

THÈSES DE L'ENTRE-DEUX-GUERRES

CH. CAILLIATTE

Sur la figure des planètes

Thèses de l'entre-deux-guerres, 1944

[<http://www.numdam.org/item?id=THESE_1944__264__1_0>](http://www.numdam.org/item?id=THESE_1944__264__1_0)

L'accès aux archives de la série « Thèses de l'entre-deux-guerres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Thèse numérisée dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*
<http://www.numdam.org/>

SERIE A
N^O ORDRE :
166

THÈSES

S.M
Th. Fr
72

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

Ch. CAILLIATTE

1^{re} THÈSE. — SUR LA FIGURE DES PLANÈTES.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 17 juin 1944, devant la Commission d'Examen.

MM. SIRE *Président.*
EYRAUD }
DUFAY } *Examineurs.*

PARIS

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-ÉDITEUR

LIBRAIRE DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Quai des Grands-Augustins, 55

1947



M026681

UNIVERSITÉ DE LYON - FACULTÉ DES SCIENCES

Doyen

M. DOUIN, , ,  I.

Assesseur

M. SOLLAUD,  I., *Zoologie*.

Doyen honoraire

M. LONGCHAMBON, , ,  I., .

Professeurs honoraires

MM. VESSIOT, C. ,  I.
COUTURIER, ,  I., .

DULAC, ,  I.

VANEY, ,  I., .

MEUNIER, O. ,  I.

Professeurs

MM. SIRE, ,  I., , *Mécanique rationnelle*.
LOCQUIN, ,  I., *Chimie générale*.
LONGCHAMBON, , ,  I., , *Minéralogie*.
DÉJARDIN, , Off. I. P., *Physique*.
DOUIN, ,  I., *Botanique*.
SOLLAUD,  I. *Zoologie*.
THIBAUD,  I. *Physique expérimentale*.
EYRAUD,  I. *Calcul différentiel et intégral*.
THORAL,  A. *Géologie*.
FROMAGEOT,  I. *Chimie biologique*.
AUMÉRAS,  I. *Chimie physique*.
DŒUVRE,  I. *Chimie organique*.
PRETTRE, *Chimie minérale*.
KÜHNER *Botanique*.
N..., *Physiologie*.
N... *Chimie*.
N.... *Chimie industrielle*.

Maîtres de conférences et chargés de cours.

MM. DE LARAMBERGUE, *Zoologie*.
VILLE *Mathématiques*.

Maître de conférences adjoints

M. VIRET,  I., *Géologie*.

Chargés de cours complémentaires.

MM. DUFAY, *Astronomie et Physique supérieure*.
TRONCHET,  A., *Botanique*.
MAYET, ,  I., , *Anthropologie*.
PELOSSE,  I., *Sériciculture*.
COLONGE,  A., *Chimie générale*.

Secrétaire

M. ROUX,  A.

PREMIÈRE THÈSE.

SUR LA FIGURE DES PLANÈTES

INTRODUCTION.

On sait que l'astéroïde (433) Éros présente une variabilité d'éclat. Ce n'est pas ce phénomène en lui-même qui en fait tout l'intérêt, car beaucoup de planètes le présentent à un degré plus ou moins prononcé, mais l'amplitude exceptionnelle de cette variation et le changement rapide de cette amplitude.

Pendant plusieurs années, Éros est resté une des énigmes du système solaire.

Ce n'est que récemment que l'on est arrivé à établir une théorie approchée de la variation d'éclat à courte période de cet astre, et les auteurs s'accordent pour en faire un corps quasi cylindrique.

Nous avons voulu, à l'aide des observations de 1937-1938, de beaucoup les meilleures, serrer de plus près la réalité, et avons remarqué que la forme cylindrique de l'astre devait affecter assez considérablement sa variation d'éclat à longue et à courte période, ce dont on n'avait jamais tenu compte jusqu'à présent.

Ce sont les recherches relatives à Éros, dont le développement de l'effet cylindrique, qui composent la première partie du présent Mémoire.

Les résultats obtenus nous ont amené à rechercher si parmi les autres astéroïdes réputés variables, il était possible de trouver des corps ayant une forme analogue à celle d'Éros. De la discussion que nous avons faite, il semble résulter que ces astres n'ont été que très rarement observés photométriquement, ce qui rend illusoire toute théorie, sauf pour (7) Iris.

La deuxième partie de ce Mémoire est la discussion d'ensemble des astéroïdes variables et l'étude d'Iris.

Nous avons alors tenté une étude statistique des périodes de rotation de ces petits corps, et avons abouti au résultat assez curieux que les logarithmes des périodes sont une fonction linéaire des magnitudes moyennes.

Nous avons ainsi été poussé à chercher une fonction empirique des densités des astéroïdes en les apparentant à la fois à Mars et à Jupiter,

CHARLES CAILLIATTE.

ce qui nous a permis de constater que les logarithmes des périodes de rotation des trois premières grandes planètes extérieures étaient une fonction linéaire des logarithmes des grands axes des orbites, la relation étant la même pour la Terre et Mars à une constante près.

Nous avons donc divisé les grosses planètes en trois familles et obtenu une formule dans laquelle la période n'est fonction que d'un facteur égal à une puissance du grand axe de l'orbite multipliée par une quantité constante pour chaque famille.

Ce facteur représente alors une fonction de la densité moyenne et de la constitution interne de l'astre.

Nous avons pu en déduire, en partant des données relatives à la Terre, les aplatissements polaires et le degré de condensation vers le centre des autres grosses planètes.

Quant aux astéroïdes, nous avons dû les considérer comme homogènes, et leurs densités s'échelonnaient alors entre celles de Mars et de Jupiter. La troisième partie du Mémoire est consacrée à ces recherches.

PREMIÈRE PARTIE.

THÉORIE PHYSIQUE D'ÉROS.

Généralités. — Le problème de la variation d'éclat d'Éros a vivement intéressé le monde astronomique depuis la découverte de ce phénomène en février 1901 par Oppolzer à Potsdam [1], [2] et [3].

Diverses explications ont été données, que l'on trouve résumées dans quelques publications [2], [3]. Aucune n'était alors satisfaisante, mais des travaux modernes sont venus combler en partie cette lacune tout en laissant quelques phénomènes inexpliqués.

Nous connaissons cinq théories d'Éros, d'inégale valeur, par Rosenhagen, Schrutka-Rechenstamm (mentionnées par Watson [4]); Watson [4], Stobbe [5], Zessewitch [6].

La première hypothèse en date sur la forme d'Éros est celle d'André [7], qui a considéré Éros comme une planète double, mais a été obligé d'abandonner sa conception par suite des difficultés rencontrées dans la représentation des observations [8].

L'idée généralement admise à l'heure actuelle est qu'Éros est un corps unique en rotation, c'est d'ailleurs la seule qui permette de rendre compte en gros des phénomènes observés.

Lorsqu'on examine les quelques courbes de variation d'éclat qui on pu être dressées, c'est instinctivement à une simple rotation que l'on

est tenté d'attribuer cette variation, sans recourir à une hypothèse plus compliquée.

Nous verrons d'ailleurs que l'on peut représenter d'une manière très précise toutes les observations par une rotation de l'astre autour d'un axe de symétrie approchée.

Lorsque nous avons effectué les recherches qui vont suivre, nous n'avions pas encore connaissance des théories modernes, aussi le présent travail est-il indépendant de tout ce qui a pu être fait auparavant; disons de plus que notre développement du problème et les conclusions que nous en tirons complètent les autres théories.

Malgré l'opinion de Russell [9], nous nous proposons ici de rechercher, seulement au moyen d'observations photométriques, la forme la plus probable d'Éros, en n'admettant pas que des taches puissent donner une amplitude de variation d'éclat telle que celle que l'on peut observer.

Nous avons divisé la première partie en trois chapitres; dans le premier, nous traitons le problème au point de vue purement théorique. En prolongeant la loi de Lambert pour un astre cylindrique, nous pensons y prouver qu'Éros se conduit bien comme un corps cylindrique. Le deuxième chapitre est réservé aux observations et aux calculs. Quant au troisième, il comporte les conclusions auxquelles nous avons abouti.

CHAPITRE I.

THÉORIE D'ÉROS.

Rotation. — La planète devant être solidifiée depuis longtemps, nous partons du fait que le mouvement d'un corps solide autour de son centre de gravité est en première approximation un mouvement à la Poincaré; nous voyons que la période de rotation peut toujours être considérée comme constante: si l'axe de rotation ne coïncide pas avec le petit ou le grand axe principal d'inertie du corps, il y aura une précession de vitesse angulaire pratiquement constante; s'il coïncide avec l'un des deux axes principaux extrêmes, l'axe de rotation aura une direction fixe dans l'espace.

Notons d'abord que la période de variation d'éclat est restée constante et égale à

$$P = 0^m, 2196,$$

depuis la découverte du phénomène.

Cette période comprend deux maximums et deux minimums, l'un est généralement un peu plus marqué que l'autre et le temps qui s'écoule entre deux minimums consécutifs n'est pas toujours exactement égal à une demi-période. La constance de P fait admettre la conception

intuitive d'une rotation de l'astre autour d'un axe. En premier lieu, nous allons déterminer le plan de l'équateur de la planète.

Détermination de l'équateur. — Soient E la planète, T l'observateur supposé au centre de la Terre (ce qui revient à négliger l'effet de parallaxe sur les mesures photométriques), nous dirons que la variation d'éclat est maximum lorsque la droite TE est contenue dans le plan de l'équateur d'Éros, et nulle lorsque cette droite coïncide avec la ligne des pôles de la planète.

On voit qu'ici nous ne faisons aucune hypothèse relative à la loi de la variation d'éclat, que nous ne déterminerons que d'après les observations.

Si, à deux oppositions 1 et 2, on a observé le maximum possible de variation d'éclat aux époques T_1 et T_2 , on a alors deux droites de l'équateur d'Éros. Soient λ_j, β_j , les longitudes et les latitudes géocentriques d'Éros aux instants t_j , Ω et i la longitude du nœud ascendant et l'inclinaison de l'équateur d'Éros sur l'écliptique, on a très simplement

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan \Omega = \frac{\tan \beta_1 \sin \lambda_2 - \tan \beta_2 \sin \lambda_1}{\tan \beta_1 \cos \lambda_2 - \tan \beta_2 \cos \lambda_1}, \\ \tan i = \frac{\tan \beta_j}{\sin (\lambda_j - \Omega)} \quad (j = 1, 2), \end{array} \right.$$

i étant inférieur à 180° se détermine sans ambiguïté, on conviendra de prendre pour sens des longitudes croissantes, le sens direct.

Si nous disposions d'observations précises relatives à une troisième opposition où un grand maximum ait eu lieu, nous pourrions en déduire une valeur de la précession, mais ce n'est malheureusement pas le cas.

Nous considérerons donc l'orientation de l'axe de rotation comme fixe dans l'espace.

Il en découle que cet axe doit coïncider avec un axe de symétrie de la planète.

En effet, dans le cas contraire, on observerait deux maximums de variation à des dates différentes et il y aurait une différence très sensible entre deux minimums consécutifs, ce qui n'a pas lieu.

Déclinaison érocentrique. Angle de phase. — Soit maintenant D la déclinaison érocentrique d'un astre (la Terre ou le Soleil) comptée comme d'habitude, la formule fondamentale de trigonométrie sphérique nous donne

$$(2) \quad \sin D = -\sin \beta \cos i + \cos \beta \sin i \sin (\lambda - \Omega).$$

L'angle de phase Φ se calcule très simplement. Soient r , R , ρ les distances Soleil-Éros, Soleil-Terre, Terre-Éros, et

$$2p = r + R + \rho,$$

on a

$$(3) \quad \tan \frac{\Phi}{2} = \sqrt{\frac{(p-r)(p-\rho)}{p(p-R)}}.$$

Si, pour le calcul de D , on ne veut se servir que des coordonnées équatoriales, on a

$$(2') \quad \sin D = -\sin \delta_0 \sin \delta - \cos \delta_0 \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_0),$$

où α_0 , δ_0 , sont l'ascension droite et la déclinaison du pôle nord d'Éros; α , δ , les coordonnées géocentriques de la planète.

Loi de variation de magnitude. — Pour obtenir cette loi, il suffit de construire, pour le plus grand nombre possible d'observations, un graphique donnant l'amplitude A de la variation de magnitude en fonction de D .

Convenant de prendre D en valeur absolue seulement, comptée en degrés par exemple, on obtient les courbes

$$(4) \quad \begin{cases} D_{\text{Nord}} : A = A_0 - a_1 |D| + b_1 D^2, \\ D_{\text{Sud}} : A = A_0 - a_2 |D| + b_2 D^2, \end{cases}$$

où A_0 est l'amplitude maximum; a_1 , a_2 , b_1 , b_2 , des constantes déterminées par la méthode des moindres carrés avec la condition

$$A = 0 \quad \text{pour} \quad D = \pm 90^\circ.$$

Les équations (4) sont des paraboles et représentent au mieux toutes les observations. Pour des valeurs de D n'excédant pas $\pm 25^\circ$, ces courbes sont très voisines de droites, et elles sont assez voisines l'une de l'autre pour que l'on puisse écrire avec une erreur très faible

$$(5) \quad A = A_0(1 - \sin |D|).$$

Cette dernière formule nous donne une représentation moyenne de l'amplitude.

En considérant toutes les oppositions dont nous disposons, nous avons remarqué pour deux d'entre elles des résidus ayant une allure nettement systématique, ce qui pourrait faire admettre l'existence d'une inégalité à longue période de l'axe de rotation d'Éros, de la forme

$$(6) \quad \delta A = \varepsilon \sin n(t - t_0),$$

ε étant l'amplitude de l'inégalité et n son moyen mouvement; toutefois cette inégalité n'est pas bien caractérisée. Il pourrait exister une précession

sens direct qui serait bien d'accord avec un mouvement à la Poinso, mais cette détermination ne repose que sur les observations de 1901 qui sont très incertaines, aussi, en l'absence actuelle de confirmation, nous continuerons pour le calcul à admettre que l'axe de rotation a une direction fixe dans l'espace.

Forme d'Éros. — Il ne peut être question de tracer la forme exacte de la planète avec ses irrégularités, les observations sont trop incertaines et la figure ne serait certainement pas géométrique et ne pourrait être représentée par une fonction algébrique.

Nous allons simplement chercher quelle est la figure géométrique qui, *photométriquement*, se rapproche le plus de la vraie forme d'Éros.

Soient H_0 l'éclat au moment d'un maximum, et H l'éclat au moment d'un minimum, on sait que la variation d'éclat est donnée par la formule

$$dH = \frac{H_0}{H} = 2,51^{\lambda}.$$

qui peut s'écrire en tenant compte de la relation (5)

$$(7) \quad dH = 2,51 A_0 (1 - \sin i) d\lambda.$$

Admettons que la variation d'éclat est proportionnelle à la variation de la projection de la surface visible d'Éros sur un plan perpendiculaire à la ligne de visée TE, et soit S_0 la projection de la surface d'éclat total H_0 et S celle d'éclat total H .

Si le corps est de révolution, la grandeur au maximum sera très sensiblement une fonction linéaire de la phase, en sorte que dH sera indépendant de l'angle de phase. C'est justement ce que l'on observe, aussi pouvons-nous dire que le corps est un solide de révolution tournant autour d'un petit axe de symétrie, le grand axe se trouvant dans le plan de l'équateur de la planète.

Les trois axes doivent être inégaux, mais on ne peut déterminer par les observations la différence entre les deux petits axes, cette différence ne peut avoir d'influence sensible que sur la magnitude au maximum et peut ainsi être considérée comme faisant partie du coefficient de phase.

Ce ne seront donc que des modifications de ce coefficient, fort probablement infimes, qui pourront nous renseigner sur la différence entre les deux petits axes. Il est donc commode et assez exact de négliger cette différence.

Dans ce qui suit, nous ferons abstraction de la phase pour la raison donnée plus haut. Au moment d'un maximum, la surface S_0 se projettera toujours en vraie grandeur puisque le corps est de révolution; au moment d'un minimum, la surface S , projection oblique, sera une fonction de S_0 , section droite minimum, de S_0 et de la déclinaison érocentrique de la Terre.

Les observations confirment cette manière de voir, car seules les magnitudes aux minimums sont affectées par l'amplitude de variation d'éclat.

Après plusieurs tâtonnements, au cours desquels nous avons commencé par ne pas prendre un solide de révolution, nous avons obtenu la représentation la plus satisfaisante de la formule (7) par la relation

$$(8) \quad dH = \frac{S_0}{S' + K S_0 \sin \left| \frac{D}{2} \right|} = \frac{S_0}{S'},$$

où K est une constante trouvée voisine de l'unité. S_0 est ainsi dans le corps la section droite méridienne limitée par le plus grand méridien d'Éros, et S' est un cercle.

Ces deux projections, perpendiculaires à l'équateur d'Éros au maximum de la variation d'éclat, se coupent suivant l'axe de rotation qui coïncide avec un axe équatorial du solide de révolution. L'équateur d'Éros sera donc identique à la surface S_0 .

Au maximum de la variation d'éclat, on a

$$D = 0,$$

d'où

$$(9) \quad dH_0 = 2,51 A_0 = \frac{S_0}{S'}.$$

Il s'agit maintenant de voir quelle est la forme de la surface de révolution donnée par la relation (8).

Nous ne connaissons que le rapport $\frac{S_0}{S'}$, aussi écrivons-nous la relation sous la forme

$$(10) \quad dH = \frac{\frac{S_0}{S'}}{1 + K \frac{S_0}{S'} \sin \left| \frac{D}{2} \right|}.$$

Remarquons que, le corps étant de révolution, la plus petite dimension de la section oblique S est égale au rayon du cercle de surface S' , c'est donc une constante.

Il nous suffit alors d'étudier la variation du grand axe de la surface S . Or ce grand axe est précisément égal à l'écartement des tangentes parallèles menées à la ligne méridienne que nous supposons seulement convexe, puisque les rayons lumineux émanés d'Éros peuvent être considérés comme parallèles pour l'observateur terrestre.

Nous avons résolu le problème graphiquement. Par un point fixe O , menons des droites faisant avec un axe fixe des angles D , et sur ces droites, de part et d'autre de O , prenons des segments proportionnels aux dH . Par les extrémités de ces segments, menons des perpendiculaires

aux droites D; ces perpendiculaires devant être tangentes à la courbe méridienne, l'enveloppe des tangentes sera la méridienne elle-même.

En traçant cette enveloppe, nous avons obtenu une ellipse très allongée, ce qui nous a prouvé que la relation (10) représentait un *ellipsoïde de révolution, analogue à un corps cylindrique*.

Il nous reste à calculer, pour l'ellipsoïde trouvé de demi axes a et b , le dénominateur de la relation (10), qui est l'écartement des tangentes parallèles menées à l'ellipse méridienne.

On sait que dans une ellipse rapportée à son centre, le coefficient angulaire de la tangente menée par le point x, y du contour est,

$$(11) \quad m = \frac{xy}{x^2 - a^2},$$

et l'équation de la tangente

$$(12) \quad y = mx + \sqrt{a^2 m^2 + b^2} = mx + y_0.$$

Si α est l'angle inférieur à $\frac{\pi}{2}$ dont la tangente est $|m|$, on a

$$|D| = \alpha.$$

et la distance de la tangente au centre de l'ellipse est donnée par

$$(13) \quad \delta = y_0 \cos |D|,$$

d'où

$$(14) \quad dH = \frac{S_0}{\delta}.$$

L'amplitude A se déduit immédiatement de cette relation par la formule bien connue

$$A = 2,50 \log dH.$$

L'écart entre ces valeurs de A et celles fournies par les formules (4) atteignant 0^m,14 au plus, on peut admettre que la représentation est satisfaisante.

Nous verrons plus loin comment on peut serrer le problème de plus près encore, et expliquer complètement les résidus que laissent apparaître les amplitudes calculées par (4), faisant de l'ellipsoïde photométrique une *figure réelle*.

Prolongement de la loi de réflexion de Lambert à une surface cylindrique convexe. — La forme ellipsoïdale très allongée, ou plutôt cylindrique, d'Éros, permet de penser que cette forme doit avoir une influence non négligeable sur les variations de magnitude de l'astre, indépendamment de la variation à courte période.

Nous allons donc tâcher de reconnaître l'effet de l'allongement sur un astre qui, s'il était sphérique, suivrait la loi de Lambert.

La loi de Lambert veut qu'à un angle de phase donné corresponde, pour un astre donné, un éclat qui n'est fonction que de cet angle. Ceci n'est valable que pour un corps sphérique. En effet, soient A le centre de l'astre que nous supposons d'abord sphérique et de rayon négligeable, S la direction du Soleil et T celle de la Terre. L'angle SAT est égal à l'angle de phase Φ . Prenons comme plan de figure le plan SAT. AS est le grand axe de la surface Σ (sphéroïde de révolution autour de AS) obtenue en portant à partir de A des grandeurs proportionnelles aux luminosités déduites de la loi de Lambert dans toutes les directions; σ est la projection de Σ sur le plan de figure. Lorsque AS décrit autour de AT le cône de demi-ouverture Φ , la longueur AT reste constante puisque la surface Σ , de révolution autour de AS, tourne *en bloc* autour de AT.

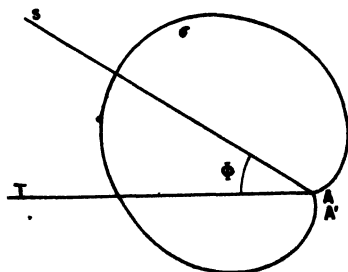


Fig. 1.

Par conséquent, pour un astre sphérique, l'éclat ne dépend que de l'angle Φ , indépendamment des irrégularités de la surface qui peuvent causer une variation à courte période.

Il en est tout autrement si l'astre est un cylindre.

Supposons en effet que nous remplaçons A par l'élément de droite très petit AA' perpendiculaire au plan de figure. La surface Σ se projette toujours selon σ mais elle n'est plus de révolution autour de AS. C'est une figure ellipsoïdale à trois axes inégaux dont un axe est AS et un autre parallèle à AA'. Il s'ensuit que, lorsque AS décrira autour de AT le cône de demi-angle au sommet Φ , la surface Σ pourra être considérée comme effectuant deux rotations simultanées. La première rotation s'effectuera autour de AT, comme si le corps était une sphère suivant la loi de Lambert, la longueur AT reste alors constante. La deuxième rotation s'effectuera autour de AA' comme axe, faisant tourner l'ellipsoïde en bloc et causant ainsi une variation de AT. On voit que cette rotation a pour effet d'augmenter la longueur AT, c'est-à-dire la luminosité, lorsque AS se rapproche du plan AA'T, et de la diminuer lorsque AS s'en éloigne.

On en conclut que, pour un angle de phase donné, la longueur AT passe par un maximum lorsque AS est dans le plan AA'T, c'est-à-dire lorsque la différence des déclinaisons astrocentriques du Soleil et de la Terre est nulle.

Nouvelles approximations. Magnitudes maximum. Effet cylindrique. — Il nous fallait une vérification de la forme d'Éros calculée en partant de données autres que les amplitudes, ce sont les magnitudes maximums observées qui nous l'ont fournie, vérifiant complètement notre démonstration de « l'effet cylindrique », qui fait de notre figure photométrique une forme matérielle. Soit g_0 la magnitude de la planète supposée à la distance unité du Soleil et de la Terre ($r = 1$, $\rho = 1$), l'éclairement étant parallèle à la ligne de visée Terre-Planète ($\Phi = 0$), cette magnitude est appelée *magnitude absolue de la planète*; soient encore m la magnitude observée à la distance r du Soleil et ρ de la Terre, et g la magnitude au même instant rapportée au système $r = \rho = 1$, Φ étant l'angle de phase.

Pour une planète quelconque, on a

$$(15) \quad g = m - 5 \log(r \rho),$$

et si l'astre est sphérique

$$(15') \quad g = g_0 + \gamma \Phi,$$

γ est une constante appelée coefficient de phase, c'est l'accroissement de magnitude correspondant à un accroissement de 1° de l'angle de phase.

Si l'astre est à peu près sphérique, la magnitude g doit suivre à très peu près la formule linéaire (15'). Si, au contraire, l'astre peut être assimilé à une barre, la formule (15') ne sera plus qu'une approximation insuffisante, la variation de g dépendra non seulement de celle de Φ , mais de celles des déclinaisons astrocentriques du soleil ($D_\odot$) et de la Terre ($D_\oplus$). Enfin la différence entre les g déduits des observations par (15), et ceux calculés par (15') ne paraîtra pas dépendre de l'angle de phase.

En examinant les courbes de g pour les maximums d'éclat d'Éros, c'est-à-dire pour la surface S_0 , seule quantité qui reste sensiblement constante, nous remarquons qu'il est impossible de les représenter par la formule (15').

Il reste des différences assez considérables, pouvant aller jusqu'à $0^m,2$, qui ne présentent pas un caractère systématique en fonction de Φ .

De plus, d'une opposition à l'autre, on doit modifier le coefficient de phase γ pour obtenir une représentation approximative de la variation de g , ce qui avait fait longtemps supposer que γ variait avec la phase [4].

Nous avons donc cherché à représenter la magnitude en tenant compte de la forme d'Éros d'après la démonstration faite plus haut, et avons écrit

$$(16) \quad g = g_0 + \gamma_1 \Phi + \gamma_2 D_{\odot} + \gamma_3 D_{\delta}.$$

Nous avons traité les équations de condition obtenues par la méthode des moindres carrés; g_0 , moyenne d'un grand nombre d'observations, étant estimé bien déterminé.

Il en est résulté un « coefficient cylindrique »

$$\gamma_3 = -\gamma_2.$$

Les écarts constatés sont donc, comme nous l'avons démontré théoriquement, fonction de la variation de la différence $(D_{\odot} - D_{\delta})$ différencé qui est évidemment toujours comprise entre $+\Phi$ et $-\Phi$ et cette fonction est paire, c'est-à-dire que l'on a

$$f(D_{\odot} - D_{\delta}) = f[-(D_{\odot} - D_{\delta})].$$

Il en résulte que la formule (16) s'écrit

$$(16') \quad g = g_0 + \gamma_1 \Phi + \gamma_2 |D_{\odot} - D_{\delta}|,$$

$D_{\odot} - D_{\delta}$ étant pris en valeur absolue.

Il y a lieu de remarquer que le coefficient γ_2 n'est pas très petit par rapport à γ_1 , ce qui vérifie complètement notre explication théorique. Les observations de 1937-1938, de loin les meilleures, sont ainsi très bien représentées.

On en conclut qu'Éros se comporte comme un diffuseur à peu près cylindrique, ce qui concorde avec la forme d'un ellipsoïde très allongé se conduisant comme un cylindre sur les trois quarts au moins de sa longueur.

Amplitudes. Effet dorsal. — La présence du coefficient cylindrique dans la magnitude nous a conduit à rechercher son existence, dans l'amplitude de variation d'éclat à courte période. Nous avons vu que la surface d'éclat minimum dépendait de S' et de S_0 . Si la surface S_0 se conduit comme un cylindre, nous devons constater l'existence d'un « effet dorsal » nul pour $D_{\delta} = 0$ et variable avec $(D_{\odot} - D_{\delta})$.

