

THÈSES DE L'ENTRE-DEUX-GUERRES

VICTOR MAITRE

Étude statistique des excès de couleur des étoiles

Thèses de l'entre-deux-guerres, 1944

[<http://www.numdam.org/item?id=THESE_1944__262__9_0>](http://www.numdam.org/item?id=THESE_1944__262__9_0)

L'accès aux archives de la série « Thèses de l'entre-deux-guerres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Thèse numérisée dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*
<http://www.numdam.org/>

SERIE A, n° 2062
N° D ORDRE : 2929

THÈSES

memore ne ...
Hommage respectueux et reconnaissant
Victor Maitre

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

Victor MAITRE

AIDE ASTRONOME A L'OBSERVATOIRE DE BESANÇON

1^{re} THÈSE

ÉTUDE STATISTIQUE DES EXCÈS DE COULEUR DES ÉTOILES

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 21 janvier 1944, devant la Commission d'examen

MM. **ESCLANGON**, *Président.*

CHAZY
CROZE } *Examineurs.*

BESANÇON
IMPRIMERIE MILLOT FRÈRES
20, rue Gambetta, 20

—
1944

FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen M. P. MONTEL.

PROFESSEURS

Charles PÉREZ....	T	Zoologie.	GAULT	T	Chimie (P. C. B.).
P. MONTEL.....	T	Théorie des Fonctions.	CROZE	I	Physique théorique et physique céleste.
L. BLARINGHEM...	T	Botanique.	DUPONT	T	Théories chimiques.
G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	VALIRON	T	Calcul différentiel et Calcul intégral.
C. MAUGUIN	T	Minéralogie.	BARRABÉ		Géologie structurale et Géologie appliquée.
A. DENJOY	T	Géométrie supérieure.	F. PERRIN		Théories physiques.
L. LUTAUD.....	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	VAVON	T	Analyse et mesures chimiques.
G. BRUHAT	T	Physique.	G. DARMOIS ..	T	Mathématiques générales.
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.	CHATTON	T	Biologie maritime.
A. DEBIERNE	T	Electronique et Radioactivité.	AUBEL		Chimie biologique.
L. DUNOYER	T	Chimie physique.	Jacques BOURCART		Géographie physique et Géologie dynamique.
M. JAVILLIER.....	T	Chimie biologique.	M ^{me} JOLIO-CURIE.		Physique générale et Radio-activité.
Henri VILLAT	T	Mécanique des fluides et applications.	PLANTEFOL	T	Botanique.
Ch. JACOB	T	Géologie.	CABANNES	T	Recherches physiques.
P. PASCAL	T	Chimie générale.	GRASSÉ	T	Zoologie (Evolution des êtres organisés).
M. FRÉCHET	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	PRÉVOST		Chimie organique.
E. ESCLANGON....	T	Astronomie.	BOULIGAND		Mathématiques.
H. BÉGHIN	T	Mécanique physique et expérimentale.	CHAUDRON		Chimie.
FOCH	T	Mécanique expérimentale des fluides.	WYART		Minéralogie.
PAUTHENIER	T	Electrotechnique générale.	TEISSIER		Zoologie.
De BROGLIE	T	Théories physiques.	MANGENOT		Biologie végétale (P. C. B.).
CHRÉTIEN		Optique appliquée.	P. AUGER		Physique.
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	MONNIER		Physiologie générale.
COMBES	T	Physiologie végétale.	PIVETEAU		Géologie.
GARNIER	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	ROCARD		Physique.
PÉRÈS	T	Mécanique rationnelle.	H. CARTAN		Calcul différentiel.
HACKSPILL	T	Chimie minérale.	SCHAEFFER	T	Physiologie générale.
TOUSSAINT		Technique Aéronautique.	LAFFITTE		Chimie (P. C. B.).
M. CURIE		Physique (P. C. B.).	LERAY		Mécanique théorique des fluides.
G. RIBAUD	T	Hauts températures.	FAVART		Calcul des probabilités et Physique-Mathématique.
CHAZY	T	Mécanique analytique.	COULOMB	T	Physique du globe.
			M ^{lle} COUSIN		Biologie animale (P. C. B.).

