						61
		4	13	14	6	3	5	3	4	2	2	5	2	2	3				68
0,20-0,30			1	10	14	2	2	2	4	4	2	10	3	3					57
			1	10	14	2	2	2	4	5	2	12	4	3		1			62
0,30-0,40				3	9	2	4	1	1	2	3	7	6	4					42
				3	9	2	4	1	1	2	3	7	7	5					44
0,40-0,50			1	1	3	4	1	2	3	1	2	4	9	4	2				37
			1	1	3	4	1	2	3	1	2	4	10	7	3	1			43
0,50-0,60				4	4	2	2	2	2	2	2	7	9	10	4				50
				4	4	2	2	2	3	2	2	7	10	12	4				54
0,60-0,70				1	3	1	1	2	1	3		5	4	3	1				25
				1	3	1	1	2	1	3		5	4	6	1		1		29
0,70-0,80						3	1		1	1	2	1	9	1	1				20
						3	1		1	2	2	1	9	1	3				23
0,80-0,90							1					3	5	4	2				15
							1					3	5	5	2	1	2		19
0,90-1,00												1	3	4	2				10
												1	4	5	3			1	14
$n_{.j}$	2	25	81	79	56	24	23	17	19	16	13	41	51	33	12	0	0	0	492
	2	25	81	79	56	24	23	17	20	19	14	45	56	46	19	3	3	1	533

deux autres catégories sont placés à droite : le nombre supérieur correspond à la catégorie [BV], le nombre inférieur à la catégorie [BV + BV'].

Le Tableau 55 est en réalité double : il donne, quand elles sont différentes de zéro, les valeurs de n_{ij} concernant les catégories composites : dans la case (i, j) le nombre supérieur correspond à la catégorie [BS + BV — (C)], le nombre inférieur à la catégorie [BS + BV + BV' — (C)].

N. 200. — Les carrés moyens φ^2 et les coefficients de contingence C ont été calculés d'après les Tables 54 et 55 pour les diverses catégories de Binaires envisagées au paragraphe N. 4. Leurs valeurs sont indiquées dans le Tableau 56 ; N représente le nombre de Binaires correspondant. La dernière colonne fournit la valeur maximum de l'erreur probable relative à C.

TABLEAU 56

Contingence [X = log (10 P) ; Y = e].

CATÉGORIE	φ^2	C	N	e . p. max. sur C
[BS]	0,752	0,655	360	0,036
[BV]	0,836	0,675	151	0,055
[BV+BV']	0,818	0,671	192	0,049
[BS+BV—(C)]	0,855	0,679	492	0,030
[BS+BV+BV'—(C)]	0,967	0,701	533	0,029

On constatera que les carrés moyens de contingence relatifs aux diverses catégories de Binaires ont des valeurs de même ordre. Les coefficients de contingence C ont de même des valeurs très voisines et d'ailleurs grandes.

L'emploi du coefficient de contingence comme critère relativement à la mesure de l'intensité de la liaison entre périodes et excentricités nous conduit par suite à la conclusion suivante :

Chez les diverses catégories de Binaires, il paraît exister une liaison serrée entre les quantités X = log (10 P) et Y = e, donc entre les périodes et les excentricités.

B. — ÉTUDE DE LA CORRÉLATION (PÉRIODE-EXCENTRICITÉ)

N. 201. — Nous aurions pu essayer d'apprécier l'intensité de la relation entre périodes et excentricités en nous basant sur la valeur du coefficient de corrélation relatif, soit à la liaison (P, e), soit à la liaison [X = log (10 P) ; Y = e] ; nous allons maintenant effectuer ce calcul pour les diverses catégories de Binaires.

Par suite de la grande diversité des périodes, il serait difficile de les répartir en un nombre raisonnable d'intervalles égaux ; en conséquence, nous avons déterminé le coefficient de corrélation r' relatif à la liaison (P, e), en partant des valeurs individuelles de P et de e. En ce qui concerne le coefficient de corrélation r relatif aux quantités $X = \log (10\ P)$ et $Y = e$, nous avons employé les Tableaux 54 et 55 qui ont été construits de manière à pouvoir être utilisés indifféremment comme Tables de contingence ou Tables de corrélation.

Nous avons groupé, dans le Tableau 57, non seulement les valeurs de r' et r relatives aux diverses catégories de Binaires envisagées, et les nombres N de Binaires correspondants, mais aussi, dans le cas de la liaison :

$$[X = \log (10\ P)\ ;\ Y = e],$$

les valeurs du coefficient de contingence C, des rapports de corrélation η_{XY} et η_{YX} et des différences $(\eta^2_{XY} - r^2)$ et $(\eta^2_{YX} - r^2)$ qui seront employés ultérieurement pour la discussion des résultats.

TABLEAU 57 *

Corrélation (P, e) **et corrélation** [$X = \log (10\ P)$; $Y = e$].

1 CATÉGORIE	2 r'	3 $r \pm e.\ p.$	4 C	5 $\eta_{XY} \pm e.\ p.$	6 $\eta_{YX} \pm e.\ p.$	7 N	8 $\eta^2_{XY} - r^2$	9 $\eta^2_{YX} - r^2$
[BS]	0,19	0,57 ± 0,02	0,655	0,58 ± 0,02	0,60 ± 0,02	360	0,0115	0,0351
[BV]	0,28	0,29 ± 0,05	0,675	0,39 ± 0,05	0,36 ± 0,05	151	0,0680	0,0455
[BV+BV']	0,22	0,30 ± 0,04	0,671	0,42 ± 0,04	0,36 ± 0,04	192	0,0864	0,0396
[BS+BV—(C)]	0,48	0,71 ± 0,01	0,679	0,73 ± 0,01	0,71 ± 0,01	492	0,0288	0,0000
[BS+BV+BV'—(C)]	0,24	0,70 ± 0,01	0,701	0,72 ± 0,01	0,73 ± 0,01	533	0,0284	0,0429

N. 202. Résultats. Discussion. — Les valeurs trouvées pour les coefficients de corrélation r' et r paraissent indiquer que :

1° La corrélation entre P et e est faible, sauf pour la catégorie :

$$[BS + BV - (C)]\ ;$$

* W. S. Finsen, (R 64), trouve $r' = + 0{,}18 \pm 0{,}08$ pour 135 BV.
(R 64), W. S. Finsen. (M. N. 96, p. 864 ; 1936).

2° La corrélation entre X = log (10 P) et Y = e est faible pour les catégories [BV] et [BV + BV'], assez élevée pour la catégorie [BS] et forte pour les catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)].

De tels résultats paraissent partiellement contradictoires en ce qui concerne l'intensité de la liaison entre périodes et excentricités, puisque cette intensité n'a pas la même valeur suivant qu'on s'adresse à r ou à r' pour l'estimer. Il n'y a pas lieu de s'en étonner.

Nous avons en effet rappelé (N. 11), que, dans le cas où les régressions ne sont pas linéaires, on sous-estime toujours l'intensité de la liaison entre deux caractères en la mesurant par la valeur du coefficient de corrélation, et ceci d'une manière qui dépend de la forme des lignes de régression. Or, en admettant que les courbes de régression soient des droites dans le cas de la relation :

$$[X = \log (10\ P)\ ;\ Y = e],$$

elles ne le seraient plus dans le cas de la relation (P, e), et inversement. Ceci explique les différences constatées entre r et r'.

Or nous verrons plus loin (N. 203), que, pour les catégories :

$$[BS],\ [BS + BV — (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' — (C)],$$

les régressions sont pratiquement linéaires dans le cas de la corrélation :

$$[X = \log (10\ P)\ ;\ Y = e],$$

elles ne le sont donc pas pour la liaison (P, e), par suite les valeurs de r' ne sauraient convenir.

Pour les catégories [BV] et [BV + BV'] les valeurs de r qui sont beaucoup plus petites fournissent une valeur trop faible pour la mesure de l'intensité de la liaison. Ceci est *a fortiori* vrai pour les valeurs de r' qui sont encore plus petites que celles de r.

Nous devons donc conclure que :

Les valeurs du coefficient de corrélation r' relatif à la liaison (P, e) *ne conviennent pas pour apprécier l'intensité de la relation entre périodes et excentricités, quelle que soit la catégorie de Binaires considérée.*

N. 203. Comparaison entre les coefficients de contingence C et de corrélation r. — La comparaison entre les colonnes (3) et (4) du Tableau 57 montre que :

1° Les coefficients de contingence C relatifs aux diverses catégories de

Binaires sont comparables entre eux, et relativement grands, paraissant ainsi révéler l'existence d'une liaison serrée entre périodes et excentricités.

2° Les coefficients de corrélation r, concernant les quantités :

$$X = \log (10\ P) \qquad \text{et} \qquad Y = e,$$

présentent, pour les diverses catégories de Binaires envisagées, des valeurs nettement discordantes, puisqu'elles s'échelonnent entre 0,29 et 0,71.

Les valeurs de r concordent en pratique avec celles de C pour les catégories :

[BS]	:	0,57 contre 0,655,
[BS + BV — (C)]	:	0,71 contre 0,679,
[BS + BV + BV′ — (C)]	:	0,70 contre 0,701,

mais leur sont nettement inférieures pour les catégories :

[BV]	:	0,29 contre 0,675,
[BV + BV′]	:	0,30 contre 0,671.

Par suite, *l'intensité de la liaison entre périodes et excentricités apparaît, dans les deux derniers cas, comme nettement différente suivant qu'on utilise, pour l'apprécier, le coefficient de corrélation r, ou le coefficient de contingence* C.

Pour essayer d'expliquer ces anomalies, nous sommes conduits à déterminer les droites ajustées aux lignes de régression par la méthode des moindres carrés, afin de voir dans quelle mesure les divers points connus des lignes de régression empiriques correspondantes s'en écartent. Nous avons déterminé les équations de ces droites pour les diverses catégories de Binaires, dans le cas de la liaison :

$$[X = \log (10\ P)\ ;\ Y = e]\ ;$$

elles figurent dans les colonnes (2) et (3) du Tableau 58, les moyennes liées ayant été affectées d'indices, (i) ou (j), pour les distinguer des moyennes générales. Pour faciliter la représentation graphique de ces droites, nous donnons, en outre, d'une part [colonnes (4) et (5)], les coordonnées $\overline{X}$, $\overline{Y}$ de leur point d'intersection qui est le point moyen général, et, d'autre part [colonnes (6) et (7)], leurs pentes respectives relatives à l'axe des abscisses $(90° - \alpha_1)$ et α_2, les angles α_1 et α_2 étant définis par les relations :

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = b_1 \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tg} \alpha_2 = b_2\ ;$$

b_1 et b_2 ont ici même signification qu'au paragraphe N. 8, savoir : b_1 est le coefficient de régression de X en Y et b_2 celui de Y en X. La colonne (8) donne le nombre N de Binaires renfermées dans la catégorie étudiée.

TABLEAU 58

Droites ajustées aux lignes de régression pour la corrélation [X = log (10 P) ; Y = e].

(1) Catégorie	(2) Régression de X en Y	(3) Régression de Y en X	(4) $\overline{X}$	(5) $\overline{Y}$	(6) $90^0-\alpha_1$	(7) α_2	(8) N
[BS.]	$X_{(i)} = 3{,}078 \cdot Y_i + 1{,}682$	$Y_{(i)} = 0{,}106 \cdot X_i - 0{,}044$	2,30	0,20	18°,0	6°,0	360
[BV]	$X_{(i)} = 0{,}731 \cdot Y_i + 4{,}928$	$Y_{(i)} = 0{,}115 \cdot X_i - 0{,}081$	5,32	0,53	53°,8	6°,6	151
[BV+BV]	$X_{(i)} = 0{,}812 \cdot Y_i + 4{,}978$	$Y_{(i)} = 0{,}111 \cdot X_i - 0{,}075$	5,40	0,52	50°,9	6°,3	192
[BS+BV—(C)]	$X_{(i)} = 4{,}560 \cdot Y_i + 1{,}807$	$Y_{(i)} = 0{,}111 \cdot X_i - 0{,}057$	3,13	0,29	12°,4	6°,3	492
[BS+BV+BV'—(C)]	$X_{(i)} = 4{,}738 \cdot Y_i + 1{,}861$	$Y_{(i)} = 0{,}103 \cdot X_i - 0{,}033$	3,33	0,31	11°,9	5°,9	533

Les points connus des lignes de régression empiriques, déduits des Tableaux 54 et 55, et les droites ajustées correspondantes sont représentés graphiquement, pour les diverses catégories de Binaires étudiées par les cinq diagrammes de la figure 9. Les droites ajustées sont tracées en trait plein ; les points jalonnant les lignes de régression empiriques sont représentés par des points (.) pour la ligne de régression de Y en X et par des croix (+) pour celle de X en Y.

Le lecteur constatera sans peine que les lignes de régression empiriques de Y en X, relatives aux cinq catégories envisagées, se confondent pratiquement avec les droites ajustées correspondantes ; ces dernières ont d'ailleurs des directions presque parallèles, puisque leurs inclinaisons α_2 par rapport à l'axe des abscisses s'échelonnent entre 5°,9 et 6°,6.

Les points connus de la ligne de régression de X en Y, bien que s'en écartant notablement, jalonnent encore à peu près, dans leur ensemble, la droite ajustée correspondante pour les catégories :

$$[BS],\ [BS + BV - (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' - (C)].$$

Il n'en est pas de même pour les catégories [BV] et [BV + BV'] pour chacune

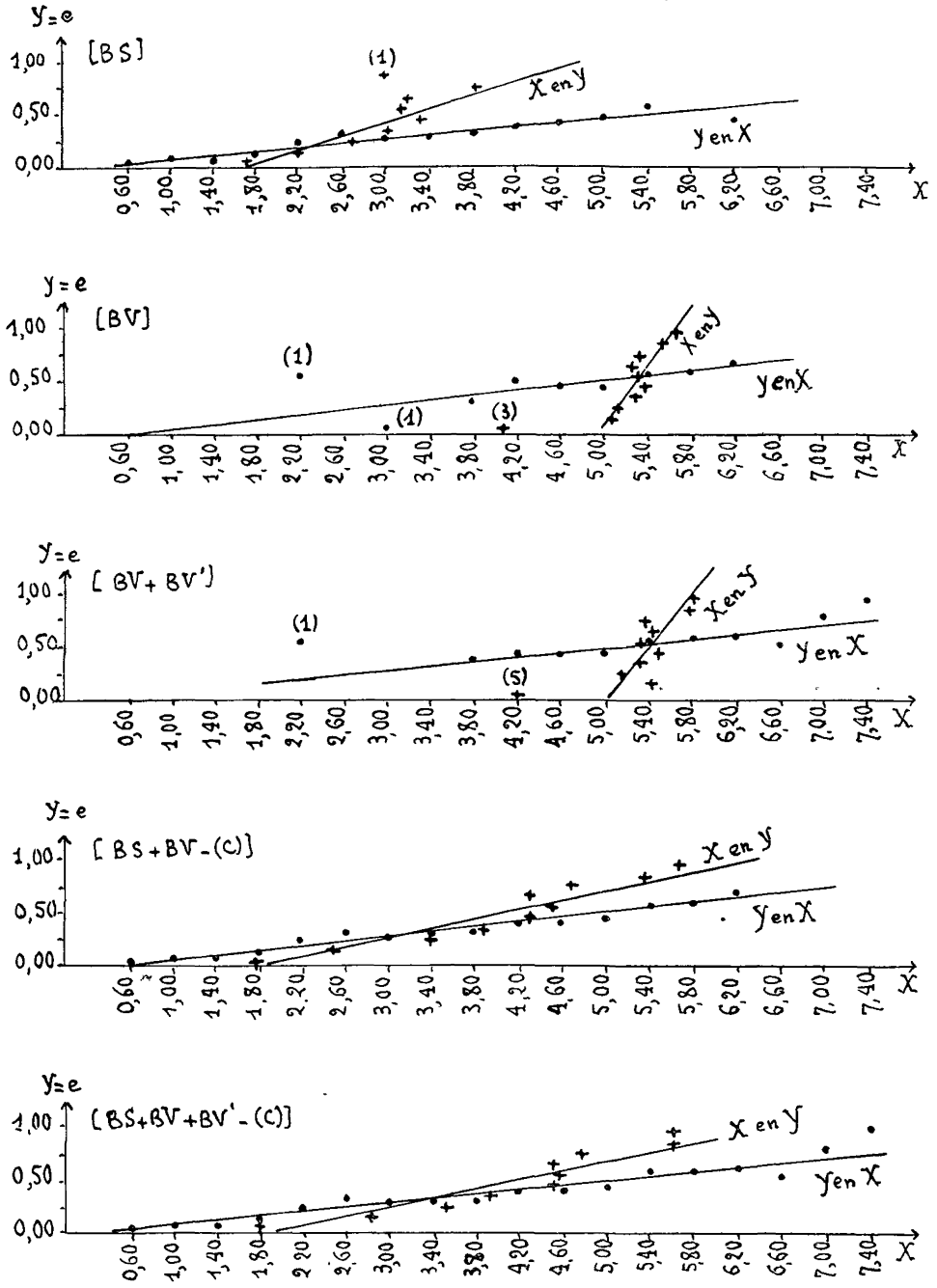


FIG. 9. — Lignes de régression relatives à la corrélation [X = log (10 P) ; Y = e] et droites ajustées correspondantes.

desquelles l'un des points extrêmes connus s'écarte considérablement de la droite ajustée*.

Dans le cas de la régression de X en Y, les droites ajustées n'ont pas des inclinaisons comparables, comme le montrent les diagrammes (fig. 9) et les valeurs de $(90^o - \alpha_1)$ (Tableau 58) : si $(90^o - \alpha_1)$ est compris entre 11°,9 et 18° pour les trois catégories renfermant des Binaires Spectroscopiques, il est par contre de 53°,8 pour les [BV] et de 50°,9 pour les [BV + BV'].

En résumé, *en ce qui concerne la corrélation* [X = log (10 P) ; Y = e], *les deux régressions sont pratiquement linéaires pour les catégories :*

$$[BS],\quad [BS + BV - (C)] \qquad \text{et} \qquad [BS + BV + BV' - (C)] ;$$

aussi r et C présentent-ils dans ces trois cas des valeurs voisines.

Par contre *pour les catégories* [BV] *et* [BV + BV'], *seule la régression de* Y *en* X *est linéaire*, ce qui peut expliquer, dans une certaine mesure, pourquoi, dans ces deux derniers cas, le coefficient de corrélation r est nettement inférieur au coefficient de contingence C.

N. 204. Remarque. — Les rapports de corrélation η_{XY} et η_{YX} qui figurent dans les colonnes (5) et (6) du Tableau 57 sont sensiblement égaux au coefficient de corrélation r et sont peu différents du coefficient de contingence C pour les trois catégories [BS], [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)] pour lesquelles les deux régressions sont à peu près linéaires. En ce qui concerne les catégories [BV] et [BV + BV'] les rapports de corrélation sont encore presque égaux entre eux, mais leurs valeurs sont intermédiaires entre celles des coefficients de corrélation r et celles des coefficients de contingence C.

Nous pouvons d'ailleurs former les différences $(\eta^2_{XY} - r^2)$ et $[\eta^2_{YX} - r^2)$ qui mesurent la divergence par rapport à la linéarité des lignes de régression de X en Y et de Y en X respectivement. Leurs valeurs sont données dans les colonnes (8) et (9) du Tableau 57 ; elles sont toutes inférieures à 0,05, sauf pour les différences $(\eta^2_{XY} - r^2)$ relatives aux catégories [BV] et [BV + BV']. Par

---

* Ces points anormaux, de coordonnées respectives (4,07 ; 0,05) et (4,20 ; 0,05), ne sont d'ailleurs pas de poids négligeables, puisqu'ils correspondent respectivement à 3 étoiles pour la catégorie [BV] sur un total de 151 étoiles et à 5 étoiles pour la catégorie [BV+BV'] sur un total de 192 étoiles. Pour la catégorie [BS], la ligne de régression de X en Y présente elle aussi un point qui s'écarte notablement de la droite ajustée correspondante, mais ses coordonnées (3,00 ; 0,85) proviennent d'une étoile seulement sur un total de 360 étoiles.

suite la régression de Y en X s'écarte peu de la rectilinéarité pour toutes les catégories de Binaires ; il en est de même en ce qui concerne la régression de X en Y pour toutes les catégories, sauf [BV] et [BV + BV'], ce qui confirme les résultats précédemment obtenus.

N. 205. Remarque II. — Certaines des propriétés du coefficient de corrélation rappelées aux paragraphes N. 11 et N. 14, et qui sont intervenues dans la discussion ci-dessus, ne semblent bien établies que dans le cas où les distributions propres des caractères X et Y sont normales. Certaines des anomalies rencontrées plus haut, pourraient par suite être dues au fait que la répartition des quantités $X = \log (10\ P)$ ou celle des excentricités e n'est par normale. Or, il résulte de ce qui a été dit au paragraphe N. 39, que la courbe de distribution des valeurs de $X = \log (10\ P)$ ne peut être considérée comme à peu près normale que dans le cas des Binaires Visuelles ; elle est par contre nettement dissymétrique quand il s'agit des Binaires Spectroscopiques et présente même deux sommets pour les catégories composites. De même la courbe de répartition des excentricités est quasi-normale dans le cas des Binaires Visuelles ; elle présente par contre la forme d'un J retourné (ι) quand il s'agit des Binaires Spectroscopiques et une forme plus compliquée encore pour les catégories composites (voir N. 45).

Nous en tirerons les deux conclusions suivantes :

1° La distribution des quantités $X = \log (10\ P)$ et celle des excentricités e étant quasi-normales pour les Binaires Visuelles, la différence trouvée pour ces étoiles entre le coefficient de corrélation r et le coefficient de contingence C, doit plutôt être attribuée au fait que la ligne de régression de X en Y s'écarte dans ce cas de la rectilinéarité.

2° Le fait que la distribution des quantités $X = \log (10\ P)$ et celle des excentricités e ne sont pas normales pour les Binaires Spectroscopiques et les catégories composites ne paraît pas avoir eu beaucoup d'influence sur la valeur du coefficient de corrélation r, puisque celui-ci est, pour ces catégories d'étoiles, très voisin du coefficient de contingence.

N. 206. Conséquences. — Comme :

$$\log (10\ P) = 1 + \log P,$$

et par suite :

$$\overline{\log (10\ P)} = 1 + \overline{\log P},$$

les droites ajustées aux lignes de régression relatives à la relation (log P ; e), se déduisent aisément des colonnes (2) et (3) du Tableau 58. Les résultats sont donnés dans le Tableau 59.

TABLEAU 59

CATÉGORIE	(I) RÉGRESSION DE log P EN e	(II) RÉGRESSION DE e EN log P
[BS]	$\overline{\log P_j} = 3{,}078\ e_j + 0{,}682$	$\bar{e}_i = 0{,}106 \log P_i + 0{,}062$
[BV]	$\overline{\log P_j} = 0{,}731\ e_j + 3{,}928$	$\bar{e}_i = 0{,}115 \log P_i + 0{,}034$
[BV+BV']	$\overline{\log P_j} = 0{,}812\ e_j + 3{,}978$	$\bar{e}_i = 0{,}111 \log P_i + 0{,}036$
[BS+BV—(C)]	$\overline{\log P_j} = 4{,}560\ e_j + 0{,}807$	$\bar{e}_i = 0{,}111 \log P_i + 0{,}054$
[BS+BV+BV'—(C)]	$\overline{\log P_j} = 4{,}738\ e_j + 0{,}861$	$\bar{e}_i = 0{,}103 \log P_i + 0{,}070$

D'après ce qui a été dit plus haut sur la rectilinéarité des lignes de régression, les formules du groupe (I) relatives aux catégories :

$$[BS], \quad [BS + BV — (C)] \quad \text{et} \quad [BS + BV + BV' — (C)]$$

permettent de trouver la valeur moyenne $\overline{\log P_j}$ de log P correspondant à une valeur donnée e_j de l'excentricité e.

Par contre les formules du groupe (I) relatives aux catégories [BV] et [BV + BV'] ne sauraient être utilisées pour obtenir la valeur moyenne $\overline{\log P_j}$ de log P correspondant à une valeur e_j de l'excentricité, tout au moins quand $e < 0{,}20$ pour la catégorie [BV] et $e < 0{,}30$ pour la catégorie [BV + BV'], car les diagrammes (fig. 9) montrent que ce n'est que pour $e > 0{,}20$ dans le cas des [BV] et $e > 0{,}30$ pour les [BV + BV'] que les points connus de la ligne de régression de X en Y ne s'écartent pas trop de la droite ajustée correspondante.

Les cinq formules du groupe (II) conviennent au contraire pour obtenir la valeur moyenne $\bar{e}_i$ de e correspondant à une valeur donnée de log P.

N. 207. — Dans son article « Statistical concerning binary Stars » (R. 65), Knut Lundmark opérant sur un ensemble non sélectionné de 399 Binaires tant spectroscopiques que visuelles, a calculé le coefficient de corrélation r relatif à la liaison (log P ; e), et a déterminé les droites de régression correspondantes.

(R. 65) Knut Lundmark : *Statistical concerning binary Stars* (Meddelanden fran Astronomiska Observatorium Upsala, n° 20, 1927).

Il est intéressant de comparer les résultats de K. Lundmark à ceux que nous avons obtenus pour la catégorie [BS + BV + BV' — (C)] qui groupe, elle aussi, les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles de toutes classes, même celles à orbite incertaine. C'est l'objet du Tableau 60.

Les colonnes successives de ce Tableau donnent : la valeur moyenne $\bar{e}$ de l'excentricité, la valeur moyenne $\overline{\log P}$, les écarts-types σ_e et $\sigma_{\log P}$, le coefficient de corrélation r relatif à la liaison (log P ; e), et enfin le nombre N de Binaires étudiées.

TABLEAU 60

$\bar{e}$	$\overline{\log P}$	σ_e	$\sigma_{\log P}$	r	N	RÉFÉRENCE
0,3166	2,3239	0,2534	1,786	0,685	399	K. Lundmark (1927)
0,31	2,33	0,26	1,76	0,70	533	R. Bonnet (1944)

Nous donnons ci-dessous les droites ajustées qui se correspondent :

K. Lundmark (1927) :	R. Bonnet (1944) :
$\log P = 4,8356 \cdot e + 0,8103$	$\log P = 4,738 \cdot e + 0,861$
$e = 0,0973 . \log P + 0,0864$	$e = 0,103 . \log P + 0,070$

On constatera que l'accord est vraiment bon, malgré une forte augmentation du matériel inclus dans la Statistique faite. Les valeurs des moyennes, des écarts-types et du coefficient de corrélation, prises dans ces conditions, paraissent remarquablement stables. Il n'en serait peut-être pas de même si la comparaison portait, non pas sur l'ensemble des Binaires, mais sur les seules Binaires Visuelles.