Nous appelons « dorsal » l'effet en question, car il correspond à la partie du dos du cylindre vue en raccourci au minimum d'éclat.

Mettons les formules (4) sous une forme légèrement différente en tenant compte que l'on doit toujours avoir $A = A_0$ pour $D_{\delta} = 0$, ce qui nous donne

$$(17) \quad \begin{cases} D_{\text{Nord}} : & A = A_0 - a_1 |D_{\delta}| + b_1 D_{\delta} (D_{\odot} - D_{\delta}), \\ D_{\text{Sud}} : & A = A_0 - a_2 |D_{\delta}| + b_2 D_{\delta} (D_{\odot} - D_{\delta}), \end{cases}$$

le coefficient des a_i devant être pris en valeur absolue, celui des b_i en valeur relative.

Remarquons que, pour $\Phi = 0$, d'où $(D_0 - D_\delta) = 0$, la formule est linéaire, et que le corps doit être un cylindre.

En résolvant les équations de condition (17) par la méthode des moindres carrés, nous avons obtenu les a_i , b_i . Il en est résulté comme résidu maximum, observation moins calcul, $0^m,08$ pour l'opposition de 1930-1931, qui est moins bien déterminée que celle de 1937-1938.

Il nous semble que le problème est résolu et que la démonstration de la forme spéciale d'Éros est faite.

Il resterait à expliquer la légère différence, ne dépassant pas $0^m,1$ que l'on a cru observer entre deux minimums consécutifs. Cette différence ne paraît pas dépendre de la variation de $(D_0 - D_\delta)$ mais peut-être de celle de D_δ seulement, et nous ne croyons pas que son existence est suffisamment démontrée pour que nous ayons à en tenir compte. De toute façon, nous nous sommes servi dans notre travail des amplitudes moyennes, il pourrait donc subsister seulement une très légère différence que l'on serait fondé d'attribuer à des irrégularités du pouvoir réflecteur aux deux bouts de l'astre. La petite différence de durée des deux demi-périodes constatée aux minimums par quelques auteurs pourrait s'expliquer par une certaine asymétrie ou une torsion du corps, en même temps que par des irrégularités du pouvoir réflecteur.

CHAPITRE II.

OBSERVATIONS ET CALCULS NUMÉRIQUES.

Relevé des observations d'amplitude. — Nous avons porté ici toutes les observations, visuelles ou photographiques, dont nous avons pu disposer, en y adjoignant les valeurs approchées de ι et de β tirées, pour les anciennes observations, d'éléments moyens ou des éphémérides approchées publiées par M. Fayet [2] ou encore des positions données par Watson [4]; pour les observations postérieures à 1921, nous nous sommes servi des éléments d'Éros donnés par le « *Kleine Planeten* » pour 1931.

L'indice de couleur $C = +0^m,77$, résultant des observations de 1930-1931, est constant du maximum au minimum d'éclat comme le montre Watson [4]. Il s'ensuit qu'il est légitime de comparer les observations visuelles et photographiques d'amplitude à courte période. Dans tout ce qui suivra, les magnitudes sont toujours visuelles. Lorsque nous avons eu à traiter des magnitudes photographiques, nous les avons réduites à la magnitude visuelle par

$$m_v = m_{pg} - C.$$

TABLEAU I. — *Relevé des observations d'amplitude.*

Dates.	λ .	β .	Ampl.	Réf.	Dates.	λ .	β .	Ampl.	Réf.
1900.					1903.				
Nov. 20...	44,6 ^o	+39,5 ^o	0,5 ^m	4	Juin 29...	Courbe		0,6 ^m	4
Déc. 22...	42,4	+34,8	0,5	4	Juill. 14...	de variation		0,5	4
1901.					Août 15...	et éphéméride		0,7	4
Janv. 23...	52,5	+10,4	0,7	4	1905.				
Fév. 7...	64,3	+ 1,4	1,4	4	Août 26...	315,7 ^o	+ 2,3 ^o	0,4	4
14...	Courbe		0,97	13 (1)	Sept. 1...	313,3	+ 3,4	0,6	4
14...	de variation		1,0	10	1907.				
17...	et éphéméride		1,35	13 (1)	Oct. 15...	Éphéméride		0,0	16
20...	"		1,92	12	30...	"		0,0	16
20...	"		2,0	14	Nov. 15...	"		0,0	16
21 ..	"		1,7	14	Déc. 15...	"		0,0	16
21...	"		1,8	11	1908.				
22...	"		1,6	11	Janv. 10...	24°6	+15°8	0,0	4
22...	"		2,0	14	1914.				
23...	"		1,5	14	Sept. 18...	6,7	+23,9	0,2	4
25...	"		1,6	14	1916.				
26...	"		1,4	14	Déc. 29...	192,7	— 3,2	0,4	17
27...	"		1,3	14	1919.				
Mars 8...	"		1,2	14	Juill. 17...	293,8	— 4,1	1,3	3-4 (2)
9...	"		1,4	14	1921.				
12...	"		1,13	15	Août 30...	Ephéméride		0,0	18
28...	"		1,1	14	Sept. 6...	"		0,0	18
29...	"		1,1	14	Oct. 19...	"		0,0	18
Avril 9...	"		1,2	14	1930.				
10...	"		0,9	14	Oct. 28...	"		1,12	20
12...	"		0,4	15	29...	"		1,00	6
15...	"		0,5	14	Nov. 1...	Courbe		1,10	24
17...	"		0,4	14	13...	de variation		1,02	20
18...	"		0,4	14	13...	et éphéméride		1,22	21
19...	"		0,2	14	14...	"		1,20	20
24...	"		0,0	14	14...	"		0,80	21
Mai 6...	"		0,1 ?	15	15...	"		1,00	6
1902.					15...	"		1,16	21
Déc. 6...	195°5	— 4°6	0,25	4	17...	"		1,20	24
1903.					18...	"		0,90	19
Janv. 3....	225,4	— 9,1	0,3	4	18...	"		1,03	19
Mars 30...	270,0	—21,6	0,6	4	23...	"		1,26	20
Avril 28...	270,0	—21,6	0,5	4	23...	"		1,36	21
Mai 4...	Courbe		0,6	4	28...	"		1,34	6
19 ..	de variation		0,5	4	29...	"		1,55	24 (3)
Juin 13...	et éphéméride		0,8	4					

TABLEAU I (*suite*).

Dates.	λ .	β .	Ampl.	Réf.	Dates.	λ .	β .	Ampl.	Réf.
1930.					1931.				
Déc. 1...		Courbe	^m 1,60	24(3)	Avril 17...	163,5°	—33,9°	^m 0,20	26(4)
3...		de variation	1,43	6	1933.				
3...		et éphéméride	1,4	19	Juill. 27...	266,2	— 7,0	0,97	26
3...		"	1,19	2	Août 13...	265,0	— 5,5	1,50	26
11...		"	1,60	24(3)	1935.				
12...		"	1,25	21	Juill. 28...		Courbe	0,4	28
12...		"	1,75	23	Aug. 1...		de variation	0,4	28
13...		"	1,41	6	6...		et éphéméride	0,2	28
14...		"	1,40	23	19...		"	0,3	28
17...		"	1,60	24	21...		"	0,3	28
20...		"	1,25	6	22...		"	0,4	28
25...		"	1,40	24	23...		"	0,2	28
26...		"	1,27	6	26...		"	0,4	28
26...		"	1,20	23	Sept. 8...		"	0,2	28
29...		"	1,40	23	27...		"	0,2	28
30...		"	1,23	6	Oct. 18...		"	0,2	28
31...		"	1,35	24	25...		"	0,3	28
1931.					1937.				
Janv. 8...		"	0,86	2	Oct. 29...		"	0,62	35
10...		"	0,74 _m	27	Nov. 2...		"	0,25	33
11...		"	0,82	6	2...		"	0,56	32
11...		"	0,79	2	8...		"	0,26	31
13...		"	0,68	2	9...		"	0,35	32
15...		"	0,55 _m	27	15...		"	0,38	33
15...		"	0,65 _m	27	16...		"	0,44	33
16...		"	0,38	22	16...		"	0,46	33
18...		"	0,68	6	19...		"	0,53	33
18...		"	0,52	2	21...		"	0,56	33
19...		"	0,70 _m	27	21...		"	0,47	25
23...		"	0,64	6	22...		"	0,40	33
24...		"	0,80	24	22...		"	1,05	35
26...		"	0,36	2	27...		"	0,47	33
27...		"	0,36 _m	27	27...		"	0,38	31
30...		"	0,52	6	28...		"	0,46	32
30...		"	0,25	2	28...		"	0,55	35
Fév. 7...		"	0,43	6	30...		"	0,36	31
13...		"	0,20	24	Déc. 4...		"	0,40	33
15...		"	0,33	6	8...		"	0,46	33
28...		"	0,16	6	10...		"	0,83	32
Mars 10...		"	0,24	4-25	13...		"	0,52	33
21...		"	0,31?	4-25	13...		"	0,58	35
25...		"	0,10	4-25	14...		"	0,98	35
					22...		"	0,64	33

TABLEAU I (*fin*).

Dates.	λ .	β .	Ampl.	Réf.	Dates.	λ .	β .	Ampl.	Réf.
1938.			^m		1938.			^m	
Janv. 6...		Courbe	0,66	33	Fév. 22...		Courbe	1,25	29
24...		de variation	1,04	33	22...		de variation	1,33	30(5)
25...		et éphéméride	1,44	31	22...		et éphéméride	1,02	34
27...		"	1,26	33	23...		"	1,46	33
27...		"	1,17	32	23...		"	1,24	30
30...		"	1,35	33	24...		"	1,57	33
30...		"	1,04	32	24...		"	1,42	30(5)
Fév. 1...		"	1,07	34	24...		"	1,27	29
3...		"	0,93	34	25...		"	1,41	30(5)
4...		"	0,95	34	26...		"	1,35	29
5...		"	1,36	33	26...		"	1,51	30(5)
5...		"	1,34	32	27...		"	1,07	34
5...		"	1,15	35	27...		"	1,44	30(5)
6...		"	1,16	30	28...		"	1,37	30
7...		"	0,97	30	Mars 1...		"	1,36	30
8...		"	1,32	33	3...		"	1,27	33
8...		"	1,08	30	5...		"	1,14	33
11...		"	1,36	33	5...		"	1,22	29
16...		"	1,42	33	6...		"	1,04	34
17...		"	1,51	33	7...		"	1,39	29
17...		"	1,45	35	9...		"	0,99	33
18...		"	1,42	33	11...		"	1,10	33
18...		"	1,21	32	13...		"	0,96	33
18...		"	1,17	34	18...		"	0,93	33
19...		"	1,42	33	20...		"	0,85	33
20...		"	1,47	33	21...		"	0,85	33
20...		"	1,09	34	22...		"	0,79	33
20...		"	0,92	30(5)	24...		"	0,71	33
21...		"	1,13	30(5)	Avril 1...		"	0,54	33
22...		"	1,59	33	4...		"	0,34	33
22...		"	1,19	31					

Nota. — Les lettres M et m, en indice à l'opposition de 1931, désignent respectivement la grande et la petite amplitude. — (1), Amplitudes déduites d'observations détaillées; (2), Moyenne des amplitudes citées par Miss Harwood et Watson; (3), Les observateurs donnent $A = 1^m,5$ du 1^{er} au 11 décembre; (4), Après cette date, variation irrégulière, sans maximum ou minimum déterminé; (5), Moyenne de la grande et de la petite amplitude d'une même période.

Lorsque nous avons disposé de grandes séries d'observations, nous avons jugé à propos de dresser une courbe de la variation d'éclat, de manière à diminuer autant que possible les effets des erreurs individuelles

d'observation; nous avons alors calculé une éphéméride de la planète pour des dates équidistantes. Ces éphémérides sont rapportées dans un deuxième tableau. Nous avons procédé de cette façon pour les oppositions de 1900-1901, 1903, 1907, 1921, 1930-1931, 1935, 1937-1938. Nous pensions pouvoir disposer de bonnes séries pour 1903 et 1935, mais cela n'a malheureusement pas été le cas.

Les observations sont de qualités très différentes; au début surtout, beaucoup d'estimations d'amplitude ont été faites par la méthode d'Argelander et sont affectées d'erreurs importantes. La plupart des observateurs ne donnent pas le détail de leurs observations, ce qui rend tout contrôle impossible.

Nous discuterons des observations d'amplitude et des méthodes employées, autant que faire se peut, dans le paragraphe qui suivra.

Méthodes et instruments d'observation. — 1901. Nous ne connaissons pas la méthode employée pour les observations données par Watson [4], dont nous n'avons pas la publication originale.

Les observations de Le Cadet, Guillaume et Luizet [14] ont été effectuées par la méthode d'Argelander. Il ne faut donc point s'étonner des divergences constatées.

Les observations données par Pickering [15] ont été effectuées avec un équatorial de 38^{cm}, sans autre indication.

Les seules observations exécutées avec des photomètres sont celles de Jost [10] et [13], Photomètre de Zöllner; Deichmüller [11], Héliomètre.

1903. Observations de Bailey. Nous savons seulement [3] qu'elles sont photométriques et photographiques, Watson [4] ne donne que les amplitudes. Nous n'avons pas la publication originale. Paraissent insuffisantes.

1905. 20 observations photométriques en trois soirées [3], ce qui est très insuffisant, Watson [4] ne donne que les amplitudes.

1907. Très longue série de Güthnick [16] avec un photomètre de Zöllner. L'échelle des magnitudes paraît être celle de Potsdam, elle ne coïncide pas avec l'échelle de Harvard ou l'échelle internationale.

1914. Miss Harwood [3] indique seulement seize soirées photographiques, et que la variation est probable mais irrégulière. Watson [4] ne donne qu'une amplitude. Très insuffisant.

1916. Une seule soirée photométrique de Campbell [17], aussi publiée dans H. B. 623. Très insuffisant.

1919. Miss Harwood [3] indique neuf soirées photographiques par elle-même. Watson [4] ne donne qu'une seule observation. Très insuffisant.

1921. Longue série de Bernewitz [18] avec un photomètre de Toepfer.

1930-1931. Baade [19]. Observations photographiques, poses de 10 à 20 minutes. Résultats détaillés.

Lacchini, Jacchia, Taffara [20], [21] et [22]. Observations avec un équatorial photographique de Zeiss; pas d'indication de méthode. Graff [23]. Observations avec un photomètre à coin.

Zessewitch et Florja [24]. Aucune indication sur l'instrument employé.

● Zessewitch [6]. Amplitudes moyennes déduites de plusieurs observations, pour une étude d'Éros.

Fayet [2]. Observations citées par l'auteur dans un travail d'ensemble sur les astéroïdes. Nous ne connaissons pas l'original. Ne paraissent pas excellentes.

Hartmann et Dartayet [25] et pour les oppositions de 1931 et 1933 [26]. Observations photographiques à La Plata, mesures au microphotomètre. Pas d'indications sur les durées de pose ni la méthode employée. Les observations de 1933 paraissent insuffisantes. Beyer [27]. Photomètre à coin de Graff.

1935. Kanda [28]. Tokio, 171 observations en 21 soirées par la méthode d'Argelander, avec des lunettes de 11 et 20^{cm}. Paraissent nettement insuffisantes.

1937-1938. Schürer [29]. Photomètre à coin. Les observations paraissent excellentes mais en trop petit nombre. Cinq en tout.

Stein et Tibour [30]. Observations à l'équatorial de 40^{cm} de Specola Vaticana, sans indication de méthode. Les amplitudes des grands et petits minimums sont assez différentes, ce qui ne cadre pas avec ce que nous savons. La moyenne, qui est portée au Tableau I, donne de bons résultats.

Lause [31]. Pas d'indications d'instrument, trop peu d'observations, mais les quatre que nous connaissons paraissent bonnes.

Stobbe [32]. Observations photographiques à courtes poses, mesures par cellule photoélectrique. Les observations paraissent de très bonne qualité. Cet astronome étudie le coefficient de phase, la magnitude absolue, l'amplitude et l'indice de couleur avec les observations visuelles de Beyer [33]. Une étude complémentaire que nous ne possédons pas traite de la période d'Éros. Nous avons par contre [5] un résumé de sa théorie de la planète.

Beyer [33]. Très longue série homogène, la meilleure de toutes, obtenue avec un photomètre à coin de Graff et visuellement. Les mesures sont ramenées au système de Harvard. Étude du coefficient de phase, de la magnitude absolue, et de la différence d'amplitude des minimums pairs et impairs.

Jaschek [34]. Observatoire Urania à Vienne. Observations par la méthode d'Argelander modifiée avec un chercheur de comètes de 8^{cm}. Ses amplitudes paraissent systématiquement trop faibles.

Hartwig [35]. Observations photographiques avec plaques Agfa-Astro et photovisuelles avec plaques Agfa-Isopan ISS et écran, l'instrument employé est l'Astrographe de Potsdam. Mesures au microphotomètre de Hartmann, rapportées au système international. Étude du coefficient

de phase, de la magnitude absolue et de l'indice de couleur. Nous avons inscrit dans le Tableau I la *moyenne* des observations photographiques et photovisuelles d'amplitude. Les observations paraissent bonnes, sauf celles de novembre 22 et décembre 14, très erronées.

En résumé, les oppositions donnant des résultats dignes de foi sont celles de 1907, 1921, 1930-1931 et 1937-1938. C'est sur celles-ci que nous baserons surtout notre étude. D'un autre côté, les meilleures observations paraissent avoir été obtenues avec des photomètres à coin, ou photographiquement à la dernière opposition; il semble que les observations par la méthode d'Argelander ne peuvent en aucun cas donner des résultats précis.

La période de rotation d'Éros. — La période de variation d'éclat, égale à sa période de rotation si le corps est allongé, comprend deux oscillations complètes, elle est restée constante depuis 1900.

André en 1901 [12] avait conclu à $P = 0,2196$, mais les minimums étaient séparés au début par $0,1190$ et $0,1006$, alors qu'après le 29 mars 1901 [3], les deux intervalles étaient devenus égaux.

Aux trois oppositions de 1900-1901, 1903, 1919, on a [3] $P = 0,2196$. En 1930-1931, on a de même [20] et [21] $P = 0,2196$. En 1937-1938, les époques des minimums de Beyer [33], portant sur 697 périodes, nous ont donné en moyenne $P = 0,21959$. Stobbe [5], en discutant les observations des minimums de 1894 à 1938 arrive à $P = 0,21959370$, la durée entre deux minimums consécutifs étant légèrement différente d'une demi-période; il a obtenu en effet une correction variable avec la déclinaison érocentrique de la Terre et qui est au maximum

$$\text{min pair} - \text{min impair} = \frac{1}{2} P - 0,0092$$

pour $D\delta = 0$. Cette correction, égale à $0,0070$ pour $D = -35^\circ$, s'annulerait pour $D = +30^\circ$.

Nous n'avons pas parlé des observations antérieures à 1900; elles sont faites sur des traînées de plaques à longue pose, comme le dit Pickering dans la circulaire n° 58 de Harvard, et de ce fait tellement incertaines que nous n'en tenons pas compte.

Hartwig [35] donne de son côté en 1937-1938 :

$$\begin{array}{ll} \text{Entre deux grands minimums : } P = 0,2195565, \\ \text{« petits » : } P = 0,2195563, \end{array}$$

chaque période comprenant un grand et un petit minimum. Quant à Rosenhagen, Krug et Schrutcka-Rechenstamm et Watson, ils ont pris, autant que nous puissions le savoir, $P = 0,2196$.

Si nous remarquons que ce n'est qu'en 1937-1938 que l'on a beaucoup d'observations très précises, il nous paraît prématuré de rechercher un

résultat définitif pour la période. En conséquence, nous adopterons la période moyenne entre la détermination classique, celle de Stobbe et la nôtre, soit 0',219 595.

Courbes de variation d'amplitude. — Ces courbes ont été dressées pour les oppositions de 1901, 1930-1931, 1935 et 1937-1938.

Pour les oppositions de 1901, 1930 et 1937, nous avons représenté par des traits pointillés les deux courbes entre lesquelles se trouve la grande majorité des observations. Nous nous sommes appliqué à la meilleure représentation moyenne possible. L'écart moyen entre les deux courbes extrêmes est de 0^m,4 environ pour les oppositions de 1901 et 1930-1931, et de 0^m,3 pour celle de 1937-1938. Le rapport du nombre d'observations extérieures aux courbes extrêmes au nombre total d'observations est de

$$\frac{1}{4} \text{ en 1901, } \frac{1}{10} \text{ en 1930-1931, } \frac{1}{6} \text{ en 1937-1938.}$$

TABLEAU II. — *Éphémérides et amplitudes.*

Dates.	λ .	β .	Ampl.	Dates.	λ .	β .	Ampl.	Dates.	λ .	β .	Ampl.
1901.				1930.				1935.			
Fév. 16..	71,2	- 3,4	1,17	Oct. 29..	103,1	+25,0	1,02	Oct. 6..	315,2	+13,8	0,25
26..	79,8	- 8,1	1,38	Nov. 8..	109,0	+23,7	1,16	16..	315,8	+13,6	0,25
Mars 8..	88,7	-11,7	1,47	18..	115,9	+25,3	1,24	26..	317,6	+13,4	0,25
18..	97,7	-14,3	1,25	28..	125,0	+29,6	1,34	1937.			
28..	-	-	-	Déc. 8..	133,1	+28,9	1,50	Nov. 10..	74,8	+37,0	0,44
Mai 6..	140,8	-20,3	0,30	18..	140,0	+23,9	1,33	20..	74,5	+39,4	0,43
1903.				28..	146,2	+17,7	1,12	30..	73,5	+40,0	0,44
Mai 1..	272,1	-20,8	0,75	1931.				Déc. 10..	71,0	+39,2	0,46
16..	269,5	-21,2	0,83	Janv. 7..	151,7	+10,4	0,88	20..	69,0	+36,1	0,51
31..	265,5	-20,3	0,89	17..	156,7	+ 1,8	0,68	30..	67,9	+30,2	0,59
Juin 15..	260,9	-17,7	0,78	27..	160,1	- 9,8	0,52	1938.			
30..	253,6	-14,7	0,59	Fév. 6..	161,6	-19,5	0,40	Janv. 9..	68,3	-22,9	0,70
Juil. 15..	244,1	-11,3	0,53	16..	161,5	-27,4	0,27	19..	71,3	+13,3	0,86
30..	241,1	- 7,5	0,59	26..	159,6	-33,5	0,20	29..	75,8	+ 4,5	1,06
Août 14..	247,5	- 5,6	0,70	Avril 17..	163,5	-33,9	0,05	Fév. 8..	81,4	- 4,0	1,29
1907.				1935.				18..	87,9	-10,8	1,50
Oct. 10..	28,8	+30,9	0,0	Juil. 28..	335,2	+ 6,0	0,35	28..	95,2	-16,0	1,28
Nov. 9..	12,2	+33,2	0,0	Août 7..	332,6	+ 8,0	0,35	Mars 10..	102,7	-19,6	1,06
Déc. 9..	10,8	+17,4	0,0	17..	328,9	+ 9,8	0,35	20..	110,5	-21,5	0,84
1921.				27..	324,5	+11,5	0,32	30..	118,4	-22,6	0,66
Août 20..	355,5	+16,1	0,0	Sept. 6..	320,7	+12,7	0,29	Avril 9..	126,4	-23,4	0,50
Sept. 19..	346,1	+20,7	0,0	16..	317,7	+13,4	0,25				
Oct. 19..	336,0	+21,0	0,0	26..	315,8	+13,8	0,25				

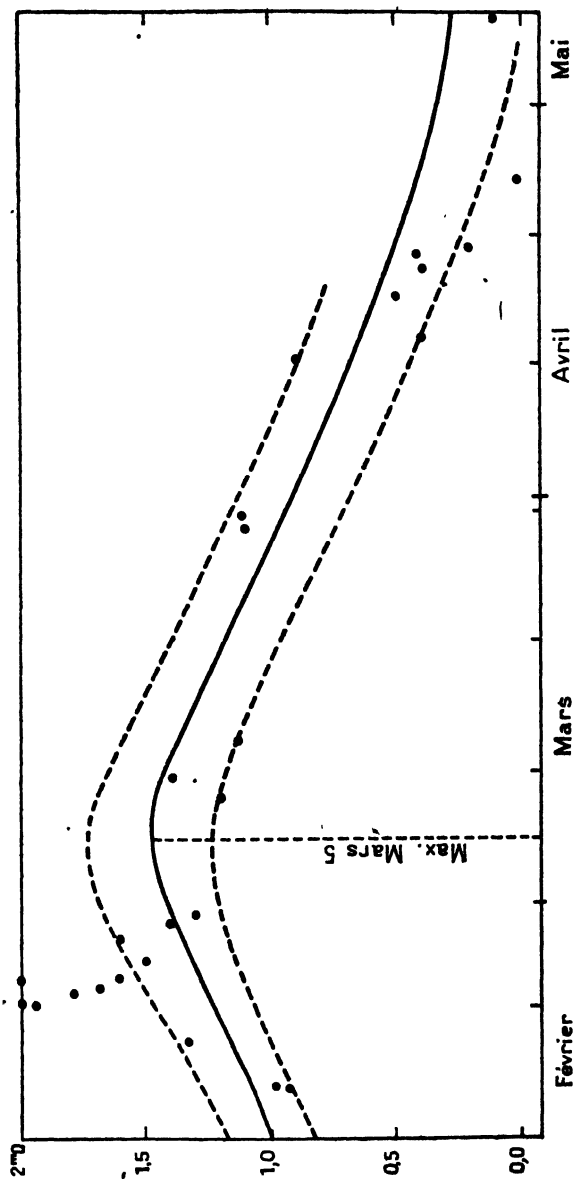


Fig. 2. — Courbe 1. Opposition de 1901.*

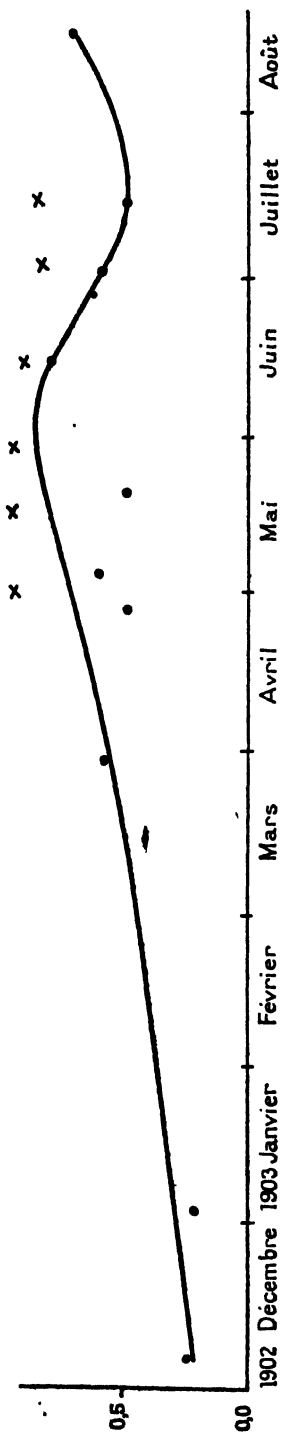


Fig. 3. — Courbe 2. Opposition de 1903.*

* *Nota.* — Les croix représentent les amplitudes calculées au moyen des formules (17'), Tableau IX.