Secrétaire CH. MONIER.

A LA MÉMOIRE DE MES PARENTS,

A MA FEMME,

A MES FILS.

ÉTUDE STATISTIQUE DES EXCÈS DE COULEUR DES ÉTOILES

Par M. Victor MAITRE

INTRODUCTION

Les mesures photométriques et spectrophotométriques des étoiles ont montré qu'il existe une relation entre l'indice de couleur et le type spectral. Certaines étoiles, cependant, surtout parmi les étoiles de type B présentent la particularité d'avoir un indice de couleur assez différent de celui qui correspond à leur spectre. *A priori*, cette différence entre l'indice de couleur observé et l'indice de couleur normal, que l'on appelle excès de couleur, peut provenir soit de l'étoile elle-même, soit d'un milieu absorbant interposé entre l'étoile et l'observateur. C'est cette dernière hypothèse qui est généralement admise aujourd'hui ; la lumière des étoiles de faible latitude galactique subirait donc à travers l'espace interstellaire une absorption sélective qui se manifesterait par l'excès de couleur. Mais la première hypothèse mettant en cause la magnitude absolue ou toute autre qualité intrinsèque de l'étoile, bien que moins probable, pourrait être vraie également, d'autant que pour les types spectraux G, K, M, on a trouvé des indices de couleur différents pour les naines et les géantes ⁽¹⁾. Mais si l'hypothèse de l'absorption nous montre que les forts excès de couleur appartiennent aux étoiles les plus éloignées, d'autre part, ces étoiles lointaines sont aussi les plus lumineuses puisque ce sont les seules observables. Nous voyons ainsi comment un effet de magnitude absolue pourrait s'introduire et se superposer à un effet de distance.

Pour étudier ces deux hypothèses, il faut donc connaître les distances des étoiles ou leurs magnitudes absolues ; il serait même préférable de connaître ces distances et ces magnitudes absolues par des moyens différents ; c'est là que se trouve la difficulté de cette étude.

Le problème de l'absorption a fait l'objet de très nombreux travaux, qu'il nous est impossible de mentionner ici. Nous nous contentons de signaler d'abord le mémoire de Van de Kamp (1930) ⁽²⁾. On y trouve d'ailleurs une analyse et une bibliographie des travaux qui lui sont antérieurs. Van de Kamp met en évidence une relation entre l'excès de couleur et la distance, mais laisse délibérément de côté l'hypothèse d'un effet de magnitude absolue.

Cette dernière hypothèse a cependant été envisagée par Seares, Shajn, Gerasimovic. Mais les distances et les magnitudes absolues sont peu précises. Van de Kamp, en effet, déduit la distance des étoiles d'une relation empirique ; il est vrai que la dispersion des magnitudes absolues des étoiles B est assez faible. Toutefois, comme on l'a déjà fait remarquer ailleurs ⁽³⁾, il peut y avoir confusion entre les vraies valeurs des distances et magnitudes absolues et les valeurs hypothétiques de ces quantités, et la corrélation entre les vraies valeurs et les valeurs hypothétiques est plus grande pour les distances que pour les magnitudes absolues, ce qui empêcherait de mettre en évidence un effet de magnitude absolue.

Il importe de mentionner aussi l'étude statistique des excès de couleurs, faite récemment (1937) par Dufay et Liao Ssu Pin ⁽⁴⁾. Ces auteurs utilisent les indices de couleur de W. Becker et les magnitudes absolues spectroscopiques.

(1) Voir par exemple : Hertzsprung. Mem. R. Ac. Copenhagen (8) 4. N° 4/1925.
Krieger. Lick. Obs. Bull. 14 — 1929.

C. Payne-Gaposchkin. Annals Harvard 89-6-1935, etc.

(2) *Astron. J.* XL. 1930, p. 145.

(3) D. BARBIER et V. MAITRE, C. R. 201, 1935, p. 1170.