N. 208. Remarque III. — Comme la région de non-rectilinéarité des courbes de régression de X en Y relative aux Binaires Visuelles coïncide précisément avec le domaine des faibles valeurs de e, on pourrait encore supposer que la petitesse de r correspond dans ce cas à la réalité, c'est-à-dire à une moindre intensité de la liaison entre périodes et excentricités qui serait due à ce que le contraste entre les valeurs de la période liées, d'une part aux fortes valeurs de e, et d'autre part aux petites valeurs de e, apparaît moins nettement en raison de la rareté relative des faibles excentricités dans ces catégories de Binaires. Mais si la petitesse du coefficient de corrélation r était réelle, il faudrait alors en conclure que le coefficient de contingence C est trop fort ; il

faudrait dès lors attribuer cette dernière anomalie au fait que le mode de subdivision employé pour les quantités $X = \log (10\ P)$ est d'une finesse excessive et que par suite on se trouve dans le cas où les irrégularités de la distribution ont une grosse répercussion sur la valeur du coefficient de contingence (voir N. 117).

Mais la rareté relative des faibles excentricités chez les Binaires Visuelles est principalement due à l'influence de la sélection, les mesures micrométriques ne permettant pas l'observation des Binaires à courtes périodes qui ont en majorité de faibles excentricités ; dans ces conditions, il nous paraît plus vraisemblable d'admettre que l'intensité de la liaison :

$$X = \log (10\ P)\ ;\quad Y = e$$

chez les Binaires Visuelles correspond en réalité à la forte valeur de C plutôt qu'à la faible valeur de r.

N. 209. Conclusion. — Il ressort des diverses remarques faites au cours de la discussion précédente que :

L'emploi du coefficient de contingence C *semble nettement préférable à celui du coefficient de corrélation* r, *pour apprécier l'intensité de la liaison entre périodes et excentricités chez les Binaires.*

La première de ces méthodes s'est en effet révélée plus générale que la seconde, et ne paraît pas moins précise dans le cas où les deux méthodes conviennent.

CHAPITRE X

I. — SUR LA NATURE DE LA RELATION ENTRE PÉRIODES ET EXCENTRICITÉS CHEZ LES BINAIRES

PREMIÈRE MÉTHODE

N. 210. — Pour étudier la nature de la relation paraissant exister entre périodes et excentricités chez les Binaires, il semble naturel de représenter graphiquement sur un plan les différents couples de valeurs (P, e) fournis par les Binaires des diverses catégories et d'examiner ensuite comment se répartissent les points obtenus, en cherchant, par exemple, s'il est possible de tracer une courbe :

$$f(P, e) = 0,$$

dont les différents points trouvés ne s'écartent pas trop dans leur ensemble. Mais par suite de la grande diversité des périodes, qui oscillent, pour la totalité des Binaires, entre $0^j,33$ et 10.850 ans, il serait très difficile de représenter les différents couples de valeurs (P, e) sur un diagramme unique de dimensions raisonnables. Aussi avons-nous porté en ordonnées Y les valeurs de e, et en abscisses, non pas les valeurs de P, mais celles des quantités $X = \log (10\ P)$, ces dernières possédant le double avantage d'être toutes positives et de ne pas dépasser 7,60 pour la Binaire ayant la plus longue période connue, même quand on suppose, comme nous le ferons, que P est exprimé en jours.

Comme les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles ont des périodes qui sont en général d'un ordre de grandeur différent, les premières se réservant le domaine des petites périodes, les secondes dominant dans la région des périodes plus longues, nous n'avons pas jugé utile de faire des diagrammes différents pour les Binaires Spectroscopiques, les Binaires Visuelles et les caté-

gories composites ; nous avons préféré faire un diagramme unique concernant l'ensemble des Binaires (fig. 10). Les points (X, Y) fournis par les diverses Binaires y sont représentés :

Par un point (·) s'il s'agit d'une Binaire Spectroscopique,

Par une croix (+) s'il s'agit d'une étoile de catégorie [BV + BV'],

Par un point entouré d'un cercle (⊙) s'il s'agit d'une étoile qui soit à la fois Binaire Spectroscopique et Binaire Visuelle par les mêmes composantes.

N. 211. — La figure 10 montre nettement que :

Les points représentatifs des divers couples [X = log (10 P) ; Y = e] ne sont pas répartis au hasard.

Ils sont visiblement concentrés en certains domaines, d'ailleurs différents suivant la catégorie de Binaires considérée. L'étude de leur répartition nous permet de retrouver aisément divers résultats énoncés antérieurement sous une forme quelquefois un peu différente :

Ainsi, on peut observer l'*absence totale de points correspondant* :

soit à une très petite valeur de P *et une forte valeur de e,*

soit à une très grande valeur de P *et une faible valeur de e,*

et ceci quelle que soit la catégorie de Binaires envisagée (Cf. N. 187 ; N. 191 ; N. 195).

On peut de même remarquer que les points (·) se rencontrent principalement dans la partie gauche de la figure 10, tandis que les croix (+) fréquentent seulement la partie droite de cette même figure, la limite séparatrice correspondant à une valeur de X = log (10 P) un peu supérieure à 4, donc à log P un peu plus grand que 3. Cette remarque peut s'interpréter comme suit :

Les Binaires Spectroscopiques se réservent le domaine des petites périodes, les Binaires Visuelles dominant par contre nettement dans celui des périodes plus longues (Cf. N. 34.)

La rareté des fortes excentricités chez les Binaires Spectroscopiques et celle des excentricités faibles chez les Binaires Visuelles (Cf. fig. 6 *a*) sont également bien évidentes sur la figure 10.

La courbe limitant inférieurement le domaine des Binaires Spectroscopiques demeure longuement confondue avec l'axe des abscisses ; son voisinage est d'ailleurs particulièrement riche en points représentatifs, ce qui met en évidence la grande fréquence, chez ces étoiles, des couples ayant simultanément une petite période et une faible excentricité (Cf. N. 187).

Enfin, comme les points proprement dits (·) et les croix (+) sont visible-

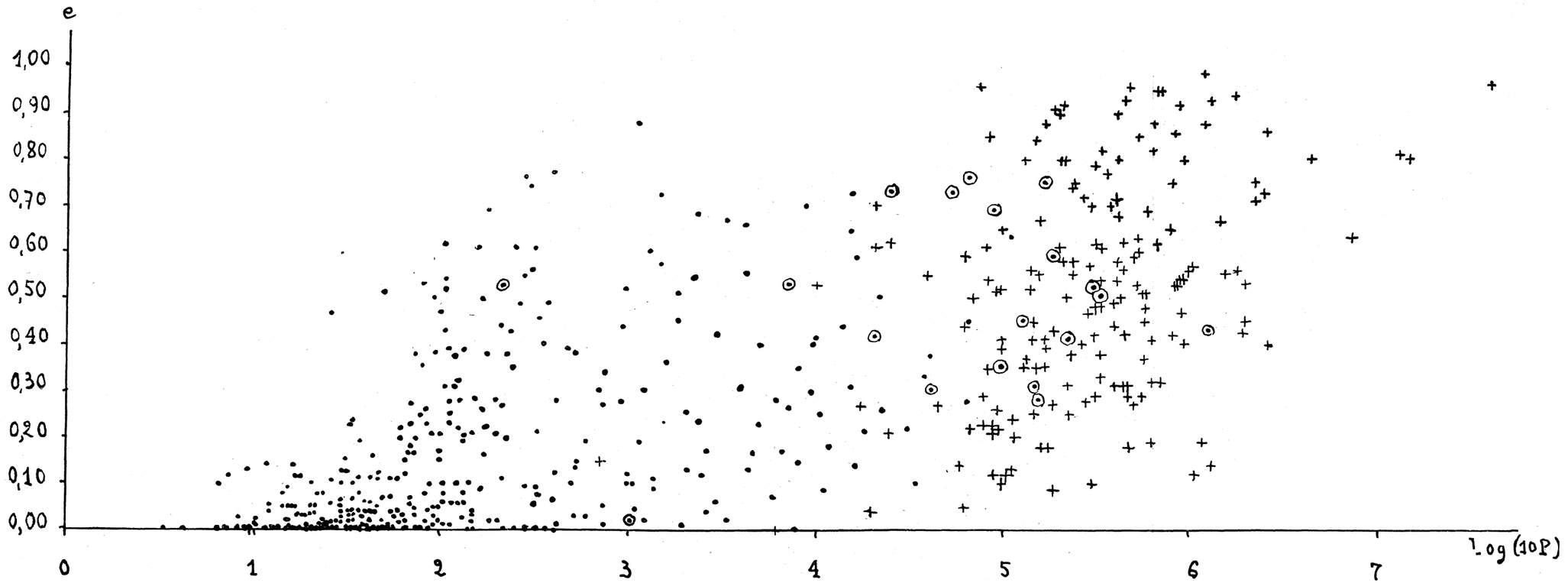


FIG. 10. — Points représentatifs de coordonnées X = log (10 P) ; Y = *e* relatifs aux diverses Binaires.

• [BS] + [BV+BV'] ⊙ à la fois BS et BV

ment localisés en des régions différentes de la figure 10, on peut aisément supprimer par la pensée, soit seulement les croix, soit seulement les points. Il est d'ailleurs relativement facile de le faire en pratique, au moins d'une manière approchée, en cachant, soit la partie droite de la figure, ce qui supprime les croix, soit sa partie gauche, ce qui supprime les points proprement dits. Si on le fait effectivement, on obtient alors le nuage de points relatifs aux Binaires Spectroscopiques dans le premier cas, le nuage de croix concernant la catégorie [BV + BV'] dans le second cas. Il convient toutefois de se rappeler que les points encerclés (⊙) appartiennent simultanément à la catégorie [BS] et à la catégorie [BV + BV']. On peut alors constater que les nuages de points représentatifs relatifs aux catégories [BS], [BV + BV'] et [BS + BV + BV' — (C)] manifestent une certaine tendance à s'allonger chacun suivant une direction faisant un angle aigu avec la direction positive de l'axe des abscisses, tendance d'ailleurs beaucoup plus marquée chez les Binaires Spectroscopiques et dans les catégories composites que chez les Binaires Visuelles. Ainsi nous percevons à nouveau, chez les Binaires de toutes catégories l'*indice d'une certaine tendance de l'excentricité à croître dans l'ensemble avec la période orbitale* ; en d'autres termes l'étude directe de la répartition des points (X, Y) matérialise pour ainsi dire l'existence d'une relation entre périodes et excentricités chez les Binaires, en même temps qu'elle la confirme.

Mais si l'étude directe de la répartition dans le plan des points représentatifs de coordonnées [X = log (10 P) ; Y = e], peut avantageusement servir à confirmer des résultats précédemment obtenus, il ne saurait être question de tracer pour une catégorie quelconque de Binaires, une courbe dont les divers points (X, Y) ne s'écarteraient pas trop. Ces points sont en effet beaucoup trop dispersés pour que cela soit possible, et le tracé d'une telle courbe serait d'un caractère si imprécis, si arbitraire même, qu'il ne serait d'aucune utilité pour permettre d'étudier l'influence d'un facteur donné sur la nature de la relation entre périodes et excentricités. Comme c'est là l'un des objets de notre travail, il nous faut disposer d'un instrument de recherche plus maniable et mieux défini que ne pourrait l'être une courbe $e = f(P)$. Cet instrument de discussion nous sera fourni par une autre courbe qui intervient tout naturellement parce que les recherches précédentes nous ont révélé le rôle prépondérant que paraît jouer la grandeur de la période chez les Binaires. La courbe que nous allons étudier au cours des paragraphes suivants ne représente à proprement parler, ni la relation susceptible d'exister entre P et e, ni la ligne de régression de e en P, ni même la ligne de régression de e en log P, elle est plutôt apparentée à ces

deux dernières, sans toutefois se confondre avec elles. Mais les points connus de cette courbe présentent l'avantage d'être déterminés d'une manière unique dès qu'on se borne à un matériel donné et qu'on a fixé les limites des groupes de périodes. Cette courbe nous permettra ultérieurement de mettre en évidence l'influence éventuelle de la nature du type spectral et de la magnitude de la primaire sur la nature de la relation (Période-Excentricité).

SECONDE MÉTHODE

Nous examinerons successivement le cas des Binaires Spectroscopiques, celui des Binaires Visuelles et celui de l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies).

Cas des Binaires Spectroscopiques.

N. 212. — Vu la diversité des valeurs des périodes des Binaires Spectroscopiques et leur forte concentration dans la région des petites périodes, il n'a pas été possible de les répartir entre des intervalles d'égale amplitude. Nous avons par suite classé l'ensemble de ces étoiles en onze groupes, et calculé pour chacun d'eux la période moyenne $\overline{P}$ et l'excentricité moyenne $\bar{e}$. Les résultats ont été consignés dans le Tableau 61 dont les colonnes successives donnent pour chaque groupe de périodes :

(1) Le numéro du groupe ;
(2) Les limites entre lesquelles tombe la période ;
(3) La valeur moyenne de la période $\overline{P}$;
(4) La valeur moyenne de l'excentricité $\bar{e}$;
(5) Le nombre n de Binaires Spectroscopiques du groupe ;
(6) Le logarithme décimal de la période moyenne du groupe : log $\overline{P}$, dans lequel $\overline{P}$ est supposé exprimé en jours.

TABLEAU 61

Valeurs moyennes de la période et de l'excentricité orbitales chez les Binaires Spectroscopiques.

(1). GROUPE	(2) LIMITES POUR P	(3) $\overline{P}$ JOURS	(4) $\bar{e}$	(5) n	(6) $\log \overline{P}_I$
I	0 j- 5 j	2,70	0,05	131	0,43
II	5 j- 10 j	7,51	0,14	56	0,88
III.....	10 j- 20 j	13,54	0,22	45	1,13
IV	20 j- 50 j	29,73	0,35	30	1,47
V	50 j-100 j	71,76	0,22	14	1,86
VI	100 j- 1 a	184,54	0,28	30	2,27
VII	1 a- 3 a	688,04	0,30	21	2,84
VIII	3 a- 10 a	1.974,01	0,39	14	3,30
IX.....	10 a- 50 a	9.539,05	0,48	15	3,98
X.....	50 a-100 a	27.734,00	0,48	3	4,44
XI.....	> 100 ans.	124.182,00	0,43	1	5,09

N. 213. Représentation graphique. — Par suite de la grande diversité des périodes, il serait difficile de représenter sur la même figure les différents couples de valeurs ($\overline{P}$, $\bar{e}$) ; en conséquence, nous avons porté en ordonnées les

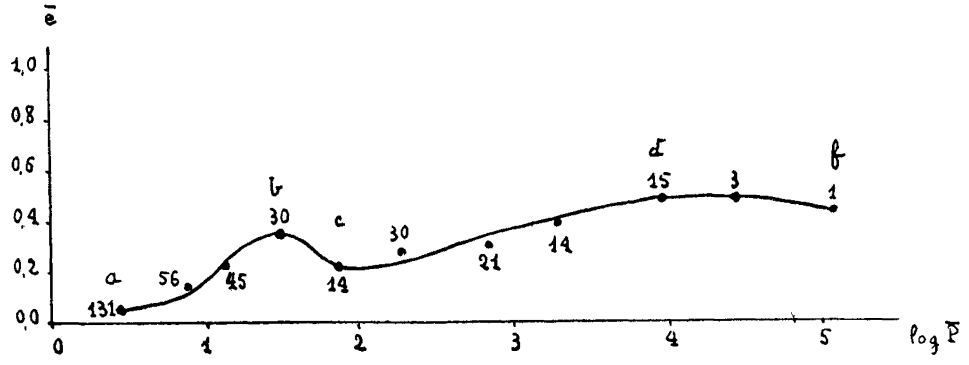


FIG. 11. — Diagramme représentant la relation entre log $\overline{P}$ et $\bar{e}$ chez les Binaires Spectroscopiques.

valeurs de $\bar{e}$, et en abscisses, non pas les valeurs de $\overline{P}$, mais les logarithmes décimaux de ces quantités qui sont donnés dans la colonne (6) du Tableau 61. Nous obtenons ainsi la figure 11 qui représente la relation entre log $\overline{P}$ et $\bar{e}$ chez les Binaires Spectroscopiques. Chaque point du diagramme a été affecté du nombre n correspondant.

N. 214. Résultats et discussion. — Le Tableau 61 et la figure correspondante 11 montrent que :

Si dans le cas des Binaires Spectroscopiques, on classe les périodes par ordre de grandeur croissante, $\bar{e}$ commence par croître avec $\overline{P}$, passe par un maximum $e_1 = 0{,}35$ en b, pour $\overline{P_1} = 29^j{,}73$ (ou $\log \overline{P_1} = 1{,}47$), puis par un minimum $e_2 = 0{,}22$ en c, pour $\overline{P_2} = 71^j{,}76$ (ou $\log \overline{P_2} = 1{,}86$) ; à partir de c, $\bar{e}$ croît jusqu'à atteindre la valeur 0,48 en d, pour P compris entre 10 et 100 ans ; ensuite $\bar{e}$ paraît décroître.

On ne peut affirmer que la décroissance de $\bar{e}$ observée quand la période dépasse un siècle soit réelle, car on ne connaît qu'une seule Binaire Spectroscopique de période supérieure à 100 ans. Il est par contre certain que l'excentricité moyenne présente un maximum $\bar{e} = e_1$ pour le groupe IV des périodes ($20\text{ j} \leqslant P < 50\text{ j}$), car ce phénomène s'est, comme nous allons le montrer, révélé stable relativement à l'accroissement du matériel étudié.

La présence de ce maximum a en effet été signalée dès février 1910 par H. Ludendorff (R. 58 ; p. 383). Cet auteur ayant classé les périodes des Binaires Spectroscopiques par ordre de grandeur croissante, les a réparties en six groupes dont les quatre premiers sont identiques aux nôtres. Il a ensuite calculé pour chacun d'eux la valeur moyenne de la période $\overline{P}$ et celle de l'excentricité $\bar{e}$. Les valeurs de ces quantités relatives aux quatre premiers groupes de périodes figurent dans la troisième ligne du Tableau 63. Bien que le nombre n de Binaires renfermées dans chaque groupe soit relativement petit, la variation de $\bar{e}$ ressemble à celle que nous avons obtenue ; en particulier, l'excentricité moyenne passe par un maximum $e_1 = 0{,}48$ pour P compris entre 20 et 52 jours (ce qui correspond sensiblement à notre groupe IV) ; toutefois, vu la pauvreté du matériel dont il disposait (N = 44 BS), H. Ludendorff a cru devoir conclure que la présence de ce maximum était probablement due au hasard.

Dans la première édition de son livre *The binary Stars* (R. 60), R. G. Aitken, effectuant un calcul analogue à celui de H. Ludendorff, a mis définitivement en évidence sur un matériel plus considérable (N = 119 BS), l'existence d'un maximum de $\bar{e}$, $e_1 = 0{,}437$ correspondant comme précédemment au groupe IV des périodes ($20\text{ j} \leqslant P < 50$ jours) (R. 60, Table V, p. 196).

La présence de ce maximum s'est d'ailleurs trouvée constamment confirmée par la suite comme on peut s'en rendre compte en consultant les publications suivantes :

R. E. Wilson (R. 61, p. 147, Table I, 2e colonne) : Maximum $e_1 = 0{,}403$, pour le groupe des périodes comprises entre 25 et 100 jours. Les résultats de Wilson ne figurent pas dans notre Tableau 63, parce que ses groupes de périodes ne correspondent pas aux nôtres.

J. H. Moore and R. G. Aitken (R. 62, p. 327) : Maximum $e_1 = 0{,}35$ pour le groupe de périodes IV ; N = 226 BS ; les auteurs suggèrent que la valeur e_1 du maximum a été légèrement réduite par l'accroissement du matériel étudié.

R. G. Aitken (R. 63, p. 207, Table 3) : Maximum $e_1 = 0{,}358$ pour le groupe IV de périodes ; N = 324 BS.

R. Bonnet (présent Mémoire, Tableau 63) : Maximum $e_1 = 0{,}35$ pour le groupe IV de périodes ; N = 360 BS.

La comparaison des résultats donnés dans les six publications citées ci-dessus, nous permet de croire avec quelque certitude à la réalité de l'existence d'un maximum e_1 de la valeur moyenne de l'excentricité pour le groupe IV des périodes ($20\text{ j} \leqslant P < 50$ jours), puisque la présence de ce maximum persiste malgré les accroissements successifs du matériel utilisé.

N. 215. — Nous allons maintenant réunir dans le Tableau 62, afin de pouvoir aisément les comparer, les valeurs successivement obtenues pour le maximum e_1 de $\bar{e}$ relatif au groupe IV de périodes, ainsi que les nombres N de Binaires Spectroscopiques correspondants.

TABLEAU 62

Comparaison des valeurs successives de e_1.

e_1	N	RÉFÉRENCES
0,48	44 BS	H. Ludendorff (1910) ; (R. 58).
0,437	119 BS	R. G. Aitken (1918) ; (R. 60).
0,403	151 BS	R. E. Wilson (1921) ; (R. 61).
0,35	226 BS	J. H. Moore et R. G. Aitken (1924) ; (R. 62).
0,358	324 BS	R. G. Aitken (1935) ; (R. 63).
0,35	360 BS	R. Bonnet (présent Mémoire).

En se limitant aux quatre premières valeurs de e_1 et de N, les seules que possédaient J. H. Moore et R. G. Aitken en 1924, on pourrait estimer avec eux (R. 62, p. 327) que la valeur e_1 du maximum de $\bar{e}$ relatif au groupe IV de périodes ($20\text{ j} \leqslant P < 50$ jours), a été réduite par l'emploi de nouvelles orbites. On pourrait alors se croire autorisé à penser que, si le nombre des Binaires Spectroscopiques étudiées continuait à augmenter, le maximum e_1 finirait par disparaître. Une telle conclusion serait vraisemblablement fausse. Les trois dernières valeurs de e_1 et de N, montrent en effet que, tandis que la valeur de N a passé de 226 à 360, celle de e_1 est demeurée sensiblement constante et égale à 0,35. Donc :

Le maximum e_1 de $\bar{e}$ relatif au groupe IV de périodes n'a pas tendance à dis-

paraître avec l'accroissement du matériel utilisé, mais plutôt à se stabiliser au voisinage de la valeur 0,35.

N. 216. Sur la stabilité de la forme de la relation (Période-Excentricité) chez les Binaires Spectroscopiques dans le domaine des courtes périodes. — Afin d'éprouver la stabilité de la forme de là relation (Période-Excentricité) vis-à-vis des accroissements successifs du matériel utilisé, dans le domaine des courtes périodes, nous avons réuni dans le Tableau 63 les valeurs de $\overline{P}$ et de $\bar{e}$ relatives aux groupes I, II, III et IV relevées dans les publications citées au paragraphe N. 214, et nous y avons joint le nombre n de Binaires que renferme chaque groupe, et le nombre total N de Binaires étudiées ; seuls les résultats de R. E. Wilson ont été écartés, les limites de ses groupes de périodes étant différentes des nôtres.

TABLEAU 63

Valeurs successives de $\overline{P}$ et $\bar{e}$ pour les groupes de périodes I, II, III, IV.

I (0j-5 j)			II (5 j-10 j)			III (10 j-20 j)			IV (20 j-50 j)			N	RÉFÉRENCES
$\overline{P}$	$\bar{e}$	n	$\overline{P}$	$\bar{e}$	n	$\overline{P}$	$\bar{e}$	n	$\overline{P}$	$\bar{e}$	n		
3,1	0,04	14	7,3	0,14	7	14,0	0,18	6	28,4	0,48	6	44	H. Ludendorff (1910).
2,75	$0,04_7$	46	7,80	$0,14_7$	19	15,17	$0,20_2$	12	30,24	$0,43_7$	13	119	R. G. Aitken (1918).
2.7	0,05	83	7,6	0,16	39	14,1	0,22	29	30,6	0,35	23	226	J. H. Moore et R. G. Aitken (1924).
$2,73_6$	$0,05_3$	119	$7,42_4$	$0,15_5$	53	$13,55_1$	$0,22_2$	48	$29,77_9$	$0,35_8$	29	324	R. G. Aitken (1935).
2,70	0,05	131	7,51	0,14	56	13,54	0,22	45	29,73	0,35	30	360	R. Bonnet (présent Mémoire.

En examinant le Tableau 63 nous constatons que :

1° Les valeurs de $\overline{P}$ relatives à un même groupe de périodes (I, II, III ou IV) mais provenant d'un nombre N différent de Binaires, ont des valeurs peu différentes ;

2° Les valeurs de $\bar{e}$ concernant un même groupe, mais provenant d'un nombre N différent de Binaires, sont relativement bien concordantes pour les groupes I, II ou III. Par contre les valeurs de $\bar{e}$ relatives au groupe IV sont celles du maximum e_1 précédemment étudié ; elles ont commencé par décroître

à mesure que le matériel augmentait pour se stabiliser ensuite au voisinage de 0,35.

Nous en déduirons que :

Le nombre d'orbites de Binaires Spectroscopiques connues paraît actuellement suffisamment grand dans le domaine des courtes périodes orbitales ($P < 50$ jours) pour pouvoir considérer comme connues les valeurs moyennes de la période et de l'excentricité pour les groupes de périodes I, II, III et IV.

N. 217. Sur le minimum e_2 de $\bar{e}$ consécutif au maximum e_1. — Au groupe V de périodes ($50 \text{ j} \leqslant P < 100 \text{ j}$) du Tableau 61 paraît correspondre un minimum $e_2 = 0{,}22$, consécutif au Maximum e_1 trouvé plus haut. Mais l'interprétation des résultats consignés dans les publications citées au paragraphe N. 214 est rendue difficile parce que les limites des groupes de périodes varient largement suivant les auteurs. Nous donnons ci-après les principaux éléments servant de base à la discussion :

1° D'après les chiffres de H. Ludendorff (R. 58, 1910) :

$$e_2 = 0{,}35, \text{ pour } \overline{P} = 106 \text{ jours, groupe } (70 \text{ j} < P < 140 \text{ j}).$$

2° Ceux de R. G. Aitken (R. 60, p. 196, 1918) n'indiquent pas la présence d'un minimum de $\bar{e}$, car, à partir du maximum $e_1 = 0{,}437$, $\bar{e}$ décroît continuellement.

3° R. E. Wilson (R. 61, p. 148, 1921) trouve un minimum $e_2 = 0{,}311$ pour P compris entre 100 jours et 5 ans ; ce résultat est relatif à l'ensemble des Binaires Spectroscopiques et des Binaires Visuelles et non aux seules Binaires Spectroscopiques, mais dans ce domaine les Binaires Spectroscopiques sont nettement en majorité.

4° L'article de J. H. Moore et R. G. Aitken (R. 62, 1924) indique un minimum à peine sensible, $e_2 = 0{,}30$ pour $\overline{P} = 102^{\text{j}}, 5$, groupe ($50 \text{ j} < P < 150 \text{ j}$).