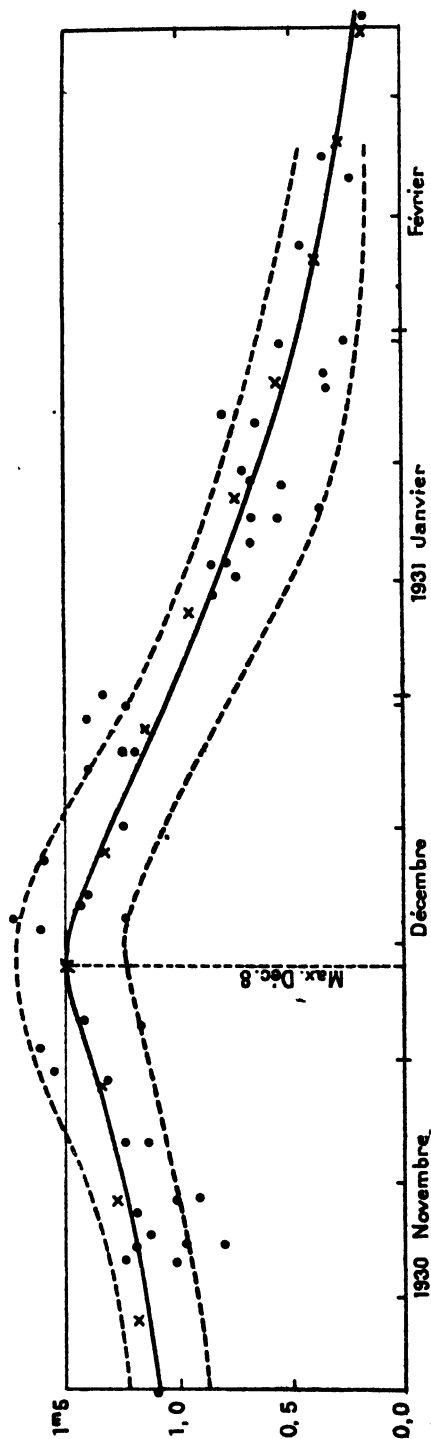


Fig. 4. — Courbe 3. Opposition de 1930-1931. *

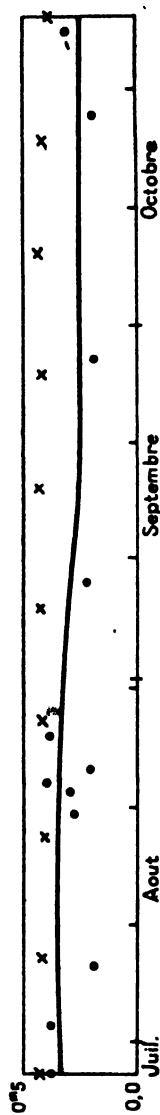


Fig. 5. — Courbe 4. Opposition de 1935. *

* Nota. — Les croix représentent les amplitudes calculées au moyen des formules (17'), Tableau IX.

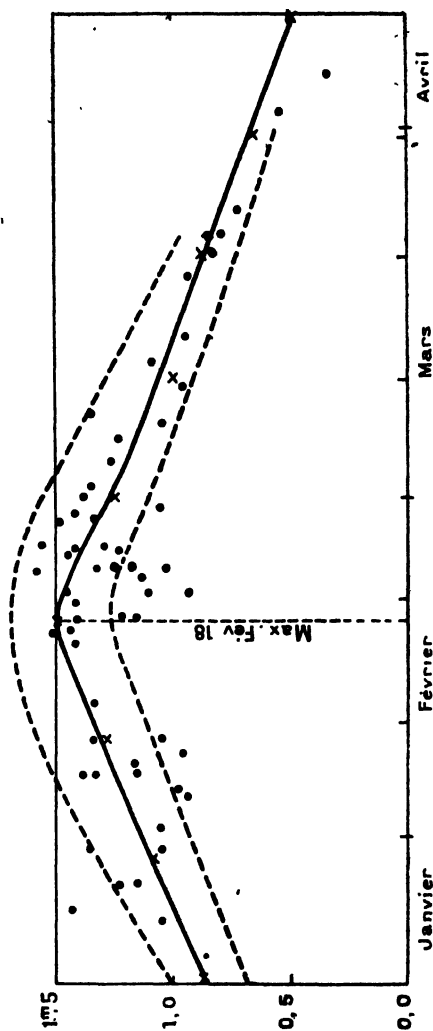
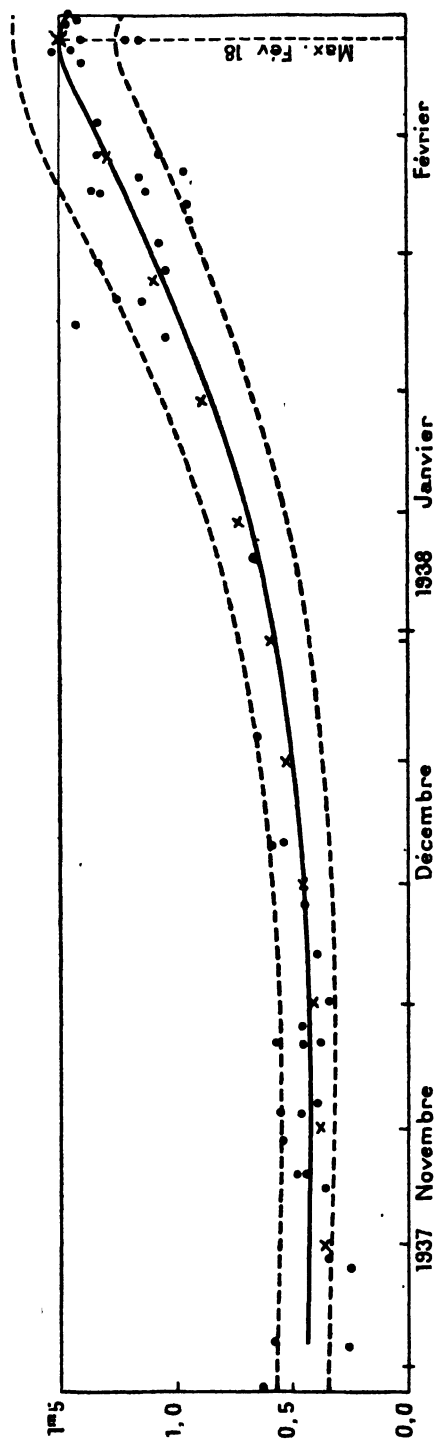


Fig. 6 et 7. — Courbe 5. Opposition 1937-1938.

Nota. — Les croix représentent les amplitudes calculées au moyen des formules (17'), Tableau IX.

On se rend compte par ces chiffres des écarts qui existent entre les observations, écarts qui peuvent atteindre $0^m,5$ le même jour et parfois entre deux observations consécutives du même observateur. Il s'ensuit que malgré tout le soin apporté, la confection d'une courbe de variation comporte toujours un certain degré d'arbitraire. C'est ainsi que le maximum de 1901 pourrait être changé de plusieurs jours, mais nous avons tenu dans ce cas à respecter la forme générale de la courbe telle qu'elle se présentait en 1937, année correspondante à 1901 dans l'ordre des oppositions d'Éros.

Pour 1930, la part d'arbitraire est considérablement diminuée, et pour 1937, nous ne croyons pas qu'une autre courbe représenterait mieux les observations.

Les amplitudes ont été déduites des courbes de variation. On remarquera que les maximums ont lieu :

En 1901.....	le 5 mars
En 1930.....	le 8 décembre
En 1938.....	le 18 février

Cette dernière date est en accord avec celle donnée par Beyer [33] dans la réduction de ses observations.

Nous nous sommes attaché à représenter les deux dernières dates dans nos éphémérides de 10 en 10 jours.

Toutes les coordonnées sont rapportées à l'équinoxe 1925,0.

Calcul de Ω et i de l'équateur d'Éros. — L'amplitude de variation d'éclat maximum étant $A_0 = 1^m,50$, les coordonnées géocentriques d'Éros aux moments des maximums sont :

		$\lambda.$	$\beta.$
(I)	1901, mars 5.....	$85,9$	$-10,7$
(II)	1930, déc. 8.....	$133,1$	$+28,9$
(III)	1938, fév. 18.....	$87,9$	$-10,9$

L'application de la formule (1) nous conduit aux éléments suivants, pour les dates moyennes entre les trois oppositions :

	T.	Ω	$i.$
(I-II)	1916,03.....	$97,4$	$43,4$
(II-III)	1934,53.....	$99,1$	$44,7$

On voit qu'il paraît exister une précession sens direct, si cela est vrai, son moyen mouvement annuel serait $+0^s,092$. Toutefois, les observations de 1901 étant très incertaines, nous considérerons la direction de l'axe de rotation d'Éros comme fixe dans l'espace et prendrons la

deuxième détermination, beaucoup plus précise que la première. Les éléments conclus sont donc :

Équateur d'Éros, $\varnothing = 99^{\circ}, 1$; $i = 44^{\circ}, 7$ (Équin. 1925, 0).
 Coordonnées équatoriales du Pôle Nord, $\alpha = 345^{\circ}, 4$; $\delta = +44^{\circ}, 2$
 (Équin. 1925, 0).

Détermination de la courbe d'amplitude en fonction de la déclinaison érocentrique de la Terre. — Nous avons commencé par calculer la déclinaison érocentrique de la Terre par la formule (2) pour les oppositions de 1930-1931 et 1937-1938.

La courbe 6 donne A en fonction de D.

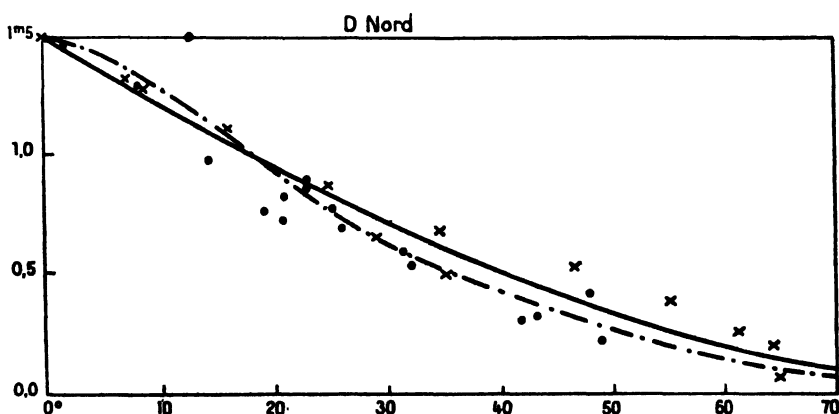


Fig. 8. — Courbe 6. D-Nord.

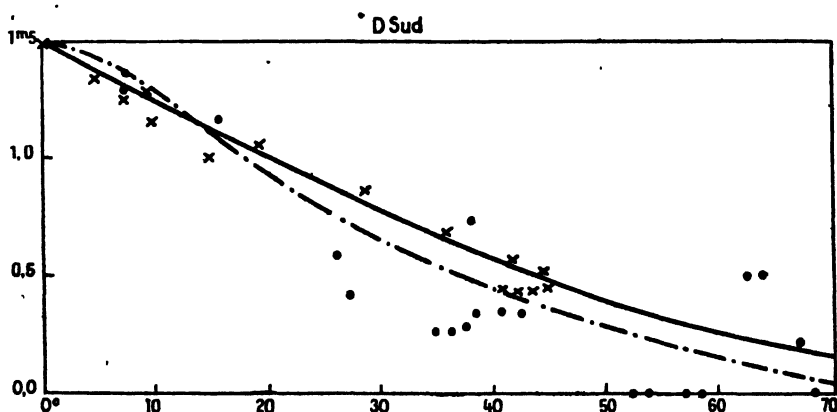


Fig. 9. — Courbe 6. D-Sud.

Le trait plein est la parabole (4'). Le trait mixte est fourni par l'ellipsoïde.

Les croix sont les observations de 1930-1931 et 1937-1938. Les points, les autres observations.

Nous avons tâché de représenter cette courbe par les fonctions (4). En extrapolant sur la partie relative aux déclinaisons Sud, nous avons obtenu pour chaque signe de D sept équations de condition que nous avons résolues par la méthode des moindres carrés, avec $A_0 = 1^m,50$, et en tenant compte de la condition $A = 0$ pour $D = +90^\circ$, en les écrivant sous la forme

$$b_i D^2 - a_i |D| = 1^m,50 - A.$$

Les fonctions (4) sont alors

$$(4') \quad \begin{cases} D_{\text{Nord}} : A = 1^m,50 - 0,0312 |D| + 0,000161 D^2, \\ D_{\text{Sud}} : A = 1^m,50 - 0,0280 |D| + 0,000126 D^2, \end{cases}$$

où D est compté en degrés. Ces courbes représentent très exactement les courbes graphiques.

Dans le tableau comparatif suivant, nous donnons la fonction A calculée par la formule (5), soit

$$(5') \quad A = 1^m,50 (1 - \sin |D|)$$

en même temps que par les fonctions (4').

TABLEAU III.

D	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
[Form. (4')] Nord	^m 1,50	^m 1,20	^m 0,94	^m 0,71	^m 0,51	^m 0,34	^m 0,21	^m 0,11	^m 0,04	^m 0,00
[Form. (5')]	1,50	1,24	0,99	0,75	0,54	0,35	0,20	0,09	0,02	0,00
[Form. (4')] Sud	1,50	1,23	0,99	0,77	0,58	0,42	0,27	0,16	0,07	0,00

Les formules (4') représentent évidemment un peu mieux les observations que la fonction circulaire (5') mais, l'écart étant faible (0^m,07 au plus), on pourra se servir de cette dernière pour les calculs relatifs à la forme d'Éros.

Représentation des observations. — Pour terminer les recherches relatives à la variation d'éclat à courte période, il nous reste à représenter les observations au moyen des formules (2) et (4).

Le Tableau IV donne pour chaque date la déclinaison érocentrique de la Terre, l'amplitude observée et calculée et le résidu O—C.

TABLEAU IV. — *Représentation des observations.*

Dates.	D.	A ₀ .	A ₁ .	O—C.	Dates.	D.	A ₀ .	A ₁ .	O—C.
1900.					1930.				
Nov. 20	—63,6	0,5	0,2	+0,3	Nov. 8	—10,0	1,16	1,23	—0,07
Déc. 22	—62,8	0,5	0,2	+0,3	18	—6,9	1,24	1,31	—0,07
1901.					28	—4,8	1,34	1,37	—0,03
Janv. 23	—39,1	0,7	0,6	+0,1	Déc. 8	0,0	1,50	1,50	0,00
Fév. 7	—24,8	1,4?	0,9	+0,5?	18	+7,6	1,33	1,27	+0,06
16	—16,6	1,17	1,07	+0,10	28	+16,0	1,12	1,04	+0,08
26	—7,5	1,38	1,29	+0,09	1931.				
Mars 8	+1,1	1,47	1,47	0,00	Janv. 7	+25,0	0,88	0,82	+0,06
18	+9,1	1,25	1,23	+0,02	17	+34,9	0,68	0,61	+0,07
Mai 6	+43,1	0,30	0,46	—0,16	27	+46,7	0,52	0,39	+0,13
1902.					Fév. 6	+55,5	0,40	0,27	+0,13
Déc. 6	+48,9	0,20	0,35	—0,15	16	+61,5	0,27	0,19	+0,08
1903.					26	+64,4	0,20	0,16	+0,04
Janv. 3	+42,2	0,30	0,46	—0,16	Avril 17	+65,2	0,05	0,15	—0,10
Mars 30	+21,4	0,56	0,91	—0,35	1933.				
Avril 28	+21,3	0,72	0,92	—0,20	Juil. 27	+14,2	0,97	1,09	—0,12
Mai 1	+19,4	0,75	0,97	—0,22	Août 13	+12,8	1,50	1,13	+0,37
16	+21,5	0,83	0,90	—0,07	1935.				
31	+23,6	0,89	0,86	+0,03	Juil. 28	—42,4	0,35	0,54	—0,19
Juin 15	+25,2	0,78	0,82	—0,04	Août 7	—41,2	0,35	0,56	—0,21
30	+31,3	0,59	0,68	—0,09	17	—40,5	0,35	0,57	—0,22
Juil. 15	+32,3	0,53	0,66	—0,13	27	—39,1	0,32	0,60	—0,28
30	+31,3	0,59	0,68	—0,09	Sept. 6	—37,7	0,29	0,62	—0,33
Août 14	+25,8	0,70	0,80	—0,10	16	—36,3	0,25	0,65	—0,40
1905.					26	—35,2	0,25	0,67	—0,42
Août 26	—26,6	0,4	0,8	—0,4	Oct. 6	—34,9	0,25	0,68	—0,43
Sept. 1	—25,9	0,6	0,8	—0,2	16	—35,1	0,25	0,67	—0,42
1907.					26	—36,2	0,25	0,65	—0,40
Oct. 10	—69,0	0,0	0,2	—0,2	1937.				
Nov. 9	—77,2	0,0	0,1	—0,1	Nov. 10	—41,1	0,44	0,56	—0,12
Déc. 9	—57,0	0,0	0,3	—0,3	20	—42,5	0,43	0,54	—0,11
1908.					30	—43,5	0,44	0,52	—0,08
Janv. 10	—53,6	0,0	0,4	—0,4	Déc. 10	—44,8	0,46	0,50	—0,04
1914.					20	—44,7	0,51	0,50	+0,01
Sept. 18	—68,3	0,2	0,2	0,0	30	—42,2	0,59	0,54	+0,05
1916.					1938.				
Déc. 29	+47,7	0,4	0,4	0,0	Janv. 9	—36,1	0,70	0,65	+0,05
1919.					19	—28,8	0,86	0,80	+0,06
Juil. 17	—7,3	1,3	1,3	0,0	29	—19,5	1,06	1,00	+0,06
1921.					Fév. 8	—9,4	1,29	1,25	+0,04
Août 30	—58,7	0,0	0,29	—0,29	18	0,0	1,50	1,50	0,00
Sept. 6	—58,7	0,0	0,29	—0,29	28	+8,6	1,28	1,24	+0,04
Oct. 19	—53,4	0,0	0,36	—0,36	Mars 10	+16,3	1,06	1,04	+0,02
1930.					20	+22,9	0,84	0,85	—0,01
Oct. 29	—14,8	1,02	1,11	—0,09	30	+29,2	0,66	0,73	—0,07
					Avril 9	+35,3	0,50	0,60	—0,10

Nous remarquons l'existence d'écarts systématiques en 1903 et 1935; en dehors de toute considération sur les erreurs d'observation (ces deux séries, très clairsemées, sont chacune l'œuvre d'un seul observateur), on peut croire à l'existence d'une inégalité à longue période, mais il faut attendre d'autres observations précises par plusieurs observateurs pour pouvoir se prononcer.

L'erreur moyenne ε_m , l'erreur probable ε_p et l'écart moyen ε_m de la moyenne des observations d'une opposition sont :

Dates des oppositions.....	1901.	1903.	1930.	1935.	1937.	Toutes les oppositions.
ε_m	$\pm 0^m,18$	$-^m$	$\pm 0^m,083$	$-^m$	$\pm 0^m,066$	$\pm 0^m,19$
ε_p	$\pm 0,12$	$-$	$\pm 0,056$	$-$	$\pm 0,045$	$\pm 0,13$
ε_m	$+0,09$	$-0,13$	$+0,02$	$-0,33$	$-0,01$	$-$

Malgré de nombreux essais, nous n'avons pu améliorer sensiblement la représentation. Nous avons vainement tenté de tenir compte de la précession trouvée. Nous avons alors tâché de représenter l'inégalité qui semble ressortir des écarts systématiques de 1903 et 1935.

Ces observations sont très imprécises; comme leur détail n'a pas été publié, nous ne pouvons les contrôler. Enfin, nous avons 10 observations en 9 mois pour 1903, et 12 en 3 mois pour 1935, ce qui est très nettement insuffisant. Il s'ensuit que les écarts constatés n'offrent pas assez de certitude pour autoriser l'établissement de la théorie d'une inégalité.

Pour prévoir le cas où des observations viendraient dans l'avenir confirmer l'existence de l'inégalité supposée, nous avons cherché à la représenter graphiquement. Estimant qu'elle devait s'annuler pour les maximums de 1930,9 et 1938,1, et ne pas avoir d'influence sensible sur les résultats obtenus pour ces deux oppositions où nous avons de nombreuses et excellentes observations, nous avons été conduit à attribuer à l'inégalité une période de 14,4 ans et une amplitude de $0^m,10$, ce qui nous donne

$$\delta A = 0^m,10 \sin 25^{\circ},0(T - 1938,4),$$

T étant compté en années tropiques.

Nous pensons que l'écart moyen ε_m est, dans le cas qui nous occupe, une quantité intéressante, puisqu'il nous indique comment la théorie suit l'observation dans le temps. Nous avons donc appliqué aux écarts moyens la correction δA , ce qui nous donne

$$\varepsilon_m \text{ corrigé} = \varepsilon_m - \delta A,$$

d'où le Tableau

TABLEAU V.

Oppo- sitions.	ϵ_m	$\delta A.$	ϵ_m corrigé.	Oppo- sitions.	ϵ_m	$\delta A.$	ϵ_m corrigé.
	^m	^m	^m		^m	^m	^m
1901....	+0,09	+0,04	+0,05	1919....	0	-0,1	+0,1
1903....	-0,13	-0,05	-0,08	1921....	-0,3	-0,1	-0,2
1905....	-0,3	-0,1	-0,2	1930....	+0,02	0	+0,02
1907....	-0,23	-0,06	-0,17	1933....	-0,1	-0,1	0
1914....	0	+0,1	-0,1	1935....	-0,33	-0,09	-0,24
1917....	0	0	0	1937....	-0,01	0,0	-0,01

Nota. — Nous avons rejeté l'observation du 7 février 1901 comme trop incertaine et celle du 13 août 1933 qui donne une vitesse d'augmentation d'amplitude exagérée.

La représentation des observations paraît améliorée, mais nous insistons sur la quasi-inexistence de la base de l'inégalité. Nous verrons plus loin que les nouvelles approximations diminuent considérablement les écarts systématiques en cause, aussi est-il très probable que l'inégalité en question, que nous ne mentionnons qu'à titre purement documentaire, n'a pas d'existence réelle; seules de nouvelles observations pourront, si elles démontrent à certaines époques la réalité d'un écart systématique, permettre d'en donner la théorie.

Forme d'Éros. — Nous avons vu que la forme (5) de la fonction A donnait dH [forme (7)], qui s'écrivait avec une bonne approximation sous la forme (10).

En prenant

$$dH_0 = 2,51^{1,10} = 3,98, \quad K = 1,055,$$

nous avons

$$(10') \quad dH = \frac{3,98}{1 + 4,2 \sin \frac{|D|}{2}}.$$

Nous donnons ci-après le résultat de la substitution de dH , forme (10') aux dH , forme (7). Nous y joignons les A calculés par la forme (10') et les A moyens observés par (4').

Le graphique nous a donné un ellipsoïde de révolution dont les axes sont :

$$a = 3,98b \quad (b = c).$$

L'axe de rotation est alors c , l'ellipse équatoriale ayant pour demi-axes a et b . Il nous faut voir comment l'ellipsoïde trouvé représente les observations. Les formules (11) à (14) nous ont donné A, que nous comparons aux amplitudes des formules (4').

TABLEAU VI.

D	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
dH [form. (7)]	3,98	3,13	2,49	2,00	1,64	1,38	1,20	1,09	1,02	1,00
dH [form. (10')]	3,98	2,92	2,30	1,91	1,63	1,43	1,29	1,17	1,08	1,00
A [form. (10')]	^m 1,50	^m 1,16	^m 0,91	^m 0,70	^m 0,53	^m 0,39	^m 0,27	^m 0,17	^m 0,08	^m 0,00
A_m [form. (4')]	1,50	1,21	0,96	0,74	0,55	0,38	0,24	0,14	0,06	0,00

TABLEAU VII.

D	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
D_N [form. (4')]	^m 1,50	^m 1,20	^m 0,94	^m 0,71	^m 0,51	^m 0,34	^m 0,21	^m 0,11	^m 0,04	^m 0,00
Ellipsoïde	1,50	1,28	0,94	0,66	0,44	0,28	0,16	0,07	»	0,00
D_S [form. (4')]	1,50	1,23	0,99	0,77	0,58	0,42	0,27	0,16	0,07	0,00

L'écart maximum atteint $0^m,14$, les différences sont donc faibles; de toute façon, l'ellipsoïde fait presque disparaître les écarts systématiques constatés en 1903 et 1935.

Dimensions d'Éros. — Prenons pour magnitude absolue d'Éros la quantité

$$g_0 = 10^m,75,$$

magnitude photovisuelle qui résulte d'un grand nombre d'observations précises en 1937-1938. Si le corps est sphérique et que l'on connaisse son albedo, le rayon R de la planète est donné par la formule connue

$$\log R^{\text{km}} = \frac{1}{2} \log \frac{3}{2p} + 0,084 + \log U + \frac{1}{5} M_{\odot} - \frac{1}{5} g_0,$$

où p est l'albedo de Lambert, ou pouvoir réflecteur de la surface; U , l'unité astronomique en kilomètres, soit $1,495 \times 10^8$ km; $M_{\odot}$, la magnitude du Soleil à l'unité de distance, soit $M = -26^m,72$.

Si nous prenons pour pouvoir réflecteur d'Éros la moyenne entre ceux de Mercure et de Mars, comme on le fait d'habitude pour les astéroïdes, soit $p = 0,24$, le rayon de la planète supposée sphérique est

$$R = 14^{\text{km}}, 5.$$

L'égalité des surfaces maximums de l'ellipse méridienne et du disque nous conduit à l'expression

$$3,98 x^2 = (14,5)^2,$$

$$x = 7,3,$$

ce qui nous donne les dimensions d'Éros

$$2a = 58^{\text{km}}, \quad 2b = 2c = 14^{\text{km}}, 5.$$

L'incertitude sur la valeur de l'albedo est grande, aussi ces nombres ne sont-ils qu'une simple indication. Avec ces données, en prenant pour densité d'Éros celle de Mars (3,9), la masse de la planète est $4,2 \cdot 10^{-9}$ de celle de la Terre, ou $1,3 \cdot 10^{-11}$ de celle du Soleil.

Nouvelles approximations. — *Magnitude absolue et coefficient de phase.* — L'opposition de 1937-1938 est la seule où ont été faites des observations systématiques, c'est pour cette raison qu'elle nous servira de base de travail pour la recherche du coefficient de phase. La courbe de variation de g observée par Beyer [33] en 1937-1938, dressée par cet astronome et déduite de l'ensemble de ses observations nous fournit pour les dates de l'éphéméride les g_{obs} suivants :

TABLEAU VIII.