(4) *Annales d'Astrophysique*, t. I, n° 1, 1938.

piques provenant de diverses sources ; les distances sont déduites de ces mêmes magnitudes. Les coefficients de corrélation trouvés sont favorables au seul effet de distance. Un essai de confirmation de ces résultats est fait en prenant comme critère de distance l'intensité de la raie K, ce qui atténue la difficulté envisagée plus haut.

Cependant, l'importance de ce problème demande des méthodes nouvelles pour confirmer ou préciser les résultats déjà obtenus et il importe surtout que les *résultats statistiques* soient appuyés sur un plus grand nombre d'étoiles.

Pour résoudre les différentes difficultés que nous venons de signaler, nous nous sommes proposé de faire une étude statistique des excès de couleur des étoiles en évitant de nous servir des valeurs individuelles des distances ou des magnitudes absolues souvent peu précises, mais en utilisant uniquement des fonctions de répartition de ces mêmes quantités. Pour expliquer l'excès de couleur, nous envisageons successivement l'hypothèse d'une absorption sélective, fonction de la distance, puis l'hypothèse d'un effet de magnitude absolue, enfin les deux effets simultanés. Nous faisons une première étude pour les étoiles B et une deuxième pour les étoiles A.

Nous avons divisé ce travail en trois parties :

1° Dans la première partie, nous donnons une méthode qui permet de calculer la répartition des étoiles par excès de couleur et magnitude apparente, au moyen des différentes hypothèses que l'on peut faire sur les relations entre l'excès de couleur, la distance et la magnitude absolue. Il y a donc possibilité de confronter le calcul et l'observation et d'apprécier ainsi les différentes hypothèses.

2° Dans la deuxième partie, nous donnons les résultats numériques. Pour les étoiles B, nous envisageons les trois hypothèses déjà mentionnées. Pour les étoiles A, nous nous contentons des deux premières seulement, mais nous effectuons un double calcul basé sur deux catalogues différents d'indices de couleur. Nous reprenons ensuite une partie des calculs en supposant que la densité spatiale des étoiles n'est pas uniforme.

3° Dans une troisième partie, nous essayons de confirmer par d'autres méthodes les résultats de la deuxième partie. C'est ainsi que pour le type B, les distances et magnitudes absolues des groupes d'étoiles sont déduites de la rotation galactique, et pour le type A, elles sont déduites d'un catalogue de magnitudes absolues spectroscopiques. Nous en déduisons les diverses relations avec l'excès de couleur et nous pouvons ainsi comparer ces résultats à ceux de la deuxième partie.

Ce travail a été effectué aux Observatoires de Besançon et Marseille, grâce à l'obligeance des Directeurs, MM. René BAILLAUD et J. BOSLER. Nous remercions M. CROZE, Professeur à la Sorbonne, et M. BARBIER, Astronome à l'Observatoire de Paris, de tout l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail.

PREMIÈRE PARTIE

MÉTHODE

Le principe de cette méthode a déjà été exposé dans une note aux « Comptes rendus » déjà mentionnée plus haut ⁽¹⁾.

Considérons un groupe d'étoiles de même type spectral et supposons que ces étoiles soient réparties uniformément dans l'espace. (Cette hypothèse n'est pas tout à fait réalisée, nous la discutons plus loin.)

Soit A la fonction de répartition des magnitudes absolues de ce groupe d'étoiles. La probabilité pour que la magnitude absolue M d'une étoile soit comprise entre M et $M + dM$ et que la distance r de cette étoile soit comprise entre r et $r + dr$, est proportionnelle à $A r^2 dM dr$. Par conséquent, le nombre N d'étoiles, dont la magnitude absolue est comprise entre M et $M + dM$ et dont la distance est comprise entre r et $r + dr$, est déterminée par l'équation

$$(1) \quad N dM dr = K A r^2 dM dr.$$

Nous désignons par K une quantité constante qui, par la suite, pourra ne pas avoir toujours la même valeur.