5° Les chiffres donnés par R. G. Aitken dans la deuxième édition de son livre *The Binary Stars* (R. 63, p. 207, Table 3, 1935) révèlent la présence nette d'un minimum correspondant au groupe de périodes ($50 \text{ j} < P < 100 \text{ j}$) ; la valeur de ce minimum est $e_2 = 0{,}234$ pour $\overline{P} = 69^{\text{j}}, 8$.

6° Le présent mémoire donne de même :

$$e_2 = 0{,}22, \text{ pour } \overline{P} = 71^{\text{j}}, 8, \text{ groupe } (50 \text{ j} < P < 100 \text{ j}).$$

Comme d'autre part la Table 3 de R. G. Aitken (R. 63) indique une augmentation progressive de $\bar{e}$ à partir du minimum e_2, les résultats successifs étant :

$$e_2 = 0{,}234\,; \qquad 0{,}279\,; \qquad 0{,}286,$$

accroissement progressif qui se retrouve d'ailleurs dans notre Tableau 61 :

$$e_2 = 0{,}22\,; \qquad 0{,}28\,; \qquad 0{,}30\,; \qquad 0{,}39\,; \qquad 0{,}48,$$

l'existence du minimum e_2 est probablement réelle. Nous basant sur les deux derniers résultats cités, nous lui attribuerons finalement une valeur $e_2 = 0{,}23$ correspondant à $\overline{P} = 71$ jours environ.

N. 218. — En résumé, *dans le cas des Binaires Spectroscopiques :*

L'excentricité moyenne $\bar{e}$ ne semble pas être une fonction toujours croissante de la période moyenne $\overline{P}$: si $\overline{P}$ va toujours en croissant, *la courbe correspondante $\bar{e}$ $(\overline{P})$*, au lieu de monter continuellement, *présente presque certainement un maximum* ($e_1 = 0{,}35$ pour $\overline{P}_1 \not\simeq 30$ jours), *et probablement un minimum* ($e_2 = 0{,}23$ pour $\overline{P}_2 \not\simeq 71$ jours).

Cas des Binaires Visuelles.

N. 219. — Étant donné l'incertitude des éléments dans le cas des très grandes périodes, limitons-nous d'abord aux Binaires Visuelles dont les périodes sont plus petites que 300 ans, classons-les par ordre de grandeur croissante des périodes, et partageons-les en six groupes correspondant respectivement aux valeurs : (0-50), (50-100), (100-150), (150-200), (200-250), (250-300) ans, de la période. Calculons ensuite, pour chacun de ces groupes, les valeurs moyennes $\overline{P}$ ans de la période, et $\bar{e}$ de l'excentricité pour les catégories [BV] et [BV + BV'] respectivement ainsi que les logarithmes décimaux des quantités $\overline{P}$ exprimées en années dont nous aurons besoin plus loin.

Les résultats obtenus ont été consignés dans le Tableau 64, où n représente le nombre de Binaires relatif à chacun des groupes de périodes considérés.

TABLEAU 64

Valeurs de $\overline{P}$ et de $\overline{e}$ pour les Binaires Visuelles (P < 300 ans).

	[BV]				[BV+BV']			
P ANS	$\overline{P}$ ans	$\overline{e}$	n	log $\overline{P}_a$	$\overline{P}$ ans	$\overline{e}$	n	log $\overline{P}_a$
0-50....	26,81	0,44	64	1,43	25,41	0,42	73	1,41
50-100...	72,33	0,55	35	1,86	72,31	0,55	38	1,86
100-150..	121,23	0,59	22	2,08	121,51	0,55	28	2,08
150-200...	168,05	0,59	10	2,22	167,79	0,57	14	2,22
200-250...	227,91	0,63	7	2,36	228,46	0,60	11	2,36
250-300...	268,40	0,57	2	2,43	268,12	0,51	4	2,43

On voit immédiatement que pour les cinq premiers groupes de périodes :

L'excentricité moyenne $\overline{e}$ croît avec la période moyenne $\overline{P}$.

On ne peut d'ailleurs pas attacher beaucoup d'importance à l'exception présentée par le sixième groupe de périodes : celle-ci peut être attribuée soit à l'incertitude des éléments inhérente aux longues périodes, soit à l'insuffisance du nombre de Binaires rattachées à ce groupe. C'est ainsi que, si, dans la catégorie [BV + BV'], on supprime dans le dernier groupe l'une des étoiles dont l'excentricité est égale à 0,12, la moyenne des trois autres valeurs de e devient égale à 0,64 et l'anomalie disparaît.

L'existence d'un maximum de $\overline{e}$, pour le groupe de Binaires Visuelles dont les périodes sont comprises entre 100 et 150 ans, mise en évidence par R. G. Aitken (R. 60, p. 197), ne paraît confirmée par aucun des résultats indiqués dans les publications ultérieures citées au paragraphe N. 214. En particulier, le Tableau 64 ne révèle pas la présence d'un tel maximum.

N. 220. — Étendons maintenant notre étude aux Binaires Visuelles de période inférieure à 1.000 ans, les groupes de périodes portant cette fois-ci sur un, deux ou trois siècles suivant le cas. Les résultats obtenus sont indiqués dans le Tableau 65 qui donne, pour les divers groupes de périodes de chacune des catégories [BV] et (BV + BV'] :

1° Les limites P ans du groupe de périodes ;

2° La période moyenne $\overline{P}$ ans ;

3° L'excentricité moyenne $\overline{e}$;

4° log $\overline{P}$, $\overline{P}$ étant exprimé en années.

TABLEAU 65

Valeurs de $\overline{P}$ et de $\bar{e}$ pour les Binaires Visuelles ($P < 1.000$ ans).

P ANS	[BV] $\overline{P}$ ans	$\bar{e}$	n	log $\overline{P}$	[BV+BV'] $\overline{P}$ ans	$\bar{e}$	n	log $\overline{P}$
0- 100	42,90	0,48	99	1,63	41,47	0,46	111	1,62
100- 200	135,86	0,59	32	2,13	136,94	0,56	42	2,14
200- 300	236,91	0,62	9	2,37	239,04	0,58	15	2,38
300- 500	392,86	0,72	7	2 59	378,90	0,63	10	2,58
500- 700	582,50	0,64	4	2,77	600,66	0,61	8	2,78
700-1.000	—	—	—	—	—	—	—	—

Le Tableau 65 montre que, pour la catégorie [BV], quand la période varie de 0 à 700 ans, $\bar{e}$ commence par croître à partir de 0,48, passe par un maximum $e_3 = 0,72$ pour $\overline{P_3} = 392^a, 86$ quand P est compris entre 300 et 500 ans et décroît ensuite.

On trouve un résultat analogue pour la catégorie [BV + BV'], à savoir que :

Quand la période varie de 0 à 700 ans, $\bar{e}$ commence par croître à partir de 0,46, passe par un maximum $e_3 = 0,63$ pour $\overline{P_3} = 378^a,90$ quand P est compris entre 300 et 500 ans et décroît ensuite.

Pour ces deux catégories de Binaires, le dernier groupe de périodes qui s'étend de 700 à 1.000 ans ne contient aucun couple ($\overline{P}$, $\bar{e}$) ; cette lacune correspond à l'absence totale de Binaires ayant une période tombant entre 700 et 1.000 ans, ou plus précisément entre 700 et 1.100 ans, déjà constatée plus haut au paragraphe N. 29.

N. 221. — Considérons maintenant la totalité des Binaires Visuelles, en y comprenant même les étoiles à orbite incertaine, de période supérieure à 1.000 ans, les groupes de périodes s'étendant cette fois sur dix siècles et plus ; nous obtenons ainsi le Tableau 66 qui paraît indiquer que l'excentricité moyenne $\bar{e}$ croît en même temps que la période moyenne $\overline{P}$.

TABLEAU 66

Valeurs de $\overline{P}$ et de $\bar{e}$ pour la catégorie [BV+BV'] (toutes périodes).

P ANS	$\overline{P}$ ANS	$\bar{e}$	n	log $\overline{P}$
0-1.000	121,15	0,51	186	2,08
1.000-2.000	1.149,50	0,53	2	3,06
2.000-3.000	2.044,00	0,63	1	3,31
3.000-5.000	3.795,00	0,80	2	3,58
> 5.000	10.850,00	0,96	1	4,04

N. 222. Représentation graphique. — Par suite de la diversité des périodes des Binaires Visuelles, il serait difficile de représenter sur une même figure les différents couples de valeurs $(\overline{P}, \bar{e})$. En conséquence, nous avons porté en ordonnées les valeurs de $\bar{e}$ et en abscisses, non pas les valeurs de $\overline{P}$ ans, mais les logarithmes décimaux de ces quantités.

Les couples de valeurs [$X = \log \overline{P}$ ans, $Y = \bar{e}$) proviennent :

du Tableau 64 pour P compris entre 0 et 200 ans,

du Tableau 65 pour P compris entre 200 et 1.000 ans,

du Tableau 66 pour P > 1.000 ans.

Pour plus de commodité, nous avons groupé, dans le Tableau synthétique 67, les valeurs de $\overline{P}$ et celles des coordonnées $X = \log \overline{P}$, $Y = \bar{e}$; les points (X, Y) correspondants ont été représentés sur la figure 12 pour les Binaires de catégories [BV] et [BV + BV'].

TABLEAU SYNTHÉTIQUE 67

Valeurs de $\overline{P}$, $\log \overline{P}$ et $\bar{e}$ pour les Binaires Visuelles.

P ANS	[BV] $\overline{P}$ ans	$\bar{e}$	n	$\log \overline{P}$ ans	[BV+BV'] $\overline{P}$ ans	$\bar{e}$	n	$\log \overline{P}$ ans
0- 50.....	26,81	0,44	64	1,43	25,41	0,42	73	1,41
50- 100.....	72,33	0,55	35	1,86	72,31	0,55	38	1 86
100- 150.....	121,23	0,59	22	2,08	121,51	0,55	28	2,08
150- 200.....	168,05	0,59	10	2,22	167,79	0,57	14	2,22
200- 300.....	236,91	0,62	9	2,37	239,04	0,58	15	2,38
300- 500.....	392,86	0 72	7	2,59	378,90	0,63	10	2,58
500- 700.....	582,50	0,64	4	2,77	600,66	0,61	8	2,78
700-1.000.....	—	—	—	—	—	—	—	—
1.000-2.000.....					1.149,60	0,53	2	3,06
2.000-3.000.....					2.044,00	0,63	1	3,31
3.000-5.000.....					3.795,00	0,80	2	3,58
> 5 000					10.850,00	0,96	1	4,04

N. 223. Résultats. — Pour la catégorie [BV], les points figuratifs :

$$(X = \log \overline{P},\ Y = \bar{e})$$

sont répartis sur une seule branche de courbe $d'f'g'h'$ dont la partie $d'f'$ se confond pratiquement avec un segment d'une droite (D') inclinée d'environ 12° sur OX. Cette droite passe encore très près de g', mais les points situés entre f'

et g' d'une part, et surtout le point h' d'autre part, se placent nettement en dessous d'elle, et paraissent mettre en évidence l'existence en g' d'un maximum de $\bar{e}$ correspondant à :

$$e_3 = 0{,}72 \text{ et } \overline{P}_3 = 392^{a},86, \text{ déjà signalé plus haut.}$$

Par contre, pour la catégorie [BV + BV'], les points figuratifs (X, Y) se répartissent sur deux branches de courbes nettement distinctes, *dfgh* et *kl*, qui sont situées respectivement de part et d'autre de la lacune observée pour les périodes entre 700 et 1.100 ans :

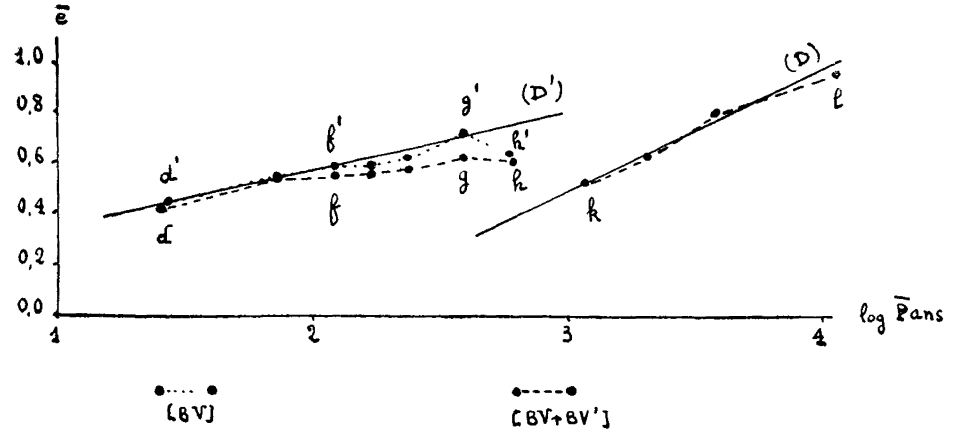


FIG. 12. — Points représentatifs de coordonnées ($X = \log \overline{P}$; $Y = \bar{e}$) relatifs aux catégories [BV] et [BV+BV'].

Les divers points figuratifs de *dfgh* se placent très légèrement en dessous des points correspondants de $d'f'g'h'$; toutefois le point g est très nettement plus bas que g', en sorte que le maximum observé pour la catégorie [BV], est très atténué, presque inexistant pour la catégorie [BV + BV'].

La seconde branche de courbe *kl* se confond pratiquement avec un segment d'une droite (D) inclinée d'environ 25° sur OX.

Il convient de remarquer que le point k le plus bas de la seconde branche de courbe *kl* a une ordonnée nettement plus petite que celles des derniers points de la branche *dfgh*, et nous ignorons par ailleurs ce qui se passe entre h et k en raison de la lacune signalée pour les périodes. Et comme le matériel est rare dans le domaine des grandes périodes, il est difficile de le savoir :

Il se pourrait par exemple que le maximum g' (ou g) observé pour les

Binaires Visuelles ne soit qu'apparent, et qu'en réalité $\bar{e}$ croisse constamment le long de la branche $d'f'g'h'$ (ou $dfgh$) ; la discontinuité trouvée entre cette première branche et la seconde kl, pourrait alors militer en faveur de l'existence de la lacune observée pour les périodes, et il conviendrait, à ce moment, d'essayer de chercher la signification d'un tel phénomène.

Mais il se pourrait aussi que le maximum g' (ou g) existe réellement ; il y aurait alors des chances pour que le calcul d'orbites nouvelles fournisse des points figuratifs se plaçant entre h et k ; la lacune ne serait dès lors qu'apparente, et $\bar{e}$ passerait par un minimum situé en k ou entre h et k, avant d'aborder la branche montante kl.

N. 224. — En résumé, dans le cas des Binaires Visuelles :

L'excentricité moyenne $\bar{e}$, considérée comme fonction de la période moyenne $\overline{P}$, commence par croître à partir d'une valeur voisine de 0,43 pour $\overline{P} \not\gtrless 26$ ans, et paraît passer par un maximum supérieur à 0,60 pour une valeur de $\overline{P}$ un peu inférieure à 400 ans. Après une discontinuité qui correspond à l'absence totale de périodes comprises entre 700 et 1.100 ans, $\bar{e}$ prend la valeur 0,53 pour $\overline{P} = 1.149^{a},50$ et augmente ensuite continuellement à mesure que la période croît.

CAS DE L'ENSEMBLE DES BINAIRES (BS ET BV RÉUNIES)

N. 225. — Les données relatives à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), ont été groupées dans le Tableau 68 obtenu par synthèse des Tableaux 61, 64, 65 et 66, après exclusion, quand il y a lieu, des étoiles qui sont à la fois double spectroscopique et double visuelle par les mêmes composantes. Les périodes des Binaires y sont réparties en 18 groupes dont les limites sont indiquées dans la colonne d'entête P :

Les six premiers groupes sont identiques aux groupes I à VI du Tableau 61 relatif aux Binaires Spectroscopiques ;

Les groupes 7 et 8 pour lesquels :

$$1 \text{ an} \leqslant P < 3 \text{ ans (groupe 7)},$$
$$3 \text{ ans} \leqslant P < 50 \text{ ans (groupe 8)},$$

sont les seuls qui ne puissent être retrouvés, soit dans le Tableau 61 relatif aux Binaires Spectroscopiques, soit dans le Tableau 64 concernant les Binaires

Visuelles, parce que ces groupes renferment à la fois des Binaires de ces deux variétés.

Le groupe 9 provient du Tableau 64, les groupes 10 à 14 du Tableau 65.

Enfin les groupes 15, 16, 17 et 18 proviennent du Tableau 66.

Il convient toutefois de remarquer que la quantité auxiliaire log $\overline{P}$ représente le logarithme décimal de la période, celle-ci étant supposée exprimée :

en années dans les Tableaux 64, 65 et 66,

en jours dans les Tableaux 61 et 68.

TABLEAU 68

Valeurs de $\overline{P}$, log $\overline{P}$ et $\bar{e}$ pour les catégories [BS+BV—(C)] et [BS+BV+BV'—(C)].

P	[BS+BV—(C)]				[BS+BV+BV'—(C)]			
	$\overline{P}$	$\bar{e}$	n	log $\overline{P}$ jours	$\overline{P}$	$\bar{e}$	n	log $\overline{P}$ jours
0 j- 5 j	2^j,70	0,05	131	0,43	2^j,70	0,05	131	0,43
5 j- 10 j	7^j,51	0,14	56	0,88	7^j,51	0,14	56	0,88
10 j- 20 j	13^j,54	0,22	45	1,13	13^j,54	0,22	45	1,13
20 j- 50 j	29^j,73	0,35	30	1,47	29^j,73	0,35	30	1,47
50 j- 100 j	71^j,76	0,22	14	1,86	71^j,76	0,22	14	1,86
100 j- 1 a	184^j,54	0,28	30	2,27	184^j,54	0,28	30	2,27
1 a- 3 a	684^j,16	0,29	22	2,84	696^j,97	0,30	23	2,84
3 a- 50 a	24^a,18	0,43	77	3,95	23^a,51	0,42	85	3,93
50 a- 100 a	72^a,33	0,55	35	4,42	72^a,31	0,55	38	4,42
100 a- 200 a	135^a,86	0,59	32	4,70	136^a,94	0,56	42	4,70
200 a- 300 a	236^a,91	0,62	9	4,94	239^a-04	0,58	15	4,94
300 a- 500 a	392^a,86	0,72	7	5,16	378^a,90	0,63	10	5,14
500 a- 700 a	582^a,50	0,64	4	5,33	600^a,66	0,61	8	5,34
700 a-1.000 a	—	—	—	—	—	—	—	—
1.000 a-2.000 a					1.149^a,50	0,53	2	5,62
2.000 a-3.000 a					2.044^a,00	0,63	1	5,87
3.000 a-5.000 a					3.795^a,00	0,80	2	6,14
> 5.000 ans..					10.850^a,00	0,96	1	6,60

N. 226. Représentation graphique. — Les divers points dont les coordonnées X = log $\overline{P}$, Y = $\bar{e}$, sont consignées dans le Tableau 68, ont été représentés dans les deux diagrammes (C') et (C) de la figure 13 qui correspondent respectivement aux catégories [BS + BV — (C)] et [BS + BV + BV' — (C)].

La partie *abcd* des deux diagrammes 13 est sensiblement identique à la partie de même nom de la figure 11 relative aux Binaires Spectroscopiques, au moins dans le domaine de plus grande fréquence de ces dernières (0-3 ans).

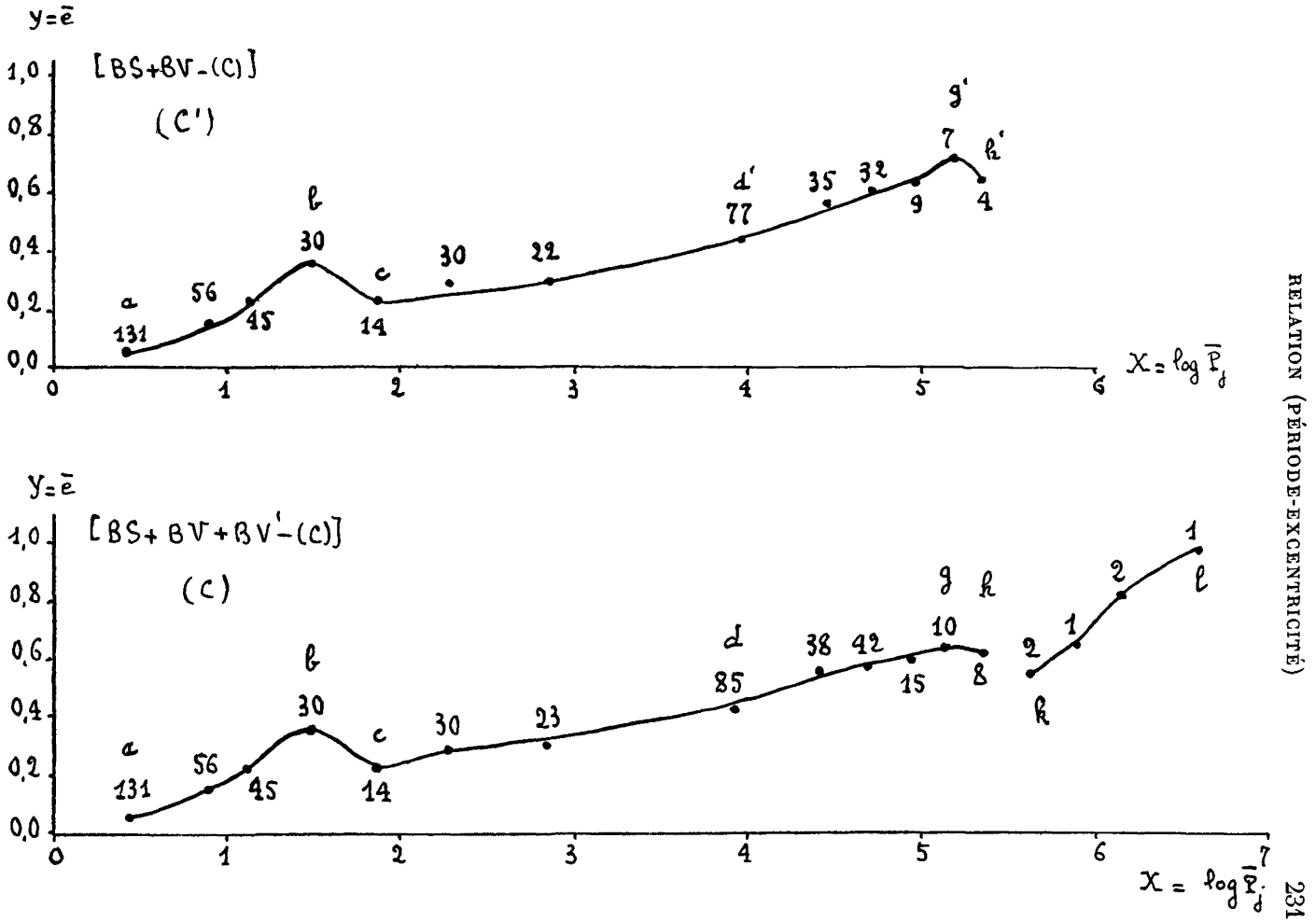


FIG. 13. — Courbe ($X = \log \bar{P}$; $Y = \bar{e}$) relative à l'ensemble des Binaires. Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

comme il est aisé de s'en rendre compte en comparant les valeurs correspondantes des coordonnées X et Y fournies par les sept premiers groupes de périodes dans les Tableaux 61 et 68.

La branche de courbe *d'g'h'* de la figure 12 concernant la catégorie [BV] correspond à la branche de courbe de même nom du diagramme relatif à la catégorie [BS + BV — (C)] dans la figure 13, mais il n'y a plus identité, ceci pour deux raisons :

1° Les ordonnées de deux points homologues sont les mêmes dans les deux cas, mais il n'en est pas de même pour les abscisses, car nous avons pris :

$$X = \log (\overline{P} \text{ ans}) \text{dans la figure 12 (Catégorie [BV])},$$

alors que :

$$X = \log (\overline{P} \text{ jours}) \text{ dans la figure 13 (Catégorie [BS + BV — (C)])}.$$

2° L'échelle employée pour les abscisses n'est pas la même dans les deux figures *.

Comme :

$$\log (\overline{P} \text{ jours}) = \log (\overline{P} \text{ ans}) + 2{,}56,$$

la première transformation correspond à une simple translation et laisse la forme de la courbe identique à elle-même à un déplacement près. Par contre la seconde transformation entraîne une réduction des abscisses, les ordonnées demeurant inchangées ; elle modifie les pentes, mais ne change en rien l'allure générale de la courbe en ce qui concerne la mise en évidence de la croissance ou de la décroissance de la fonction Y(X), l'existence et la valeur des maxima ou des minima de cette fonction.

Le même genre de correspondance existe entre les branches de courbe *dgh* et *kl* relatives à la catégorie [BV] prises sur la figure 12 et les branches

---

* Dans la figure 12 nous avons pris pour les abscisses la même unité que pour les ordonnées, afin de ne pas altérer les pentes ; de plus pour diminuer l'encombrement dû à la figure nous avons choisi :

$$X = \log (\overline{P} \text{ ans}) \text{ au lieu de } X = \log (\overline{P} \text{ jours}),$$

afin que la période d'une étoile donnée corresponde à une plus petite valeur de l'abscisse.

de mêmes noms relatives à la catégorie [BS + BV + BV' — (C)] prises sur la figure 13. Dès que P dépasse 50 ans, les courbes homologues concernant les Binaires Visuelles et les catégories composites ont exactement même allure, et seraient identiques si l'unité employée pour $\overline{P}$, les limites des groupes de périodes et les échelles relatives aux deux coordonnées étaient les mêmes. Les diagrammes concernant l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), s'obtiendraient alors en pratique par la quasi-juxtaposition de ceux relatifs aux catégories composantes : Binaires Spectroscopiques et Binaires Visuelles, de même que la courbe de distribution des périodes des Binaires d'une catégorie composite résulte de la quasi-juxtaposition des courbes de distribution des périodes relatives aux Binaires Spectroscopiques et aux Binaires Visuelles ; la première de ces particularités étant d'une manière plus précise conséquence de la seconde.

N. 227. — Comme log $\overline{P}$ varie dans le même sens que $\overline{P}$, la lecture des diagrammes de la figure 13, complétée par les renseignements obtenus au cours des paragraphes précédents, nous permet d'énoncer immédiatement les conclusions suivantes :

Les périodes relatives à l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), étant classées par ordre de grandeur croissante, puis réparties en un certain nombre de groupes de périodes, pour lesquels on calcule la période moyenne $\overline{P}$, et l'excentricité moyenne $\overline{e}$, $\overline{e}$ étant considéré comme fonction de $\overline{P}$, on constate que :

1° $\overline{e}$, très voisin de 0 quand $\overline{P}$ est lui-même très petit, commence par croître avec $\overline{P}$, et passe certainement en b par un maximum $e_1 = 0{,}35$ correspondant à $\overline{P_1} \not\simeq 30$ jours, quand P est compris entre 20 jours et 50 jours.