Dates.	$g_{\text{obs.}}$	Φ .	$D_{\odot}$.	D_{δ} .	$D_{\odot} - D_{\delta}$.	$g_{\text{calc.}}$	O—C.
1937.							
Nov. 10.....	11,50 ^m	33,4 ^o	—38,8 ^o	—41,1 ^o	+ 2,3 ^o	11,45 ^m	+0,05 ^m
20.....	45	31,9	—33,5	—42,5	9,0	48	—0,03
30.....	49	31,4	—27,9	—43,5	15,6	51	—0,02
Déc. 10.....	51	31,3	—21,9	—44,8	22,9	55	—0,04
20.....	60	32,2	—15,4	—44,7	29,3	62	—0,02
30.....	70	34,5	— 8,5	—42,2	31,7	71	—0,01
1938.							
Janv. 9.....	80	37,2	—,1,3	—36,1	34,5	76	+0,04
19.....	88	41,0	+ 5,9	—28,8	34,7	84	+0,04
29.....	92	44,0	+13,2	—19,5	32,7	87	+0,05
Fév. 8.....	91	46,1	+20,4	— 9,4	29,8	92	—0,01
18.....	91	48,0	+27,4	0,0	27,4	94	—0,03
28.....	91	49,8	+34,0	+ 8,6	25,4	97	—0,06
Mars 10.....	95	51,0	+39,9	+16,3	23,6	98	—0,03
20.....	11,98	51,6	+45,0	+22,9	22,1	99	—0,01
30.....	12,00	51,8	+49,1	+29,2	19,9	98	+0,02
Avril 9.....	12,02	51,6	+52,3	+35,3	17,0	11,96	+0,06

Nous avons ajouté au tableau des g_{obs} (2^e colonne), l'angle de phase Φ , les déclinaisons érocentriques du Soleil et de la Terre, leur différence, la magnitude calculée g_{calc} par notre formule (16') et enfin les résidus définitifs O—C. Le g_0 étant estimé bien connu et fixé à

$$g_0 = 10^{\text{m}},75,$$

en faisant, comme nous en verrons la légitimité, $m_{\text{int}} - m_{\text{Harv}} = 0$, l'application de la formule classique du coefficient de phase moyen laisse subsister des résidus pouvant atteindre $0^{\text{m}},2$. En traitant les 16 équations de condition (16) par la méthode des moindres carrés, nous avons obtenu, pour les coefficients inconnus (en logarithmes),

$$\gamma_1 = [8,322], \quad \gamma_2 = [7,829], \quad \gamma_3 = [7,826],$$

ce qui nous a permis d'écrire

$$\gamma_2 = -\gamma_3 = [7,829],$$

et, D_0 et D_8 étant comptées en degrés,

$$(16') \quad g = 10^{\text{m}},75 + 0^{\text{m}},0210\Phi + 0^{\text{m}},0067 | D_0 - D_8 |.$$

La représentation des observations semble très correcte, les écarts étant faibles et de l'ordre de l'incertitude des données. Le coefficient γ_8 est le « coefficient cylindrique », il n'est pas petit devant γ_1 (environ le tiers), et son influence peut atteindre $0^{\text{m}},30$ pour $D_0 - D_8 = 45^\circ$.

Représentation de la magnitude absolue en 1921 et 1930-1931.

— *Opposition de 1921.* — Les observations sont de Bernewitz [18], en voici le relevé :

Dates	Φ .	g .	Dates.	Φ .	g .
1921.			1921.		
Juil. 28.....	28,6	11,40	Sept. 19.....	14,2	11,13
30.....	27,9	'33	26.....	18,1	06
Août 9.....	22,5	33	27.....	18,8	06
22.....	18,1	42	30.....	20,5	08
30.....	14,5	33	Oct. 4.....	22,9	08
Sept. 6.....	12,1	02	5.....	23,7	26
7.....	11,8	11,06	6.....	24,5	16
9.....	12,4	10,95	9.....	27,6	25
18.....	13,7	10,93	10.....	28,3	11,21

Malgré le petit nombre d'observations, nous avons dressé la courbe de variation de g .

Nous donnons ci-après, pour des dates équidistantes, les valeurs de g déduites des observations et calculées. La colonne 4 donne les g observés, la colonne 5, les g calculés par la formule (16'), la colonne 7 les g calculés

en partant de la formule classique, pour laquelle nous avons trouvé $g'_0 = 11^m,00$, $\gamma = 0^m,012$.

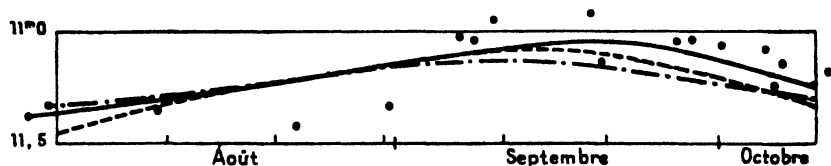


Fig. 10. — Trait plein, courbe observée; trait pointillé, courbe des g'_c , nouvelle formule; trait mixte, courbe des g'_c , ancienne formule.

On verra que la représentation générale est au moins aussi bonne par la nouvelle formule que par l'ancienne, qu'il fallait reprendre à chaque opposition. La somme des carrés des écarts est en effet 0,0237 avec notre formule, et 0,0329 avec l'ancienne.

Ceci montre que la nouvelle formule est bien générale, et que ses coefficients paraissent assez bien déterminés.

				Formules.			
				Nouvelle.		Ancienne.	
Dates.	Φ .	$D_{\odot} - D_{\delta}$.	$g_{\text{obs.}}$	$g'_{\text{calc.}}$	O—C.	$g'_{\text{calc.}}$	O—C.
1921.							
Juil. 31.....	27,4	+19,7	11,37	11,46	—0,09	11,33	+0,04
Août 10.....	22,2	+17,9	31	34	—0,03	27	+0,04
20.....	18,5	+15,9	24	24	0,00	22	+0,02
30.....	14,5	+13,7	16	15	+0,01	17	—0,01
Sept. 9.....	12,4	+11,3	10	09,	+0,01	15	—0,05
19.....	14,2	+ 8,7	07	11	—0,04	17	—0,10
29.....	19,9	+ 5,8	12	21	—0,09	24	—0,12
Oct. 9.....	27,6	+ 2,7	11,28	11,35	—0,07	11,33	—0,05

On peut remarquer que l'on a ici un cas extrême où $D_{\odot} - D_{\delta}$ est à un moment très voisin de Φ .

Opposition de 1930-1931. — Nous avons réduit les magnitudes observées directement au système de g par la formule classique. Voici le relevé des observations.

Dates.	m .	Δm .	$g_{\text{obs.}}$	Réf.	Dates.	m .	Δm .	$g_{\text{obs.}}$	Réf.
1930.					1931.				
Déc. 13..	8,85	+2,57	11,42	25	Janv. 19..	8,59	35	11,94	"
15..	9,10	60	70	23	20..	8,68	38	12,06	"
27..	9,06	87	93	"	25..	7,95	43	11,38	36
30..	8,8	+2,95	75	"	Fév. 2..	8,22	45	67	37
1931.					5..	8,19	43	62	"
Janv. 16..	7,97	+3,30	11,27	22	10..	8,02	39	41	"
17..	9,10	33	12,43	37	11..	7,84	+3,37	11,21	"

Dates.	<i>m</i> .	Δm .	<i>g</i> _{obs.}	Réf.	Dates.	<i>m</i> .	Δm .	<i>g</i> _{obs.}	Réf.
1931.	^m	^m	^m		1931.	^m	^m	^m	
Fév. 22.	8,22	+3,10	11,32	37	Mars 20.	9,37	20	11,57	»
26.	8,50	+3,00	50	»	21..	10,17	16	12,33	25
27.	8,73	+2,95	68	»	22.	9,75	12	11,87	»
Mars 3.	9,05	76	81	»	23.	9,47	08	55	37
9.	9,16	55	71	»	25.	9,80	+2,02	82	25
10.	9,48	51	99	25	Avril 7.	10,11	+1,60	71	37
15.	9,24	36	60	37	11.	9,99	+1,47	11,46	»

On peut voir par le Tableau combien les observations sont incertaines et souvent discordantes. Nous avons toutefois dressé aussi bien que possible la courbe de variation de *g*.

Nous avons obtenu la représentation suivante :

Dates.	<i>g</i> _{obs.}	<i>g</i> _{calc.}	O—C.	Dates.	<i>g</i> _{obs.}	<i>g</i> _{calc.}	O—C.
1930.	^m	^m	^m	1931.	^m	^m	^m
Déc. 8....	11,64	11,74	-0,10	Fév. 6....	11,45	11,48	-0,03
18....	74	78	-0,04	16....	40	47	-0,07
28....	80	75	+0,05	26....	47	50	-0,03
1931.				Mars 8....	60	55	+0,05
Janv. 7....	76	69	+0,07	18....	70	58	+0,12
17....	70	64	+0,06	28....	70	61	+0,09
27....	11,60	11,54	+0,06	Avril 7....	60	63	-0,03

Malgré la forte incertitude, la représentation n'est pas mauvaise à notre avis.

La formule classique donnait pour cette opposition :

$$g_0 = 10^m, 84; \quad \gamma = 0^m, 022.$$

Représentation des observations individuelles en 1907, 1921, 1930-1931, 1937-1938. — 1907. Nous disposons de la belle série de Gùthnick [16], mais son échelle de magnitudes est celle de Potsdam ; entre notre échelle (Harvard) et la sienne, il existe un écart systématique

$$m = m_{Gn} - 0^m, 28.$$

égal à celui qu'à trouvé Parkhurst [41] pour l'échelle internationale, nous sommes donc fondés d'admettre $m_{int} - m_{Harv} = 0$.

L'écart moyen des (O—C)₁ étant + 0^m,28, nous avons ajouté cette quantité à notre *g*₀ et obtenu les (O—C)₂.

Les écarts ne présentent plus un caractère systématique bien défini ; on trouve bien trois parties où les O—C sont alternativement positifs, puis négatifs, et enfin positifs, mais elles peuvent provenir de légères erreurs dans la variation de Φ et de (*D*₀ — *D*_δ) qui ont été calculées pour peu de dates.

Gùthnick a corrigé ses observations de $-2.5 \log \left(\frac{1}{\cos^2 \frac{1}{2} \Phi} \right)$ pour la

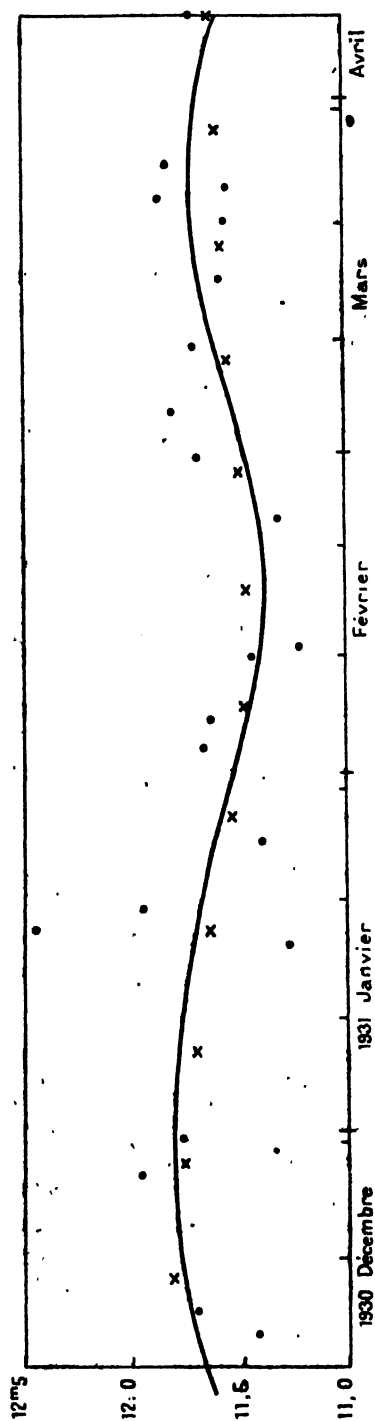


Fig. 11. — Courbe de variation de g en 1930-1931.
Les croix sont les g calculés par la formule (16').

diminution d'éclat demandée par la théorie d'Euler. Nous avons pris les g bruts, comme dans tout ce travail.

Dates.	$g_{\text{obs.}}$	$g_{\text{calc.}}$	$(O-C)_1$	$(O-C)_2$	Dates.	$g_{\text{obs.}}$	$g_{\text{calc.}}$	$(O-C)_1$	$(O-C)_2$
1907.					1907.				
Sept. 24...	^m 11,51	^m 11,10	^m +0,41	^m +0,13	Oct. 23...	^m 11,74	^m 11,46	^m +0,28	^m 0
26...	47	13	34	+0,06	24...	74	47	27	-0,01
27...	38	14	24	-0,04	28...	70	52	18	-0,10
28...	45	15	30	+0,02	Nov. 3...	76	56	20	-0,08
29...	53	16	37	+0,09	4...	72	57	15	-0,13
30...	48	17	31	+0,03	5...	77	58	19	-0,09
Oct. 1...	41	18	23	-0,05	6...	81	59	22	-0,06
2...	59	20	39	+0,11	7...	81	60	21	-0,07
3...	55	22	33	+0,05	8...	83	61	22	-0,06
8...	57	27	30	+0,02	9...	11,79	62	17	-0,11
9...	68	29	39	+0,11	27...	12,00	76	24	-0,04
10...	60	30	30	+0,02	28...	08	77	31	+0,03
11...	47	32	15	-0,13	30...	04	79	25	-0,03
12...	54	33	21	-0,07	Déc. 1...	23	80	43	+0,15
15...	71	36	35	+0,07	6...	21	84	37	+0,09
16...	72	37	35	+0,07	11...	15	87	28	0
17...	85	38	47	+0,19	31...	25	90	35	+0,07
18...	60	40	20	-0,08	1908.				
19...	56	41	15	-0,13	Janv. 3...	24	91	33	+0,05
20...	64	42	22	-0,06	10...	11,46	11,94	+0,52	+0,24
22...	11,57	11,45	+0,12	-0,16					

Les valeurs de g_0 et γ de Güthnick sont :

$$g_0 = 11^m, 13; \quad \gamma = 0^m, 018.$$

Pour permettre la discussion ultérieure, nous rapportons le g_0 de Güthnick à notre échelle des magnitudes, il en résulte les valeurs suivantes par les formules classiques

$$(1907-1908) : g_0 = 10^m, 85; \quad \gamma = 0^m, 0181.$$

1921. La série de Bernewitz, donnée plus haut, conduit aux résidus suivants :

Dates.	$g_{\text{obs.}}$	$g_{\text{calc.}}$	O - C.	Dates.	$g_{\text{obs.}}$	$g_{\text{calc.}}$	O - C.
1921.				1921.			
Juil. 28...	^m 11,40	^m 11,50	^m -0,10	Sept. 19...	^m 11,13	^m 11,11	^m +0,02
30...	33	47	-0,14	26...	06	18	-0,12
Août 9...	33	35	-0,02	27...	06	19	-0,13
22...	42	22	+0,20	30...	08	22	-0,14
30...	33	15	+0,18	Oct. 4...	08	27	-0,19
Sept. 6...	02	10	-0,08	5...	26	28	-0,02
7...	11,06	10	-0,04	6...	16	30	-0,14
9...	10,95	09	-0,14	9...	25	35	-0,10
18...	10,93	10	-0,17	10...	11,21	11,37	-0,16

L'écart moyen des $O-C$ est ici $-0^m,07$. Ce serait la quantité à ajouter à notre g_0 pour obtenir la meilleure représentation moyenne possible. Bernewitz a obtenu, en partant des g bruts, les valeurs (1921)

$$(1921) : g_0 = 10^m,87; \quad \gamma = 0^m,0148.$$

Les écarts maximums sont, avec ces quantités, $+0^m,28 - 0^m,15$.

Notre g_0 corrigé de $-0^m,07$ nous donnerait $+0^m,27 - 0^m,12$ par la méthode classique.

1930-1931.

Dates.	$g_{obs.}$	$g_{calc.}$	$O-C.$	Dates.	$g_{obs.}$	$g_{calc.}$	$O-C.$	Dates.	$g_{obs.}$	$g_{calc.}$	$O-C.$
1930.	^m	^m	^m	1931.	^m	^m	^m	1931.	^m	^m	^m
Déc. 13..	11,42	11,76	-0,34	Fév. 2..	11,67	11,50	+0,17	Mars 10..	11,99	11,56	+0,43
15..	70	77	-0,07	5..	62	48	+0,14	15..	60	58	+0,02
27..	93	75	+0,18	10..	41	47	-0,06	20..	11,57	60	-0,03
30..	75	74	+0,01	11..	21	47	-0,26	21..	12,33	60	+0,73
1931.				22..	32	48	-0,16	22..	11,87	60	+0,27
Janv. 16.	11,27	65	-0,38	26..	50.	50	0	23..	55	60	-0,05
17..	12,43	64	+0,79	27..	68	50	+0,18	25..	82	61	+0,21
19..	11,94	63	+0,31	Mars 3..	81	53	+0,28	Avril 7..	71	63	+0,08
26..	12,06	62	+0,44	9..	71	55	+0,16	11..	11,46	11,65	-0,19
25..	11,38	11,57	-0,19								

Après rejet des observations du 17 janvier et du 21 mars, nettement aberrantes, l'écart moyen des $O-C$ est $+0^m,04$, alors que la représentation par notre courbe donne un écart de $+0^m,015$ qui est insignifiant.

Nous avons obtenu un coefficient de phase classique $\gamma = 0^m,0215$. Rosenhagen [33] avait $\gamma = 0^m,022$, avec $g_0 = 10^m,8$; Graff [4] a obtenu

$$(1930-1931) : g_0 = 10^m,84; \quad \gamma = 0^m,022.$$

1937-1938. Nous n'employons ici que la belle série de Beyer [33]. Ce dernier trouve les valeurs suivantes pour les constantes

$$g_0 = 10^m,75; \quad \gamma = 0^m,022 - 0^m,027.$$

Nous avons adopté sa valeur de g_0 ; pour le coefficient de phase il prend en définitive, $\gamma = 0^m,024$ (système de Harvard). Stobbe [32] trouve, dans le système international,

$$g_0 = 10^m,87; \quad \gamma = 0^m,024.$$

L'écart des g_0 est dû à la différence $m_{int} - m_{Harv}$ dont il tient compte, mais qui doit être nulle aux magnitudes observées (*Ap. J.* t. 38, 1913, p. 267).

Dates.	$g_{\text{obs.}}$	$g_{\text{calc.}}$	O—C.	Dates.	$g_{\text{obs.}}$	$g_{\text{calc.}}$	O—C.	Dates.	$g_{\text{obs.}}$	$g_{\text{calc.}}$	O—C.
1937.				1938.				1938.			
Nov. 2..	^m 11,68	^m 11,45	^m +0,23	Janv. 24..	^m 12,05	^m 11,85	^m +0,20	Fév. 23..	^m 11,90	^m 11,96	^m -0,06
15..	64	48	+0,16	27..	11,90	87	+0,03	24..	79	96	-0,17
16..	48	48	0	30..	11,84	88	-0,04	Mars 3..	96	97	-0,01
19..	55	48	+0,07	Fév. 1..	12,07	90	+0,17	5..	92	98	-0,06
21..	39	49	-0,10	5..	00	91	+0,09	7..	11,99	98	+0,01
22..	48	50	-0,02	7..	01	92	+0,09	11..	12,07	98	+0,09
27..	48	51	-0,03	8..	12,02	92	+0,10	13..	11,92	99	-0,07
28..	50	51	-0,01	11..	11,91	93	-0,02	18..	12,01	99	+0,02
Déc. 4..	53	53	0	16..	87	94	-0,07	20..	11,92	99	-0,07
8..	58	55	+0,03	17..	80	94	-0,14	21..	92	99	-0,07
13..	50	58	-0,08	18..	76	94	-0,18	22..	11,88	99	-0,11
22..	62	64	-0,02	19..	11,97	94	+0,03	24..	12,01	98	+0,03
1938.				20..	12,04	95	+0,09	Avril 1..	07	98	+0,09
Janv. 6..	11,78	11,75	+0,03	22..	11,79	11,95	-0,16	4..	12,06	11,97	+0,09

Les résidus O—C ne paraissent présenter aucun caractère systématique, et, comme il fallait s'y attendre, l'écart moyen est pratiquement nul.

Discussion des résultats. — Nous ne connaissons le système de référence des magnitudes que pour l'opposition de 1937-1938, ce qui ne nous permet pas d'avoir des données rigoureusement homogènes; toutefois nous ne croyons pas inutile de présenter ici tous les éléments qui nous paraissent dignes de foi, concernant g_0 et γ .

Nous avons adopté les valeurs suivantes :

1900-1901. Résultats de Parkhurst [4], [16], [38].

1907. « Güthnick corrigés plus haut.

1914. « Harwood [4], [38], échelle internationale.

1921. « Bernevitx donnés plus haut.

1907-1921. « Krug et Schrukta-Rechenstamm [4].

1924. « Harwood [4], [38], échelle internationale.

1930-1931. « Graff [4].

1937-1938. « Beyer [33] avec $\gamma = 0^{\text{m}},022$.

D'où le Tableau suivant :

Oppositions.	Variations				Références.	Notes.
	de Φ .	$g_{\text{obs.}}$	γ .	$\gamma - \gamma_1$.		
	^o	^m	^m	^m		
1900-1901...	58	10,20	0,037	+0,016	PARKHURST.	A titre indicatif.
1907.....	35	10,85	0,018	-0,003	GÜTHNICK.	
1914.....	33	10,3	0,039	+0,018	HARWOOD.	A titre indicatif.
1921.....	15	10,87	0,015	-0,006	BERNEWITZ.	
1907-1921...	42	10,75	0,022	+0,001	KRUG et S. R.	
1924.....	32	10,3	0,039	+0,018	HARWOOD.	A titre indicatif.
1930-1931...	21	10,84	0,022	+0,001	GRAFF.	
1937-1938...	20	10,75	0,022	+0,001	BEYER.	

On voit par ce Tableau les énormes variations du coefficient de phase aux diverses oppositions. Il nous a paru de ce fait intéressant d'examiner la cause de ces variations qui doivent, si notre théorie est bonne, pouvoir être pleinement expliquées.

Soient Φ_1 et $\Phi_2 = \Phi_1 + \Delta\Phi$, deux angles de phase auxquels correspondent les différences de déclinaison érocentrique

$$|D_{\odot} - D_{\delta}|_1 = D_1, \quad |D_{\odot} - D_{\delta}|_2 = D_2 = D_1 + \Delta'D$$

et les magnitudes g_1 et g_2 .

La formule classique et notre formule (16) donnent

$$g_2 - g_1 = \gamma \Delta\Phi = \gamma_1 \Delta\Phi + \gamma_2 \Delta'D,$$

comme γ_2 est à peu près égal à $\frac{1}{3} \gamma_1$, on a encore

$$\gamma \Delta\Phi = \gamma_1 \left[\Delta\Phi + \frac{1}{3} \Delta'D \right].$$

Il s'ensuit que si $\Delta'D$ est positif, γ sera plus grand que γ_1 , et inversement. C'est d'ailleurs ce que nous pouvons déduire de notre démonstration théorique : lorsque AS s'éloigne de AT, l'éclat décroît, $(D_{\odot} - D_{\delta})$ croît, et le coefficient de phase croît.

Soit maintenant g'_0 la magnitude absolue déduite de la formule

$$g'_0 = g - \gamma\Phi.$$

On voit immédiatement que l'effet de *variabilité* de γ est de faire varier g'_0 . Pour des valeurs données de g et de Φ , plus le coefficient de phase est grand, plus l'éclat absolu est grand, c'est-à-dire, plus la magnitude absolue est faible.

Il s'ensuit que lorsque γ est supérieur à γ_1 , g'_0 doit être inférieur à g_0 , valeur déterminée par notre formule (16), et inversement.

On a donc à la fois

$$\gamma - \gamma_1 > 0, \quad g'_0 - g_0 < 0, \quad \Delta'D > 0;$$

ou

$$\gamma - \gamma_1 < 0, \quad g'_0 - g_0 > 0, \quad \Delta'D < 0.$$

Or, c'est bien ce que l'on observe.

En 1907, $\Delta'D$ est très petit, donc $\gamma - \gamma_1$ doit être nul ou très faible.

En 1921, $\Delta'D$ est constamment négatif, $\gamma - \gamma_1$ est négatif, et $g'_0 > g_0$.

La moyenne des oppositions de 1907 et 1921 annule l'influence de γ_2 , les valeurs de g'_0 et γ sont donc correctes.

En 1930-1931, du 29 octobre 1930 au 26 février 1931, $\Delta'D$ est presque nul et il en est de même pour $\gamma - \gamma_1$. La même remarque peut s'appliquer à la variation des D du 30 novembre 1937 au 9 avril 1938. Stobbe ayant

observé du 2 novembre 1937 au 18 février 1938, $\Delta'D$ est positif, c'est pour cette raison qu'il trouve un γ plus grand que γ_1 .

Comme il a réduit les magnitudes photographiques à l'échelle internationale aux magnitudes visuelles de Beyer (échelle visuelle de Harvard), il a tenu compte de la variation de $m_{\min} - m_{\max}$, donnée par *Ap. J.* t. 41, 1915, p. 288.

S'il l'avait négligée comme nous avons vu qu'il était légitime de le faire, il aurait obtenu un indice de couleur égal à $+0^m,85$ aux maximums et aux minimums et son g_0 visuel aurait été $g_0 = 10^m,80$.

Nos valeurs de g_0 sont pour 1921, 1930-1931, 1937-1938 respectivement

$$10^m,68, \quad 10^m,79, \quad 10^m,75,$$

après avoir introduit les corrections systématiques des deux premières oppositions.

Il nous semble donc que la valeur $g_0 = 10^m,75$ est la meilleure.

Nous nous proposons de revenir sur les échelles de magnitude à propos de l'indice de couleur d'Éros que nous étudierons plus loin.

En ce qui concerne la magnitude absolue et le coefficient de phase, le problème dont parle Watson paraît résolu [4]. Voici ce que dit cet auteur :

« Nous pouvons nous attendre à de petites variations du coefficient de phase suivant les régions qui deviennent visibles; les observations de Güthnick en 1907 laissent supposer ces variations, mais elles peuvent être entièrement dues aux erreurs d'observation.

« Comme on pouvait s'y attendre, plus le coefficient de phase est considérable, plus la magnitude absolue qui s'en déduit est brillante. De plus, le coefficient de phase croît et l'éclat est plus grand aux oppositions où l'on a observé de grandes amplitudes de variation d'éclat.

« Les données sont insuffisantes pour permettre d'étudier les relations qui peuvent exister entre ces trois facteurs et la valeur du pouvoir réflecteur p ; c'est là un des problèmes importants qui restent à résoudre. »

Nous avons vu qu'il était inutile de faire figurer des variations de l'albedo ou d'émettre une hypothèse quant à l'influence de la variation d'éclat sur ce même albedo pour donner une solution satisfaisante au problème en suspens.

Amplitudes de variation d'éclat. — Les observations des oppositions de 1930-1931 et 1937-1938 nous ont servi pour cette nouvelle approximation.