2° $\overline{P}$ continuant à croître, $\overline{e}$ décroît et passe probablement en c par un minimum voisin de $e_2 = 0{,}23$ et correspondant à $\overline{P_2} = 71$ jours environ ;

3° $\overline{P}$ continuant à augmenter, $\overline{e}$ recommence à croître, et atteint peut-être un second maximum en g' (ou g), $e_3 = 0{,}72$ (ou 0,63), pour $\overline{P_3} = 393$ a (ou 379 a) environ, puis commence à décroître jusqu'à 0,64 en h' (ou 0,61 en h), pour $\overline{P_3} = 582$ a (ou 601 a).

4° Après une discontinuité qui correspond à l'absence totale de périodes comprises entre 700 et 1.100 ans, $\overline{e}$ repart en h de la valeur 0,53 pour

$$\overline{P} = 1.149^{a},50,$$

et paraît ensuite croître régulièrement à mesure que $\overline{P}$ croît.

N. 228. — Il est intéressant de comparer les courbes relatives à l'ensemble des Binaires, représentées figure 13, aux courbes de même nature respectivement obtenues par R. E. Wilson (R. 61, 1921, fig 1) et par J. H. Moore et R. G. Aitken (R. 62, 1924, fig. 1). Ces auteurs ne disposaient à l'époque que d'un nombre assez restreint de Binaires dont la période soit supérieure à 200 ans, à savoir 13 pour R. E. Wilson et 18 pour J. H. Moore et R. G. Aitken, alors que nous en connaissons actuellement 38 ; aussi leurs diagrammes ne s'étendent-ils pas au delà de $X = \log \overline{P} = 5{,}00$.

La courbe de R. E. Wilson présente, dans le domaine des faibles périodes un maximum et un minimum qui correspondent respectivement à e_1 et e_2, et sont d'ailleurs très accusés. Beaucoup moins prononcés sur celle de J. H. Moore et R. G. Aitken, ils paraissent y dessiner une large inflexion. Les nombres fournis plus récemment par R. G. Aitken (R. 63, 1935) sont voisins des nôtres, et militent par contre en faveur d'un maximum et d'un minimum nettement accusés. Comme les Binaires Spectroscopiques se réservent le domaine des faibles périodes, les coordonnées de ces derniers sont les mêmes que dans le cas des doubles spectroscopiques. Nous donnons ci-dessous avec les valeurs de e_1 et e_2, les limites des groupes de périodes qui leur correspondent sur les courbes précitées.

e_1	$\overline{P}_1$	e_2	$\overline{P}_2$	RÉFERENCE
0,403	$25\text{ j} < \overline{P}_1 < 100\text{ j}$	0,311	$100\text{ j} < \overline{P}_2 < 5\text{ a}$	R. E. Wilson (1921).
0,35	$20\text{ j} < \overline{P}_1 < 50\text{ j}$	0,30	$50\text{ j} < \overline{P}_2 < 150\text{ j}$	J. H. Moore et R. G. Aitken (1924).
0,35	$20\text{ j} < \overline{P}_1 < 50\text{ j}$	0,22	$50\text{ j} < \overline{P}_2 < 100\text{ j}$	R. Bonnet.

La période $\overline{P}_1$ correspondant au maximum e_1 est comprise dans ces trois cas entre des limites compatibles entre elles ; la valeur de e_1 va par contre en diminuant à mesure que s'accroît le nombre de Binaires étudiées (Cf. N. 215).

En se rapportant seulement aux trois courbes étudiées, on pourrait penser que e_2 et $\overline{P}_2$ paraissent avoir une certaine tendance à diminuer lorsque le matériel utilisé s'accroît, mais les résultats de H. Ludendorff (R. 58, 1910), donnés plus haut (Cf. N. 217) ne semblent pas confirmer cette manière de voir.

En raison du petit nombre de Binaires à grande période dont ils disposaient, R. E. Wilson, de même que J. H. Moore et R. G. Aitken ont réuni en un seul groupe toutes les Binaires de période supérieure à 200 ans, et comme nous l'avons dit, leurs courbes ne s'étendent pas au delà de $X = \log \overline{P} = 5{,}00$. Nous

ne saurions donc y trouver trace du second maximum éventuel (g' ou g) qui correspond au groupe de périodes (300-500 ans), soit $\log \overline{P}_3 = 5{,}16$, ni de la discontinuité située entre les points h et k de coordonnées respectives :

$$h \begin{cases} X = \log \overline{P} = 5{,}34 \\ Y = \overline{e} = 0{,}61 \end{cases} \qquad k \begin{cases} X = \log \overline{P} = 5{,}62 \\ Y = \overline{e} = 0{,}53 \end{cases}$$

ces deux particularités constituant les principales différences entre nos courbes et les leurs.

II. — INFLUENCE DE LA NATURE DU TYPE SPECTRAL SUR LA FORME DE LA COURBE (PÉRIODE-EXCENTRICITÉ)

N. 229. — L'influence éventuelle de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité) a déjà préoccupé un certain nombre de chercheurs.

Dès 1910, F. Schlesinger et R. H. Baker (R. 57, p. 139) écrivaient :

« The close relation found to exist betewen period and eccentricity in binaries of the first types extends to later types as well. »

A la même époque, H. Ludendorff (R. 58, p. 384) a également cru pouvoir conclure que la croissance de l'excentricité avec la période se retrouve dans toutes les classes spectrales.

Enfin W. W. Campbell (R. 56, p. 35, p. 38, Table V et p. 39), dans un mémoire contemporain des publications précédentes, a de même conclu, après une étude détaillée que :

L'excentricité croît avec la période pour les diverses classes spectrales.

Le matériel dont disposaient alors ces trois auteurs (50 BS + 53 BV, 44 BS et 118 BS respectivement) était vraiment trop pauvre pour qu'ils puissent pousser davantage leurs recherches.

N. 230. — R. E. Wilson (R. 61, 1921) a repris l'étude de cette question onze ans plus tard, et a en outre cherché à expliquer la non-uniformité de la courbe représentant la relation (Période-Excentricité). Son étude était basée sur un matériel déjà plus abondant, puisqu'il disposait, après exclusion des Céphéides, d'un total de 235 Binaires comprenant 151 doubles spectroscopiques.

Ayant réparti l'ensemble des Binaires en deux classes suivant que la primaire est de Type spectral I ou II*, il a étudié la relation moyenne entre périodes et excentricités successivement dans le cas général, puis pour les Binaires de Types spectraux I et II ; il a d'ailleurs donné les courbes correspondantes (R. 61, fig. 1 et 2) que nous désignerons respectivement par (C), (CI) et (CII).

R. E. Wilson a trouvé que :

1° La courbe (CI) est analogue à la courbe (C) : elle présente, comme elle, un maximum pour le groupe de périodes (25 j-100 j) et un minimum pour le groupe de périodes (100 j-5 ans).

2° La courbe (CII) ne présente par contre ni maximum, ni minimum, mais seulement une inflexion à tangente non horizontale pour le groupe de périodes (100 j-5 ans).

Cet auteur suggère que si l'on compare (C) à une courbe moyenne correspondant à un accroissement uniforme, le maximum de (C) serait dû aux systèmes de Type I, son minimum aux systèmes de Type II.

N. 231. — J. H. Moore et R. G. Aitken (R. 62, 1924) ont également trouvé quelque évidence pour que la forme de la courbe (Période-Excentricité) soit une fonction du type spectral, au moins chez les Binaires Spectroscopiques : l'excentricité moyenne leur paraît en effet croître plus rapidement pour les étoiles de classes (O*e*-A5) que pour celles de types (FO-M6), tout au moins pour les Binaires à période inférieure à 100 jours.

CAS DES GROUPES SPECTRAUX (B, A, F) ET (G, K)

N. 232. — Les recherches de R. E. Wilson portaient sur 235 systèmes (151 BS + 84 BV), celles de J. H. Moore et R. G. Aitken sur 329 systèmes (226 BS + 103 BV) ; nous disposons actuellement de 360 Binaires Spectroscopiques et de 192 Binaires Visuelles, soit au total de 533 systèmes quand on exclut une fois 19 d'entre eux qui sont à la fois Binaire Spectroscopique et

---

* Les Types I et II sont vraisemblablement ceux de Secchi ; ils correspondent respectivement :

Le Type I aux classes spectrales B, A, F,

Le Type II aux classes spectrales G et K.

Binaire Visuelle par les mêmes composantes. Dans ces conditions, il nous paraît intéressant, avant d'aller plus loin, de voir dans quelle mesure les résultats de R. E. Wilson et ceux de J. H. Moore et de R. G. Aitken semblent confirmés par les données plus récentes.

A cet effet, nous avons calculé les valeurs de $X = \log \overline{P_j}$ et $Y = \bar{e}$ relatives aux divers groupes de périodes envisagés au Tableau 68 pour les Binaires de catégorie [BS + BV + BV' — (C)] appartenant d'une part au groupe spectral (B, A, F) et d'autre part au groupe spectral (G, K) qui correspondent respectivement aux Types spectraux I et II de Secchi. Les résultats obtenus ont été consignés dans les colonnes d'entêtes (B, A, F) et (G, K) du Tableau 69 ; les diagrammes (CI) et (CII) de la figure 14 en fournissent la représentation graphique.

N. 233. Résultats. — Les portions *abc* de la courbe (C) relative à l'ensemble des spectres (fig. 13), et des courbes (CI) et (CII) (fig. 14), concernant respectivement les groupes spectraux (B, A, F) et (G, K), se ressemblent beaucoup : toutes trois comportent une branche montante *ab*, aboutissant à un maximum *b*, de coordonnées (X_1, e_1), puis une branche descendante *bc* terminée par un minimum *c*, de coordonnées (X_2, e_2). Les valeurs de X_1, e_1, X_2, e_2, sont, pour faciliter la comparaison, reproduites dans le petit Tableau ci-dessous :

	X_1	e_1	X_2	e_2	Référence
(C) tous spectres	1,47	0,35	1,86	0,22	Tableau 68
(CI) (B, A, F).....	1,47	0,41	1,85	0,30	Tableau 69
(CII) (G, K)	1,48	0,23	1,87	0,16	Tableau 69

On voit que l'abscisse du maximum est sensiblement la même sur les trois courbes (C), (CI), CII), de même celle du minimum. Par contre l'ordonnée relative au cas général est comprise entre celle relative au groupe (B, A, F) et celle concernant le groupe (G, K), ceci pour le maximum comme pour le minimum. L'oscillation ($e_1 - e_2$) relative à l'intervalle (X_1, X_2) n'est elle-même pas constante : égale à 0,13 dans le cas général, elle a pour valeur 0,11 pour le groupe spectral (B, A, F) et 0,07 pour le groupe spectral (G, K).

Autrement dit, quand on se limite au domaine $X < 1,9$:

La courbe (CI) relative au groupe spectral (B, A, F), donc au Type I de Secchi, présente un maximum e_1 et un minimum e_2, qui correspondent à ceux

TABLEAU 69. **Influence de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité). Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].**

SPECTRE / PÉRIODE	(B, A, F) = Type I			(G, K) = Type II			B			A			F			G			K			M		
	$\log\overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log\overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log\overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log\overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log\overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log\overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log\overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log\overline{P_j}$	$\bar{e}$	n
0 j- 5 j	0,43	0,05	107	0,46	0,03	23	0,43	0,05	39	0,45	0,05	49	0,37	0,04	19	0,45	0,03	20	0,50	0,04	3	—0,09	0,00	1
5 j- 10 j	0,87	0,15	39	0,89	0,12	17	0,87	0,21	14	0,87	0,12	23	0,95	0,13	2	0,92	0,16	11	0,83	0,05	6			
10 j- 20 j	1,12	0,26	29	1,16	0,15	16	1,13	0,12	10	1,12	0,33	16	1,06	0,39	3	1,13	0,17	11	1,22	0,10	5			
20 j- 50 j	1,47	0,41	19	1,48	0,23	10	1,49	0,41	6	1,43	0,45	7	1,50	0,35	6	1,49	0,33	5	1,48	0,14	5	1,37	0,35	1
50 j- 100 j	1,85	0,30	7	1,87	0,16	7	1,83	0,17	3	1,86	0,39	4				1,84	0,14	5	1,93	0,20	2			
100 j- 1 a	2,19	0,42	13	2,31	0,19	15	2,17	0,37	6	2,20	0,22	4	2,20	0,76	3	2,35	0,23	6	2,29	0,16	9	2,35	0,09	2
1 a- 3 a	2,83	0,21	2	2,86	0,34	18	2,82	0,17	1	2,84	0,26	1				2,85	0,32	4	2,86	0,35	14	2,79	0,13	3
3 a- 50 a	3,95	0,41	19	3,92	0,42	60	3,51	0,16	2	4,00	0,49	10	4,01	0,37	7	3,94	0,46	38	3,89	0,36	22	3,96	0,39	5
50 a- 100 a	4,41	0,65	13	4,43	0,51	24				4,41	0,64	7	4,41	0,67	6	4,43	0,51	18	4,44	0,53	6			
100 a- 200 a	4,69	0,64	13	4,70	0,52	28	4,58	0,31	1	4,67	0,65	6	4,73	0,69	6	4,68	0,51	16	4,73	0,54	12	4,64	0,42	1
200 a- 300 a	4,96	0,57	6	4,93	0,59	8				4,98	0,50	4	4,91	0,70	2	4,92	0,54	3	4,93	0,62	5	4,93	0,54	1
300 a- 500 a	5,10	0,64	5	5,18	0,61	5				5,08	0,31	2	5,12	0,86	3	5,18	0,61	5						
500 a- 700 a	5,31	0,58	2	5,32	0,61	4				5,34	0,71	1	5,28	0,45	1	5,28	0,48	2	5,36	0,74	2	5,40	0,63	2
700 a- 1.000 a																								
1.000 a-2.000 a				5,62	0,53	2										5,62	0,53	2						
2.000 a-3.000 a				5,87	0,63	1										5,87	0,63	1						
3.000 a-5.000 a	6,11	0,81	1	6,17	0,80	1				6,11	0,81	1				6,17	0,80	1						
> 5,000 a				6,60	0,96	1										6,60	0,96	1						

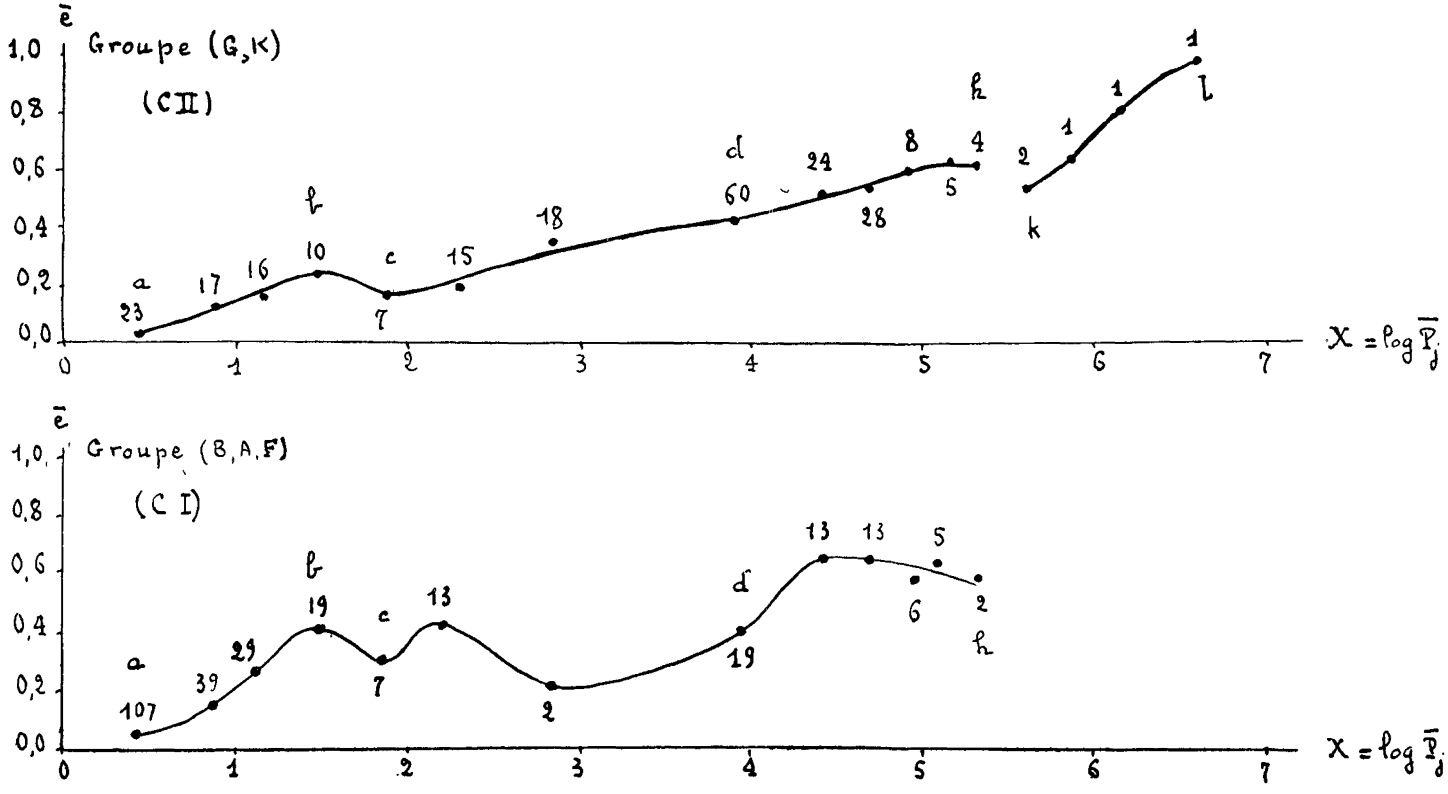


FIG. 14. — Influence de la nature du groupe spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité). Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

de la courbe générale (C) ; toutefois le maximum est plus fortement marqué, et le minimum moins prononcé pour (CI) que pour (C).

Nos résultats confirment donc entièrement ceux de R. E. Wilson quand il s'agit des Binaires de Type I, au moins dans le domaine $X \leqslant X_2$.

La courbe (CII) relative au groupe spectral (G, K), donc au Type II de Secchi, présente, contrairement à celle trouvée par R. E. Wilson, un maximum e_1 et un minimum e_2, qui correspondent à ceux de la courbe générale (C) ; mais le fait que ce maximum et ce minimum sont beaucoup moins marqués sur la courbe (CII) que sur la courbe (C), explique que leur présence ait pu passer inaperçue sur la courbe (CII) obtenue en 1921 par R. E. Wilson.

La différence d'attitude entre les Binaires de Types I et II, révélée par l'étude de la partie *abc* des courbes (Période-Excentricité) représentées figure 14, paraît moins nette avec les données actuelles qu'avec celles dont disposait R. E. Wilson en 1921. On remarquera toutefois que le maximum e_1 et le minimum e_2 sont plus marqués pour le groupe spectral (B, A, F) que pour le groupe spectral (G, K), ce qui rend tout de même sensible l'influence de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité). L'étude de la partie des courbes (CI) et (CII), située à droite du point *c* sur la figure 14 confirme cette manière de voir en raison des différences qu'on peut y observer.

Ainsi, les branches *ch* et *kl* de la courbe (CII) ressemblent beaucoup aux branches correspondantes de la courbe (C) : la fonction $Y = \bar{e}$ paraît croître assez régulièrement quand on se déplace de *c* en *h* sur (CII), et cette dernière courbe ne présente même plus de trace du maximum *g* ; la branche *kl* de (CII) est presque identique à celle de (C).

Par contre, la partie de la courbe (CI) située à droite du point *c* semble différer notablement de la partie correspondante des courbes (C) et (CII) : elle paraît présenter entre le point *c* et le point *d* (dont l'abscisse est voisine de 4), d'abord un maximum de coordonnées ($X = 2{,}19$; $Y = 0{,}42$), puis un minimum de coordonnées ($X = 2{,}83$; $Y = 0{,}21$), mais l'existence de ce nouveau maximum et de ce nouveau minimum nous semble fort douteuse. Leur apparition est vraisemblablement due, non seulement à la pauvreté en Binaires de certains groupes de périodes, mais aussi au manque d'homogénéité du groupe spectral (B, A, F) à l'égard de la relation (Période-Excentricité), comme le montre d'ailleurs un examen attentif des colonnes successives du Tableau 69 concernant les spectres B, A et F.

Au delà du point *d*, un autre maximum semble se dessiner avec une certaine

netteté sur (CI), mais son abscisse serait comprise entre 4,4 et 4,7, alors que le maximum e_3 de la courbe (C) de la figure 13 correspond à $X_3 = 5{,}14$. La branche *kl* de (C) n'est représentée sur (CI) que par un seul point de coordonnées ($X = 6{,}11$; $Y = 0{,}81$).

En résumé, si les branches *abc* des courbes (CI) et (CII) sont assez analogues l'une à l'autre, les parties de ces courbes situées au delà de *c* sont, par contre, nettement différentes, ce qui met en évidence l'influence de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité).

CAS DES CLASSES SPECTRALES B, A, F, G, K, M

N. 234. — Vu le manque d'homogénéité du groupe spectral (B, A, F) à l'égard de la relation (Période-Excentricité), il nous semble intéressant d'étudier l'influence de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité) en considérant séparément les diverses classes spectrales B, A, F, G, K, M, puisque le nombre total d'orbites connues est maintenant suffisant pour que nous puissions raisonnablement essayer de le faire. La catégorie [BS + BV + BV′ — (C)] comprend en effet actuellement 533 Binaires, les spectres* de leur primaire se répartissant comme suit :

Classe B : 82 ; classe A : 135 ; classe F : 58 ; classe G : 149 ; classe K : 91 ; classe M : 16 ; spectre non connu : 2.

Afin d'éviter des répétitions, nous limiterons notre étude à cette catégorie; nous pouvons d'ailleurs le faire sans inconvénient, car nous avons vu au paragraphe N. 226, que, en ce qui concerne la relation (Période-Excentricité) :

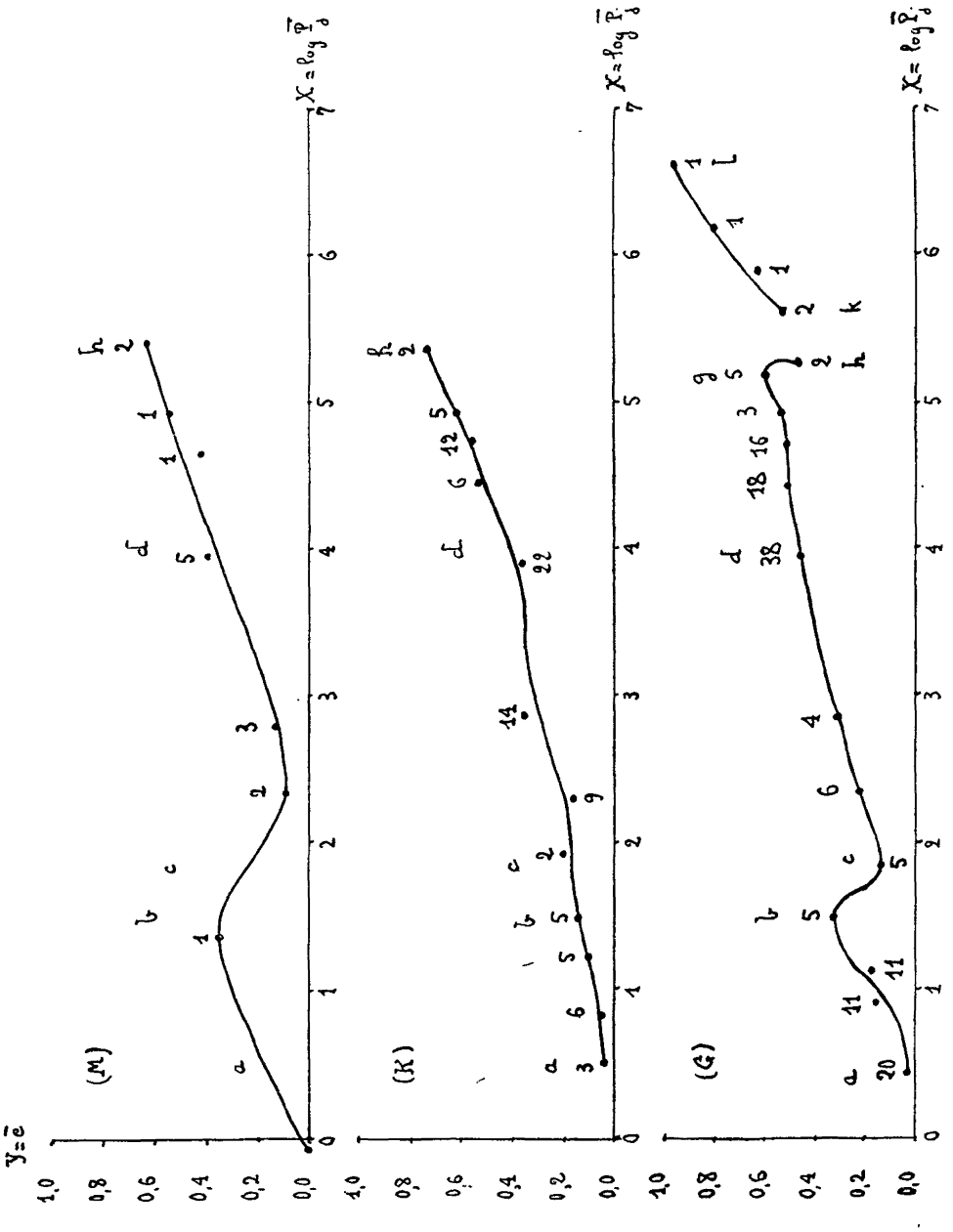
1° La catégorie [BS] correspond au domaine (*abcd*) des petites périodes des courbes générales de la figure 13 ;

2° Les catégories [BV] et [BV + BV′] correspondent par contre au domaine des périodes moyennes et longues (*d′g′h′* et *dghkl*) de ces mêmes courbes ;

3° Enfin la catégorie [BS + BV — (C)], qui ne comprend que des Binaires dont les orbites sont de qualité bonne ou moyenne, donne des résultats différant peu de ceux de la catégorie [BS + BV + BV′ — (C)], comme on peut le voir en comparant entre eux les deux diagrammes de la figure 13 ; elle présente toutefois l'inconvénient de ne pas s'étendre aux grandes périodes ($P > 700$ ans).

---

* Les types B, A, F, G, K, M, sont ceux définis au paragraphe N. 82.


y=e
X = log P
(M)
(K)
(G)
a
b
c
d
e
f
g
h
k
L

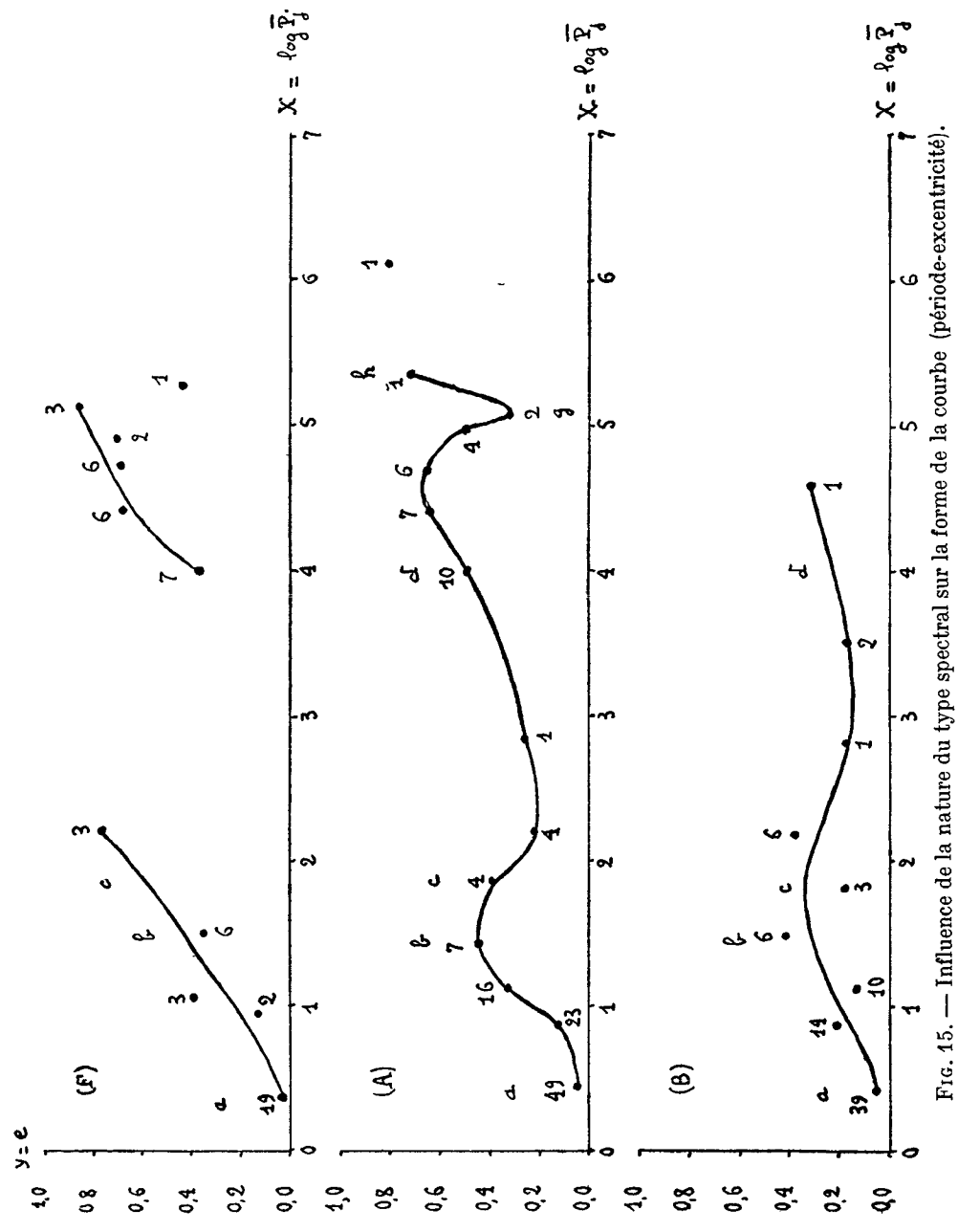


FIG. 15. — Influence de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (période-excentricité). Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

Nous pourrons donc en pratique obtenir des résultats complets en nous contentant d'étudier ce qui se passe pour la catégorie [BS + BV + BV' — (C)] qui englobe toutes les autres. A cet effet nous avons repris les groupes de périodes déjà considérés dans le Tableau 68, et calculé les valeurs de log $\overline{P}_j$, $\bar{e}$ et n relatives aux divers groupes de périodes des différentes classes spectrales en nous limitant à cette catégorie. Les résultats ont été consignés dans les colonnes d'entêtes B, A, F, G, K, M du Tableau 69.

N. 235. Représentation graphique. — La représentation graphique des résultats précédents a été obtenue en portant en ordonnées les valeurs de $\bar{e}$, et en abscisses les valeurs de log $\overline{P}_j$ du Tableau 69, chaque point étant affecté du nombre n correspondant. Les types spectraux B, A, F, G, K, M, ont fait l'objet de six diagrammes différents dont l'ensemble constitue la figure 15. Les Binaires de type M sont seulement au nombre de 16 et ne peuvent par suite conduire à aucune conclusion certaine. Néanmoins, nous n'avons pas cru devoir rattacher ces Binaires à celles de type K. par crainte de fausser la courbe relative à ce dernier type basée seulement sur 91 Binaires. Pour abréger, nous désignerons par diagrammes (B), (A), (F), (G), (K) ou (M), les graphiques respectivement obtenus à partir des Binaires de classes spectrales B, A, F, G, K ou M.

Résultats. Discussion.

N. 236. — Un examen attentif du Tableau 69 et surtout des diagrammes de la figure 15, révèle une influence manifeste de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité). Les courbes (B), (A), (F), (G), (K), (M), relatives aux diverses classes spectrales diffèrent en effet notablement les unes des autres, et s'écartent par suite plus ou moins des courbes de même nature mais plus générales rencontrées jusqu'ici, auxquelles nous les comparerons quand cela nous paraîtra présenter quelque intérêt. Parmi ces dernières, les unes concernent l'ensemble des spectres, et sont relatives aux Binaires Spectroscopiques (figure 11), aux Binaires Visuelles (figure 12), ou à l'ensemble des Binaires [figure 13, notamment (C)], les autres (CI) et (CII) concernent respectivement les Types I et II de Secchi (figure 14).

N. 237. Cas des Binaires de type B. — Bien que presque toutes les Binaires de type B (81 sur 82), soient des Binaires Spectroscopiques, il n'y a

pas identité complète entre le diagramme (B) et le graphique relatif à la catégorie [BS] de la figure 11. Certes, dans les deux cas, $\bar{e}$ considéré comme fonction de log $\overline{P}_j$, commence par croître avec log $\overline{P}$, et passe vraisemblablement par un maximum (X_1, e_1) pour P compris entre 20 jours et 50 jours, puis par un minimum (X_2, e_2) pour P compris entre 50 et 100 jours, les coordonnées correspondantes ayant comme on le voit ci-dessous des valeurs peu différentes :

	X_1	e_1	X_2	e_2	Référence
[BS] (figure 11)	1,47	0,35	1,86	0,22	Tableau 61
(B)	1,49	0,41	1,83	0,17	Tableau 69

Mais tandis que dans le cas des [BS], $\bar{e}$ augmente presque régulièrement à partir de e_2 jusqu'à atteindre la valeur 0,48 pour log $\overline{P}_j = 3,98$, dans le cas du diagramme (B), $\bar{e}$ paraît passer rapidement par un second maximum ($X'_1 = 2,17$; $e'_1 = 0,37$), et semble ensuite décroître jusqu'à 0,16. Seul le point ($X = 4,58$; $\bar{e} = 0,31$) du diagramme qui représente l'unique Binaire Visuelle de type B pourrait aller à l'encontre de cette dernière conclusion.

On peut toutefois mettre en doute la réalité du second maximum (X'_1, e_1) : les Binaires de type B appartiennent en effet presque par moitié (39 sur 82), au premier groupe de périodes ($O < P < 5$ j) ; les autres groupes de périodes sont donc relativement pauvres en étoiles, ce qui pourrait expliquer, dans une certaine mesure, la dispersion des points figuratifs du diagramme (B) par rapport à une courbe moyenne idéale possédant un maximum unique d'abscisse comprise entre X_1 et X'_1, que l'on pourrait concevoir dans le cas où l'on n'admet pas l'existence du maximum e'_1.

La courbe (B) s'écarte donc notablement de celle relative aux Binaires Spectroscopiques (figure 11) ; elle diffère au même titre de la courbe (C) de la figure 13 qui se confond en pratique avec la précédente, au moins dans son domaine de plus grande fréquence des Binaires *a b c d* (Cf. N. 226 et voir Tableau 70). Toutefois, dès que P dépasse 20 jours, le tracé de (B) devient assez incertain, et la rareté relative des Binaires de type B dans le domaine $P > 20$ j peut, dans une grande mesure, être responsable des divergences observées.

TABLEAU 70

Maxima et minima de la courbe (Période-Excentricité).

	MAXIMUM		MINIMUM		MAXIMUM		MINIMUM		
COURBE	X_1	e_1	X_2	e_2	X_3	e_3	X_4	e_4	RÉFÉRENCE
(C)	1,47	0,35	1,86	0,22	5,14	0,63			Tableau 68
(B)	1,49	0,41	1,83	0,17					Tableau 69
(A)	1,43	0,45	2,20	0,22	4,67	0,65	5,08	0,31	Tableau 69
(G)	1,49	0,33	1,84	0,14	5,18	0,61			Tableau 69
(M)	1,37	0,35	2,35	0,09					Tableau 69
(CI)	1,47	0,41	1,85	0,30	4,41	0,65			Tableau 69
(CII)	1,48	0,23	1,87	0,16	5,18	0,61			Tableau 69
(CG)	1,48	0,39	1,85	0,21	4,42	0,66	5,13	0,55	Tableau 71
(CN)	2,38	0,40	2,91	0,33	5,16	0,70			Tableau 71

N. 238. Cas des Binaires de type A. — Les diagrammes (C) de la figure 13 et (A) de la figure 15 présentent entre eux de grandes différences. Certes, dans les deux cas, $\bar{e}$ commence par croître avec $\log \overline{P}_j$, et passe par un maximum de coordonnées (X_1, e_1) pour P compris entre 20 et 50 jours, puis par un minimum de coordonnées (X_2, e_2), mais, comme le montre le Tableau 70, si les deux maxima correspondent à peu près à la même abscisse, par contre leurs ordonnées sont différentes ; les deux minima ont au contraire même ordonnée, mais ne correspondent pas à la même abscisse.

A partir du premier minimum e_2, $\bar{e}$ croît dans les deux cas, et passe par un second maximum (X_3, e_3) ; le Tableau 70 montre que si ces deux maxima correspondent sensiblement à la même ordonnée e_3, leurs abscisses sont par contre différentes. Les deux maxima e_1 et e_3 sont d'ailleurs beaucoup mieux dessinés sur la courbe (A) que sur (C) ; on se rappelle en effet que sur cette dernière, le maximum e_3 est à peine esquissé en g.

Au delà du second maximum e_3, $\bar{e}$ décroît sur les deux diagrammes, mais seule la courbe (A) présente un second minimum dont les coordonnées sont : $X_4 = 5{,}08$ et $e_4 = 0{,}31$. Enfin la branche kl de (C) n'est représentée sur (A) que par un seul point de coordonnées : $X = 6{,}11$ et $Y = 0{,}81$.

Les diagrammes (C) et (A) présentent donc entre eux d'assez grandes différences.

N. 239. Cas des Binaires de type F. — Le diagramme (F) comprend deux branches de courbe nettement distinctes, situées, l'une (C_1) dans le

domaine des petites périodes, l'autre (C_2) dans celui des grandes périodes : la première correspond aux Binaires Spectroscopiques, la seconde aux Binaires Visuelles.

Le long de la branche (C_1), $\bar{e}$ est une fonction croissante de log $\overline{P}_j$, $\bar{e}$ croissant de 0,04 à 0,76 quand log $\overline{P}_j$ croît lui-même de 0,37 à 2,20 ; nous n'y trouvons pas trace du maximum e_1, ni du minimum e_2 de la courbe (C) de la figure 13. Aucun point figuratif ne tombe entre les abscisses 2,20 et 4,01.

Le long de la branche (C_2), $\bar{e}$ croît de 0,37 à 0,86 quand log $\overline{P}_j$ croît lui-même de 4,01 à 5,12. L'existence d'un point figuratif de coordonnées (X = 5,28 ; Y = 0,45) paraîtrait indiquer, si elle se confirmait, la présence d'un maximum (X = 5,12 ; Y = e_3 = 0,86), mais le matériel est actuellement trop pauvre pour qu'on puisse le vérifier.

On voit par ce qui précède que les courbes (F) et (C) sont nettement différentes.

N. 240. Cas des Binaires de type G. — Les diagrammes (G) et (C) sont en tous points comparables :

Chacun d'eux comporte deux branches de courbe (*abcdgh*) et (*kl*) séparées par une lacune correspondant à celle des périodes. La première branche présente successivement, en *b* un maximum (X_1, e_1), en *c* un minimum (X_2, e_2), en *g* un second maximum (X_3, e_3) ; le long de la seconde branche de courbe (*kl*), $\bar{e}$ est une fonction croissante de log P_j. Seules les coordonnées relatives aux maxima et au minimum diffèrent légèrement comme on peut s'en rendre compte en consultant le Tableau 70. En particulier, le second maximum est nettement plus accentué sur la courbe (G) que sur la courbe (C).

N. 241. Cas des Binaires de type K. — Les diagrammes (K) et (C) sont très différents. La courbe (K) définit en effet $\bar{e}$ comme une fonction constamment croissante de log $\overline{P}_j$, $\bar{e}$ croissant presque régulièrement de 0,04 à 0,74 quand log $\overline{P}_j$ passe de 0,50 à 5,36.

N. 242. Cas des Binaires de type M. — Par suite de l'extrême pauvreté des divers groupes de périodes en Binaires de classe spectrale M, nous ne pouvons rien affirmer de certain sur la forme de la courbe (M). Cette dernière présente peut-être un maximum (X_1, e_1) dont les coordonnées sont, comme le montre le Tableau 70, assez voisines de celles du premier maximum des

courbes (F) ou (G). L'existence de ce maximum est toutefois loin d'être certaine puisqu'elle n'est basée que sur une seule Binaire. Elle supposerait alors la présence d'un minimum de coordonnées (X_2, e_2), au delà duquel $\bar{e}$ serait une fonction constamment croissante de $\log \overline{P}_j$. L'abscisse de ce minimum ne coïncide d'ailleurs avec celle d'aucun des minima trouvés antérieurement (Voir Tableau 70).

N. 243. Parenté entre la courbe (C) et les courbes (B), (A), (F), (G), (K) et (M). — Nous allons maintenant chercher dans quelle mesure les particularités des courbes (B), (A), (F), (G), (K) et (M) contribuent à l'apparition de celles de la courbe (C).

Entre les abscisses $X = 0{,}43$ et $X = 1{,}47$ les six diagrammes de la figure 15 définissent $Y = \bar{e}$ comme une fonction croissante de $X = \log \overline{P}_j$; par suite les Binaires des diverses classes spectrales concourent toutes à donner la branche montante *ab* de la courbe (C) de la figure 13. Par contre seules les Binaires de types B, A, G et M sont responsables de l'apparition du maximum e_1 au point d'abscisse $X = 1{,}47$ de (C), puisque les courbes (B), (A), (G) et (M) sont les seules à posséder un maximum dont l'abscisse soit voisine de 1,47, et que ces mêmes types spectraux favorisent l'existence de la branche descendante (*bc*) de la courbe (C).

L'influence des Binaires des diverses classes spectrales sur l'apparition du minimum e_2 au point *c* d'abscisse $X = 1{,}86$ de la courbe (C) est un peu plus difficile à analyser. Les Binaires de types B et G y sont nettement favorables puisque les courbes (B) et (G) possèdent elles-mêmes un minimum dont l'abscisse est voisine de 1,86 ; les Binaires de types F et K y sont par contre défavorables, car elles ont pour effet de diminuer l'oscillation ($e_1 - e_2$) de $Y = \bar{e}$ entre les abscisses X_1 et X_2 sur la courbe (C). Les Binaires de types A et M tendent au contraire à augmenter cette oscillation puisque les diagrammes (A) et (M) présentent un minimum dont l'abscisse est nettement supérieure à 1,86, mais elles contribuent pour cette même raison à diminuer la pente de (C) à droite du point *c*, au moins dans le voisinage immédiat de ce point.

L'existence de la branche montante (*cg*) de (C) est une conséquence de la tendance générale des diverses courbes de la figure 15 à définir $Y = \bar{e}$ comme une fonction croissante de $X = \log \overline{P}_j$, dans la majeure partie de ce domaine, dès qu'on s'éloigne assez du point *c* d'abscisse 1,86.

En ce qui concerne le maximum e_3 de (C) situé au point *g* d'abscisse $X_3 = 5{,}14$, seules les Binaires de spectre A en contrecarrent l'apparition, le second maxi-

mum de (A) correspondant à une abscisse nettement inférieure à 5,14 ; les Binaires de type G sont seules responsables de l'existence de la branche descendante (*gh*) et du maximum *g* que (G) est seule à présenter sur les six courbes de la figure 15 au delà de X = 5,14.

Enfin les Binaires de type G participent presque seules à l'apparition de la branche (*kl*) de (C), que (G) est par ailleurs seule à posséder, les Binaires de type A n'y contribuant que par un seul point.

Si nous portons en outre notre attention sur les nombres *n* dont sont affectés les points figuratifs des diagrammes de la figure 15, les diverses remarques précédentes peuvent se résumer comme suit :

L'allure générale de la courbe (C) *est surtout influencée, dans le domaine des petites périodes par les Binaires de types* B, A *et* G *qui y sont relativement nombreuses, et dans celui des grandes périodes par les Binaires de type* G *qui y dominent nettement.*

N. 244. Sur les particularités des courbes (CI) **et** (CII). — Dans la région des courtes périodes, la branche montante (*ab*) de (CI) découle tout naturellement des parties de même nom des diagrammes (B) et (A) qui correspondent aux domaines de plus grande fréquence de ces Binaires, le maximum e_1 des courbes (B) et (A) dont l'abscisse est voisine de 1,45 se retrouvant par suite sur (CI).

Au delà du point *b* dont l'abscisse est voisine de 1,47, l'allure nettement différente des diagrammes (B), (A) et (F) rend manifeste la différence des attitudes des Binaires de ces trois types à l'égard de la relation (Période-Excentricité) que nous avons signalée antérieurement (Cf. N. 233) et que nous avons rendue responsable des multiples irrégularités de la partie (*cd*) de la courbe (CI). Le minimum e_2 d'abscisse $X_2 = 1{,}83$ de (B) se retrouve toutefois sur (CI), mais l'oscillation $(e_1 - e_2)$ relative à l'intervalle (X_1, X_2) y est beaucoup moins grande.

Au delà du point *d*, dont l'abscisse est voisine de 4, la courbe (CI) présente comme (A) un maximum dont l'abscisse est voisine de 4,5, mais la branche descendante qui part de ce maximum est fort différente sur (CI) de celle trouvée pour (A).

La courbe (CII) relative aux Binaires de Type II de Secchi, ressemble beaucoup à la courbe (G) dont elle reproduit assez fidèlement les diverses particularités (maxima ou minima) ; les diverses irrégularités de (G) s'y retrouvent toutefois un peu atténuées dans l'ensemble par l'influence des Binaires de type K

qui définissent au contraire $Y = \bar{e}$ comme une fonction toujours croissante de $X = \log \bar{P}_1$.

En résumé, le manque d'homogénéité du groupe spectral (B, A, F) et même du groupe spectral (G, K) à l'égard de la relation (Période-Excentricité), diminue beaucoup l'intérêt qu'il peut y avoir dans ce cas à considérer les courbes (CI) et (CII) correspondant aux Types I et II de Secchi. Il nous semble préférable, maintenant que nous disposons d'un matériel plus abondant, d'étudier, comme nous l'avons fait, les courbes (B), (A), (F), (G), (K) et (M) relatives aux diverses classes spectrales.

N. 245. Conclusions. — Les grandes différences que présentent entre elles les courbes (Période-Excentricité) relatives, soit aux Types spectraux I et II de Secchi, soit aux diverses classes spectrales B, A, F, G, K, M, mettent nettement en évidence l'influence de la nature du spectre sur la forme de la courbe (Période-Excentricité), mais cette influence est loin de se manifester d'une manière aussi simple qu'avaient pu le croire, en 1910, H. Ludendorff et W. W. Campbell, quand ils écrivaient que, pour toutes les classes spectrales, l'excentricité croît avec la période.

L'étude de la courbe (C) nous avait déjà montré que, conformément aux résultats obtenus en 1921 par R. E. Wilson :

Pour l'ensemble des Binaires de tous spectres, l'excentricité n'est pas une fonction constamment croissante de la période.

L'étude des courbes (CI) et (CII) nous a montré que cette conclusion est également valable pour les Binaires appartenant aux Types spectraux I et II de Secchi. La même conclusion ressort de la courbe de R. E. Wilson correspondant à (CI) ; par contre, sa courbe analogue à (CII) paraît définir $\bar{e}$ comme une fonction seulement jamais décroissante de la période.

Enfin l'étude des courbes (B), (A), (F), (G), (K) et (M) nous a permis de constater que la conclusion formulée plus haut s'étend aux Binaires de chacune des diverses classes spectrales à une exception près. Nos recherches ont en effet montré que :

Si l'excentricité est une fonction toujours croissante de la période dans le cas des Binaires de type K, *il n'en est pas de même quand il s'agit des Binaires de classes* B, A, F, G ou M.

Les courbes (B), (A), (F), (G) et (M) présentent un certain nombre d'irrégularités (maxima, minima, etc...) qui se retrouvent d'ailleurs plus ou moins, suivant le cas dans les courbes plus générales (C), (CI) ou (CII).

III. — INFLUENCE DE LA MAGNITUDE ABSOLUE DES BINAIRES SUR LA FORME DE LA COURBE (PÉRIODE-EXCENTRICITÉ)

N. 246. — R. E. Wilson (R. 61) a pensé trouver une explication partielle de la différence entre les courbes relatives aux Types I et II de Secchi dans le fait que les étoiles de Type I sont essentiellement des géantes, alors que les étoiles de Type II sont géantes ou naines, la courbe (CI) représentant dès lors la relation (Période-Excentricité) dans le cas des systèmes géants, tandis que la courbe (CII) figure le résultat de la combinaison de deux relations essentiellement différentes concernant l'une les géantes, l'autre les naines. Cet auteur a ainsi été amené à étudier l'influence de la magnitude absolue des Binaires sur la forme de la courbe (Période-Excentricité).

Considérant comme naine toute Binaire dont la magnitude totale absolue est mesurée par un nombre supérieur à + 2,5, R. E. Wilson a réussi à trouver, parmi les 235 systèmes dont il disposait, 140 géantes et 72 naines dont il s'est servi pour étudier la relation (Période-Excentricité) dans le cas des géantes et dans celui des naines, et pour tracer ensuite sur un même graphique les deux courbes correspondantes (R. 61, figure 3). Un examen attentif de ces deux courbes nous montre que :

La courbe relative aux géantes ressemble beaucoup à celles concernant, soit l'ensemble des Binaires de tous spectres, soit les Binaires appartenant au Type I de Secchi ; elle présente en particulier comme ces dernières un maximum pour le groupe de périodes (25 j-100 j) et un minimum pour le groupe de périodes (100 j-5 ans).

La courbe relative aux naines s'écarte des précédentes en ce sens qu'elle ne présente ni maximum ni minimum ; elle demeure constamment en dessous de la courbe concernant les géantes et paraît révéler un accroissement régulier de l'excentricité avec la période ; elle n'est par suite pas identique à la courbe fournie par les Binaires de Type II qui présente une large inflexion à tangente oblique.

R. E. Wilson en conclut (R. 61, p. 149) :

« Ainsi, dans les systèmes géants, l'excentricité semble croître plus rapidement dans les plus courtes périodes et atteindre une valeur moyenne maximum de *e* pour des périodes supérieures à 50 ans. Dans les systèmes nains, l'excentricité paraît croître plus lentement et atteindre approximativement la même valeur moyenne maximum de *e* seulement pour de très longues périodes. Eu égard à la préférence marquée des systèmes géants pour les plus

courtes périodes, et des systèmes nains pour les plus longues périodes, une explication partielle de la non-uniformité de la courbe moyenne, figure 1 [analogue à (C)] est offerte sur cette base que la première moitié de la courbe moyenne est due aux systèmes géants avec leurs excentricités systématiquement plus grandes que la moyenne, et la seconde moitié aux systèmes nains avec leurs excentricités systématiquement plus petites que la moyenne. »

N. 247. — J. H. Moore et R. G. Aitken ont repris dès 1924 les recherches précédentes (R. 62), mais en se plaçant dans des conditions un peu différentes : ils ont tout d'abord éliminé les Binaires dont la période est comprise entre 0 et 5 jours en raison de leur trop grande fréquence parmi les systèmes appartenant aux premières classes spectrales ; ils ont de plus admis + 3,0 comme magnitude totale absolue séparatrice entre géantes et naines.

Ces auteurs ont ainsi trouvé comme valeur moyenne de l'excentricité :

0,29 pour 75 Binaires de types (O*e*-A5) renfermant seulement quelques naines,

0,21 pour 68 Binaires de types (FO-M6) renfermant 23 naines.

Bien que les 23 naines aient fourni pour l'excentricité moyenne une valeur de 0,12 contre 0,21 pour 64 Binaires présumées géantes, et que la différence notée plus haut puisse être imputée à la présence des 23 naines parmi les Binaires de types (FO-M6), J. H. Moore et R. G. Aitken n'ont pas cru pouvoir en déduire que les naines sont en moyenne associées à de plus petites excentricités que les géantes. Ayant par ailleurs constaté fort peu de différence entre les excentricités moyennes relatives aux géantes et aux naines chez les Binaires Visuelles, ils ont estimé que leur discussion ne confirmait pas la conclusion à laquelle R. E. Wilson était parvenu, à savoir que :

L'excentricité est en général plus petite pour les systèmes nains que pour les systèmes géants.

Dans ces conditions, il semble qu'il y ait lieu d'étudier à nouveau l'influence de la magnitude absolue des Binaires sur la forme de la courbe (Période-Excentricité) en se basant sur le matériel actuel, de beaucoup plus abondant que celui dont disposaient les chercheurs, il y a vingt ans.

N. 248. Les données actuelles. — Nous possédons actuellement la parallaxe ϖ de 461 des 533 Binaires dont les éléments nous sont connus. Il nous est par suite possible de déduire la magnitude totale absolue M de ces étoiles à partir de leur magnitude totale relative m, par simple application de la formule classique :

$$M = m + 5 + 5 \log \varpi,$$

à condition toutefois de déterminer au préalable m au moyen des magnitudes relatives des composantes m_1 et m_2 dans le cas où ce sont seulement ces dernières qui sont fournies par les catalogues. La parallaxe employée est, par ordre de préférence, trigonométrique, spectroscopique ou dynamique suivant le cas ; nous nous sommes conformés, à cet égard, à la règle que nous avons adoptée au paragraphe N. 5 ; les magnitudes utilisées, m_1, m_2 ou m, proviennent du Catalogue de J. H. Moore (R. 2) pour les Binaires Spectroscopiques, de celui de W. S. Finsen (R. 1) pous les Binaires Visuelles.