Les formules (17) nous ont donné 14 équations de condition pour les déclinaisons éocentriques Nord et autant pour les déclinaisons Sud. Pour les premières, nous avons dû recommencer le calcul en entier, pour les autres, nous avons pu conserver le terme linéaire de la formule (4') qui passe bien au milieu des observations de référence.

En résolvant les deux groupes d'équations obtenues par la méthode des moindres carrés, nous avons obtenu :

$$(17') \begin{cases} D_{\text{Nord}} : A = 1^m,50 - 0^m,0217 | D_{\delta} | 0^m,000182 D_{\delta} (D_{\odot} - D_{\delta}), \\ D_{\text{Sud}} : A = 1^m,50 - 0^m,0280 | D_{\delta} | 0^m,000205 D_{\delta} (D_{\odot} - D_{\delta}), \end{cases}$$

les déclinaisons étant toujours comptées en degrés, avec la convention habituelle + Nord, — Sud.

Le Tableau suivant donne la représentation définitive des observations pour la plupart des oppositions. Nous n'avons pas représenté l'opposition de 1901 qui n'offre qu'un intérêt rétrospectif, ni celles de 1905, 1914, 1916, 1919, beaucoup trop incertaines.

TABLEAU IX.

Dates.	$D_{\odot}$	D_{δ}	A obs.	A calc.	O—C.	Dates.	$D_{\odot}$	D_{δ}	A obs.	A calc.	O—C.
1903.						1933.					
Mai 1...	+33,5	+19,4	0,75	0,95	-0,20	Juil. 27...	-3,8	+14,2	0,97	1,20	-0,23
16...	+26,8	+21,3	83	95	-0,12	Août 13...	-13,9	+12,8	1,50	1,25	+0,25
31...	+21,1	+23,6	89	93	-0,04	1938.					
Juin 15...	+16,8	+25,2	78	92	-0,14	Juil. 28...	-28,5	-42,3	0,35	0,44	-0,09
30...	+12,6	+31,3	59	83	-0,24	Août 7...	-31,3	-41,2	35	43	-0,08
Juil. 15...	+7,7	+32,3	53	85	-0,32	17...	-34,1	-40,5	35	42	-0,07
30...	+3,0	+31,3	59	90	-0,31	27...	-36,8	-39,1	32	42	-0,10
Août 14...	-1,2	+25,8	70	99	-0,29	Sept. 6...	-39,5	-37,7	29	43	-0,14
1907.						16...	-42,3	-36,3	25	44	-0,19
Oct. 10...	-54,1	-69,0	00	00	0	26...	-44,8	-35,2	25	44	-0,19
Nov. 9...	-48,0	-77,2	00	00	0	Oct. 6...	-47,1	-34,9	25	44	-0,19
Déc. 9...	-36,0	-57,0	00	0,15	-0,15	16...	-49,2	-35,1	25	42	-0,17
1921.						26...	-51,5	-36,2	25	37	-0,12
Août 20...	-42,8	-58,7	00	0,05	-0,05	1937.					
Sept. 19...	-50,0	-58,7	00	0,00	0	Nov. 10... (voir Tabl. VIII)			44	37	+0,07
Oct. 19...	-54,0	-53,4	0,00	0,00	0	20...	"		43	39	+0,04
1930.						30...	"		44	42	+0,02
Oct. 29...	-36,7	-14,8	1,02	1,02	0	Déc. 10...	"		46	46	0
Nov. 8...	-31,3	-10,0	16	18	-0,02	20...	"		51	52	-0,01
18...	-25,5	-6,9	24	28	-0,04	30...	"		59	59	0
28...	-19,4	-4,8	34	35	-0,01	1938.					
Déc. 8...	-13,0	0,0	50	50	0	Janv. 9...	"		70	74	-0,04
18...	-6,0	+7,6	33	33	0	19...	"		0,86	0,90	-0,04
28...	+1,2	+16,0	1,12	1,15	-0,03	29...	"		1,06	1,09	-0,03
1931.						Fév. 8...	"		29	29	0
Janv. 7...	+8,5	+25,0	0,88	0,96	-0,08	18...	"		50	50	0
17...	+15,7	+34,9	68	76	-0,08	28...	"		28	25	+0,03
27...	+22,9	+46,7	52	55	-0,03	Mars 10...	"		1,06	1,03	+0,03
Fév. 6...	+29,6	+55,5	40	39	+0,01	20...	"		0,84	0,84	0
16...	+35,9	+61,5	27	27	0	30...	"		0,66	0,67	-0,01
26...	+41,5	+64,4	20	18	+0,02	Avril 9...	"		0,50	0,52	-0,02
Avril 17...	+54,5	+65,2	05	0,02	+0,03						

Ce qui précède ne paraît plus montrer d'inégalité à longue période.

En effet, le degré d'arbitraire des courbes peut rendre compte des résidus trouvés pour 1930 et 1937. L'écart moyen est presque nul pour 1907, 1921 et 1930 et nul en 1937-1938. En 1933 la moyenne des observations donne un résidu nul. Il est donc possible d'imputer les résidus systématiques de 1903 et 1935 à une équation personnelle de l'observateur.

Il nous a paru intéressant de montrer comment sont représentées les observations individuelles en 1937-1938.

1° Beyer [33]. Cette série s'étend sur toute l'opposition, on a

38 soirées, écart moyen $+0^m,04$; extrêmes $+0^m,30 - 0^m,25$.

2° Stein [30]. Si l'on rejette l'observation du 20 février ($O-C = -0^m,53$), on a

12 soirées, écart moyen $-0^m,03$; extrêmes $+0^m,21 - 0^m,30$.

3° Lause [31]. Si l'on rejette l'observation du 25 janvier ($O-C = +0^m,43$), on a

3 soirées, écart moyen $-0^m,10$ (systématiquement moins).

4° Stobbe [32]. En rejetant l'observation du 10 décembre ($O-C = +0^m,37$), on a

7 soirées, écart moyen $+0^m,01$; extrêmes $+0^m,19 - 0^m,29$.

5° Schürer [29]

5 soirées, écart moyen $-0^m,03$; extrêmes $+0^m,09 - 0^m,15$.

6° Jaschek [34]. En rejetant les observations des 18-20-22 février respectivement ($O-C = -0^m,33 - 0^m,36, -0^m,38$), on a

6 soirées, écart moyen $-0^m,18$ (systématiquement moins).

7° Hartwig [35]. En rejetant les observations des 22 novembre-14 décembre (respectivement $O-C = +0^m,65, +0^m,49$), on a

5 soirées, écart moyen $+0^m,04$; extrêmes $+0^m,14 - 0^m,08$.

La représentation totale se fait comme suit :

	Écart moyen.
1° avec toutes les observations.....	$+0^m,014$
2° en rejetant celles dont $O-C > 0^m,4$	$-0,005$
3° » $O-C > 0^m,3$	$-0,007$
la courbe éphéméride donne.....	$+0,0025$

Les résultats sont pratiquement égaux, il nous semble donc que la courbe tracée est aussi bonne que possible.

Indice de couleur. — Une des meilleures mesures est celle de Delporte et Bourgeois, avec l'Astrographe Zeiss d'Uccle [36] en 1931. Les poses ont été de $40''$ photographique lumière bleue, et $3'''$ photovisuel.

L'échelle photométrique a été fournie par des poses croissantes sur la séquence polaire. Les astronomes ont ainsi obtenu un indice de couleur $C = + 0^m,77$.

L'étude de Watson [4] nous indique que cette mesure a été faite en adoptant l'échelle de magnitude de Ross et Zug, mais que la correction systématique pour ramener à l'échelle internationale est constante aux magnitudes observées. D'après les observations de Delporte et Bourgeois, l'indice de couleur est constant pendant la rotation de la planète, ce qui permet de combiner les observations photographiques et photométriques d'amplitude, comme nous l'avons fait. Watson déduit de l'ensemble des mesures effectuées en 1930-1931, $C = + 0^m,80$ environ.

Stobbe [32], d'après ses observations photographiques rapportées au système international, et les observations photométriques de Beyer [33] rapportées au système de Harvard, a trouvé, en 1938, $C = + 0^m,78$; mais l'auteur dit que ce nombre n'est qu'une approximation.

Hartwig [35], d'après ses observations photographiques et photovisuelles de 1937-1938, donne $C = + 0^m,66$, rapporté au système international, mais cet indice serait assez sujet à caution, d'après l'auteur lui-même.

Nous adoptons la valeur de Delporte et Bourgeois, $C = + 0^m,77$.

Nous croyons légitime de négliger l'écart entre les échelles de magnitudes visuelles m_{int} et m_{Harv} aux magnitudes observées. En effet, le système de Güthnick est certainement celui de Potsdam et nous avons

$$m - m_{Gn} = m_{int} - m_{Pdm} = - 0^m,28.$$

De plus, si Stobbe n'avait pas corrigé ses C de l'écart variable $m_{int} - m_{Harv}$, il aurait obtenu, pour les maximums et les minimums,

$$C = + 0^m,87, \quad + 0^m,83, \quad \text{au lieu de } C = + 0^m,74, \quad + 0^m,82.$$

Ce que nous savons de la constance de C nous fait penser qu'une différence de près de $0^m,1$ entre maximums et minimums est inadmissible.

Enfin Stobbe, pour justifier certains écarts considérables entre ses observations et celles de Beyer, allègue la possibilité d'erreurs systématiques dans les magnitudes visuelles des étoiles de comparaison.

Il nous semble que ces erreurs peuvent être en partie dues à Stobbe lui-même, car la comparaison des observations photographiques de Hartwig et de Stobbe avec celles de Beyer et la courbe d'amplitude calculée montrent qu'en amplitude, aux mêmes dates, il n'y a que des écarts, accidentels, de même qu'en magnitude.

De plus, les observations de Hartwig, comparées à celles de Beyer, donnent aux maximums et aux minimums

$$(\delta = + 0^m,77. \quad + 0^m,79).$$

Les dates où les écarts les plus forts ont été constatés ne sont pas les mêmes pour chaque comparaison et, entre les observations photographiques de Hartwig et de Stobbe, il existe des écarts atteignant $0^m,15-0^m,20$. Tous ces écarts paraissent donc être accidentels.

Comparaison des différentes théories.

Auteur.	Période.	Pôle Nord.		Équateur.		A_0 .	a .	G_0 .	γ .	C_0 .	Réf.
		α .	δ .	Ω .	i .						
ROSENHAGEN.	0,2196	342 ⁰	+42,1 ⁰	94 ⁰	45 ⁰	1,50 ^m		10,8 ^m	0,022 ^m		4
KRUG et S. R.	0,2196	333	+47,7	91	37	1,05		10,75	0,022		4
WATSON....	0,2196	316	+51	77,5	27,5	1,50	0,035	10,8	inconnu	+0,80	4
ZESSEWITCH..		...				1,50	0,0275				6
STOBBE.....	0,2195937	350	+38	99	52	1,50	0,028	10,87	0,024	+0,78	5
HARTWIG....	0,2195565	...						10,82	0,024	+0,66	35
CAILLIATTE..	0,219595	345,1	+44,2	99,1	44,7	1,50	$\left\{ \begin{matrix} 0,025 \\ 0,028 \end{matrix} \right\}$	10,75 [●]	0,021	+0,77	-

CHAPITRE III.

CONCLUSION.

L'hypothèse de l'astre double. — Remarquons d'abord que jusqu'en 1930-1931, la variation d'éclat d'Éros est restée assez mystérieuse. En effet, en 1901, les observations visuelles avaient donné une amplitude atteignant deux magnitudes les 20 et 22 février, alors qu'avant et après cette époque, elle ne dépassait pas $1^m,4$ pour s'annuler graduellement.

Aux oppositions ultérieures, jusqu'en 1930, la variation d'éclat n'avait pas dépassé 1^m et avait été nulle à certaines d'entre elles. En 1931, les observations individuelles donnent aussi souvent une vitesse considérable de variation de l'amplitude. Cette « variation capricieuse », « fugitive » même, une inégalité assez subjective de durée et d'amplitude entre deux demi-périodes consécutives, observée pendant quelque temps en 1901, dues surtout à la mauvaise qualité des observations, ont donné lieu à des tentatives d'explication. Nous allons résumer en quelques mots celle d'André [12], [3].

Cet astronome, assimilant la courbe de lumière à celle d'une étoile double photométrique, a eu l'idée d'un couple très serré, d'orbite relative

elliptique, dont les composantes seraient très allongées suivant la ligne des centres. Ses éléments sont :

$$P = 5^h 16^m.5; \quad e = 0,0569; \quad \omega = 162^\circ,45,$$

a un peu plus grand que la somme des rayons sphériques.

Si les astres étaient sphériques, l'amplitude maximum serait $0^m,75$ pour deux corps identiques; la réalité nécessitait un allongement des composantes tel qu'elles se *soudaient*. Enfin, cette hypothèse ne rendait pas compte de la « variation capricieuse », aussi fut-elle abandonnée par son auteur.

Une autre tentative a assimilé Éros à une haltère [3] formée par deux corps sphériques soudés après un choc; les mêmes difficultés ont fait abandonner aussi cette explication.

Bell [3] a regardé Éros comme une masse irrégulière à cassures cristallines, produisant des réflexions spéculaires et tournant autour d'un axe de direction variable dans le corps, ce qui aurait rendu compte de la pointe d'amplitude (Protruding horn) observée du 20 au 22 février 1901, et de toutes les irrégularités de la variation d'éclat.

Mais on peut facilement se rendre compte que ces irrégularités ne sont qu'apparentes et dues aux erreurs d'observation, et rien ne justifie les complications des hypothèses précédentes.

Enfin, du 4 au 13 février 1931, Van den Bos et Finsen [39] ont observé avec un équatorial de 66^{cm} d'ouverture, Éros sous la forme d'un 8, ou écorné, malgré de fréquents nuages, comme si c'était un astre double de distance estimée $0'',18$, avec une différence de magnitude de $0^m,2$ entre les composantes [4], l'angle de position tournant sens rétrograde en $0',22$ environ.

Déjà en 1924 [40], Innes, avec un réfracteur de $22^{\text{cm}},5$ avait vu à Johannesburg, par une nuit douteuse, Éros sous la forme d'une barre de $0'',7 \times 0'',3$.

Ces observations avaient donné un regain éphémère à l'hypothèse de l'astre double, bien que Van den Bos et Finsen eux-mêmes admettent qu'il n'y ait aucune preuve en sa faveur.

L'hypothèse de l'astre double nous paraît difficile à soutenir; on n'en parle d'ailleurs plus. L'extrême petitesse de la masse d'Éros rend peu probable l'hypothèse d'une capture. Si nous lui donnions la densité de la Terre (5,5), sa masse totale serait de $3,9.10^{11}$ celle du Soleil; le rayon de chaque composante, supposée sphérique, serait de 12^{km} et le demi-grand axe de l'orbite relative serait de 36^{km} .

Dans ce cas, la variation d'éclat, serait de $0^m,75$ au plus, et l'on n'aurait pas l'effet cylindrique mis en évidence et qui peut être très sensible. Il faudrait que chaque composante ait un grand axe double du petit, c'est-à-dire que chaque demi grand axe aurait 19^{km} ; les corps seraient donc soudés et formeraient un cylindre.

Il s'ensuit que les résultats des observations s'accordent pour démontrer l'improbabilité d'un système binaire; il nous paraît donc bien certain que le corps est unique.

On pourrait faire remarquer que, pour un corps aussi allongé, le rapport de la force centrifuge à la gravité aux bouts peut devenir supérieur à l'unité et qu'il n'y aurait pas équilibre, mais ceci n'est valable que pour un corps fluide et, comme nous le verrons, il semble bien qu'Éros ne l'ait jamais été sous sa forme actuelle.

Enfin, une polhodie importante de l'axe de rotation se traduirait par des différences très sensibles et d'allure indépendante de la rotation dans les amplitudes de variations d'éclat consécutives, ce qui ne paraît pas avoir lieu. Nous pouvons donc admettre la stabilité du mouvement.

Conclusion. — La forme quasi cylindrique de révolution que nous avons adoptée n'est qu'une approximation grossière mais commode, car les observations mêmes indiquent une asymétrie frappante. Si les faibles résidus non systématiques relatifs à la magnitude absolue nous montrent que la surface latérale quasi cylindrique d'Éros paraît relativement lisse longitudinalement, il n'en est plus de même transversalement et pour les deux bouts du corps. Les termes linéaires de l'amplitude dépendent en effet des dos et de la forme des bouts du cylindre. Nous y remarquons des différences sensibles. Tout semble se passer comme si la partie Sud était plus *claire* que la partie Nord, le décrément d'amplitude étant plus grand pour la première que pour la seconde.

D'un autre côté, les petites différences possibles de magnitude minimum pendant une rotation, et les différences soupçonnées de durée entre deux demi-périodes consécutives, paraissant toutes deux fonction de la déclinaison érocentrique de la Terre seulement, pourraient s'interpréter comme des irrégularités de pouvoir réflecteur des bouts, avec directions de réflexion privilégiées, ce qui créerait un genre de torsion optique et ferait penser à une sorte d'*arrachement* de la matière.

La forme de révolution est instable si le corps est homogène, car un ellipsoïde de Jacobi a ses trois axes inégaux. Le corps n'étant pas exactement de révolution, il pourrait donc être théoriquement homogène.

Comme il paraît difficile de concevoir qu'un astre, aussi petit soit-il soit parfaitement homogène, la forme de barre ne pourrait lui avoir été donnée à l'état fluide; il faudrait donc qu'il l'ait prise à un état déjà solide.

L'hypothèse d'une explosion a été émise par Olbers et reprise depuis [2] sur des bases plus scientifiques. Si l'on admet que l'explosion aurait pu projeter des lamelles, cette hypothèse pourrait peut-être expliquer le phénomène.

En résumé, nous pouvons comparer Éros à un « *cigare* » mieux encore qu'à une figure cylindrique. Nous pensons avoir complété les théories

existantes en mettant en évidence les irrégularités dues à la forme cylindrique, démontrant ainsi l'existence matérielle de cette forme.

Éléments physiques d'Eros.

$$\text{Min} = \text{J. D. } 2\,428\,806,302 + 0,109\,79695 \text{ E} + \text{aberration}$$

$$\text{Équateur} \left\{ \begin{array}{l} \Omega = 99,1 \\ i = 44,7 \end{array} \right\} \text{écliptique } 1925,0;$$

$$\text{Pôle Nord} \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 345,4 \\ \delta = +44,2 \end{array} \right\} \text{équateur } 1925,0.$$

$$g = 10^m,75 + 0^m,0210 \quad \Phi = +0^m,0067 \mid D_{\odot} - D_{\delta} \mid,$$

$$A_{\text{Nord}} = 1^m,50 - 0^m,0247 \mid D_{\delta} \mid - 0^m,000182 D_{\delta} (D_{\odot} - D_{\delta}),$$

$$A_{\text{Sud}} = 1^m,50 - 0^m,0280 \mid D_{\delta} \mid - 0^m,000205 D_{\delta} (D_{\odot} - D_{\delta}),$$

$$\text{Indice de couleur : } C = +0^m,77.$$

Supplément. — Sur la représentation des observations individuelles d'amplitudes en 1937-1938.

L'opposition de 1930-1931 ayant été beaucoup moins bien suivie que celle de 1937-1938 et n'ayant pas fait l'objet de discussion de la part des observateurs, nous avons jugé inutile d'en effectuer la représentation détaillée, qui ressort facilement de la courbe d'amplitude pour cette opposition.

OBSERVATIONS DE 1937-1938.

Dates.	A _{obs.}	A _{calc.}	O — C.	Dates.	A _{obs.}	A _{calc.}	O — C.
BEYER.				BEYER.			
1937.	^m	^m	^m	1938.	^m	^m	^m
Nov. 2.....	0,25	0,37	—0,12	Fév. 5.....	1,36	1,23	+0,13
15.....	38	38	0	8.....	32	29	+0,03
16.....	45	38	+0,07	11.....	36	35	+0,01
19.....	53	39	+0,14	16.....	42	45	—0,03
21.....	56	39	+0,17	17.....	51	48	+0,03
22.....	40	40	0	18.....	42	50	—0,08
27.....	47	41	+0,06	19.....	42	48	—0,06
Déc. 4.....	40	44	—0,04	20.....	47	45	+0,02
8.....	46	46	0	22.....	59	40	+0,19
13.....	52	48	+0,04	23.....	46	38	+0,08
22.....	64	53	+0,11	24.....	57	35	+0,22
1938.				Mars			
Janv. 6.....	0,66	68	—0,02	3.....	27	18	+0,09
24.....	1,04	0,99	+0,05	5.....	14	13	+0,01
27.....	26	1,05	+0,21	7.....	39	09	+0,30
30.....	35	11	+0,24	11.....	1,10	1,01	+0,09
				13.....	0,96	0,97	—0,01

OBSERVATIONS DE 1937-1938 (*suite*).

Dates.	Aobs.	Acalc.	O — C.
BEYER.			
1938.			
Mars 18.....	^m 0,93	^m 0,87	^m +0,06
20.....	85	84	+0,01
21.....	85	82	+0,03
22.....	79	80	—0,01
24.....	71	76	—0,05
Avril 1.....	54	64	—0,10
4.....	0,34	0,59	—0,25

STEIN.			
1938.			
Fév. 6.....	1,16	1,25	—0,09
7.....	0,97	27	—0,30
8.....	1,08	29	—0,21
20.....	0,92	45	—0,53
21.....	1,13	43	—0,30
22.....	33	40	—0,07
23.....	24	38	—0,14
24.....	42	35	+0,07
25.....	41	33	+0,08
26.....	51	30	+0,21
27.....	44	28	+0,16
28.....	37	25	+0,12
Mars 1.....	1,36	1,23	+0,13

LAUSE.			
1937.			
Nov. 27.....	0,38	0,41	—0,03
30.....	0,36	0,42	—0,06

1938.			
Janv. 25.....	1,44	1,01	+0,43
Fév. 22.....	1,19	1,40	—0,21

STOBBE.			
1937.			
Nov. 2.....	0,56	0,37	+0,19
9.....	35	37	—0,02
28.....	46	41	+0,05
Déc. 10.....	0,83	0,46	+0,37

Dates.	Aobs.	Acalc.	O — C.
STOBBE.			
1938.			
Janv. 27.....	^m 1,17	^m 1,05	^m +0,12
30.....	04	11	—0,07
Fév. 5.....	34	23	+0,11
18.....	1,21	1,50	—0,29

HARTWIG.			
1937.			
Nov. 21.....	0,47	0,39	+0,08
22.....	1,05	0,40	+0,65
28.....	0,55	0,41	+0,14
Déc. 13.....	0,58	48	+0,10
14.....	0,98	0,49	+0,49
1938.			
Fév. 5.....	1,15	1,23	—0,08
17.....	1,45	1,48	—0,03

SCHVNER.			
1938.			
Fév. 22.....	1,25	1,40	—0,15
24.....	1,27	35	—0,08
26.....	1,35	1,30	+0,05
Mars 5.....	1,22	1,13	+0,09
9.....	0,99	1,05	—0,06

JASCHKE.			
1938.			
Fév. 1.....	1,07	1,15	—0,08
3.....	0,93	19	—0,26
4.....	0,95	21	—0,26
18.....	1,17	50	—0,33
20.....	1,09	45	—0,36
22.....	1,02	40	—0,38
27.....	1,07	28	—0,21
Mars 6.....	1,04	1,11	—0,07

OBSERVATIONS DE 1942.

Nous venons de recevoir les observations visuelles d'Éros en 1942 (manuscrit), qui nous ont été obligeamment communiquées par M. le Professeur Himpel, de Vienne. Ces observations ont été effectuées par la méthode d'Argelander au moyen de lunettes de 20 et 23^{cm} d'ouverture; elles sont assez clairsemées et ne donnent que difficilement une idée des courbes de lumière, les erreurs d'observation pouvant être considérables.

Magnitudes des Étoiles de comparaison. — L'auteur n'indique pas les étoiles dont il s'est servi. Les magnitudes ont été établies par comparaison avec des étoiles voisines données par des catalogues que l'auteur ne cite pas, et en partant de la magnitude limite atteinte par son instrument. Les magnitudes ont enfin été corrigées à la fin de la série pour former un tout homogène. Cette méthode, assez primitive, ne peut, au dire même de l'auteur donner de bons résultats.

Magnitudes au maximum d'éclat. — Elles sont systématiquement plus faibles que l'éphéméride calculée de 0^m,5 à 0^m,9.

Amplitudes. — Le petit nombre d'observations dans chaque soirée ne permet pas de tracer une courbe de lumière; de plus, les erreurs sont souvent considérables. Nous avons donc tracé les courbes de lumière théoriques correspondant aux déclinaisons érocentriques de la Terre pour les dates des observations, et les avons comparées aux observations. L'incertitude est très grande et il semble que l'on ne puisse attendre aucune vérification de la théorie d'observations d'aussi mauvaise qualité.

Nous tenons toutefois, à titre documentaire, à en donner la représentation.

Calcul de la courbe de lumière théorique. — Éros étant assimilé à un ellipsoïde de demi-axes a et b , soient D la déclinaison érocentrique de la Terre et θ l'angle dont l'axe a tourne depuis le premier minimum de la période considérée. Le demi-petit axe de l'ellipse projetée sur le plan perpendiculaire à la ligne de visée est constamment b . Au minimum d'éclat, son demi-grand axe est

$$a' = \sqrt{a^2 \sin^2 D + b^2 \cos^2 D}.$$

Si t_0 est l'instart du premier minimum, et $v = \frac{2\pi}{P}$ la vitesse angulaire de rotation, on a, à l'instart t ,

$$\theta = v(t - t_0),$$

et, à ce moment, le demi-grand axe de l'ellipse projetée devient

$$\delta = \sqrt{\frac{a^2 \sin^2 \theta + a'^2 \cos^2 \theta \cos^2 D}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \cos^2 D}}.$$

La perte d'éclat est

$$dH = \frac{a}{\delta},$$

d'où

$$dm = 2,5 \log \frac{a}{\delta}.$$

Les formules précédentes ne sont que la traduction du parallélisme des tangentes à l'ellipse projetée.

TABLEAU DES OBSERVATIONS.

(Soirées où Éros a été observé pendant plus d'un quart de période.)

Dates.	T. M. Gr.	m_{VL} .	Dates.	T. M. Gr.	m_{VL} .
1942.			1942.		
	^h ^m	^m		^h ^m	^m
Août 8.....	10.30	12,5	Août 10.....	9.25	12,8
»	10.57	4	»	9.40	8
»	11.17	3	»	10.2	6
»	12.15	7	»	10.42	3
»	12.25	8	»	11.40	8
»	12.34	7	»	12.1	8
»	13.00	5	»	12.14	7
»	13.16	5	»	12.30	6
»	13.27	4	»	13.10	4
»	13.47	12,5	»	13.39	12,6
Sept. 11.....	7.39	13,0	Sept. 13.....	7.35	13,1
»	8.29	12,8	»	8.2	12,8
»	8.49	12,6	»	8.25	12,7
»	9.5	12,6	»	8.45	12,9
»	10.14	13,1	»	10.4	13,2
»	10.45	13,3	»	10.16	13,0
»	11.48	12,6			
»	12.3	12,7			

ÉPHÉMÉRIDE CALCULÉE D'ÉROS POUR 1942.