Les 461 magnitudes totales absolues calculées se répartissent comme suit :

$$\begin{aligned} M &< 2{,}5 \text{ pour } 272 \text{ Binaires,} \\ 2{,}5 \leqslant M &< 3{,}0 \text{ pour } 31 \text{ Binaires,} \\ M &\geqslant 3{,}0 \text{ pour } 158 \text{ Binaires.} \end{aligned}$$

La répartition des 461 Binaires correspondantes entre géantes et naines a été effectuée de deux manières différentes : dans le premier cas, nous avons pris comme magnitude totale absolue servant à séparer ces deux classes d'étoiles $M_0 = +\,2{,}5$ comme R. E. Wilson ; dans le second cas, nous avons adopté $M_0 = +\,3{,}0$ comme J. H. Moore et R. G. Aitken.

Aux 461 systèmes dont la magnitude absolue nous est ainsi connue, nous avons ajouté 62 autres Binaires présumées géantes parce que le type spectral de leur primaire est A ou B. Notre étude porte ainsi sur un total de 523 Binaires qui se répartissent comme suit :

334 géantes et 189 naines pour $M_0 = +\,2{,}5$;
365 géantes et 158 naines pour $M_0 = +\,3{,}0$.

Nous avons ensuite calculé dans le cas des géantes et dans celui des naines la valeur moyenne de la période $\overline{P}_j$ (exprimée en jours) et celle de l'excentricité $\bar{e}$, pour les divers groupes de périodes envisagés au Tableau 69. Les valeurs de $\log \overline{P}_j$, de $\bar{e}$, et celles du nombre n de Binaires correspondant, ont été consignées dans les diverses colonnes du Tableau 71.

Ajoutons, pour rassurer le lecteur, qu'un essai préalable nous avait montré que l'adjonction aux 461 Binaires dont la magnitude absolue est connue, des 62 Binaires seulement présumées géantes, ne change pas sensiblement la forme générale de la courbe (Période-Excentricité), les abscisses et les ordonnées relatives aux diverses irrégularités de la courbe (maxima ou minima) s'en trouvant à peine modifiées.

N. 249. Représentation graphique. — R. E. Wilson ayant seul publié une étude détaillée de la question, avec diagramme correspondant, nous nous sommes contentés de représenter graphiquement les résultats obtenus dans le cas où $M_0 = +2{,}5$ examiné par cet auteur. A cet effet nous avons, comme d'ordinaire, porté en abscisses les valeurs de $\log \overline{P_j}$ et en ordonnées celles de $Y = \bar{e}$; les divers points figuratifs ont été affectés du nombre n de Binaires correspondant. Les deux diagrammes obtenus constituent la figure 16 ; ils concernent respectivement :

(CG) les géantes,
(CN) les naines.

Nous nous contenterons, au cours de la discussion qui va suivre, d'indiquer rapidement les modifications observées quand on adopte $M_0 = +3{,}0$ au lieu de $M_0 = +2{,}5$ comme magnitude absolue séparatrice entre géantes et naines ; elles sont d'ailleurs évidentes sur le Tableau 71.

TABLEAU 71

Influence de la magnitude absolue des Binaires sur la forme de la courbe (Période-Excentricité). Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

Périodes	$M_0 = +2{,}5$						$M_0 = +3{,}0$					
	Géantes			Naines			Géantes			Naines		
	$\log \overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log \overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log \overline{P_j}$	$\bar{e}$	n	$\log \overline{P_j}$	$\bar{e}$	n
0 j- 5 j	0,43	0,05	104	0,46	0,04	21	0,43	0,05	109	0,47	0,05	16
5 j- 10 j	0,87	0,15	42	0,89	0,13	14	0,88	0,16	46	0,87	0,09	10
10 j- 20 j	1,13	0,23	31	1,15	0,17	12	1,13	0,22	34	1,15	0,19	9
20 j- 50 j	1,48	0,39	21	1,46	0,26	8	1,47	0,37	24	1,46	0,28	5
50 j- 100 j	1,85	0,21	12	1,86	0,30	2	1,85	0,21	12	1,86	0,30	2
100 j- 1 a	2,25	0,27	27	2,38	0,40	3	2,26	0,28	28	2,28	0,26	2
1 a- 3 a	2,83	0,30	19	2,91	0,33	4	2,84	0,29	20	2,88	0,35	3
3 a- 50 a	3,87	0,42	37	3,98	0,41	47	3,88	0,43	42	3,98	0,41	42
50 a- 100 a	4,42	0,66	14	4,42	0,48	24	4,42	0,63	16	4,42	0,49	22
100 a- 200 a	4,71	0,64	14	4,70	0,52	28	4,69	0,61	18	4,71	0,52	24
200 a- 300 a	4,97	0,62	4	4,93	0,56	11	4,97	0,62	4	4,93	0,56	11
300 a- 500 a	5,13	0,55	5	5,16	0,70	5	5,12	0,61	6	5,18	0,66	4
500 a- 700 a	5,31	0,58	2	5,35	0,62	6	5,30	0,53	3	5,36	0,65	5
700 a-1.000 a	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.000 a-2.000 a	—	—	—	5,62	0,52	2	5,62	0,25	1	5,63	0,80	1
2.000 a-3.000 a	5,87	0,63	1	—	—	—	5,87	0,63	1	—	—	—
3.000 a-5.000 a	6,11	0,81	1	6,17	0,80	1	6,11	0,81	1	6,17	0,80	1
> 5.000 a	—	—	—	6,60	0,96	1	—	—	—	6,60	0,96	1

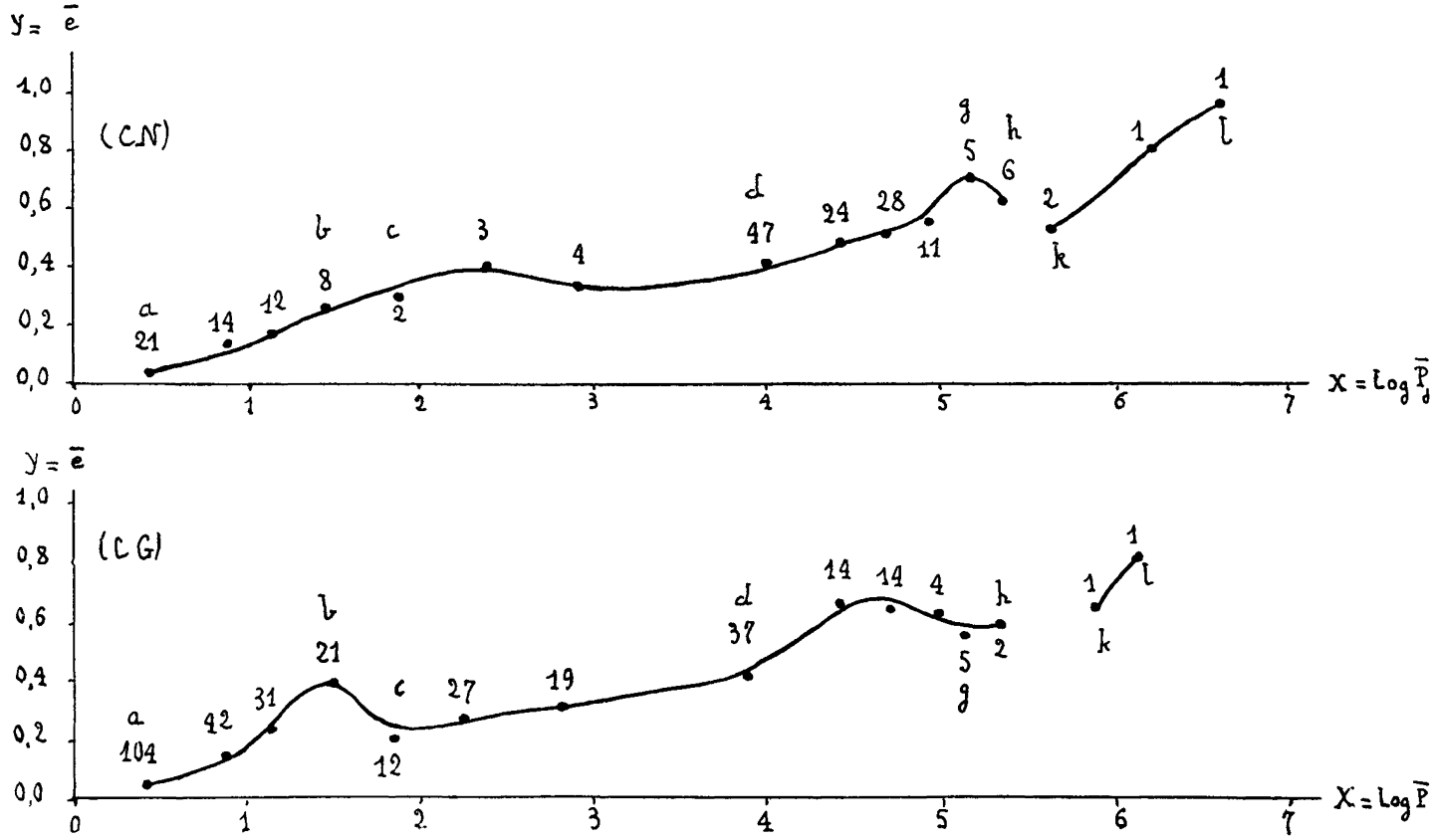


FIG. 16 — Influence de la magnitude absolue sur la forme de la courbe (Périóde-Excentricité). Catégorie [BS+BV+BV'—(C)].

N. 250. Les courbes (CG) **et** (CN). **Comparaison entre ces courbes.** — La courbe (CG) est composée de deux branches distinctes (*abcdgh*) et (*kl*) :

La première branche (*abcdgh*) paraît présenter deux maxima et deux minima dont les coordonnées sont approximativement :

$$\text{maxima} \begin{cases} X_1 = 1{,}48 & e_1 = 0{,}39, \\ X_3 = 4{,}42 & e_3 = 0{,}66, \end{cases}$$

$$\text{minima} \begin{cases} X_2 = 1{,}85 & e_2 = 0{,}21, \\ X_4 = 5{,}13 & e_4 = 0{,}55. \end{cases}$$

La branche (*kl*) ne comporte que deux points k et l entre lesquels $\bar{e}$ croît ; le point k a d'ailleurs une ordonnée (0,63) supérieure à celle du point h (0,58), de sorte que les points k et l peuvent se placer sur la branche montante du second minimum quand on écarte l'hypothèse d'une lacune pour les périodes comprises entre 700 et 1.100 ans.

La courbe (CN) est également composée de deux branches (*abcdgh*) et (*kl*) :

La première branche (*abcdgh*) paraît présenter deux maxima et un minimum dont les coordonnées sont approximativement :

$$\text{maxima} \begin{cases} X_1 = 2{,}38 & e_1 = 0{,}40, \\ X_3 = 2{,}91 & e_3 = 0{,}33, \end{cases}$$

$$\text{minimum} \quad X_2 = 5{,}16 \qquad e_2 = 0{,}70.$$

La seconde branche (*kl*) est analogue à la branche de même nom de (CG) ; elle est seulement plus étendue. Son extrémité inférieure k a une ordonnée (0,52) nettement plus petite que celle du point h de la première branche (0,62), ce qui semblerait indiquer l'existence d'un second minimum tombant entre h et k, si l'on écartait l'hypothèse d'une lacune pour les périodes entre 700 et 1.100 ans.

Les nombres donnés ci-dessus montrent que les abscisses relatives au premier maximum X_1, au second maximum X_3 ou au premier minimum X_2, ont des valeurs tout à fait différentes suivant qu'elles se rapportent à la courbe (CG) ou à la courbe (CN) ; de plus le second minimum de (CG) d'abscisse X_4 n'a pas son analogue sur (CN).

Les branches (*abcdgh*) des courbes (CG) et (CN) présentent donc entre elles

de nettes différences, ce qui met en évidence l'influence de la magnitude absolue des Binaires sur la forme de la courbe (Période-Excentricité).

N. 251.

Remarque. — Si la magnitude absolue séparatrice adoptée M_0 est égale à + 3,0 au lieu de + 2,5, on constate que :

Les premier et second maxima et le premier minimum de (CG) conservent sensiblement mêmes coordonnées, mais il n'y a plus à proprement parler de second minimum. Par contre, tandis que l'extrémité *h* de la première branche de (CG) a pour ordonnée 0,53, l'extrémité *k* de la seconde branche (*kl*) a une ordonnée beaucoup plus petite Y = 0,25, ce qui semblerait indiquer que, si l'on écarte l'hypothèse d'une lacune des périodes entre 700 et 1.100 ans, le second minimum pourrait être simplement décalé et se situer entre *h* et *k*.

En ce qui concerne (CN), le fait d'adopter :

$$M_0 = + 3{,}0 \text{ au lieu de } M_0 = + 2{,}5,$$

ne modifie pas le nombre des maxima et des minima, mais on constate que :

Le premier maximum et le premier minimum correspondent à de plus petites coordonnées, celles-ci ayant pour valeurs :

($X_1 = 1{,}86$; $Y_1 = 0{,}30$), contre ($X_1 = 2{,}38$; $Y_1 = 0{,}40$) pour le premier maximum,

($X_2 = 2{,}28$; $Y_2 = 0{,}26$), contre ($X_2 = 2{,}91$; $Y_2 = 0{,}33$) pour le premier minimum.

Les coordonnées du second maximum ne sont pas sensiblement altérées.

Enfin, le long de la branche (*kl*), Y ne va jamais en décroissant, mais n'est plus une fonction toujours croissante de $X = \log \overline{P}_j$.

On voit donc que le fait d'adopter $M_0 = + 3{,}0$ au lieu de $M_0 = + 2{,}5$ ne modifie pas sensiblement notre conclusion principale, à savoir que : *les courbes* (CG) *et* (CN) *présentent entre elles de notables différences.*

N. 252. Comparaison entre (CG), (CN) **et les courbes** (B), (A), (F), (G), (K), (M). — La comparaison entre (CG), (CN) et les courbes (B), (A), (F), (G), (K), (M) est basée, d'une part, sur un examen attentif des nombres inscrits dans le Tableau 71, d'autre part, sur l'étude des diagrammes correspondants.

Elle nous conduit aux résultats suivants :

Le premier maximum de (CG) a sensiblement même abscisse que ceux de (B), (A) et (G).

Le premier minimum de (CG) a sensiblement même abscisse que ceux de (B) et (G).

Enfin seule (A) possède un second maximum dont l'abscisse soit un peu voisine de celle du second maximum de (CG) et qui rappelle par son étalement la forme de ce dernier.

Les étoiles de types B et A étant en pratique toutes géantes, il n'est pas étonnant que des liens serrés existent entre les courbes (CG) et les courbes (B) et (A). Les étoiles B, fréquentes seulement parmi les courtes périodes, ont surtout influencé le premier maximum et le premier minimum de (CG). Les géantes de type A, ont par contre deux domaines de concentration, à savoir : (0-20 j) et (3 a-100 a), ce qui explique la contribution des Binaires de ce type à l'apparition des premier et second maxima de (CG).

On constate par ailleurs que :

Le premier maximum de (CN) est fourni par trois étoiles de spectre G, bien que la courbe (G) ne présente pas de maximum pour cette même abscisse $X_1 = 2{,}38$; comme le point de (G), d'abscisse voisine de 2,38, provient de la moyenne de six étoiles et possède une ordonnée $Y = 0{,}23$ nettement inférieure à celle du point correspondant de (CN), on peut en conclure que, pour le groupe de périodes (100 j-1 a), la valeur moyenne de $\bar{e}$ est plus petite pour les géantes que pour les naines. On trouve en effet $\bar{e} = 0{,}07$ pour les 3 géantes contre $\bar{e} = 0{,}40$ pour les 3 naines.

A l'abscisse $X_2 = 2{,}91$ du minimum de (CN) correspond sur (G) ou (K) un point de la branche montante (*cd*) ; sur (M) le point homologue a une ordonnée voisine de celle du premier minimum de (M).

Le second maximum de (CN) correspond à celui de (G) et à l'extrémité de la seconde branche montante de (F).

Comme on le voit, *si la parenté entre* (CG) *et les courbes* (B) *et* (A) *apparaît nettement, la parenté entre* (CN) *et les courbes* (G) *et* (K) *n'est pas toujours aussi évidente.*

N. 253. Comparaison entre les courbes (CG) **et** (CI). — Si nous comparons entre elles les coordonnées de même nom des divers maxima ou minima relevés sur (CG) et (CI), consignées dans le Tableau 70, nous constatons que :

Les premier et second maxima de (CG) et de (CI) ont très sensiblement les mêmes coordonnées ; les parties (*abc*) des deux courbes se ressemblent beaucoup et le second maximum manifeste dans les deux cas une même tendance à l'étalement.

Le premier minimum de (CG), de coordonnées ($X_2 = 1{,}85$; $e_2 = 0{,}21$), a, lui aussi, même abscisse que celui de (CI) dont les coordonnées sont :

$$(X_2 = 1{,}85 ; e_2 = 0{,}30)$$

mais il est nettement plus prononcé que ce dernier, l'oscillation $(e_1 - e_2)$ de la fonction $Y = \bar{e}$ entre les abscisses X_1 et X_2 étant beaucoup plus forte pour (CG) que pour (CI), à savoir : 0,18 pour (CG), contre 0,11 pour (CI).

Le second maximum de (CG), relatif au groupe de périodes (300-500 ans) ne paraît pas se retrouver sur (CI), qui présenterait plutôt un maximum dans cette même région.

Si d'ailleurs l'on superpose les diagrammes (CG) et (CI), ce qui se fait aisément quand ces deux courbes sont tracées sur des feuilles volantes transparentes, on voit que les deux branches (*abcdgh*) de ces courbes sont très voisines sur l'ensemble de leur parcours, sauf entre les points *b* et *d* d'abscisses 1,47 et 3,95, et au delà de $X = 5$. Dans ces deux derniers cas, c'est (CG) qui se trouve au-dessous de (CI).

Or, comme le remarque R. E. Wilson, puisque les Binaires de Type I sont en majorité de classes spectrales B ou A, donc géantes, la courbe (CG) se déduit de la courbe (CI) principalement par l'adjonction des géantes de Type II. La position relative des divers points qui jalonnent (CG) et (CI) semble donc montrer que les géantes de Type I ont en moyenne même excentricité que celles de Type II quand la période appartient à l'un des intervalles (0-50 jours) et (50 ans-300 ans) ; par contre quand P est compris entre 50 jours et 50 ans ou entre 300 ans et 700 ans, l'excentricité moyenne des géantes de Type I est nettement plus forte que celle des géantes de Type II. Autrement dit, pour l'ensemble des périodes, l'excentricité moyenne des géantes de Type I paraît être supérieure ou égale à celle des géantes de Type II*.

Ajoutons que, tandis que les points figuratifs de (CG) dessinent une courbe d'allure régulière entre les points *c* et *d* (d'abscisses voisines de 1,9 et 4), les points qui jalonnent (CI) sont par contre fortement dispersés autour de la courbe moyenne tracée, mais ceci tient vraisemblablement à la pauvreté locale en Binaires dans le cas de (CI).

---

* Un examen plus poussé semble montrer que la réalité est moins simple : ainsi, parmi les 12 géantes rattachées au groupe de périodes (50 j-100 j), les 4 géantes A ont une excentricité supérieure à 0,30 ; les géantes B ont des excentricités petites ou moyennes, de même que les 2 géantes K ; les 3 géantes G ont des excentricités très petites.

En résumé, les données récentes confirment l'opinion de R. E. Wilson en ce sens que :

Sauf dans les domaines insuffisamment riches en Binaires, il existe un lien serré de parenté entre les formes de courbes (CG) *et* (CI), *provenant du fait que les Binaires considérées dans ces deux cas sont en totalité ou en majorité des géantes.*

N. 254. Comparaison entre les courbes (CN) **et** (C II). — Les courbes (CN) et (C II) sont toutes deux composées de deux branches distinctes (*abcdgh*) et (*kl*) : les deux branches (*kl*) sont presque identiques ; les deux branches (*abcdgh*) présentent chacune deux maxima et un minimum.

Si nous comparons entre elles les coordonnées des maxima ou minimum de (CN) et (C II) inscrites dans le Tableau 70, nous constatons que :

Les coordonnées du premier maximum et du premier minimum ont des valeurs très différentes suivant que l'on considère l'une ou l'autre de ces deux courbes. Rappelons en effet que :

$$\left\{\begin{array}{l} X_1 = 2{,}38\ ;\ e_1 = 0{,}40 \text{ pour le premier maximum de (CN),} \\ X_1 = 1{,}48\ ;\ e_1 = 0{,}23 \text{ pour le premier maximum de (C II) ;} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} X_2 = 2{,}91\ ;\ e_2 = 0{,}33 \text{ pour le premier minimum de (CN),} \\ X_2 = 1{,}87\ ;\ e_2 = 0{,}16 \text{ pour le premier minimum de (C II).} \end{array}\right.$$

Le second maximum de (C N) correspond sensiblement à la même abscisse ($X_3 = 5{,}16$) que celui de (C II), mais il est beaucoup plus accentué.

En sorte que si l'on transporte le diagramme (C N) sur le diagramme (C II), on constate que les deux courbes (CN) et (C II) sont très voisines l'une de l'autre, sauf quand la période est comprise dans l'un des intervalles : (50 j-1 an) et (300 ans-700 ans) ; dans ces deux intervalles, la courbe (CN) est située nettement au-dessus de la courbe (C II).

Or, la courbe (CN) est basée sur des étoiles naines qui sont principalement de classes G et K, alors que (C II) concerne un mélange de naines de classes G et K, et de géantes également de classes G et K. Le fait que dans les intervalles (50 j-1 a) et (300 a-700 a), la courbe (CN) est nettement au-dessus de la courbe (C II) provient donc de ce que, dans ces régions, l'excentricité moyenne relative aux seules naines de Type II est beaucoup plus élevée que celle concernant les géantes de même Type.

En résumé, *les grandes différences relevées entre les courbes* (*Période-Excen-*

tricité), (CN) *relative aux Naines, et* (C II) *concernant l'ensemble des Binaires de Type II, sont certainement dues au fait que cette seconde courbe représente la résultante de deux relations* (*Période-Excentricité*) *relative l'une aux naines, l'autre aux géantes dont l'ensemble constitue les Binaires de Type II.*

Ainsi, bien que nos courbes (CN) et (C II) diffèrent très notablement des courbes de même nature de R. E. Wilson, nous arrivons néanmoins à la même conclusion.

N. 255. Comparaison entre les courbes (CG), (CN) **et la courbe** (C). — Les courbes (C), (CG) et (CN) se composent chacune de deux branches distinctes (*abcdgh*) et (*kl*) ; chacune des branches (*kl*) de (CG) et de (CN) se confondant en pratique avec une partie de la branche de même nom de (C).

Si l'on essaye de transporter le diagramme (CG) sur le diagramme (C) en ayant soin de faire coïncider les axes de même nom, on constate en outre que :

Les courbes (C) et (CG) coïncident sensiblement dans l'intervalle :

$$0 < X < 3{,}9 ;$$

par contre la courbe (C) est située au-dessous de (CG) quand $3{,}9 < X < 4{,}9$, et au-dessus de (CG) quand $4{,}9 < X < 5{,}4$.

D'une manière plus précise, les nombres inscrits dans le Tableau 70 montrent que :

Le premier maximum et le premier minimum de (CG) ont très sensiblement mêmes coordonnées que ceux de (C) ; par contre le second maximum de (CG) a une abscisse $X_3 = 4{,}42$ nettement différente de celle du second maximum de (C), l'abscisse de ce dernier $X_3 = 5{,}14$ correspondant à peu près au second minimum de (CG).

Si l'on essaye de même de transporter le diagramme (CN) sur le diagramme (C), en ayant soin de faire coïncider les axes de même nom, on constate que :

La branche *abcdgh* de (C) ne coïncide avec celle de (CN) que dans le domaine des très petites périodes $0 < X < 0{,}90$, et dans l'intervalle $2{,}9 < X < 4{,}0$. La courbe (C) est par contre située au-dessus de (CN) quand $0{,}9 < X < 1{,}7$ et lorsque $4{,}0 < X < 5{,}0$, et au-dessous de (CN) quand $1{,}7 < X < 4{,}0$ et lorsque $5{,}0 < X < 5{,}4$.

D'une manière plus précise, les nombres inscrits dans le Tableau 70 montrent que :

Les coordonnées du premier maximum et du premier minimum ont des

valeurs tout à fait différentes suivant que l'on considère l'une ou l'autre des courbes (CN) ou (C). En effet :

$$\left\{\begin{array}{ll} X_1 = 2{,}38 & e_1 = 0{,}40 \text{ pour le premier maximum de (CN).} \\ X_1 = 1{,}47 & e_1 = 0{,}35 \text{ pour le premier maximum de (C).} \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{ll} X_2 = 2{,}91 & e_2 = 0{,}33 \text{ pour le premier minimum de (CN),} \\ X_2 = 1{,}86 & e_2 = 0{,}22 \text{ pour le premier minimum de (C).} \end{array}\right.$$

Le second maximum de (CN) correspond par contre sensiblement à la même abscisse $X_3 = 5{,}16$ que celui de (C) ; il est seulement plus accentué.

On voit ainsi que :

La courbe (C) relative à l'ensemble des Binaires coïncide en pratique avec la courbe (CG) dans le domaine des périodes relativement courtes :

$$0 < P < 50 \text{ ans} ;$$

elle s'en écarte ensuite pour s'apparenter quelque peu à la courbe (CN) dans la région des périodes beaucoup plus longues (300 a $< P <$ 700 a).

Ces résultats se comprennent aisément puisque les Binaires à courtes périodes sont en majorité de classes B et A, donc géantes, alors que les Binaires à périodes plus longues sont plus riches en naines.

N. 256. Conclusion.

1° *Les courbes* (CG) *et* (CN) *relatives respectivement aux géantes et aux naines présentent entre elles de nettes différences.*

2° *Il existe une parenté certaine entre la courbe* (CG) *et les diverses courbes* (B), (A) *et* (CI) *concernant principalement des géantes.*

3° *La courbe générale* (C) *coïncide avec* (CG) *dans le domaine des petites périodes où abondent les géantes alors qu'elle s'apparente plutôt à* (CN) *dans la région des périodes plus longues, où les naines sont plus fréquentes.*

Ce sont là autant d'arguments qui mettent en évidence l'influence certaine de la magnitude absolue sur la forme de la courbe (Période-Excentricité).

IV. — CONCLUSIONS. INFLUENCE DE LA SÉLECTION SUR LA NATURE DE LA RELATION OBSERVÉE ENTRE PÉRIODES ET EXCENTRICITÉS

CONCLUSIONS

N. 257. En résumé :

1° L'analyse directe des Tables de contingence (Période-Excentricité), nous a permis de mettre en évidence divers indices favorables à l'existence d'une relation entre Périodes et Excentricités chez les Binaires de toutes catégories, en ce sens que :

L'excentricité a tendance à croître avec la période.

La relation est d'ailleurs beaucoup moins évidente chez les Binaires Visuelles que chez les Binaires Spectroscopiques.

2° *La valeur du coefficient de contingence* C *semble définir la relation (Période-Excentricité) comme une liaison relativement serrée,* C variant de 0,66 à 0,70 suivant la catégorie de Binaires considérée.

Au point de vue statistique, le coefficient de contingence convient pour apprécier l'intensité de cette liaison, quelle que soit la catégorie de Binaires envisagée ; par contre, en raison du défaut de rectilinéarité de l'une des lignes de régression, *le coefficient de corrélation r se révèle impropre à une telle estimation dans le cas des Binaires Visuelles* ; son usage est plus satisfaisant pour les Binaires Spectroscopiques, et convient mieux encore pour les catégories composites de beaucoup les plus riches en étoiles.

3° Une étude plus approfondie de la relation entre Périodes et Excentricités, ou plus précisément entre $X = \log \overline{P}$ et $Y = \bar{e}$, révèle que :

L'excentricité moyenne n'est pas une fonction constamment croissante de la période moyenne.

La courbe moyenne (Période-Excentricité) relative à l'ensemble des Binaires résulte de la quasi-juxtaposition de celles concernant les catégories composantes.

4° *La nature du type spectral paraît avoir une influence très nette sur la forme de la courbe (Période-Excentricité) :*

Les courbes relatives aux diverses classes spectrales diffèrent notablement les unes des autres, et s'écartent, par suite, souvent même considérablement,

des courbes de même nature (C), (CI), CII), concernant respectivement, l'ensemble des spectres et les deux groupes spectraux (B, A, F) et (G, K).

Seule la courbe relative à la classe K définit l'excentricité comme une fonction constamment croissante de la période. Toutes les autres courbes présentent diverses particularités (discontinuités, maxima, minima), qui varient d'une courbe à l'autre en nombre et en position.

Nos recherches n'ont que partiellement confirmé les résultats de R. E. Wilson relatifs aux courbes (CI) et (CII). Celles-ci perdent d'ailleurs quelque peu de leur intérêt à mesure qu'augmente le nombre des orbites connues, ceci au profit des courbes relatives aux diverses classes spectrales considérées séparément.

5° *La magnitude absolue des Binaires paraît avoir une influence nette sur la forme de la courbe (Période-Excentricité)* :

Ainsi la comparaison des courbes (CG) et (CN) relatives respectivement aux géantes et aux naines, fait apparaître un très fort décalage dans les abscisses des maxima et minima qui se correspondent.

De plus, il existe une parenté incontestable :

a) Entre (CG) et la courbe générale (C) concernant les Binaires de tous spectres et toutes magnitudes, dans le domaine des périodes relativement courtes ($P < 50$ ans) ;

b) Entre les courbes (CG) et (CI) concernant, l'une en totalité, l'autre en majorité des géantes.

Ces derniers résultats confirment partiellement ceux obtenus en 1921 par R. E. Wilson, bien que nos courbes, basées sur un matériel beaucoup plus abondant, diffèrent considérablement des siennes dans le domaine des grandes périodes.

N. 258. — Telles sont les diverses conclusions obtenues en utilisant au mieux le matériel dont nous disposons. Comme ce dernier est relativement pauvre, les éléments orbitaux relatifs aux seules Binaires à orbite connue, ne sont qu'imparfaitement représentatifs de ceux concernant l'ensemble des étoiles doubles du ciel ; on peut, par suite, se demander, *dans quelle mesure la relation observée entre Périodes et Excentricités s'apparente à la relation existant réellement.* Une telle question nous conduit à reconsidérer ici l'influence de la Sélection.

INFLUENCE DE LA SÉLECTION

N. 259. — La Sélection, en faussant la répartition des données, périodes et excentricités, est susceptible, soit de masquer plus ou moins l'existence de la relation (Période-Excentricité), soit d'en transformer la nature et par suite de modifier la valeur des coefficients statistiques employés pour apprécier l'intensité de cette liaison. Comme nous l'avons déjà remarqué, elle peut jouer un rôle important, soit en gênant la découverte ou l'observation de certains couples, soit en entravant le calcul de certaines orbites (N. 47).

Son mode d'action est multiple : son influence peut se faire sentir, non seulement sur la répartition apparente des périodes ou des excentricités, mais encore sur celle des séparations, des spectres, des magnitudes absolues, des différences de magnitudes des composantes, des époques de passage au périastre, et même des inclinaisons orbitales.

De ces multiples aspects sous lesquels peut se manifester l'influence de la Sélection, nous retiendrons seulement ceux qui intéressent le plus directement la présente discussion, en examinant successivement le cas des Binaires Spectroscopiques, puis celui des Binaires Visuelles.

N. 260. Cas des Binaires Spectroscopiques. — La Sélection intervenant à la fois, lors de la découverte de la binarité, et lors du calcul de l'orbite, est responsable :

A) de la fréquence des BS à courte période,

B) de la rareté des BS à période moyenne,

C) de l'absence des BS à longue période,

car elle favorise la détection des premières et entrave celle des autres (*Sélection à la découverte*). De plus, pour ces dernières, le calcul des éléments se base nécessairement sur des observations s'échelonnant sur un laps de temps plus considérable (*Sélection au calcul*).

L'étude de la répartition propre des périodes (chap. III), nous a effectivement révélé combien la Sélection par rapport aux périodes est efficace. (Voir notamment N. 23 à N. 25 et N. 48.)

La Sélection est, de plus, au moins théoriquement, favorable à la découverte des Binaires Spectroscopiques dont l'excentricité est grande, et plus encore de celles possédant à la fois une forte excentricité et une courte période (N. 49). Or, en réalité :

A) L'étude de la répartition propre des excentricités* montre précisément que, chez les Binaires Spectroscopiques, les très petites valeurs de *e* sont de beaucoup les plus fréquentes, les grandes valeurs de cet élément étant par contre plutôt rares, la valeur moyenne de *e* (soit 0,20), y étant par suite relativement faible (N. 45).

B) L'étude directe de la contingence (Période-Excentricité)** révèle que les Binaires Spectroscopiques à courte période ont en majorité de très faibles excentricités.

Pour expliquer cette anomalie, il faut donc, soit admettre que la grandeur de l'excentricité en tant que facteur sélectif n'a qu'une influence très faible, ce qui suppose que les Binaires Spectroscopiques ont *réellement*, en grande majorité, de faibles excentricités, soit faire intervenir un autre facteur de Sélection agissant en sens inverse, qui pourrait être la forme de la courbe de variation des vitesses radiales (Voir N. 266).

N. 261. Cas des Binaires Visuelles. — Chez les Binaires Visuelles, l'influence de la Sélection est responsable de la rareté relative ou même de l'absence des périodes extrêmes (N. 30 ; N. 51 et N. 52) :

Les BV à très courte période échappant à la détection parce que trop serrées pour être dédoublées ;

Les BV à très longue période se trouvant, soit rejetées parmi les paires physiques à cause de l'imperceptibilité de leur mouvement orbital, soit écartées lors du calcul des éléments en raison de la petitesse de l'arc de trajectoire observé.

Toutefois, l'influence de la grandeur de l'excentricité et celle de l'époque de passage au périastre ou à l'apoastre peuvent être favorables :

1° A la découverte des BV à courte période et forte excentricité lors du passage à l'apoastre, alors même que leur distance moyenne est égale ou même un peu inférieure au pouvoir séparateur de l'instrument utilisé ;

2° Au calcul des éléments de BV à longue période, qui peut devenir possible lors du passage au périastre si l'excentricité est forte.

La Sélection favorise donc les fortes excentricités chez les Binaires Visuelles ; en conséquence, son influence peut servir à expliquer, mais dans une mesure

---

* Chapitre IV : Tableau 15 ; figure 6*a* ; N 42 à N 45.

** Chapitre IX : N. 186 à N. 189.

Chapitre X : figures 10 et 11 ; Tableau 61 ; N. 211 à N. 214.

difficile à déterminer, la forte proportion de grandes valeurs de e trouvée dans ce cas. Et si la forme de la courbe (Période-Excentricité) peut, à la rigueur, être complétée grâce aux Binaires Spectroscopiques, dans le domaine des courtes périodes, elle demeurera forcément incertaine dans celui des longues périodes.

SUR LA RÉALITÉ DE LA RELATION OBSERVÉE CHEZ LES BINAIRES ENTRE PÉRIODES ET EXCENTRICITÉ

N. 262. — La stabilité de la valeur moyenne de l'excentricité par rapport aux accroissements successifs du matériel employé, très nette chez les Binaires Spectroscopiques, et relative chez les Binaires Visuelles, fournit, dans ces deux cas, un argument en faveur d'une *influence modérée du phénomène de Sélection sur la répartition observée pour les excentricités* (N. 49 et N. 52) *.

Par contre la grande instabilité de la valeur moyenne de la période, constatée chez les Binaires Spectroscopiques comme chez les Binaires Visuelles, milite en faveur d'une *influence très nette de la Sélection sur la répartition observée des périodes* (N. 48 et N. 51).

Et puisque, par le jeu de l'augmentation progressive des données, à une croissance très rapide de $\overline{P}$ correspond pour $\bar{e}$ une croissance insensible chez les Binaires Spectroscopiques, et extrêmement lente chez les Binaires Visuelles **, il en résulte que l'influence de la Sélection paraît conduire, chez les Binaires Spectroscopiques à une absence de corrélation, et chez les Binaires Visuelles à une *corrélation directe entre $\overline{P}$ et $\bar{e}$*, corrélation *de même sens que celle effectivement observée, mais d'une intensité considérablement plus faible*, si l'on en juge par la valeur relativement grande (0,67), du coefficient de contingence relatif à la relation observée (Tableau 57).

De plus, si au lieu d'étudier séparément les Binaires Spectroscopiques et les Binaires Visuelles, nous considérons l'ensemble des Binaires (BS et BV réunies), toute la gamme des périodes est, de ce fait, mieux représentée, et l'influence de la Sélection s'en trouve, par suite, considérablement diminuée. La pauvreté en Binaires subsiste toutefois dans le domaine des très longues périodes. En conséquence, nous pouvons admettre que *l'ensemble des Binaires*

---

* C. K. Seyfert aboutit, par une autre voie, à la même conclusion, dans le cas des Binaires Visuelles (voir N. 264).

** Voir N. 50 et N. 53.

fournit une bonne représentation en ce qui concerne la relation entre Périodes et Excentricités, dans tous les domaines, sauf dans celui des longues périodes.

La relation observée, chez les Binaires, entre Périodes et Excentricités, a, dès lors, des chances de fournir une image fidèle de la relation réelle, si l'on excepte toutefois le domaine des très longues périodes.

N. 263. Discussion. — On a beaucoup écrit sur la corrélation (Période-Excentricité) : pendant longtemps on a cru à la réalité de son existence, puis le doute est venu, à mesure que les données se faisaient plus nombreuses et moins incertaines ; divers auteurs, arguant de l'influence de la Sélection ont essayé d'en apprécier l'effet, et certains se sont même demandé s'il ne s'agissait pas là d'une relation seulement apparente, ayant son origine uniquement dans le jeu de la Sélection, les diverses théories proposées pour essayer d'en rendre compte paraissant ne pas avoir donné satisfaction (voir D. Barbier R. 66). Les recherches relatives à cette délicate question ont porté, tantôt sur les seules Binaires Visuelles, tantôt sur les deux variétés de Binaires.

N. 264. — Carl K. Seyfert (R. 67), se basant sur les travaux d'E. Öpik (R. 68) a essayé de déduire la distribution réelle des excentricités des Binaires Visuelles de la distribution observée, en tenant compte de la Sélection à la découverte. Il en a déduit des conséquences relativement à la réalité de la relation observée entre Périodes et Excentricités. Ses conclusions sont les suivantes :

1° *L'effet de la Sélection sur la distribution des excentricités des Binaires Visuelles est si faible que les répartitions observée et réelle sont sensiblement les mêmes ;*

2° *La croissance observée de l'excentricité avec la période parait être un effet réel.*

Carl K. Seyfert a en outre vérifié que la suppression des orbites de qualité mauvaise ne modifie pas en pratique les résultats obtenus.

N. 265. — D. Barbier (R. 69), reprochant à C. K. Seyfert d'avoir tenu compte seulement de la Sélection à la découverte, en laissant de côté la Sélection au

---

(R. 66) D. Barbier : *Les étoiles doubles à longue période. Propriétés statistiques et valeurs hypothétiques de leurs éléments* (Thèse, Paris, p. 3 ; 1934).

(R. 67) Carl K. Seyfert : The true distribution of Eccentricities of Visual Binary Stars (*Harvard Bulletin*, n° 896, pp. 12-16 ; juillet 1934).

(R. 68) E. Opik (*Tartu Publ.* 25, n° 6 ; 1924).

(R. 69) D. Barbier : Sur la réalité de la corrélation observée entre les excentricités et les périodes des étoiles doubles. (*C. R.* 199, pp. 930-932 ; novembre 1934.)

calcul, a tenté d'y remédier, par voie rétrospective, en essayant de mettre en lumière « comment varie la relation étudiée, lorsque les données augmentent ».

A cet effet, il a déterminé, par la méthode des moindres carrés, les six droites :

$$e = \alpha + \beta \log_{10} P,$$

correspondant à la relation, présumée sensiblement linéaire, entre excentricités et périodes, pour les listes d'orbites de :

T. J. J. See (40 BV ; 1896)	W. W. Campbell (58 BS ; 1910)
R. G. Aitken (87 BV ; 1918)	R. G. Aitken (142 BS ; 1918)
W. S. Finsen (138 BV ; 1934)	J. H. Moore (253 BS ; 1924)

Il a ainsi constaté que, pour les Binaires Visuelles comme pour les Binaires Spectroscopiques, *la pente de la droite obtenue diminue quand les données s'accroissent.*

Estimant déraisonnable de vouloir tirer de cette étude des conclusions trop précises, D. Barbier ajoute :

« On peut affirmer cependant que *la Sélection des couples joue un rôle très important dans la relation entre les périodes et les excentricités.*

Aucune des trois hypothèses suivantes ne peut d'ailleurs être définitivement exclue :

a) Il existe une faible corrélation entre les excentricités et les périodes ;

b) Il n'existe aucune corrélation, mais les doubles visuelles et les doubles spectrographiques forment deux groupes ayant des excentricités moyennes distinctes ;

c) Il n'existe aucune corrélation, tous les couples quelle que soit leur période ayant la même excentricité moyenne qui pourrait bien être de 0,5 ».

Et Barbier termine en donnant sa préférence aux deux dernières hypothèses et plus spécialement à la dernière.

L'hésitation de D. Barbier paraît d'autant plus légitime que :

1° L'excentricité ne semble pas être une fonction constamment croissante du logarithme de la période (N. 218 ; N. 224 et N. 227).

2° Quand, pour une même variété de Binaires, on passe de l'une des deux premières droites étudiées à celle qui la suit dans le temps, les données sont, non seulement plus nombreuses, mais de qualité meilleure ; aussi serait-il intéressant de vérifier si la diminution progressive de pente de ces droites persiste

quand on emploie pour les trois listes d'étoiles, les valeurs de la période et de l'excentricité relatives à la plus récente d'entre elles, en l'occurrence, celle de Finsen pour les Binaires Visuelles, celle de Moore pour les Binaires Spectroscopiques ; on serait d'ailleurs conduit, dans ce dernier cas, à exclure des deux premières listes, certaines orbites de BS pour lesquelles le caractère orbital du mouvement a été nié ou mis en doute postérieurement à leur publication.

N. 266. — Dans son article « The apparent statistical relation between period and eccentricity in visual binary orbits », W. S. Finsen (R. 64), a repris cette question.

Ayant déduit de la considération de 135 BV de son Catalogue (R. 1), pour le coefficient de corrélation r_{Pe}, la valeur :

$$r_{Pe} = + 0{,}18 \pm 0{,}08,$$

W. S. Finsen émet tout d'abord un doute sur la réalité de la relation observée entre Périodes et Excentricités, doute motivé par les raisons suivantes :

1° Petitesse du coefficient de corrélation (ne révélant qu'une faible cause de liaison) ;

2° Irrégularités de distribution d'un degré assez prononcé dans la Table de de corrélation, et valeur relativement grande de l'écart-type de r_{Pe} ;

3° Possibilité d'effets de sélection dépendant de plusieurs causes, dont l'une lui paraît tout particulièrement propre à conduire à une *corrélation positive illusoire* entre Périodes et Excentricités, à savoir :

« La nécessité d'une orbite apparente bien définie, favorise, quand la période est longue, le cas où l'excentricité est grande, et où l'époque T du passage au périastre se trouve comprise dans l'intervalle couvert par les observations. »

L'estimation quantitative des effets d'une telle Sélection lui paraît d'ailleurs difficile et incertaine.

Une autre cause retient tout particulièrement son attention :

« Le coefficient total de corrélation entre Périodes et Excentricités r_{Pe} peut être affecté par les corrélations partielles entre chacun des caractères P et e et les autres éléments négligés » : a, i, Ω, ω et M *.

---

* a = demi-grand axe ; i = inclinaison ; Ω = longitude du nœud ascendant ; ω = distance du périastre au nœud ascendant ; M = anomalie moyenne pour 1900, qui remplace T.

W. S. Finsen est ainsi amené à calculer les divers coefficients partiels de corrélation relatifs aux divers éléments pris deux à deux ; les plus grands d'entre eux ont pour valeur :

(+ 0,34) pour (P, a) ; (— 0,26) pour (Ω, e) ; (— 0,25) pour (P, M) et (M, Ω) ;

(+ 0,18) pour (P, e) ; (— 0,16) pour (ω, Ω),

les autres étant en valeur absolue tous inférieurs ou au plus égaux à 0,10.

Il constate ainsi que les relations vraisemblablement accidentelles (Ω, e) et (Ω, M) sont aussi prononcées que la relation (P, e) et sa conclusion est la suivante :

« Il semble qu'aucune signification ne puisse être attachée à la relation (Période-Excentricité) pour les orbites des doubles visuelles ; elle est bien de l'ordre des erreurs dues aux fluctuations d'épreuves et peut-être aux effets de Sélection.

Il se peut naturellement qu'une relation statistique existe en réalité entre ces éléments, mais si cela est, il est presque certain qu'elle est très petite et qu'on ne peut la déceler actuellement. »

Et prévoyant l'objection qui pourrait être faite par l'extension de la discussion au cas des Binaires Spectroscopiques, il ajoute :

« Une relation Période-Excentricité **réelle** chez les Binaires Spectroscopiques, ne confirme pas nécessairement une relation analogue **suspectée** chez les Binaires Visuelles. »

W. S. Finsen considère d'ailleurs, que, dans le cas des Binaires Spectroscopiques, la forme de la courbe de variation des vitesses radiales est un facteur sélectif susceptible de faire apparaître, entre Périodes et Excentricités une relation analogue à la relation observée (R. 64 ; p. 866).

N. 267. — J. Hopmann (R. 70) revenant sur la petitesse du coefficient de corrélation trouvé par W. S. Finsen dans le cas des Binaires Visuelles, déclare :

« Wir sehen also nur eine sehr schwache und nach maβgabe des m. F. kaum verbürgte Bindung zwischen beiden Gröβen. »

Il insiste ensuite tout particulièrement sur le fait que les systèmes à longue période, dont les éléments sont actuellement accessibles au calcul, reposent en substance sur des observations s'étendant depuis l'époque de W. Struve (1835) jusqu'à nos jours, et que, par suite des progrès réalisés au point de vue instru-

---

(R. 70) J. Hopmann : Statistische Untersuchungen an visuellen Doppelsternen (*A. N.* 269, pp.81-82 ; 1939).

mental, ils ont de préférence éprouvé depuis lors une diminution de leur séparation apparente, ce qui aboutit, comme précédemment, à une préférence statistique des grandes excentricités pour les longues périodes, et à une tendance à l'accumulation des temps T de passage au périastre au voisinage d'une époque moyenne entre celle de Struve et l'époque actuelle. Pour le vérifier, il étudie la répartition dans le temps des valeurs de T relatives aux systèmes de période supérieure à cent ans, et conclut que :

La relation entre Périodes et Excentricités est un effet apparent dû à un phénomène de Sélection relatif à la technique d'observation.

N. 268. Conclusion. — En résumé, les trois derniers auteurs cités ont des doutes sur la réalité de la corrélation (Période-Excentricité), et pensent que la relation observée serait due à l'influence de la Sélection. Mais leur opinion semble se baser plus ou moins directement sur la petitesse absolue ou relative du coefficient de corrélation. Comme, d'une part, le coefficient de corrélation est un mauvais critère pour apprécier l'intensité d'une telle liaison (surtout dans le cas des BV), et que, d'autre part, le coefficient de contingence, dont l'usage paraît convenir dans tous les cas, a, par contre une valeur assez forte (0,66 à 0,70 suivant les catégories de Binaires), notre conclusion sera plutôt conforme à celle de C. K. Seyfert :

Il paraît réellement exister entre Périodes et Excentricités des Binaires, une liaison assez serrée, dont l'influence de la Sélection ne semble pouvoir rendre compte que dans une très faible mesure.

Il reste bien entendu qu'une telle opinion ne peut avoir de valeur qu'à partir du moment où l'on a montré qu'il existe une ou plusieurs causes dont le jeu est susceptible de donner naissance, par voie de conséquence, à une telle relation. Cette étude sort du cadre de notre Mémoire ; nous rappellerons néanmoins que les diverses causes mises en avant jusqu'à ce jour paraissent avoir été impuissantes à fournir l'explication attendue.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES

POINT DE VUE ASTRONOMIQUE

Distribution des périodes.

1. La courbe de répartition des périodes orbitales n'est gaussienne, ni pour les Binaires Spectroscopiques (forte dissymétrie), ni pour les Binaires Visuelles (dissymétrie), ni pour l'ensemble des Binaires (2 sommets).

2. Même résultat en ce qui concerne la distribution des quantités $X = \log P$, sauf pour les Binaires Visuelles (quasi-symétrie). Dans le cas des Binaires Spectroscopiques nous trouvons un seul maximum de fréquence et non trois comme Otto Struve.

3. La distribution des périodes relative à l'ensemble des Binaires résulte de la quasi-juxtaposition de celle des Binaires Spectroscopiques et de celle des Binaires Visuelles, les Binaires Spectroscopiques se réservant le domaine des courtes périodes, les Binaires Visuelles dominant dans celui des longues périodes.

4. Aucune période ne tombe entre 700 et 1.100 ans (lacune réelle ou pauvreté locale en Binaires ?).

Distribution des excentricités.

5. Il se confirme que les excentricités des Binaires Spectroscopiques sont en moyenne beaucoup plus petites que celles des Binaires Visuelles.

6. La courbe de répartition des excentricités orbitales n'est gaussienne, ni pour les Binaires Spectroscopiques (en J retourné), ni pour l'ensemble des Binaires ; elle est quasi-normale pour les Binaires Visuelles.

Influence de la sélection.

7. La fréquence des courtes périodes et la rareté des grandes périodes chez les Binaires Spectroscopiques, de même que la rareté des périodes extrêmes (très courtes ou très longues), chez les Binaires Visuelles, sont en grande partie dues à la sélection.

Cette dernière paraît accroître l'instabilité de la période moyenne relativement à l'augmentation du nombre des orbites connues.

8. Pratiquement il n'y a pas sélection par rapport aux excentricités chez les Binaires Spectroscopiques.

Pour les Binaires Visuelles à périodes extrêmes (courtes ou longues), le mouvement orbital a plus de chance d'être détecté et les mesures se prêtent mieux à une rapide détermination des éléments quand l'excentricité est forte.

Périodes et excentricités hypothétiques des Binaires Visuelles.

9. Les périodes vraies sont beaucoup plus dispersées que les périodes hypothétiques.

10. Les valeurs des caractéristiques (moyenne ou médiane) relatives à la distribution des périodes (ou de log P), dépendent beaucoup, comme l'affirmait Luyten en 1923, de la définition plus ou moins élastique adoptée pour l'étoile double. Pour obtenir des caractéristiques à valeur plus stable, il y aurait intérêt à répartir l'ensemble des Binaires en un petit nombre de groupes délimités d'après la plus ou moins grande rapidité du mouvement orbital.

11. La valeur hypothétique de l'excentricité est en moyenne nettement supérieure à la valeur déduite des observations.

Distribution des spectres des primaires.

12. Les Binaires Spectroscopiques sont en majorité de classes spectrales A ou B ; le type spectral le plus fréquemment observé est le type A.

13. Chez les Binaires Visuelles à orbite connue, le type spectral le plus fréquemment observé est le type G.

Pour l'ensemble des Binaires Visuelles (paires physiques comprises), le type spectral le plus fréquemment observé est le type A ; 82 % d'entre elles appartiennent aux classes spectrales A, G ou K. Les types extrêmes B et M sont rares.

14. Quand on passe des Binaires Spectroscopiques aux Binaires Visuelles, le type spectral a une certaine tendance à progresser des premiers types vers les derniers.

15. La sélection par rapport aux spectres paraît avoir pour effet de diminuer la proportion d'étoiles B chez les Binaires Spectroscopiques, celles d'étoiles B et M chez les Binaires Visuelles.

Relation (Spectre-Période).

16. L'analyse directe des Tables de contingence (Spectre-Période) nous a permis de mettre en évidence de nombreux indices favorables à l'existence

d'une relation entre spectres et périodes, surtout dans le cas des Binaires Spectroscopiques et pour l'ensemble des Binaires.

17. La variation des valeurs moyenne et médiane de la période en fonction du type spectral paraît confirmer les résultats précédents ; toutefois l'analyse directe des Tables de contingence est, à ce point de vue, une bien meilleure méthode, à la fois plus féconde et plus probante.

18. La relation entre spectres et périodes ne paraît pas d'un caractère aussi simple que l'imaginait W. W. Campbell en 1910 à propos des Binaires Spectroscopiques. Elle se manifeste sous de multiples aspects, mais il n'est pas tout à fait exact d'affirmer que : « le type spectral progresse quand la période croît ».

19. Les méthodes employées précédemment mettent en évidence divers indices favorables à l'existence d'une relation (Groupe spectral-Période). Nous avons, à ce propos, étudié la variation de la proportion de Binaires d'un groupe spectral donné avec la période et cherché à interpréter les résultats obtenus.

20. La valeur des coefficients de contingence (Spectre-Période) et

$$[\text{Spectre} - X = \log (10\ P)]$$

montre que la liaison entre spectres et périodes, si elle existe réellement, est assez serrée chez les Binaires Spectroscopiques et pour l'ensemble des Binaires ; elle paraît moins étroite dans le cas des Binaires Visuelles.