Partant de l'époque zéro de Beyer, et avec notre période adoptée, nous avons

$$\min = \text{J. D. } 2\,428\,806,300 + 0,1097975 \text{ E} + \text{aberration.}$$

Les époques déduites de cette formule coïncident à $\pm 0,003$ avec celles de Stobbe.

Dates T. U.	$m_{vis.}$	Amp.	Aber- ration.	Époque 16000+.	Min. 2430....
1942.					
Août 8,0.....	^m 11,58	^m 0,64	0,004	160	580,632
				178	582,608
13,0.....	58	65			
18,0.....	58	66			
23,0.....	62	67			
28,0.....	68	68			
Sept. 2,0.....	82	69			
7,0.....	11,99	69			
			0,005	468	614,450
12,0.....	12,12	70			
				486	616,426
17,0.....	12,23	0,70			

MAGNITUDES AU MAXIMUM D'ÉCLAT.

Dates T. U.	$m_{obs.}$	$m_{calc.}$	O—C.	Dates T. U.	$m_{obs.}$	$m_{calc.}$	O—C.
	^m	^m	^m		^m	^m	^m
Juin 22,99....	13,0	12,8	+0,2	Août 30,93....	12,4	11,7	+0,7
Août 8,97....	12,3	11,6	+0,7	Sept. 11,89....	12,6	12,1	+0,5
9,08....	12,4	11,6	+0,8	12,00....	12,6	12,1	+0,5
10,95....	12,3	11,6	+0,7	13,87....	12,7	12,1	+0,6
11,06....	12,5	11,6	+0,9				

Les magnitudes estimées par Boyer à Alger étant trop brillantes de la même quantité, nous pouvons en conclure à une erreur systématique de magnitude dans les observations de Vienne.

Nous avons combiné ensemble les observations des 8-10 août et 11-13 septembre, la courbe de lumière peut se représenter, malgré l'énorme incertitude, par deux oscillations de même amplitude, les minimums étant *en avance* de 10 minutes (0,007) environ sur l'éphéméride.

Ces courbes offrent une certaine analogie avec celles de Beyer pour les mêmes amplitudes (D de même signe).

Nous donnons ci-contre la comparaison entre la théorie et l'observation, les minimums théoriques ayant été avancés de 10 minutes.

Le trait plein représente la courbe de lumière théorique, le trait interrompu, la courbe de lumière déduite des observations.

Il est évident que la courbe ainsi tracée ne saurait être exacte, les observations étant trop rares et incertaines. Nous avons toutefois lieu de supposer que l'amplitude pour août (8-10) n'est pas inférieure à 0^m,6.

AMPLITUDES.

Les δm sont comptés en partant de la magnitude au maximum d'éclat.

Éphéméride Max. ou min.			Observation.		
Époque	J. D.		Date		
16000 +.	2430....	T. m. Gr.	T. m. Gr.	δm .	
Août 8.					
			^h ^m ^s		
			10.30	0,2	
			10.57	1	
M. 159	580,467	^h ^m	11.12		
			11.17	0	
			12.15	4	
			12.25	5	
m. 159	580,522	12.32	12.34	4	
			13.00	2	
			13.16	2	
			13.27	1	
			13.47	0,2	
M. 160	580,577	13.51			
Août 10.					
m. 176	582,388	9.19	9.25	0,5	
			9.40	5	
			10.2	3	
M. 177	582,443	10,38	10.42	0	
			11.40	5	
m. 177	582,498	11.57	12.1	5	
			12.14	4	
			12.30	3	
			13.10	0,1	
Août 10:					
m. 178	582,553	^h ^m	13.16		
			^h ^m ^s		
			13.39	0,3	
Sept. 11.					
m. 467	614,340	8.10	7.39	0,4	
			8.29	2	
			8.49	0	
			9.5	0	
M. 468	614,395	9.29	10.14	5	
			10.45	7	
m. 468	614,450	10.48	11.48	0	
			12.3	1	
M. 469	614,505	12.7			
Sept. 13.					
m. 485	616,316	7.35	7.35	0,4	
			8.2	1	
			8.25	0	
			8.45	2	
M. 486	616,371	8.54	10.4	5	
m. 486	616,426	10.13	10.16	0,3	

Dans ces conditions, les résidus O—C sont nuls pour août (8-10), septembre (11-13).

La différence O—C des époques des minimums est en moyenne

$$O-C = -0,007.$$

Ce résidu nous donne la valeur de la période

$$P = 0,2195941.$$

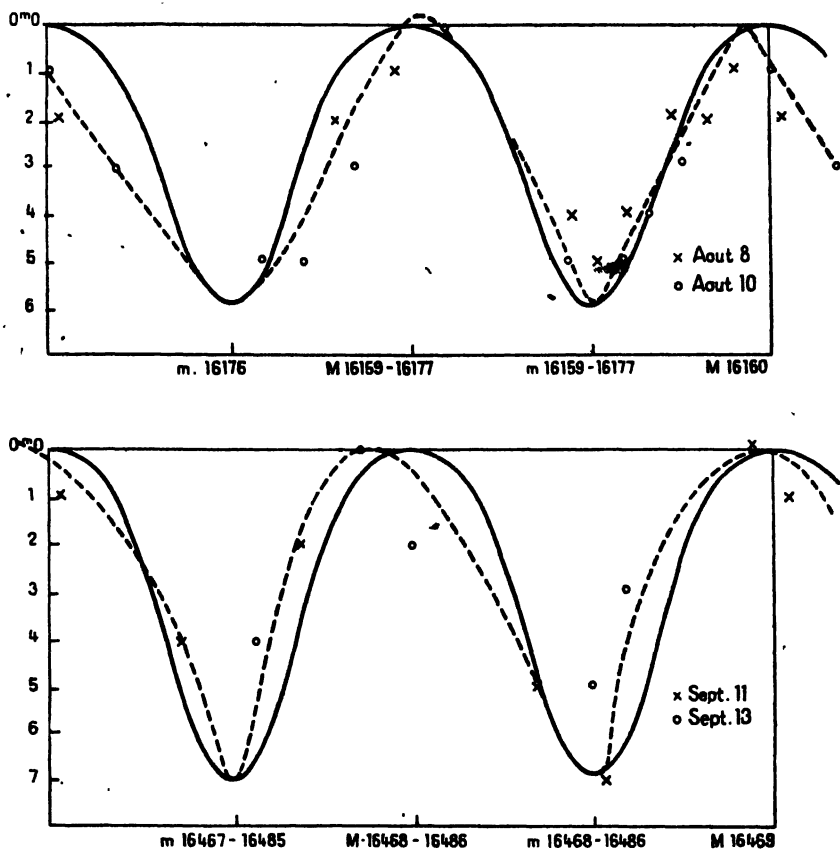


Fig. 12. — Le trait plein représente la courbe de lumière théorique; le trait interrompu, la courbe de lumière déduite des observations.

Nota. — L'époque zéro est en fait, d'après 10 minimums de Beyer,
J. D. 2 428 806,302.

L'avance réelle est ainsi — 0',009 et la période 0',2195939.

L'intervalle entre deux minimums consécutifs est alors 0',10979695, soit une incertitude de 1.10^{-4} jour, et l'on a

$$\text{min} = \text{J. D. } 2\,428\,806,302 + 0',10979695 E + \text{aberration.}$$

qui figure dans les éléments donnés plus haut.

DEUXIÈME PARTIE.

ÉTUDES DES AUTRES ASTÉROÏDES VARIABLES.

CHAPITRE UNIQUE.

État des observations photométriques des Astéroïdes. — Nous avons voulu, mettre à profit les résultats obtenus avec Éros pour examiner les autres astéroïdes variables.

Il paraît exister des variations d'éclat à courte période pour quelques astéroïdes, mais, outre que ces variations sont faibles, elles n'ont pas fait l'objet de recherches suivies. Il s'ensuit qu'il est impossible, avec le peu d'observations dont nous disposons, de bâtir une théorie à peu près précise d'aucun d'eux.

Nous ne pouvons même pas décider avec certitude si la variation observée est due à des taches ou à la non sphéricité, l'amplitude étant en général trop faible ou trop incertaine; de plus, le coefficient de phase des astéroïdes ne paraît pas jusqu'à présent avoir fait l'objet de recherches systématiques, aussi cette donnée est-elle très incertaine et ne peut servir de base à aucun travail.

En ce qui concerne les magnitudes, l'état actuel de nos connaissances est au moins aussi peu avancé. Lorsque l'observation des magnitudes a été faite par un procédé quelque peu précis, ou bien le système de référence n'est pas indiqué, ou bien les observations sont faites avec des échelles de magnitudes différentes.

Les difficultés que nous avons rencontrées avec Éros, en particulier pour le passage du système de Harvard au système international, où l'écart des magnitudes devrait être une fonction de la magnitude elle-même et affecter l'amplitude de variation d'éclat, alors que nous avons trouvé cet écart pratiquement *nul*, montre assez l'incertitude qui pèse encore sur ces déterminations.

Relation possible entre le coefficient de phase et la variabilité. — Nous allons toutefois tâcher d'examiner l'effet possible de la non sphéricité d'une planète sur son coefficient de phase. D'après ce qui a été fait pour

Éros, nous sommes amené à penser que le coefficient de l'effet cylindrique de la magnitude est fonction du coefficient de phase et du rapport $\frac{a}{b}$ de l'ellipse méridienne du corps ou variation d'éclat total dH_0 .

Pour Éros, le coefficient γ_2 est sensiblement égal au coefficient de phase γ_1 multiplié par le logarithme de la racine carrée de dH_0 .

$$\gamma_2 \sim \frac{1}{2} \gamma_1 \log dH_0 = 0,2 \gamma_1 A_0.$$

Bien qu'ici une extrapolation puisse à bon droit paraître illégitime, si cette règle est la même pour tous les astéroïdes, elle nous permet de relier l'effet cylindrique à l'amplitude maximum A_0 de la variation de magnitude.

Pour nous faire une idée de ce qui peut se passer, donnons à γ_1 , sa valeur moyenne pour la majorité des astéroïdes, soit $\gamma_1 = 0^m,030$, et considérons que pendant une opposition, la variation maximum de l'angle de phase [3] est de 30° ; il s'ensuit que la variation maximum de $(D_\odot - D_\delta)$ est aussi de 30° .

Le Tableau suivant donne les valeurs présumées de γ_2 en fonction de A_0 , avec $\gamma_1 = 0^m,030$, et la variation de magnitude absolue correspondant à une variation de 30° de $(D_\odot - D_\delta)$.

TABLEAU I.

A_0 ^m	γ_2 ^m	Δg ^m		A_0 ^m	γ_2 ^m	Δg ^m
0,0.....	0,0000	0,00		0,8.....	0,0048	0,14
0,2.....	0,0012	0,04		1,0.....	0,0060	0,18
0,4.....	0,0024	0,07		1,2.....	0,0072	0,22
0,6.....	0,0036	0,11		1,5.....	0,0090	0,27

Nous remarquons que l'effet cylindrique ne peut commencer à être sensible, c'est-à-dire supérieur aux limites normales des erreurs d'observation, que pour $A_0 > 0^m,6$, et encore sous certaines conditions [variation faible pour Φ , et forte pour $(D_\odot - D_\delta)$].

Données relatives aux astéroïdes variables autres que (433) Éros. — Nous examinons ci-dessous le tableau des astéroïdes variables donné par Miss Harwood [3]. Nous le divisons en trois sections, savoir :

A. Astéroïdes pour lesquels la variation à courte période est démontrée et dont la période paraît assez bien connue.

B. Astéroïdes dont la variation à courte période est démontrée et la période mal connue.

C. Astéroïdes incertains de période inconnue.

N ^{os} .	γ .	I.	A.	2.	P.	Section C.							
Section A.						N ^{os} .	γ .	I.	A.	N ^{os} .	γ .	I.	A.
7	^m 0,016	6	^m 0,35	4	^j 0,25893	1	^m 0,043	4	^m 0,2	108	-	2	^m 0,3?
15	-	3	0,7	3	0,1267	3	0,030	3	0,2	135	-	1	0,5
44	0,025	5	0,5	1	0,133	4	0,018	1	0,6	204	-	1	0,2?
129	-	2	0,4	2	0,102	8	0,028	5	0,12?	241	-	1	0,3?
Section B.						11	0,022	3	0,1?	387	-	2	0,4?
5	0,025	3	0,2	1	0,1515	14	-	1	0,5?	419	-	1	0,5?
6	0,023	2	0,15	1	0,131	16	0,046	3	0,3?	478	-	1	0,3?
30	0,025	2	0,7?	1	0,3	18	0,033	1	0,2	488	-	1	0,2?
39	-	3	0,6	1	0,092	20	0,052	4	0,4?	704	-	2	1,0?
116	-	2	0,6?	1	0,201?	22	-	2	0,3?				
186	-	1	0,5?	1	0,364?	40	0,020	3	0,52?				
345	-	5	0,4	3	0,380?	42	-	2	0,6?				
372	-	2	0,4?	1	0,2								

Explication des colonnes. — γ est le coefficient de phase de Parkhurst (A.J 208); I est le nombre d'oppositions où l'amplitude a été mesurée; A., amplitude maximum; 2, nombre d'oppositions où la période P a été mesurée; un ? indique que la détermination est incertaine.

On voit d'après ce tableau que les seuls astéroïdes pour lesquels le coefficient γ pourrait avoir une influence non négligeable sont (15), (30), (704); et de ces trois planètes, seule la première est quelque peu connue. Il serait intéressant d'étudier systématiquement le coefficient de phase et l'amplitude de variation d'éclat de ces astéroïdes pour lesquels on pourrait probablement mettre en évidence l'écart à la forme sphérique, si c'est de là que provient leur variabilité.

Il convient de noter que, si l'on fait abstraction des planètes dont la période est inconnue et qui pour cette raison peuvent bien n'être pas variables en réalité, il reste, non compris Éros, douze astéroïdes dont la variabilité a été bien constatée, dont quatre seulement ont une période assez bien connue.

Ceci montre combien la question a été délaissée et l'intérêt qu'il y aurait à entreprendre une étude systématique des propriétés photométriques des astéroïdes.

Étude approchée de ces astéroïdes. — Des quatre planètes de la Section A, seule (7) Iris a été suivie pendant assez longtemps, quoique les observations soient en petit nombre.

Pour (15) Eunomia et (44) Nysa, nous avons respectivement trois et cinq oppositions, et dans l'étude de Miss Harwood [3], celle-ci fait état d'un certain nombre d'observations restées inédites, ce qui nous interdit toute précision, les dates de ces observations n'étant données que par l'année où elles ont été faites.

Il est inutile de tenter une étude quelconque de (129), de même que des planètes des sections B et C, sauf (135) Hertha qui avait fait l'objet de travaux assez anciens.

Nous nous bornerons donc à l'étude approchée de (7) Iris, et tâcherons de discuter les quelques observations que nous possédons de (15), (41), (135).

Étude de l'astéroïde (7) Iris. — Sans faire d'hypothèse sur la nature de la variation d'éclat de la planète, nous pouvons rechercher, grâce à des observations s'étendant sur presque toute la circonférence, des valeurs probables des éléments de son équateur.

Mettant à profit ce qui a été trouvé pour Éros, nous écrivons l'amplitude sous la forme

$$A - A_0 = -a \sin |D|,$$

où

$$\sin D = -\sin \beta \cos i + \cos \beta \sin i \sin (\lambda - \Omega).$$

Les inconnues sont au nombre de trois : a , i , Ω . Pour traiter le problème par la méthode des moindres carrés, nous écrivons

$$-a \sin D = x \sin \beta - y \cos \beta \sin \lambda + z \cos \beta \cos \lambda,$$

où

$$x = a \cos i, \quad y = a \sin i \cos \Omega, \quad z = a \sin i \sin \Omega.$$

A_0 peut être considéré comme connu : jusqu'à plus ample informé, nous le prendrons égal à l'amplitude maximum observée. Nous obtenons ainsi un certain nombre d'équations de condition, que nous résoudrons en ramenant λ au premier quadrant, ce qui revient à négliger l'effet de l'excentricité, inconvénient peu sérieux au regard de l'incertitude des données. Le quadrant où se trouve Ω peut être ensuite fixé par la comparaison aux observations.

En procédant ainsi, nous avons obtenu des résidus O—C très acceptables. Toutefois, il ne faut pas se leurrer sur la portée d'une telle méthode dont les résultats ne peuvent être pris qu'à titre purement indicatif, lorsque le petit nombre d'observations dont on dispose ne permet pas l'emploi de la méthode géométrique qui a servi pour Éros.

La variabilité de (7) Iris a été établie pour la première fois en 1904 par Wendell [42] à l'aide d'un photomètre à polarisation. Cette même année, la planète a été observée par Clemens [43] et quelques autres.

En 1905 et 1906, nous avons des observations de Wendell [44].

Enfin, les observations de 1914-1915 et 1917 ne nous sont connues que par Miss Harwood [3] qui n'a donné que l'année de l'observation, et celles de 1921 par le même auteur qui cette fois nous indique les dates de ses propres observations.

Il nous semble que depuis 1921, Iris n'ait pas fait l'objet d'observations photométriques.

Les observations de Wendell en 1904, 1905 et 1906 sont toutes photométriques, de même celles de Campbell en 1917. Les observations de Raymond en 1914-1915 et celles de Miss Harwood en 1921 sont

photographiques. Nous ne connaissons pas la valeur de l'indice de couleur d'Iris, mais nous avons lieu de penser qu'il doit montrer à peu près la même constance que celui d'Éros; nous combinerons donc les observations photométriques et photographiques d'amplitude.

OBSERVATIONS D'IRIS.

Dates.	A.	λ .	β .	Réf.	Dates.	A.	λ .	β .	Réf.
1904.					1904.				
Janv. 6, 1.	^m 0,23	Éphéméride		42	Avril 11, 0.	^m 0,22	110,1	- 5,0	44
8, 1.	20	et courbe		"	1905.				
20, 0.	30	de variation		"	Mai 25, 0.	0,09	208,8	- 5,2	"
26, 1.	35	"		"	1906.				
27, 0.	25	"		43	Oct. 11, 0.	17	303,0	+ 6,7	"
31, 0.	30	"		44	1914.				
Fév. 9, 9.	29	"		43	Déc. 25, 0.	2	92,3	- 2,1	3
12, 9.	30	"		"	1917.				
14, 0.	30	"		"	Juil. 22, 0.	2	298,4	+ 5,7	"
Mars 6, 0.	30	"		"	1921.				
23, 0.	33	"		"	Août 9, 0.	0	357,0	+ 9,3	"
24, 0.	35	"		44	21, 0.	0,0	358,9	+ 10,0	"
29, 0.	0,25	"		43					

Les positions ont été calculées au moyen des tables de M. Fayet. Pour les oppositions de 1914-1917, nous avons pris la date de l'opposition en longitude, telle qu'elle résulte de ces mêmes tables.

A l'opposition de 1904, les amplitudes ont été déduites des observations détaillées publiées par Pickering [42] et par Clemens [43]. Nous ne nous sommes servi que d'observations s'étendant sur un quart de période au moins.

La période. — Nous compterons, comme pour Éros, la période égale à deux oscillations d'éclat complètes. En 1904, les déterminations de Wendell ont donné à Pickering [42] $P = 0,259$.

Notre discussion des observations de Wendell et de Clemens nous a donné de janvier 6,066 à janvier 26,134. $P = 0,25893$; de janvier 6,1 à mars 29,0, $P = 0,2590$.

En 1905, Wendell a trouvé [3], $P = 0,25891$, de même en 1906.

En 1917, Campbell a trouvé [3], $P = 0,25893$.

Nous en concluons que la période est bien déterminée, et adoptons

$$P = 0,25893.$$

Courbes de variation d'amplitude et éphémérides. — Nous avons construit pour 1904 la courbe de variation d'amplitude et en avons déduit $A_0 = 0,34$.

L'éphéméride suivante pour 1904 est donnée pour des dates équidistantes.

Dates.	λ .	β .	Amp.	Dates.	λ .	β .	Amp.
1904.				1904.			
Janv. 6.....	105,2	-4,4	0,22	Fév. 25.....	99,3	-5,3	0,30
16.....	102,0	-4,8	29	Mars 6.....	100,4	-5,2	28
26.....	100,7	-5,1	33	16.....	102,2	-5,1	27
Fév. 5.....	99,4	-5,3	33	26.....	104,6	-5,0	0,27
15.....	99,1	-5,6	0,31				

Les amplitudes sont déduites de la courbe ci-contre (*fig. 13*).

Résolution des équations de condition. Éléments de l'équateur d'Iris. — Nous avons obtenu 15 équations de condition, et avons pris pour A_0 la valeur maximum donnée par la courbe, soit

$$\lambda_0 = 0^m, 34.$$

La résolution de ces équations nous a donné, pour les éléments de l'équateur d'Iris,

$$\alpha = [9,860]; \quad i = 35^{\circ}, 3; \quad \Omega = 274^{\circ}, 0.$$

Le tableau suivant donne les amplitudes calculées et les résidus O—C. Nous y avons ajouté la représentation d'une observation d'Iris par Müller en 1884, et indiquée par Pickering [42]. Il s'agit en fait d'une suite d'observations qui n'ont pas montré de variation d'éclat; nous avons pris pour cette opposition la date de l'opposition en longitude, soit 19 août 1884,

$$\lambda = 326^{\circ}, 2, \quad \beta = +9^{\circ}, 4, \quad A = 0^m, 0.$$

Dates.	$A_{\text{obs.}}$	$A_{\text{calc.}}$	O—C.	Dates.	$A_{\text{obs.}}$	$A_{\text{calc.}}$	O—C.
1884.				1905.			
Août 19.....	0,0	0,11	-0,11	Mai 25.....	0,09	0,03	+0,06
1904.				1906.			
Janv. 6.....	0,22	23	-0,01	Oct. 11.....	17	21	-0,04
16.....	29	33	-0,04	1914.			
26.....	33	34	-0,01	Déc. 25.....	2	31	-0,1
Fév. 5.....	33	32	+0,01	1917.			
15.....	31	32	-0,01	Juil. 22.....	0,2	0,23	0
25.....	30	32	-0,02	1921.			
Mars 6.....	28	33	-0,05	Août 9.....	0,0	0,0	0
26.....	27	31	-0,04	21.....	0,0	0,03	0
16.....	27	33	-0,06				
Avril 11.....	22	28	-0,06				

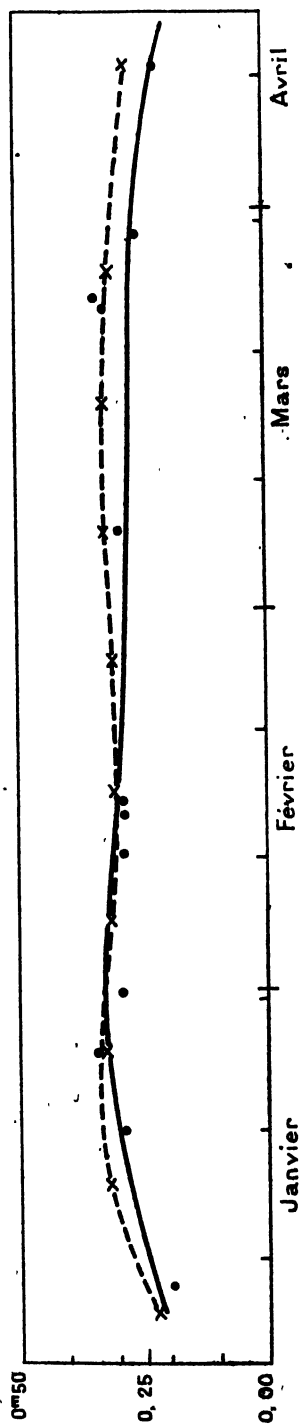


Fig. 13. — *En haut* (7) *Iris*. Courbe de variation 1904.
Au dessous, le trait pointillé représente la courbe de variation calculée.

Le caractère quelque peu systématique des O—C en 1904 paraît ne tenir qu'à l'arbitraire de la courbe de variation.

A cet effet, nous avons examiné l'écart moyen sur les observations individuelles de 1904, et sur toutes les observations; dans les deux cas, nous avons eu $e_m = -0^m,03$.

Ce résidu est faible et paraît dû à l'incertitude qui règne sur le A_0 et en général sur toute l'étude que nous avons faite.

Magnitude absolue. Coefficient de phase. — En l'absence de toute donnée nouvelle relative à ces grandeurs, nous avons adopté le g_0 donné par les « Kleine Planeten », soit $g_0 = 5^m,8$ et le coefficient de phase de Parkhurst $\gamma = 0^m,016$.

Comme, d'après Miss Harwood, le coefficient de phase est constant, on ne peut affirmer que la variation d'éclat est due plutôt à la forme du corps qu'à des taches; toutefois il convient de noter que l'allure de la courbe de lumière est semblable à celle d'Éros.

Comme nous l'avons vu plus haut, il est improbable que l'effet cylindrique puisse être mis en évidence dans le cas d'Iris, le coefficient γ_2 pouvant être encore plus faible que celui que nous trouverions d'après notre règle, du fait de la petitesse de γ_1 .

Étude de la forme d'Iris. — L'amplitude A s'écrit

$$(1) \quad A = 0^m,34 - 0^m,724 \sin |D|,$$

que nous pouvons mettre sous la forme équivalente

$$A = 0^m,34(1 - 2,13 \sin |D|).$$

Lorsque nous écrivons A sous cette forme,

$$A = A_0(1 - k \sin |D|),$$

le coefficient k peut être appelé « décrément » ou « coefficient d'amortissement » de l'amplitude. Nous remarquerons qu'il est ici très différent de la valeur 1 qu'il devrait avoir pour l'ellipsoïde. La seule forme photométrique possible est donc le cylindre à bouts arrondis ou la sphère tachée.

Remarquons que la déclinaison astrocentrique pour laquelle toute variation disparaît est ici $|D_0| = 28^\circ$.

Il est donc impossible de représenter Iris par un ellipsoïde allongé. Si le corps est un sphéroïde taché, il semble que les taches devraient avoir un pouvoir réflecteur spécial ou être circumpolaires pour que toute variation d'éclat ait disparu à une aussi faible déclinaison, et nous n'avons guère d'idée sur la forme de la courbe de lumière dans ce cas. De même, des effets de réflexion fonction de $(D_0 - D_\delta)$ ne sauraient

avoir des conséquences appréciables puisqu'au voisinage de l'opposition en λ , l'angle de phase, donc $(D_O - D_\delta)$, est nécessairement petit.

La formule (1) peut s'écrire, à très peu près,

$$\lambda = 0^m, 31 - 0^m, 0121 | D |.$$

Il s'ensuit qu'Iris paraît bien devoir être grossièrement cylindrique, et peut donc présenter, à un degré embryonnaire, la forme allongée si caractéristique d'Éros, qui pourrait peut-être se retrouver, à un degré plus ou moins avancé, prévisible par l'examen des A_0 , chez la majorité des astéroïdes variables.

La forme cylindrique ne paraissant pas être un cas isolé chez les astéroïdes, nous sommes amené à la conséquence suivante :

Si une planète de cette forme a un mouvement de rotation très lent, il est possible qu'elle échappe complètement aux observateurs à certaines oppositions, sa magnitude pouvant avoir diminué au point de la rendre invisible surtout si elle a déjà un faible éclat.