21. L'influence de la sélection en cette matière est grande dans le cas des Binaires Visuelles ; elle est plus faible dans celui des Binaires Spectroscopiques et encore plus réduite pour l'ensemble des Binaires.

Relation (Spectre-Excentricité).

22. L'analyse directe des Tables de contingence (Spectre-Excentricité) nous a permis de mettre en évidence un certain nombre d'indices favorables à l'existence d'une relation entre spectres et excentricités chez les Binaires Spectroscopiques et chez les Binaires Visuelles, mais cette relation est loin d'être aussi évidente que la relation (Spectre-Période).

23. Nous avons par ailleurs montré que l'influence de la nature du type spectral sur les valeurs moyenne et médiane de l'excentricité paraît certaine, ce qui constitue un argument sérieux en faveur de l'existence d'une relation (Spectre-Excentricité).

24. Le phénomène de sélection ne paraît pas, dans l'état actuel des données, avoir une répercussion appréciable sur la nature ou la mesure de l'intensité de la liaison (Spectre-Excentricité).

Relation (Période-Excentricité).

25. L'analyse directe des Tables de contingence (Période-Excentricité) nous a permis de mettre en évidence de multiples indices favorables à l'existence d'une relation entre périodes et excentricités chez les Binaires de toutes catégories, en ce sens que :

Les petites valeurs de la période ont tendance à être liées aux faibles valeurs de l'excentricité, les grandes valeurs de la période s'associant plutôt aux fortes valeurs de l'excentricité.

Cette relation semble mieux établie pour les Binaires Spectroscopiques et pour l'ensemble des Binaires que pour les Binaires Visuelles.

26. La valeur des coefficients de contingence montre que la liaison entre périodes et excentricités est relativement serrée (C allant de 0,65 à 0,70).

27. L'intensité de la liaison entre périodes et excentricités estimée d'après la valeur des coefficients de corrélation n'est comparable à celle précédemment trouvée que dans le cas de l'ensemble des Binaires ($r = 0{,}70$) ; elle apparaît comme un peu plus faible pour les Binaires Spectroscopiques ($r = 0{,}57$) et comme beaucoup plus faible dans le cas des Binaires Visuelles ($r = 0{,}30$). Cette dernière anomalie nous paraît imputable au fait que l'une des lignes de régression s'écarte notablement de la rectilinéarité pour les Binaires Visuelles ainsi qu'à la pauvreté en Binaires de cette dernière catégorie.

28. Les données actuelles confirment que :

Dans le cas général, l'excentricité n'est pas une fonction constamment croissante de la période.

La courbe (Période-Excentricité) présente certainement au moins un maximum ($e_1 = 0{,}35$ pour $P_1 \not\approx 30$ jours) et probablement un minimum ($e_2 = 0{,}22$ pour $P_2 \not\approx 71$ jours) ; on trouve en outre trace d'un second maximum correspondant à une valeur de l'excentricité supérieure à 0,60 et une période un peu inférieure à 400 ans.

29. La nature du type spectral a une influence nette sur la forme de la courbe (Période-Excentricité), soit que l'on considère isolément les classes spectrales B, A, F, G, K, M, soit qu'on envisage seulement les Types I et II de Secchi.

30. La magnitude absolue des Binaires a elle aussi une influence nette sur la forme de la courbe (Période-Excentricité), les géantes contribuant notamment presque seules à en fixer le tracé dans le domaine des petites périodes.

POINT DE VUE STATISTIQUE

31. Les relations (Spectre-Période), (Spectre-Excentricité) et même (Période-Excentricité) mettent en évidence les avantages qu'offre le coefficient de contingence pour apprécier l'intensité de la liaison entre deux caractères.

32. Dans les deux premiers cas l'un des caractères n'est pas mesurable, et l'emploi du coefficient de contingence est tout naturel.

33. En ce qui concerne la relation (Période-Excentricité), le coefficient de corrélation, qui semblerait pouvoir également être utilisé, donne des résultats nettement divergents suivant la catégorie de Binaires considérée. Peu différent du coefficient de contingence correspondant dans le cas de l'ensemble des Binaires, il est plus faible dans celui des Binaires Spectroscopiques et encore plus faible dans celui des Binaires Visuelles. Nous avons essayé de deviner la raison de ces divergences.

NOTE SUR CERTAINES PARTICULARITÉS DE LA VALEUR MÉDIANE

Considérons deux séries *distinctes* (S_1) et (S_2) de mesures d'une quantité X, et la série résultante (S_0) obtenue en réunissant ensemble les deux précédentes.

Désignons respectivement par M_0, M_1, M_2, les valeurs médianes relatives à (S_0), (S_1), (S_2), ou, à défaut, par (E_0), (E_1), (E_2) les intervalles médians correspondants. Convenons en outre de représenter une mesure quelconque x de X par un point d'abscisse x et de masse $(+ 1)$ porté sur un axe orienté $x'x$, tout point de cet axe devant être considéré comme un point multiple d'ordre k relativement à une série (S_i), lorsque k masses unitaires de (S_i) s'y trouvent concentrées.

Ceci posé, désignons par N_0, N_1, N_2, le nombre total de mesures constituant respectivement les séries (S_0), (S_1) et (S_2). Comme les séries (S_1) et (S_2) sont distinctes, on a :

$$N_0 = N_1 + N_2. \tag{1}$$

Dans le cas général * :

A un nombre N_i impair correspond un point médian unique M_i ;

A un nombre N_i pair correspond un intervalle médian (E_i).

Nous nous proposons d'étudier les positions relatives que peut occuper le point médian M_0 par rapport aux points M_1 et M_2, chacun des points médians M_i devant éventuellement être remplacé par les bornes inférieure b_i et supérieure B_i de l'intervalle médian correspondant (E_i) s'il y a lieu.

Trois cas différents peuvent se présenter en ce qui concerne la parité des nombres N_1 et N_2, celle de N_0 s'en déduisant automatiquement d'après la relation (1). Il se peut en effet que N_1 et N_2 soient tous deux impairs, ou l'un

---

* Dans le cas particulier où certains points avoisinant la région médiane sont multiples, il peut en être autrement.

impair et l'autre pair, ou tous deux pairs. Nous étudierons successivement ces trois cas.

Dans ce qui va suivre, nous désignerons par n'_i et n''_i la masse totale des points appartenant à la série (S_i) et situés respectivement sur des intervalles (l') et (l'') pris sur l'axe $x'x$ et que nous définirons dans chacun des cas ou sous-cas envisagés ; i pourra prendre les valeurs 0, 1, 2.

Premier cas.

$$\begin{cases} N_1 = 2n_1 + 1 \\ N_2 = 2n_2 + 1 \end{cases} \qquad \text{d'où } N_0 = 2(n_1 + n_2 + 1).$$

Il y correspond, en général, deux valeurs médianes déterminées M_1 et M_2, et un intervalle médian (E_0). Deux sous-cas peuvent alors se présenter suivant que M_1 est différent de M_2 ou lui est égal.

Sous-cas (I A) : $M_1 \neq M_2$; supposons que $M_1 < M_2$; voir figure (I A).

Si (l') s'identifie avec $x'M_1$, (M_1 compris), on a, eu égard à la relation (1) :

$$\begin{cases} n'_1 = n_1 + 1 \\ n'_2 \leqslant n_2 \end{cases} \qquad \text{d'où : } n'_0 = n'_1 + n'_2 \leqslant n_1 + n_2 + 1.$$

Si (l'') s'identifie avec M_2x. (M_2 compris), on aura de même :

$$\begin{cases} n''_1 \leqslant n_1 \\ n''_2 = n_2 + 1, \end{cases} \qquad \text{d'où : } n''_0 = n''_1 + n''_2 \leqslant n_1 + n_2 + 1.$$

En conséquence, s'il existe pour la série (S_0) un intervalle médian (E_0),

Sa borne inférieure b_0 sera confondue avec M_1 ou située à droite de M_1 ;

Sa borne supérieure B_0 sera confondue avec M_2 ou située à gauche de M_2.

Ce résultat peut s'exprimer par la triple inégalité :

$$[\text{I A}] \qquad M_1 \leqslant b_0 < B_0 \leqslant M_2.$$

Dans le sous-cas (I A), l'intervalle médian résultant (E_0) est donc intérieur au segment M_1M_2, ou même confondu avec lui.

Sous-cas (I B) :

$$M_1 = M_2.$$

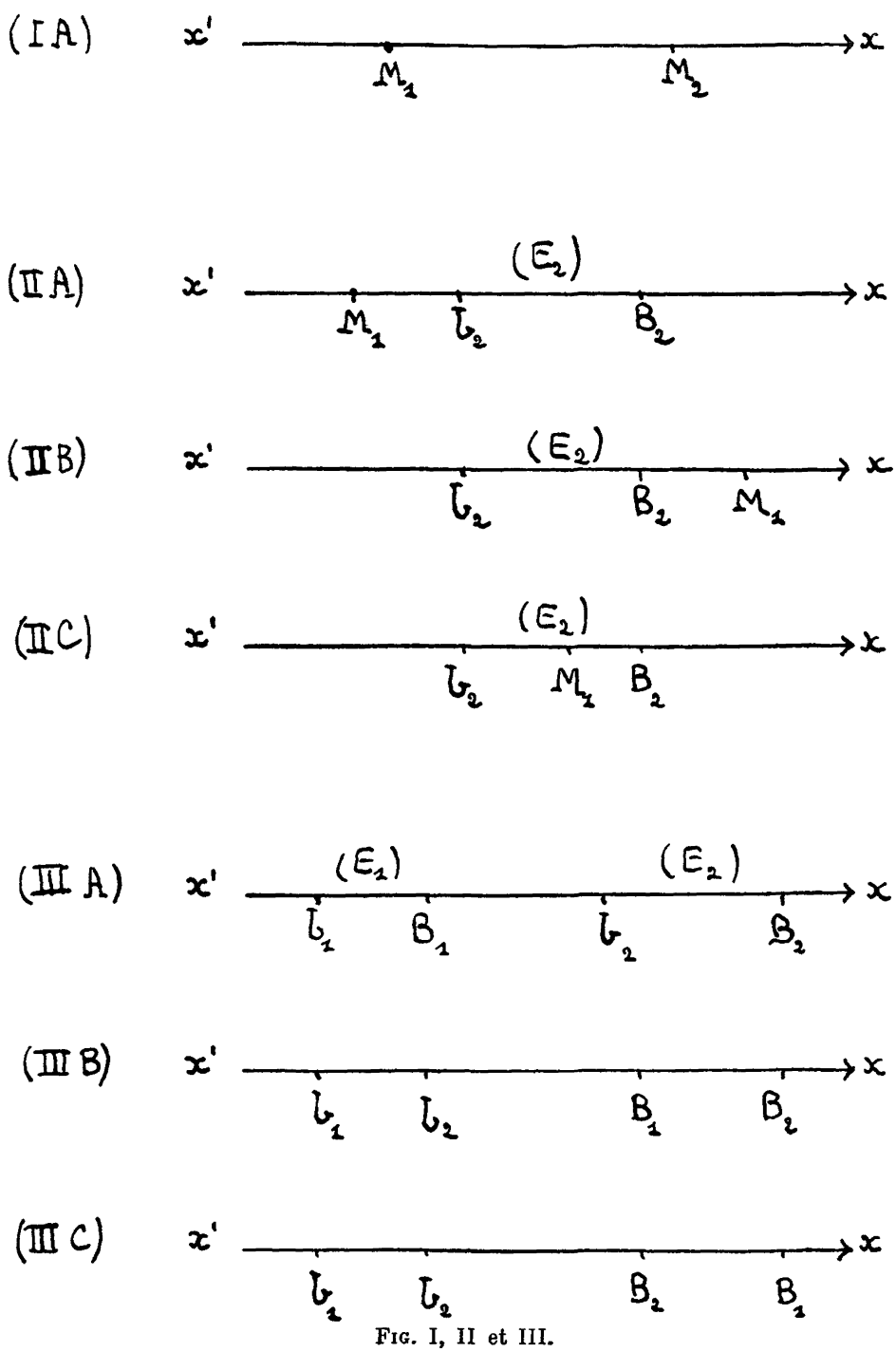


FIG. I, II et III.

Revenons au sous-cas précédent, puis imaginons que M_2 tende indéfiniment vers M_1 ; (E_0) se réduira alors, à la limite, à un point M_0 qui sera un point double de (S_0), et sera confondu avec les deux points M_1 et M_2.

Ce résultat peut s'exprimer par la double égalité :

[IB] $$M_1 = M_0 = M_2.$$

Second cas :

$$\begin{cases} N_1 = 2n_1 + 1 \\ N_2 = 2n_2 \end{cases} \quad \text{d'où } N_0 = 2(n_1 + n_2) + 1.$$

Il y correspond, en général, deux points médians M_1 et M_0, et un intervalle médian (E_2). Il convient d'envisager trois sous-cas, eu égard à la position du point M_1 par rapport à l'intervalle (E_2).

Sous-cas (II A) : M_1 est situé à gauche de (E_2), donc de b_2 ; voir figure (II A). Si (l') s'identifie avec $x'M_1$ (M_1 compris), on a :

$$\begin{cases} n'_1 = n_1 + 1 \\ n'_2 < n_2. \end{cases} \quad \text{d'où } n'_0 = n'_1 + n'_2 < n_1 + n_2 + 1.$$

Si (l'') s'identifie avec b_2x, (b_2 non compris), on aura de même :

$$\begin{cases} n''_1 \leqslant n_1 \\ n''_2 = n_2 \end{cases} \quad \text{d'où } n''_0 = n''_1 + n''_2 \leqslant n_1 + n_2.$$

En conséquence, dans le sous-cas (II A), M_0 est situé à droite de M_1 et à gauche de b_2 ou en b_2, donc sur M_1b_2.

Ce résultat peut s'exprimer par la double inégalité :

[II A] $$M_1 < M_0 \leqslant b_2.$$

Sous-cas (II B) : M_1 est situé à droite de (E_2), donc de B_2 ; voir figure (II B). Si (l') s'identifie avec M_1x (M_1 compris), on a :

$$\begin{cases} n'_1 = n_1 + 1 \\ n'_2 < n_2 \end{cases} \quad \text{d'où } n'_0 = n'_1 + n'_2 < n_1 + n_2 + 1.$$

Si (l'') s'identifie avec $x'B_2$ (B_2 non compris) on aura de même :

$$\begin{cases} n_1'' \leqslant n_1 \\ n_2'' = n_2 \end{cases} \quad \text{d'où } n_0'' = n_1'' + n_2'' \leqslant n_1 + n_2.$$

En conséquence, dans le sous-cas (II B), M_0 est situé à gauche de M_1 et à droite de B_2 ou en B_2 donc sur $B_2 M_1$.

Ce résultat peut s'exprimer par la double inégalité :

$$[\text{II B}] \qquad B_2 \leqslant M_0 < M_1.$$

Sous-cas (II C) : M_1 est situé sur (E_2) ; voir figure (II C).

Comme il n'y a aucun point de (S_2) compris entre b_2 et B_2, le point M_1 se trouve être le $(n_1 + n_2 + 1)^{\text{ème}}$ point de (S_0) à partir de x' ou de x. Par suite :

Dans le cas où M_1 est situé sur (E_2), M_0 se confond avec M_1.

Ce résultat se traduit par l'égalité :

$$[\text{II C}] \qquad M_0 = M_1.$$

Troisième cas :

$$\begin{cases} N_1 = 2n_1 \\ N_2 = 2n_2 \end{cases} \quad \text{d'où } N_0 = 2(n_1 + n_2).$$

Il y correspond, en général, trois intervalles médians (E_1), (E_0) et $E_2)$. Trois sous-cas peuvent se présenter suivant la position relative de (E_1) et (E_2).

Sous-cas (III A) : (E_1) et (E_2) sont extérieurs l'un à l'autre, (E_1) étant, par exemple, situé à gauche de (E_2) ; voir figure (III A).

Si (l') s'identifie avec $x'B_1$ (B_1 non compris) on a :

$$\begin{cases} n_1' = n_1 \\ n_2' < n_2 \end{cases} \quad \text{d'où } n_0' = n_1' + n_2' < n_1 + n_2.$$

De même, si (l'') s'identifie avec $b_2 x$ (b_2 non compris), on a :

$$\begin{cases} n_1'' < n_1 \\ n_2'' = n_2 \end{cases} \quad \text{d'où } n_0'' = n_1'' + n_2'' < n_1 + n\,.$$

Il existe par suite entre les bornes des intervalles (E_1), (E_2) et (E_0), la relation :

[III A] $$b_1 < B_1 < b_0 < B_0 < b_2 < B_2.$$

Donc, dans le sous-cas (III A), (E_0) est situé entre (E_1) et (E_2).

Sous-cas (III B) : (E_1) et (E_2) empiètent partiellement l'un sur l'autre ; voir figure (III B).

Comme le segment b_2B_1, commun à (E_1) et (E_2), ne renferme (limites non comprises) aucune masse, la masse totale des points situés, soit à droite, soit à gauche, d'un point quelconque intérieur à ce segment sera :

$$n_1 \text{ pour } (S_1),\ n_2 \text{ pour } (S_2),\ \text{donc } (n_1 + n_2) \text{ pour } (S_0).$$

Tout point de b_2B_1 (limites exclues), est donc un point médian relatif à (S_0). Cette propriété n'est pas vraie pour les points extérieurs à b_2B_1 (limites comprises). En effet :

Si P′ est un point de $x'b_2$ (b_2 non compris) et si (l') s'identifie avec $x'P'$, on a :

$$\begin{cases} n_1' \leqslant n_1 \\ n_2' < n_2 \end{cases} \qquad \text{d'où } n_0' = n_1' + n_2' < n_1 + n_2.$$

De même si P″ est un point de B_1x (B_1 non compris) et si (l'') s'identifie avec $P''x$, on a :

$$\begin{cases} n_1'' < n_1 \\ n_2'' \leqslant n_2 \end{cases} \quad \text{d'où } n_0'' = n_1'' + n_2'' < n_1 + n_2.$$

(E_0) se confond donc avec la partie commune à (E_1) et (E_2), et l'on a :

[III B] $$b_1 < b_2 = b_0 < B_0 = B_1 < B_2.$$

Sous-cas (III C) : L'un des intervalles médians (E_2) par exemple, est intérieur à l'autre (E_1) ; voir figure (III C).

Comme sur b_2B_2 (limites exclues), on ne rencontre aucune masse, la masse totale des points situés, soit à droite, soit à gauche d'un point quelconque intérieur à b_2B_2 est :

$$n_1 \text{ pour } (S_1),\ n_2 \text{ pour } (S_2),\ \text{donc } (n_1 + n_2) \text{ pour } (S_0).$$

Tout point de b_2B_2 (limites exclues), est donc un point médian relatif à (S_0). Cette propriété n'est pas vraie pour les points extérieurs à b_2B_2. En effet :

Si P′ est un point de $x'b_2$ (b_2 non compris) et si (l') s'identifie avec $x'P'$, on a :

$$\begin{cases} n_1' \leqslant n_1 \\ n_2' < n_2 \end{cases} \qquad \text{d'où } n_0' = n_1' + n_2' < n_1 + n_2.$$

De même, si P″ est un point de B_2x (B_2 non compris) et si (l'') s'identifie avec $P''x$, on a :

$$\begin{cases} n_1'' \leqslant n_1 \\ n_2'' < n_2 \end{cases} \qquad \text{d'où } n_0'' = n_1'' + n_2'' < n_1 + n_2.$$

(E_0) se confond donc avec (E_2), partie commune à (E_1) et (E_2) ; et l'on a :

(III C) $$b_1 < b_2 = b_0 < B_0 = B_2 < B_1.$$

Conclusion. — Les séries composantes (S_1) et (S_2) étant supposées distinctes, et le mot « région » désignant suivant le cas un point ou un intervalle :

Si les régions médianes relatives à (S_1) et (S_2) sont distinctes, la région médiane relative à la série résultante (S_0) est située entre elles ; [sous-cas (I A), (II A), (II B) (III A)].

Si les régions médianes relatives à (S_1) et (S_2) ont une partie commune, la région médiane relative à la série résultante (S_0) se confond avec cette partie commune ; [sous-cas (I B), (II C), (III B), (III C)].

Application.

On convient souvent, lorsqu'il existe un intervalle médian (E_i), de prendre pour valeur médiane M_i, l'abscisse du milieu de cet intervalle ; on a alors :

$$M_i = \frac{b_i + B_i}{2}.$$

Dans cette hypothèse, les figures I, II et III, jointes aux inégalités correspondantes, montrent immédiatement, dans tous les sous-cas, (III B) excepté, que le point M_0 est compris entre les points M_1 et M_2, ou confondu avec l'un d'eux.

Dans le sous-cas (III B), cette proposition est un peu moins évidente, mais demeure vraie. En effet, dans ce sous-cas, on a :

(III B) $$b_1 < b_2 = b_0 < B_0 = B_1 < B_2,$$

et par conséquent :

$$M_0 - M_1 = \frac{b_0 + B_0}{2} - \frac{b_1 + B_1}{2} = \frac{b_2 + B_1}{2} - \frac{b_1 + B_1}{2} = \frac{b_2 - b_1}{2};$$

$$M_2 - M_0 = \frac{b_2 + B_2}{2} - \frac{b_0 + B_0}{2} = \frac{b_2 + B_2}{2} - \frac{b_2 + B_1}{2} = \frac{B_2 - B_1}{2}.$$

La figure correspondante (III B) montre d'ailleurs que

$$(b_2 - b_1) \qquad \text{et} \qquad (B_2 - B_1)$$

sont de même signe; il en est par suite de même pour $(M_0 - M_1)$ et $(M_2 - M_0)$. M_0 est donc ici encore compris entre M_1 et M_2.

En résumé, dans l'hypothèse admise, la valeur médiane M_0 relative à la série résultante appartient toujours à l'intervalle fermé $M_1 M_2$ limité par les valeurs médianes M_1 et M_2 relatives aux séries composantes supposées distinctes.

LISTE DES NOMS D'AUTEURS CITÉS DANS L'OUVRAGE

(Les numéros indiqués sont ceux des références.)

R. G. Aitken	R. 22 ; 23 ; 25 ; 26 ; 43 ; 44 ; 47 ; 50 ; 60 ; 62 ; 63.
R. H. Baker	R. 19 ; 38 ; 57.
D. Barbier	R. 24 ; 35 ; 46 ; 59 ; 66 ; 69.
A. Beer	R. 5 ; 45.
W. W. Campbell	R. 18 ; 40 ; 41 ; 56.
G. Darmois	R. 8.
W. Doberck	R. 53 ; 54 ; 55.
R. S. Dugan	R. 37.
W. S. Finsen	R. 1 ; 28 ; 34 ; 64.
Miss Winifred Gibson	R. 10 ; 11.
Ejnar Hertzsprung	R. 29.
J. Hopmann	R. 70.
L. F. Jenkins	R. 6.
H. Ludendorff	R. 20 ; 39 ; 58.
Knut Lundmark	R. 65.
W. J. Luyten	R. 30 ; 31 ; 32 ; 33.
H. Mineur	R. 12.
J. H. Moore	R. 2 ; 27 ; 48 ; 49 ; 62.
E. Opik	R. 68.
Karl Pearson	R. 11.
H. N. Russell	R. 21 ; 36 ; 37 ; 42.
F. Schlesinger	R. 6 ; 19 ; 38 ; 57.
T. J. J. See	R. 16 ; 17.
Carl K. Seyfert	R. 67.
J. Q. Stewart	R. 37.
Otto Struve	R. 3 ; 4 ; 14 ; 15.
R. E. Wilson	R. 61.
G. U. Yule	R. 9 ; 13 ; 51 ; 52.

TABLE DES MATIÈRES

Pages

INTRODUCTION 1

PREMIÈRE PARTIE

PRÉLIMINAIRES

CHAPITRE PREMIER : **Les données** 5

CHAPITRE II : **Sur l'intensité de la liaison entre deux caractères** 11

SECONDE PARTIE

PÉRIODES ET EXCENTRICITÉS ORBITALES DES BINAIRES 19

CHAPITRE III : **Périodes orbitales des Binaires** 21

Autre manière d'étudier la distribution des périodes des Binaires 39

CHAPITRE IV : **Répartition des excentricités. Influence de la Sélection** 48
Section I : Répartition des excentricités orbitales des Binaires 48
Section II : Quelques remarques relatives à l'influence de la Sélection sur les répartitions observées pour les périodes et les excentricités 53

CHAPITRE V : **Périodes et excentricités hypothétiques** 61
I. — Périodes hypothétiques 61
II. — Excentricités hypothétiques 77

TROISIÈME PARTIE

SPECTRES DES PRIMAIRES. RELATIONS (SPECTRE-PÉRIODE) ET (SPECTRE-EXCENTRICITÉ) 81

CHAPITRE VI : **Sur les spectres des primaires chez les Binaires** 85

CHAPITRE VII : **Relation (Spectre-Période)** 96
I. — Existence d'une relation (Spectre-Période) 96
II. — Intensité de la liaison entre spectres et périodes 123

III. — Influence de la nature du type spectral sur la valeur moyenne de la période des Binaires 131
IV. — Influence de la nature du type spectral sur la valeur médiane de la période des Binaires 140
V. — Influence de la Sélection sur la nature de la relation observée entre spectres et périodes 150

CHAPITRE VIII : **Relation (Spectre-Excentricité)** 154
I. — Sur l'existence d'une relation (Spectre-Excentricité) 154
II. — Intensité de la liaison entre spectres et excentricités 171
III. — Influence de la nature du type spectral sur la valeur moyenne de l'excentricité des Binaires 173
IV. — Influence de la nature du type spectral sur la valeur médiane de l'excentricité des Binaires 179
V. — Conclusions. Influence de la Sélection sur la nature de la relation observée entre spectres et excentricités 185

QUATRIÈME PARTIE

SUR LA RELATION (PÉRIODE-EXCENTRICITÉ) 189

CHAPITRE IX :
I. — Sur l'existence d'une relation (Période-Excentricité) 191
II. — Sur l'intensité de la liaison (Période-Excentricité) 201

CHAPITRE X :
I. — Sur la nature de la relation entre périodes et excentricités chez les Binaires .. 215
II. — Influence de la nature du type spectral sur la forme de la courbe (Période-Excentricité) 235
III. — Influence de la magnitude absolue des Binaires sur la forme de la courbe (Période-Excentricité) 251
IV. — Conclusions. Influence de la Sélection sur la nature de la relation observée entre périodes et excentricités 263

CONCLUSIONS GÉNÉRALES 273

NOTE sur certaines particularités de la valeur médiane 278

1989 — IMPRIMÉ EN FRANCE PAR L'IMPRIMERIE NOUVELLE, A ORLÉANS. 31.0427. — 5-1947.