Discussion des observations de (15), (44), (135). — (15) *Eunomia*. — La variabilité de cet astre a été découverte en 1905 par Wendell. Pickering en donne des observations détaillées dans H. C. 94. Il indique que la *demi-période* est prise comme base du calcul de la phase et qu'il doute s'il faut ou non doubler cette durée.

Nous avons refait les courbes de lumière pour 1905. Les observations nous donnent :

	A. m	λ . °	
1905 Mars 30,0.....	0,45	122	{ Moyenne des obs. { (réf. H. C. 94)
1916.....	0,7	—	{ (Date inconnue) { (réf. H. C. 269)
» Sept. 10.....	0,4	347	{ Jour opposition { en λ (A.A.S. p. 3325)
1918 Fév. 10.....	0,4	140	{ Jour opposition { en λ (H. C. 269)

Les intervalles en λ entre les oppositions et la quasi-constance de l'amplitude tendant à faire croire que l'équateur de la planète doit être sensiblement dans le plan de l'orbite.

Les oppositions de 1905, 1916, 1918 nous donnent, pour l'intervalle entre deux minimums consécutifs, $0^d, 12673$.

Nous adoptons pour la période le double de cette valeur, soit

$$P = 0^d, 25346,$$

et nous admettons que l'amplitude maximum est

$$A_0 = 0^m, 45.$$

(44) *Nysa*. — Nous disposons de quelques observations données par Miss Harwood [3], nous n'en connaissons que l'année, aussi les avons-nous estimées effectuées le jour de l'opposition en longitude. Toutes ces observations sont photométriques.

OBSERVATIONS DE (44).

	A.		A.
	^m		^m
1913.....	0,4	1919.....	0,2
1915.....	0,0?	1920.....	0,35
1917.....	0,0?	1921.....	0,5

La méthode utilisée pour Iris nous a donné

$$Q = 208^{\circ}. \quad i = 16^{\circ}, \quad A = 0^m,5 - 1^m,37 \sin |D|.$$

ou encore

$$A = 0^m,5 - 0^m,0234 |D|.$$

La période, déterminée photométriquement, est très incertaine; nous ne savons pas si elle est comptée sur une ou sur deux oscillations. Miss Harwood donne les nombres suivants :

En 1920.....	P = 0',133	(4 soirées)
En 1921.....	P = 0',1305	(2 soirées)

Pour le moment, c'est la première détermination que nous adopterons soit $P = 0',133$.

(135) *Hertha*. — Nous avons pris les observations dans *A. N.* 164. col. 38. Les valeurs variables de m_0 aux oppositions de 1874, 1875, 1878, 1879 nous ont conduit à adopter pour A_0 environ $0^m,6$. Les observations visuelles des 16-19 février 1904 sont très incertaines, elles donnent à peu près $A = 0^m,6$, mais elles permettent de mettre en évidence une période comprenant deux oscillations et de l'ordre de $P = 0',2$ environ.

Avec des données aussi vagues, il ne nous a pas été possible d'étudier de plus près cette planète.

En résumé, on voit combien sont vagues les renseignements que nous possédons sur ces astéroïdes. Pour (15), les observations qui se réfèrent au travail de Miss Harwood sont inédites, nous ne pouvons donc, ni les contrôler, ni en faire usage. Il en est ainsi de beaucoup d'observations qui doivent malheureusement rester inutilisées.

Les conditions physiques des petites planètes ne peuvent nous être connues que par des observations photométriques (visuelles ou photographiques), ou spectrographiques, puisqu'elles sont trop petites pour que nous puissions espérer en voir la surface.

Une étude spectrographique a été faite par Bobrovnikoff [45]. Il en a tiré des résultats très intéressants concernant les variations d'intensité des spectres, probablement avec la rotation des astres, et la variation du maximum d'intensité lumineuse d'une planète à l'autre. Il en conclut qu'il y a une forte différence entre ces spectres et ceux du type G_0 .

Les astéroïdes ont donc des constitutions physiques différentes, ce qui nous était déjà suggéré par les différences entre les coefficients de phase.

Toutefois, l'ignorance dans laquelle nous sommes de la photométrie des petites planètes, et l'incertitude qui règne sur les résultats acquis, montrent bien que la partie de l'Astrophysique concernant ces astres a été très délaissée et n'a fait l'objet que de travaux sporadiques.

Il semble pourtant que si l'on veut arriver à pénétrer le secret de leur origine, c'est plutôt dans l'étude de leurs caractères photométriques que dans la statistique que l'on trouvera la solution.

La nécessité d'une étude systématique se fait donc vivement sentir.



TROISIÈME PARTIE.

RECHERCHES SUR LA FIGURE DES PLANÈTES.

CHAPITRE I.

LES PÉRIODES DE ROTATION DES ASTÉROÏDES VARIABLES.

Détermination de la période. — On peut considérer que la période de rotation est le temps qui sépare deux minimums d'éclat consécutifs, ou le double de ce temps. Si l'on prend une oscillation, on admet implicitement que l'on a affaire à un sphéroïde ayant une zone tachée.

De l'étude de Bell citée par Miss Harwood [3], il résulte que dans ce cas la courbe de lumière sera sinueuse comme celles des diverses céphéides. Jusqu'à présent, les quelques courbes de lumière que nous avons pu examiner ont une allure analogue à celle d'Éros, avec un minimum relativement aigu et un maximum arrondi, ce que ne donnerait pas une surface tachée. .

Nous avons donc tout lieu de croire que la période de rotation d'un astéroïde doit comprendre deux oscillations complètes. C'est cette détermination que nous adopterons.

Dans plusieurs cas, la période observée correspond à une seule oscillation, nous la doublerons.

Mesure de la période. — Pour les observations photométriques visuelles, ou photographiques avec courtes poses, la période se déduit du tracé de la courbe de lumière.

Dans certains cas, la période a été mesurée par la traînée de la planète sur une plaque à longue pose, l'épaisseur de la traînée étant supposée en raison directe de l'éclat. On mesure alors la distance qui sépare deux minimums d'épaisseur pour en déduire la période.

Il est inutile de dire combien ce moyen est imprécis à tous points de vue, diverses causes pouvant fausser complètement les résultats.

Il s'ensuit que les périodes de rotation de la plupart des astéroïdes variables sont très mal déterminées.

La discussion qui suit montrera l'incertitude des données : nous y tâchons de prendre la valeur la plus probable de la période.

Discussion d'ensemble des périodes. Planètes de la Section A.

— Nous avons déjà examiné les périodes de (7) et (15). Pour (44), la période peut être prise, soit $P = 0^{\text{h}}1,133$, soit $P = 0^{\text{h}}1,266$.

Nous réservons la discussion de (129) pour le prochain paragraphe.

Planètes de la Section B. — Nous ne discuterons pour le moment que (116), (345) et (372).

(116) *Sirona*. — En 1899, on trouve (*A. N.*, 155, 123), la période suivante comprenant deux oscillations

$$P = 0^{\text{h}}1,2014 \quad (\text{photographique}).$$

Miss Harwood donne en outre, en 1904, une période double, soit $0,403$, déterminée photométriquement. Il est fort possible que cette dernière période soit en fait double, car la première détermination paraît avoir été faite avec soin.

(345) *Tercidina*. — En 1899, on a eu photographiquement (*A. N.*, 155, 123) pour deux oscillations

$$P = 0^{\text{h}}1,159.$$

Nous avons discuté les observations photométriques de Wendell en 1901 (*A. N.*, 156, 297) et avons trouvé, pour deux oscillations,

$$P = 0^{\text{h}}1,18.$$

Les deux périodes indiquées par Miss Harwood pour 1901 et 1902, soient $0^{\text{h}}1,380$ et $0^{\text{h}}1,366$, paraissent donc correspondre à une période double. La deuxième étant la mieux définie, nous adoptons

$$P = 0^{\text{h}}1,183.$$

(372) *Palma*. — Miss Harwood donne une période photographique

$$P = 0^{\text{h}}1,2.$$

Le résultat est confirmé par une détermination de P (*H. B.*, 766) portant sur une seule oscillation, avec $0^{\text{h}}1,1$. Nous adoptons la valeur déjà incertaine $P = 0^{\text{h}}1,2$.

Dans le tableau suivant nous donnons par ordre de m_0 les périodes de rotation que nous avons pu vérifier ou qui nous paraissent les mieux déterminées. Les m_0 sont empruntés au « *Kleine Planeten*, 1936 », sauf pour Éros où cette valeur est déduite du g_0 adopté.

N ^{os} .	m_0 .	Période.	N ^{os} .	m_0 .	Période.
	^m	^j		^m	^j
7.....	8,4	0,25893	372.....	10,5	0,2
15.....	8,6	0,25346	116.....	10,7	0,2014
433.....	9,8	0,21959	343.....	11,2	0,183

Une sorte de règle paraît se faire jour dans cette répartition, malgré son incertitude; la période de rotation diminue lorsque m_0 augmente et cela d'une façon assez régulière; de plus, les périodes sont comprises entre des limites assez étroites.

Ceci nous permettra de discuter les périodes très incertaines.

(4) *Vesta*. — Bobrovnikoff [45] a déduit de la variation de l'intensité du spectre de la planète pour certaines longueurs d'onde $P = 0,2465$. Ce résultat est, d'après lui, conforme à la période trouvée par Harrington en 1883.

De son côté Calder (*H. B.*, 904), dans une étude photoélectrique de cet astre, fait mention d'une période trouvée par Green en 1933-1934, soit $P = 0,313$. Pour le moment, nous adoptons la première détermination. Le m_0 , qui est ici $6^m,5$, devrait nous autoriser à une valeur de P plus forte.

(5) *Astraea*. — Nous avons $m_0 = 9^m,9$. La valeur de P , donnée par Miss Harwood $P = 0,1515$, peut être bonne, nous l'adoptons momentanément, bien que beaucoup d'exemples nous aient montré qu'il y avait lieu de doubler la période observée.

(6) *Hébé*. — Pour cette planète $m_0 = 8^m,5$. La valeur donnée pour P nous paraît trop courte, il nous semble qu'elle correspond à une seule oscillation. Nous adopterons $P = 0,270$.

(30) *Urania*. — $m_0 = 9^m,9$. La valeur donnée pour P est considérable. Si elle correspond à deux oscillations, nous avons $P = 0,3$.

Nous sommes ici dans le même cas que pour (5). La période peut être 0,15 ou 0,3. Pour l'instant, nous adoptons 0,15.

(39) *Lætitia*. — $m_0 = 9^m,5$. La période donnée, tirée d'observations inédites, paraît correspondre à une seule oscillation. Nous adoptons $P = 0,184$.

(44) *Nysa*. — $m_0 = 9^m,8$. Cette planète semble faire partie de la même série que (5) et (30). Nous adopterons pour le moment $P = 0,133$.

(129) *Antigone*. — $m_0 = 10^m,3$. La période paraît bien correspondre à une seule oscillation, ce qui est confirmé par *H. B.* 633. Nous adoptons en conséquence $P = 0',2048$.

(135) *Heriha*. — $m_0 = 10^m,5$. La période que nous avons mise en évidence semble correcte malgré son incertitude $P = 0',2$.

(186). *Celuta*. — $m_0 = 11^m,4$. La période donnée paraît ici trop forte. Elle correspond probablement à quatre oscillations. Nous adoptons $P = 0',182$.

(704) *Interamnia*. — $m_0 = 10^m,3$. Nous avons cherché à discuter les observations photométriques détaillées de cette planète en 1911 (*A. N.*, 187, 425). Nous avons pu mettre en évidence une période comprenant deux oscillations, $P = 0',20$.

Amplitudes maximum. — (4) *Vesta*. — Alors que Harrington avait trouvé une amplitude de $0^m,6$, Green a eu $0^m,2$ et Calder $0^m,0$. Il est possible que l'amplitude maximum soit bien de $0^m,6$. Pour les autres planètes, nous devons nous contenter des rares données de l'observation.

Tableau des périodes en fonction des m_0 . — Nous avons inscrit dans ce tableau les périodes indiquées par les observateurs et la période adoptée; en cas de doute, une deuxième colonne de période adoptée donne celle qui a autant de chances d'exister. Il semble que dans quelques cas les observateurs, ayant trouvé qu'il existait des différences entre deux périodes contiguës normales, ont doublé cette période de manière à la faire correspondre au mieux avec leurs observations.

N ^{os} .	m_0 .	Période observée.		Période adoptée.		N ^{os} .	m_0 .	Période observée.		Période adoptée.	
				(¹).	(²).					(¹).	(²).
4...	6,5	0,2465	0,313	0,2465	—	30...	9,9	—	0,30	0,15	0,30
7...	8,4	0,2589	—	2589	—	129...	10,3	—	0,1024	2028	—
6...	8,5	—	0,135	270	—	704...	10,3	0,20	—	20	—
13...	8,6	0,2535	—	2535	—	133...	10,5	0,2	—	2	—
39...	9,5	—	0,092	184	—	372...	10,5	0,2	—	2	—
44...	9,8	0,133	0,266	133	0,266	116...	10,7	0,2014	0,403	2014	—
433...	9,8	0,2196	—	2196	—	343...	11,2	0,18	0,366	183	—
3...	9,9	0,1515	—	0,1515	0,303	186...	11,4	—	0,364	0,182	—

(¹) Période adoptée dans le présent travail.

(²) Période possible que l'on examinera à la fin de la 3^e partie.

Nous avons trouvé dans *H. B.*, 904 quelques observations de (1) Cérès, mais l'amplitude est si minime (de $0^m,04$ environ) que nous ne pouvons considérer la période comme offrant le moindre degré de certitude.

Il nous a paru intéressant de faire une étude statistique de la répartition des périodes de rotation en fonction des m_0 , g_0 et $\log a$, ces deux dernières quantités entrant dans la formule de m_0 .

Voici tout d'abord le relevé des données relatives aux astéroïdes variables des deux tableaux précédents.

Nous avons indiqué $\lg P$ et non P , car les quantités m_0 et g_0 sont elles-mêmes des fonctions logarithmiques. Les planètes sont rangées par ordre de distance au Soleil.

N ^o .	m_0 .	g_0 .	$\log a$.	$\log P$.	N ^o .	m_0 .	g_0 .	$\log a$.	$\log P$.
	^m	^m				^m	^m		
433...	9,8	10,7	0,164	-0,658	135...	10,5	7,8	0,386	-0,699
345...	11,2	8,8	367	738	5...	9,9	6,9	412	821
4...	6,5	4,0	373	607	15...	8,6	5,4	422	597
186...	11,4	8,9	373	740	39...	9,5	6,0	442	735
30...	9,9	7,4	375	824	116...	10,7	7,3	442	697
7...	8,4	5,8	378	587	129...	10,3	6,6	458	688
44...	9,8	7,1	384	876	704...	10,3	6,3	486	688
6...	8,5	5,8	0,386	-0,569	372...	10,5	6,4	0,501	-0,699

LOI DE ROTATION DES ASTÉROÏDES.

En examinant les trois graphiques suivants, on voit que les répartitions de $\log P$ en fonction de m_0 , de g_0 ou de $\log a$ sont nettement différentes.

Répartition en fonction de m_0 . — On voit immédiatement (graphique I) que les logarithmes des périodes des $2/3$ des astéroïdes se trouvent sur une droite.

Nous avons ainsi une séquence principale et un groupe séparé à rotation rapide composé des planètes (5), (30) et (44). Il pourrait donc exister une relation linéaire entre le logarithme de la période et la magnitude moyenne, qui s'écrirait

$$\log P = 0,440 - 0,056(m_0 - 6^m,0).$$

Si cette relation devait être confirmée par l'observation d'autres astéroïdes variables, elle pourrait peut-être être mise en parallèle avec la loi de Miss Leavitt sur les variables d'amas, quoiqu'il n'y ait là, selon toute probabilité, qu'une simple coïncidence.

L'analogie est pourtant curieuse, car la variation se fait dans le même sens pour les deux relations.

Répartition en fonction de g_0 . — La répartition est bien moins nette. On constate encore (graphique II) une séquence principale et le groupe à rotation rapide, mais il semble que les astéroïdes intrinsèquement brillants aient des périodes de rotation systématiquement plus lentes que les autres. Il y aurait ainsi une dépendance entre g_0 .

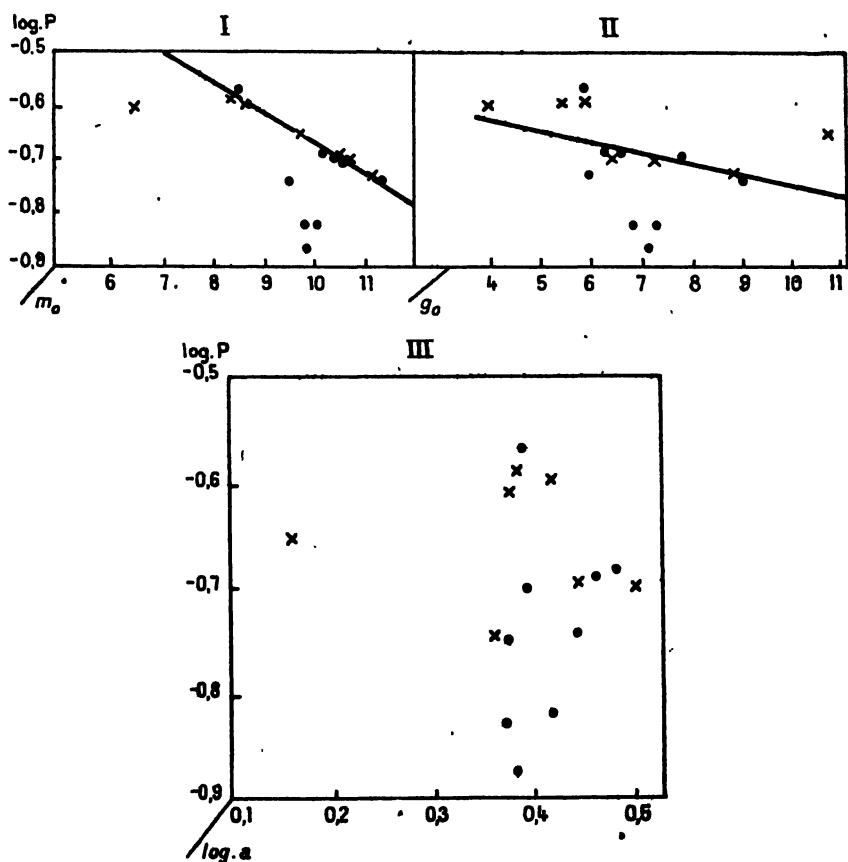


Fig. 14. — Les croix représentent les périodes les plus certaines.

$\log a$ et la période de rotation, cette dernière dépendance ne se manifestant que pour (433), les autres planètes s'échelonnant sur un trop petit intervalle de a .

Répartition en fonction de $\log a$. — Les différences fonction de g_0 (graphique III) semblent encore plus accusées que précédemment. Il paraît exister trois groupes principaux : le premier, à rotation relativement lente, comprenant les planètes intrinsèquement brillantes : (4),

(6), (7), (15); le second, les planètes de la séquence principale, le troisième étant le groupe à rotation rapide déjà vu.

Il n'y a pas lieu de s'étonner de la place à part occupée par (433), sa forme très spéciale en faisant un astre particulier.

CHAPITRE II.

RECHERCHE D'UNE LOI DE DENSITÉ ET DE ROTATION DES PLANÈTES.

Éléments physiques des planètes principales. — La relation que nous venons de trouver nous amène à penser qu'il pourrait en exister une entre les périodes de rotation des grosses planètes extérieures, et à examiner la possibilité de relier les astéroïdes à ces planètes et aussi à Mars qui, par sa densité, tient à peu près le milieu entre les grandes planètes et les planètes intérieures.

Le tableau suivant donne les éléments physiques des planètes principales, d'après les diverses déterminations que nous avons pu obtenir.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.		
Nom.	p .	g .	δ .	$\frac{\varphi}{2}$.	$\frac{5}{4}\varphi$.	e .	P.	Log P.	Log a .
Vénus.....	0,15	$-2,0^m$	5,0	?	?	?	?	?	-0,141
Terre.....	0,15	-2,0	5,50	$\frac{1}{577}$	$\frac{1}{231}$	$\frac{1}{297}$	0,998	-0,001	0,000
Mars.....	0,30	-1,2	3,9	$\frac{1}{435}$	$\frac{1}{174}$	$\frac{1}{200}?$	1,026	0,011	0,182
Jupiter.....	0,63	-8,7	1,36	$\frac{1}{23,5}$	$\frac{1}{9,4}$	$\frac{1}{15}$	0,410	-0,387	0,716
Saturne....	0,90	-8,7	0,7	$\frac{1}{12,8}$	$\frac{1}{5,1}$	$\frac{1}{10}$	0,427	-0,370	0,980
Uranus.....	0,74	-6,7	1,3	$\frac{1}{27,8}$	$\frac{1}{11,1}$	$\frac{1}{15}?$	0,449	-0,348	1,283
Neptune....	0,74	-7,1	1,2	$\frac{1}{50,9}$	$\frac{1}{20,4}$	?	$\left\{ \begin{array}{l} 0,658 \quad -0,182 \\ 0,629 \quad -0,201 \end{array} \right\}$		1,479

Colonne 2. — p est ici l'albedo de Lambert. Pour la Terre, il a été estimé, d'après Scheiner (*Populäre Astrophysik*); nous avons estimé que Vénus si l'on voyait son sol, aurait le même pouvoir réflecteur. Pour les autres planètes, nous nous sommes servis du calcul et des données de M. Bosler (*Astrophysique*).

Colonne 3. — La magnitude absolue résulte de nos calculs et des données de Scheiner.

Colonne 4. — δ est la densité moyenne de la planète par rapport à l'eau. Pour Vénus et la Terre, les nombres paraissent bien conus, de même que

pour Mars, Jupiter et Saturne. Pour Uranus, certaines déterminations donnent 1,3, d'autres 1,1. Nous avons adopté 1,3 qui paraît présenter le plus de garanties.

Pour Neptune, les déterminations sont comprises entre 1,1 et 1,7 à cause de la difficulté de mesure du diamètre. Nous avons adopté ici la détermination de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* 1939 et de la *Connaissance des Temps*.

Colonnes 5 et 6. — φ représente le rapport de la force centrifuge à la gravité à l'équateur de la planète; il a été calculé en partant des données adoptées.

Colonne 7. — e_1 est l'aplatissement polaire. Pour la Terre et Jupiter, il semble bien établi. Pour Mars, il est très incertain, nous avons pris la détermination de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*. Nous en avons fait autant pour Saturne et Uranus.

Colonne 8. — P est la période de rotation, comptée en jours moyens. Pour Jupiter et Saturne, nous avons pris la période équatoriale. Pour Uranus, nous avons adopté la moyenne entre les périodes de Lowell : $P = 0,448$, et de Campbell : $P = 0,451$.

Pour Neptune, la première période est celle de Lick, la seconde, que nous avons adoptée provisoirement, est celle de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*.

Relation entre les périodes de rotation des grandes planètes. — Nous avons commencé par construire le graphique des logarithmes des périodes de rotation des grandes planètes extérieures en fonction du logarithme du demi grand axe de l'orbite. Le résultat a été assez surprenant.

En mettant à part Neptune, le logarithme de la période est, pour les trois premières planètes, une fonction linéaire de $\log a$.

Nous en avons été amené à concevoir comme une réalité physique l'existence de la famille jovienne, composée de :

Jupiter, Saturne et Uranus, dans laquelle les périodes de rotation sont fonction de a seul.

La relation trouvée s'écrit

$$\log P = -0,433 + 0,0646 \log a,$$

et donne les résidus suivants, dans le sens O—C,

Jupiter.....	0,000
Saturne.....	0,000
Uranus.....	+ 0,002

Si nous adoptons la période de Lowell, nous aurions, pour Uranus, un résidu de +0,001 seulement.

Relation hypothétique entre les densités et les périodes de rotation des astéroïdes. — Nous nous sommes demandé si les astéroïdes ne pouvaient se relier physiquement à Jupiter comme ils paraissent l'être déjà à Mars par leur albedo probable.

Nous avons vu par le graphique III que les différences de grand axe d'orbite paraissaient avoir une influence sur les périodes des astéroïdes.

Nous admettons que cette fonction soit la relation trouvée pour la famille Jovienne, et que les deux premiers groupes d'astéroïdes ont des densités égales; les différences de période ne proviennent alors en moyenne que des différences de g_0 considéré ici comme une fonction physique de la constitution de l'astre et non plus comme une constante photométrique. L'influence de la densité nous est alors donnée en reliant le système à Mars.

Nous avons pu, par de nombreux essais, avoir une idée des densités hypothétiques des petites planètes. La densité moyenne est ainsi 3 environ, celle de (433) étant égale à celle de Mars. Malheureusement nous avons de très mauvaises représentations des densités dans la famille Jovienne et pour Neptune.

Nous avons alors remarqué qu'entre les périodes de rotation de la Terre et de Mars, nous avons, à une constante près, la même relation que celle que nous avons trouvée pour la famille Jovienne, c'est-à-dire

$$\log P = -0,001 + 0,0646 \log a.$$

Nous avons admis l'existence de trois familles :

Famille Terrestre : La Terre et Mars.

Famille astéroïdique.

Famille Jovienne : Jupiter, Saturne, Uranus.

En reprenant les calculs comme auparavant et adoptant pour chaque famille de planètes principales le g_0 et le δ moyens de cette famille, nous avons obtenu pour les astéroïdes une densité moyenne de 3, 2; et pour Neptune, $\delta = 1,5$.

La façon dont s'introduisaient les densités et les magnitudes absolues ne nous paraissant pas satisfaisante, même pour une relation empirique, nous avons voulu pousser nos recherches d'un autre côté. Remarquons que pour une planète, g_0 et le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation sont des fonctions de R^5 (R , rayon de la planète supposée sphérique).

Pour obtenir un résultat valable dans une famille, il nous faut donc trouver une fonction

$$(1) \quad [f(R^5)]^{\alpha\delta\beta} = \rho$$

qui se réduise à une constante pour toutes les planètes de cette famille.

CHAPITRE III.

LA FIGURE DES PLANÈTES.

Nouvelles recherches. — Supposons que nous ayons trouvé une relation de la forme (1). Il nous est alors possible d'écrire la période en fonction de a , δ , $f(R^5)$

$$(2) \quad \log P = \log P_0 + k_1 \log a + k_2 \log \left(\frac{P}{\delta_0} \right),$$

où P_0 serait une constante pour tout le système, de même que δ_0 ; k_1 étant le coefficient déjà trouvé et k_2 un coefficient à déterminer.

Comme dans chaque famille, P est indépendant de g_0 et de δ , il doit exister une relation de la forme (1).

Or, les formules de Clairaut [46] donnant les ellipticités, que l'on peut confondre avec les aplatissements aux termes du deuxième ordre près, sont fonctions des R^5 et des δ , tout comme la relation que nous devons trouver. Il semble donc presque certain que c'est là que nous aurons la solution du problème.

Pour le traiter, nous ferons l'hypothèse suivante :

Nous admettons que les planètes sont des masses hétérogènes discontinues, formées d'un noyau homogène et d'une couche de densité négligeable, au point de vue mécanique seulement.

Les aplatissements sont compris entre $\frac{5}{4}$ (condensation infinie, modèle de Roche), et $\frac{3}{4}$ (homogénéité, modèle de Mac Laurin), φ étant le rapport de la force centrifuge à la gravitation à l'équateur,

$$\varphi = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{3 \omega^2}{4 \pi f \delta}$$

(f = constante de la gravitation = 6,66. 10⁸ C. G. S.).

Nous écrirons donc simplement les équations de Clairaut sous la forme

$$(3) \quad e_1 - \frac{\varphi}{2} = \frac{3}{4} \varphi W,$$

e_1 est l'aplatissement superficiel; W , le rapport du volume homogène V' au volume réel V de même masse. La quantité $\frac{1}{W}$ est alors la condensation vers le centre, elle varie linéairement avec $e_1 - \frac{\varphi}{2}$.

Nous avons ainsi

$$\delta' = \frac{1}{W} \delta,$$

avec

$$\delta' = \frac{M}{V}, \quad \delta = \frac{M}{V} \quad (M, \text{ masse de la planète}).$$

C'est sous cette forme simple que nous avons trouvé la constance de ρ dans chaque famille.

La seule famille où nous connaissions d'une manière suffisante les aplatissements est la famille jovienne; d'ailleurs, ces quantités étant considérables, les erreurs relatives sont plus faibles que pour la famille terrestre, où l'aplatissement de Mars est très mal connu.

L'application de ce qui précède nous a conduit à

$$\text{Jupiter: } \delta' = 3,60; \quad \text{Saturne: } \delta' = 3,76.$$

L'incertitude pour les aplatissements nous a conduit d'abord à admettre pour ces deux planètes $\delta' = 3,60$.

Il en résulte les aplatissements :

$$\text{Jupiter: } e_1 = \frac{1}{15}; \quad \text{Saturne: } e_1 = \frac{1}{9,9},$$

ce qui représente bien les observations.

Pour la Terre, la formule donne

$$\delta' = 8,70.$$

En adoptant cette valeur pour Mars, nous obtenons

$$\text{Mars: } e_1 = \frac{1}{261}.$$

L'écart O—C sur le diamètre polaire est seulement de 0",03 à la distance minimum, il est donc difficilement appréciable.

Si nous prenons pour P_0 la constante déterminée plus haut pour la famille jovienne, la relation (2) s'écrit

$$\log P = -0,433 + 0,0646 \log \alpha + 1,125 \log \left(\frac{\delta'}{3,6} \right).$$

La densité moyenne des astéroïdes ressort alors à 2,0; celle d'Eros est trouvée égale à 2,2.

Il nous a paru intéressant de calculer, pour cette planète, la valeur approchée de l'intégrale donnée par Tisserand [46] pour les figures d'équilibre homogènes de Jacobi

$$\int_0^1 \frac{\zeta^2 (1 - \zeta^2) d\zeta}{(1 + \lambda^2 \zeta^2)^{\frac{3}{2}} (1 + \lambda'^2 \zeta^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\omega^2}{4\pi f \delta \sqrt{1 + \lambda^2} \sqrt{1 + \lambda'^2}}.$$

Nous y avons fait

$$\lambda^2 = 15, \quad \lambda'^2 = 0,$$

car

$$a^2 = b^2(1 + \lambda^2), \quad b^2 = c^2(1 + \lambda'^2)$$

avec

$$a = 4b = 4c,$$

le calcul nous a donné

$$\delta = 2,6.$$

La différence, assez faible d'ailleurs si l'on considère l'incertitude de nos données, paraît provenir, en dehors de toutes considérations d'homogénéité, de ce que cette figure est un ellipsoïde de Jacobi et non un Mac Laurin comme les planètes principales qui nous servent dans notre calcul.

Expression générale de la période. — L'exposant $k_2 = \frac{9}{8}$ n'était pas susceptible d'une interprétation, aussi avons-nous cherché à simplifier l'expression de P.

Nous remarquons que nous avons trouvé pour Jupiter et Saturne

$$\log \left(\frac{\delta' b}{\delta' x} \right) = 0,018 = k_1 \log \left(\frac{a b}{a x} \right).$$

Cette égalité nous a amené à modifier nos notations, tout en nous confirmant dans notre manière de voir.

Nous avons écrit l'équation (3) sous la forme

$$(4) \quad e_1 - \frac{\varphi}{2} = \frac{3}{4} \frac{\delta}{\varphi \Delta},$$

où δ est la densité moyenne de la planète et Δ une fonction que nous préciserons par la suite. La relation qui donne P devient simplement

$$(5) \quad P = P_0 \Delta,$$

avec la condition : dans chaque famille, Δ est donné par

$$\Delta = \Delta_0 a^{k_1}.$$

Avec cette expression, P_0 n'est plus déterminé que par une seule planète qui sert d'unité, et les Δ_0 par les planètes têtes de familles.

Il s'ensuit que, P_0 ayant été calculé une fois pour toutes, dans chaque famille le Δ_0 ne dépend plus que de la période de la planète de tête, et les Δ que des grands axes des orbites. A chaque valeur de a correspond donc une valeur unique de Δ et de P, qui ne sont fonctions que de la période de rotation de la planète de tête. Dans ces conditions, pour une

famille et une valeur de a données, l'aplatissement e_1 n'est fonction que de la densité moyenne de la planète.

La relation est donc générale.

Interprétation de Δ . — Continuons, comme Tisserand, de négliger les carrés et les produits des aplatissements et des $\varphi_i e_i$.

Dans ces conditions, les demi-axes polaires peuvent être remplacés par les demi-axes équatoriaux et les ellipticités par les aplatissements dans nos équations.

Soient R le rayon équatorial réel du corps; r , le rayon équatorial du noyau homogène de densité δ_2 et d'aplatissement polaire superficiel e_2 . La planète étant toujours considérée comme formée d'un noyau homogène revêtu d'une couche sans densité appréciable, l'équation de Clairaut s'écrit

$$(6) \quad e_1 - \frac{\varphi}{2} = \frac{3}{5} \frac{r^2}{R^2} e_2,$$

et, sous la forme (4),

$$(4) \quad e_1 - \frac{\varphi}{2} = \frac{3}{4} \varphi \frac{\delta}{\Delta}.$$

Le rapport $\frac{R}{r}$ est ce que nous pourrions appeler la « concentration linéaire »; pour $r = 0$, on a l'ellipsoïde de Roche; pour $r = R$, on a l'ellipsoïde homogène de Mac Laurin.

L'ellipsoïde homogène de rayon r a alors un aplatissement donné par

$$e_2 = \frac{5}{4} \varphi_2 = \frac{5}{4} \varphi \frac{\delta}{\delta_2}.$$

Mais, à cause de l'égalité des masses, et puisque nous négligeons les produits $\varphi_i e_i$, nous avons au second ordre près,

$$(7) \quad e_2 = \frac{5}{4} \varphi \frac{r^3}{R^3},$$

d'où, par les équations (4) et (6),

$$\frac{3}{4} \varphi \frac{r^2}{R^2} = \frac{3}{4} \varphi \frac{\delta}{\Delta},$$

il en résulte

$$(8) \quad \Delta r^2 = \delta R^2.$$

Ce qui nous conduit aux deux lemmes :

1. *Les périodes de rotation des planètes sont identiques à celles qu'elles auraient si toute leur masse était concentrée en un ellipsoïde homogène revêtu d'une couche sans densité appréciable et de même aplatissement*

superficiel que l'aplatissement réel; elles sont une fonction linéaire de la fonction

$$(9) \quad \Delta = \frac{3}{2} \frac{\varphi \delta}{2e_1 - \varphi}.$$

II. R étant le rayon équatorial réel et r celui du noyau homogène, la fonction Δ est équivalente à la densité hypothétique de la masse homogène de rayon r supposée sphérique, dont le moment d'inertie est le même que celui du corps réel supposé homogène et sphérique.

Le rapport $\frac{\delta}{\Delta} = \frac{r^3}{R^3}$ est égal aux $\frac{1}{3}$ du paramètre de constitution interne K de Russell (*Ap. J.*, t. 90, 1939, p. 654).

Détermination des éléments physiques des planètes. — La constante P_0 est déterminée une fois pour toutes par la Terre; l'exposant k_1 est celui qui résulte de nos recherches précédentes. Ces deux constantes valent pour le système solaire.

Nous avons été amené à considérer les trois familles physiques :

1. Terrestre, planète de tête : la Terre;
2. Jovienne, planète de tête : Jupiter;
3. Neptunienne, planète de tête : Neptune.

Pour chaque famille, la période de rotation de la planète de tête, donne

$$\Delta_0 = \frac{P_0}{P_0 \alpha^{k_1}}.$$

Pour une planète quelconque j de la famille Δ_0 , par exemple, nous avons

$$\Delta_j = \Delta_0 \alpha^{k_1} \quad (i = 1, 2, 3)$$

et

$$P_j = P_0 \Delta_j.$$

Les constantes Δ_0 valent pour les familles planétaires. Le rayon équatorial R de la planète étant pris pour unité, nous déduisons de Δ_j , la densité moyenne δ étant connue :

1° Le degré de concentration vers le centre par

$$\frac{\delta}{\Delta} = r^3;$$

2° L'aplatissement superficiel extérieur par

$$e_1 = \frac{\varphi}{2} \left[1 + \frac{3}{2} r^5 \right];$$

3° La densité nucléaire δ_2 et l'aplatissement e_2 par

$$\delta_2 = \frac{\delta}{r^3}, \quad e_2 = \frac{5}{4} \varphi r^2.$$

Vu leur petitesse, nous considérons les petites planètes comme homogènes, il en résulte pour ces dernières

$$\Delta = \delta_2 = \delta.$$

On voit que la période de rotation P_i se déduit uniquement de la connaissance de la famille (qui donne le Δ_{0i}) et du grand axe de l'orbite. C'est ainsi que nous procédons pour calculer les éléments hypothétiques de Vénus, en admettant que cette planète fasse partie de la famille terrestre.

Dans le calcul de δ_2 , nous avons négligé les aplatissements, dont l'influence est faible. On pourrait en tenir compte en écrivant, au deuxième ordre près,

$$\delta_2 = \frac{\delta}{r^3} [1 - e_1 + e_2] = \frac{\delta}{r^3} \left[1 - \frac{\varphi}{2} \left(1 - \frac{5}{2} r^2 + \frac{3}{2} r^5 \right) \right].$$

Résultats. — Pour la Terre, nous avons obtenu

$$\log P_0 = -0,941,$$

avec

$$\Delta = \Delta_{01} = 8,70,$$

Δ étant ici calculé par la formule (9).

La constante $P_0 = 2^h,75$ est d'après notre théorie une constante du système solaire. Elle est basée sur

$$e_1 = \frac{1}{297}, \quad \delta = 5,50, \quad P = 23^h,94, \quad g = 978 \text{ C G S.}$$

La relation (5) s'écrit donc

$$\log P_i = -0,941 + \log \Delta_{0i} + 0,0646 \log a_i,$$

où l'on a

$i = 1 \dots \dots \dots$	Terre. Mars	$\Delta_{01} = 8,70$
$i = 2 \dots \dots \dots$	Jupiter, Saturne, Uranus	$\Delta_{02} = 3,22$
$i = 3 \dots \dots \dots$	Neptune	$\Delta_{03} = 4,41$

Nous donnons ci-après les résultats obtenus, en y adjoignant Vénus, considérée comme faisant partie de la famille $i = 1$.

I. — *Planètes principales.*

Planètes.	Δ_0	Δ	e_1	r	δ_1	e_2	Log P.	Observé.	
								e_1	Log P.
Vénus (hypothétique).	8,70	8,53	$\frac{1}{269}$	0,900	6,0	—	—0,010	?	?
Terre.....	8,70	8,70	$\frac{1}{297}$	0,912	7,2	$\frac{1}{305}$	—0,001	$\frac{1}{297}$	—0,001
Mars.....	8,70	8,95	$\frac{1}{263}$	0,848	6,4	$\frac{1}{287}$	0,011	$\frac{1}{200}$?	0,011
Jupiter.....	3,22	3,58	$\frac{1}{15,0}$	0,825	2,4	$\frac{1}{16,8}$	—0,387	$\frac{1}{15}$	—0,387
Saturne.....	3,22	3,72	$\frac{1}{10,0}$	0,716	1,9	$\frac{1}{13,9}$	—0,370	$\frac{1}{10}$	—0,370
Uranus.....	3,22	3,90	$\frac{1}{18,5}$	0,803	2,5	$\frac{1}{21,5}$	—0,350	$\frac{1}{15}$?	—0,348
Neptune ₁	4,41	5,50	$\frac{1}{38,4}$	0,738	3,0	$\frac{1}{50,7}$	—0,201	?	—0,201

Si l'on adopte pour Neptune la période $P = 15^h, 8$, on obtient

Neptune ₂	4,60	5,74	$\frac{1}{41,7}$	0,731	3,1	$\frac{1}{56,0}$	—0,182	?	—0,182
----------------------------	------	------	------------------	-------	-----	------------------	--------	---	--------

II. — *Astéroïdes.*

N ^o .	δ	N ^o .	δ	N ^o .	δ	N ^o .	Période	
							simple.	double.
433.....	1,9	6.....	2,4	129.....	1,8	5.....	1,3	2,7
343.....	1,6	135.....	1,8	704.....	1,8	30.....	1,3	2,6
4.....	2,2	15.....	2,2	372.....	1,8	41.....	1,2	2,3
186.....	1,6	39.....	1,6					
7.....	2,3	116.....	1,8					

Si l'on adopte la période simple pour les trois derniers astéroïdes, on a une densité moyenne

$$\delta_m = 1,8;.$$

avec la période double, on a

$$\delta_m = 2,0.$$

Représentation des observations. — Périodes. — Les résidus O—C sont les suivants :

$$\text{Mars} = 0,000, \quad \text{Saturne} = 0,000,$$

$$\text{Uranus} = + 0,002 \text{ (écart inférieur à l'incertitude sur la période).}$$

Aplatissements. — Les différences : diamètre équatorial moins diamètre polaire, donnent, à la plus courte distance géocentrique, les écarts suivants, dans le sens O—C :

Vénus..... $-0'',3$ Jupiter..... $0'',00$ Mars..... $+0'',03$

Si l'on admet pour Saturne l'aplatissement $\frac{1}{9,6}$ donné par la *Connaissance des Temps*, on a

Saturne..... $+0'',06$.

Si l'on prend l'aplatissement $\frac{1}{10}$ plus prudent donné par l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, on a Saturne $0'',00$.

Conclusions. — Nous avons ramené l'étude des aplatissements polaires à celle des périodes par une relation simple. Il nous paraît vraisemblable qu'en même temps, par une hypothèse simplificatrice artifice mécanique qui nous était imposé par notre ignorance de la constitution interne réelle des astres et s'est révélé assez exact dans la représentation de cette partie mécanique, nous avons pu donner une expression de la constitution interne par le degré de condensation vers le centre.

L'exposant k_1 , très voisin de $\frac{1}{16}$, a probablement une signification cosmogonique qui nous échappe. Sa constance dans le système solaire paraît montrer que les périodes de rotation des planètes n'ont pas dû varier de façon appréciable depuis leur formation.

(S'il n'en était pas ainsi, il y aurait de fortes chances pour que les périodes de rotation et de révolution des astéroïdes soient devenues égales depuis longtemps, ce qui est contredit par l'observation.)

Cette manière de voir, qui nous paraît justifiée par la théorie qui précède, contredit les idées de Darwin sur la rotation de la Terre et de la Lune (POINCARÉ, *Leçons de mécanique céleste*, t. III, p. 456 et suiv.).

Nous n'avons pas cherché à expliquer les deux valeurs fondamentales de Δ_0 , dont l'origine paraît se rattacher intimement à la formation du système solaire.

On remarque toutefois la scission qui correspond aux astéroïdes; celle-ci paraît corroborée par le fait que pour ces astres, les valeurs de Δ sont les plus faibles du système solaire, mais elles correspondent aux densités nucléaires des grandes planètes extérieures. Il est donc possible que ces petits corps aient même composition que les noyaux des grandes planètes, qui ont une densité comparable à celle des couches corticales terrestres.

Nous pouvons, pour terminer, énoncer la proposition suivante :

Dans le système solaire, les logarithmes des périodes de rotation des planètes sont une fonction linéaire des logarithmes des grands axes des orbites.

APPENDICE.

ETUDE DE LA CONSTITUTION PHYSIQUE POSSIBLE DE PLUTON.

Nous ne connaissons pour ainsi dire rien de cette planète qui, d'après les travaux effectués sur la question, paraît devoir être bien plus petite que la Terre, probablement de l'ordre de Mars comme nous le verrons plus loin.

La magnitude de Pluton a été évaluée [47] à

Visuelle	$m_{pv} = 14^m,9$
Photographique.....	$m_{pg} = 15^m,57$

L'indice de couleur est ainsi de $+0^m,67$, très voisin des astéroïdes qui ne font que réfléchir la lumière solaire sans en absorber. La planète étant approximativement à sa distance moyenne du Soleil, soit $a = 39,5$, on en tire

$$g_0 = -1^m,0.$$

Enfin, d'après les perturbations inexplicables de Neptune (*Ap. J.*, t. 73, p. 1) la masse de Pluton serait un peu plus petite que celle de la Terre, et [47] d'après certaines hypothèses plausibles, de l'ordre de 0,1 ou 0,2 de la même masse.

Or, nous remarquons qu'à part Vénus, entourée d'une atmosphère considérable d'acide carbonique (*GAUZIT, B. A.*, t. IX, p. 302), les planètes à fort albedo ont une grande masse, et que leur condensation centrale est d'autant plus poussée que l'albedo est plus élevé, tout comme si la couche gazeuse qui les entoure était plus épaisse. En outre, nous voyons d'après le travail de Gauzit, que les atmosphères planétaires paraissent composées de gaz d'autant plus légers que l'on s'éloigne du Soleil, et nous savons qu'une faible masse ne peut retenir de gaz légers à sa surface.

Enfin, il convient de noter qu'à magnitude absolue égale, plus l'albedo est élevé, plus le rayon est petit, donc plus la masse est faible lorsque l'on se borne pour les densités. On est ainsi limité dans la valeur de l'albedo par les valeurs plausibles de la masse. Il s'ensuit :

1° l'albedo de Pluton ne peut être élevé, il doit être voisin de celui des planètes à atmosphère inappréciable, Mars, les Astéroïdes, la Lune;

2^o la condensation centrale ne doit pas être poussée, mais être de l'ordre de celles de la famille terrestre;

3^o si l'on remarque que la densité nucléaire croît d'Uranus à Neptune, elle doit être plus forte pour Pluton que pour Neptune.

Nous prendrons donc pour pouvoir réflecteur de Pluton les nombres successifs

$$p = 0,1; 0,2; 0,3.$$

Nous admettrons que la condensation de Pluton est comprise entre celle de Mars ($r = 0,848$) et l'homogénéité ($r = 1$).

Nous rattachons Pluton à la famille de Neptune par

$$\Delta_0 = 4,41,$$

d'où

$$\Delta = 5,59.$$

Ce nombre représenterait la densité de Pluton s'il était homogène. Nous en tirons

$$P = 0,64.$$

Nous disposerons de δ_2 dans la relation

$$r^2 = \frac{\delta_2}{\Delta},$$

de façon que

$$0,848 \leq r < 1.$$

Dans ces conditions δ_2 est compris entre 4 et 5 (pour Neptune $\delta_2 = 3,0$).

Le tableau suivant donne les masses par rapport à la Terre et les densités par rapport à l'eau dans les conditions restrictives où nous nous sommes placé.

δ_2 .	r .	p. R. δ.	0,1.	0,2.	0,3.
			4100 ^{km} .	3600 ^{km} .	2900 ^{km} .
4,0	0,848	2,4	m/8 0,12	m/8 0,08	m/8 0,04
4,2	868	2,8	13	09	05
4,4	888	3,1	15	10	05
4,6	908	3,4	17	11	06
4,8	928	3,8	19	12	07
5,0	0,947	4,2	0,21	0,13	0,07

Si nous considérons que les valeurs les plus probables de p et de r doivent être comprises dans les limites

$$\begin{aligned} 0,20 &\leq p \leq 0,25 && (\text{Lune et Astéroïdes}), \\ 0,900 &\leq r \leq 0,920 && (\text{approximativement comme la Terre}). \end{aligned}$$

Nous avons pour la masse et la densité

$$0,08 \delta < m < 0,12 \delta : \quad 3,3 < \delta < 3,8.$$

Il paraît probable que la masse réelle est comprise entre ces limites. Les meilleurs estimations [17] ont donné :

En admettant l'albedo de la Lune et une densité de 5, la masse est $m < 0,2 \delta$. En admettant l'albedo et la densité de Triton, $m < 0,1 \delta$.

BIBLIOGRAPHIE.

1. OPPOLZER, A. N., t. 154, 1901, p. 309.
2. FAYET, *Les petites planètes (Annuaire du Bureau des Longitudes, 1932)*.
3. HARWOOD, *Variations in the light of Asteroids (H. C., 269, 1925)*.
4. WATSON, *The physical nature of Eros (H. C., 419, 1937)*.
5. STOBBE, A. N., t. 269, 1939, Heft 2.
6. ZESSEWITCH, A. N., t. 246, 1932, p. 441.
7. ANDRÉ, C. R. Acad. Sc., t. 132, 1901, p. 396.
8. ANDRÉ, *Les planètes et leur origine, 1909, p. 90*.
9. RUSSELL, Ap. J., t. 24, 1906, p. 1.
10. JOST, A. N., t. 154, 1901, p. 314.
11. DEICHMULLER, A. N., t. 154, 1901, p. 391.
12. ANDRÉ, A. N., t. 155, 1901, p. 27.
13. JOST, A. N., t. 158, 1902, p. 325.
14. LE CADET, GUILLAUME et LUIZET, C. R. Acad. Sc., t. 133, 1901, p. 325.
15. PICKERING, A. N., t. 155, 1901, p. 309.
16. GUTHNICK, A. N., t. 178, 1908, p. 9.
17. CAMPBELL, A. N., t. 204, 1917, p. 63.
18. BERNEWITZ, A. N., t. 218, 1923, p. 43.
19. BAADE, A. N., t. 240, 1930, p. 380.
20. LACCHINI et JACCHIA, A. N., t. 241, 1931, p. 15.
21. *Id.*, A. N., t. 241, 1931, p. 67.
22. LACCHINI, A. N., t. 241, 1931, p. 223.
23. GRAFF, A. N., t. 241, 1931, p. 111.
24. ZESSEVITCH et FLORJA, A. N., t. 243, 1931, p. 97.
25. HARTMANN et DARTAYET, A. N., t. 243, 1931, p. 106.
26. *Id.*, A. N., t. 251, 1934, p. 33.
27. BEYER, A. N., t. 254, 1935, p. 166.

28. KANDA, A. N., t. 259, 1936, p. 241.
29. SCHURER, A. N., t. 265, 1938, p. 304.
30. STEIN et TIBOUR, A. N., t. 265, 1938, p. 371.
31. LAUSE, A. N., t. 266, 1938, p. 29.
32. STOBBE, A. N., t. 267, 1938, p. 23.
33. BEYER, A. N., t. 267, 1938, p. 47.
34. JASCHEK, A. N., t. 267, 1938, p. 393.
35. HARTWIG, A. N., t. 269, 1939, Heft 2, p. 92.
36. DELPORTE et BOURGEOIS, A. N., t. 241, 1931, p. 409.
37. GUERRERI VIARA, A. N., t. 244, 1932, p. 155.
38. HARWOOD, H. B., 880, 1930.
39. VAN DEN BOS et FINSSEN, A. N., t. 241, 1931, p. 329.
40. INNES, A. N., t. 241, 1931, p. 55.
41. GRINGRICH, Ap. J., t. 38, 1913, p. 229.
42. PICKERING, H. C., 75.
43. CLEMENS, A. N., t. 170, 1905, p. 109; t. 164, 1904, p. 205 et 369.
44. WENDELL, H. B., 775.
45. BOBROVNIKOFF, L. O. B., t. 14, 1929, p. 18.
46. TISSERAND, *Mécanique céleste*, t. II.
47. *Id.*, L. O. B., t. XVII, 1934, p. 53.

Lu et accepté :

LES MEMBRES DU JURY,

J. SIRE

H. EYRAUD

J. DUFAY.

Vu et approuvé :

LE DOYEN DE LA FACULTÉ
DES SCIENCES DE LYON,

R. DOUIN.

Vu et permis d'imprimer :

Lyon, le 12 juin 1944.

LE RECTEUR,

PRÉSIDENT DU CONSEIL DE L'UNIVERSITÉ,

A. GAIN



TABLE DES MATIÈRES.

	Pages
INTRODUCTION.....	1

PREMIÈRE PARTIE.

Théorie physique d'Eros.

GÉNÉRALITÉS.....	2
------------------	---

CHAPITRE I. — *Théorie d'Eros.*

Rotation. Détermination de l'Équateur. Loi de variation de la magnitude. Forme d'Eros. Prolongement de la loi de Lambert à une surface cylindrique convexe. Nouvelles approximations. Magnitudes maximum. Effet cylindrique. Amplitudes. Effet dorsal.....	3
--	---

CHAPITRE II. — *Observations et calculs numériques.*

Relevé des observations. Méthodes et instruments. La période de rotation. Courbes de variation d'amplitude. Calcul de l'Équateur. Représentation des observations. Forme d'Eros.....	12
Nouvelles approximations. Magnitude absolue et coefficient de phase. Discussion des résultats. Amplitudes. Indice de couleur.....	30

CHAPITRE III. — *Conclusions.*

L'hypothèse de l'astre double. Conclusions. Éléments physiques d'Eros.....	43
Supplément. Représentation des oppositions de 1938 et 1942.....	46

DEUXIÈME PARTIE.

Étude des autres astéroïdes variables:

CHAPITRE UNIQUE.

État des observations photométriques. Relation possible entre le coefficient de phase et la variabilité. Données relatives aux astéroïdes variables autres qu'Eros. Étude approchée de ces astéroïdes. Étude de (7) Iris. Discussion des observations de (10), (44), (135).....	53
---	----

TROISIÈME PARTIE.

Recherches sur la figure des planètes.

CHAPITRE I. — *Les périodes de rotation des astéroïdes variables.*

	Pages.
Détermination de la période. Mesure de la période. Discussion d'ensemble des astéroïdes. Loi de rotation des astéroïdes.....	65

CHAPITRE II. — *Recherche d'une loi de densité et de rotation des planètes.*

Éléments physiques des planètes principales. Relation entre les périodes de rotation des grandes planètes. Relation hypothétique entre les densités et les périodes des astéroïdes.....	71
---	----

CHAPITRE III. — *La figure des planètes.*

Nouvelles recherches. Expression générale de la période. Détermination des éléments physiques des planètes. Résultats. Conclusion. Appendice	74
--	----

BIBLIOGRAPHIE.....	84
--------------------	----