Nous avons d'autre part, entre la magnitude absolue, la magnitude apparente m et la distance d'une étoile, la relation connue :

$$(2) \quad M - m = 5 - 5 \log r,$$

où la distance r est exprimée en parsec.

Si nous supposons que l'excès de couleur E d'une étoile dépend de la distance et de la magnitude absolue au moyen d'une relation :

$$(3) \quad E = E(r, M),$$

nous pouvons exprimer N en fonction de E et m au moyen des relations (1), (2) et (3) :

$$N = K A r^2 \left| \frac{D(M, r)}{D(E, m)} \right|$$

E et m sont des quantités directement mesurables, ce qui n'a pas lieu ordinairement pour M et r . Nous pouvons donc comparer la répartition des étoiles selon les valeurs de E et m établie d'une part par l'observation et d'autre part par le calcul, et cette comparaison justifiera ou non les hypothèses faites sur l'existence et la forme de la fonction (3).

Nous voyons donc comment, par cette méthode, nous évitons de faire intervenir les valeurs individuelles de distances et de magnitudes absolues.

Nous envisageons successivement trois hypothèses :

- 1) l'excès de couleur ne dépend que de la distance, c'est-à-dire qu'il a pour cause l'absorption de la lumière dans l'espace interstellaire ;
- 2) l'excès de couleur ne dépend que des qualités intrinsèques de l'étoile, c'est-à-dire de la magnitude absolue ;
- 3) l'excès de couleur dépend à la fois de la distance et de la magnitude absolue.

(1) D. BARBIER et V. MAITRE, C. R., 201, 1935, p. 1170.

§ 1. — DÉTERMINATION DE LA FONCTION A .

Cette fonction n'est pas connue pour l'ensemble des étoiles, on ne connaît en général qu'une fonction Φ de répartition pour les étoiles plus brillantes qu'une magnitude apparente donnée. Il faut donc déduire la fonction A de la fonction Φ .

Pour un groupe d'étoiles, la probabilité que M soit comprise entre M et M + dM et que m soit comprise entre m et m + dm est donnée par

$$(4) \quad K A r^2 \frac{\partial r}{\partial m} dM dm.$$

Ce n'est autre que la relation (1) en changeant la variable r par la variable m au moyen de la relation (2). Cette dernière donne

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{2,30 r}{5}.$$

L'expression (4) devient

$$K A r^3 dM dm.$$

Le nombre d'étoiles dont la magnitude absolue est comprise entre M et M + dM et dont la magnitude apparente est comprise entre 0 et m_0 , c'est-à-dire Φ , est donc :

$$\Phi = K A \int_0^{m_0} r^3 dm,$$

d'après (2) on a :

$$\int_0^{m_0} r^3 dm = K 10^{-0,6 M},$$

et enfin

$$(5) \quad \begin{aligned} \Phi &= K A 10^{-0,6 M}, \\ A &= K \Phi 10^{0,6 M} \end{aligned}$$

§ II. — EFFET DE DISTANCE

1. Equation fondamentale.

Conformément aux résultats trouvés par ailleurs et logiquement, nous pouvons supposer une relation linéaire entre E et r. Nous avons donc :

$$(6) \quad r = \alpha (E - E_0)$$

les quantités α et E_0 étant deux constantes qu'il nous faudra déterminer. Les équations (2) et (6) donnent :

$$\frac{\partial M}{\partial m} = 1 \quad \frac{\partial r}{\partial E} = \alpha \quad \frac{\partial M}{\partial E} = -\frac{2,17}{E - E_0} \quad \frac{\partial r}{\partial m} = 0 \quad \frac{D(M, r)}{D(E, m)} = \alpha.$$

$$N = K A r^2 \alpha$$

Passons au logarithme, nous avons :

$$(7) \quad \log N = K + \log \alpha + \log A + 2 \log r.$$

A et r sont exprimés en fonction de E et m par les relations (2) et (6). On a d'autre part

$$\log A = K + \log \Phi + 0,6 M.$$

$$\log N = K + \log \alpha + \log \Phi + 0,6 M + 2 \log r.$$

Posons $\log N = n$ $\log \Phi = \varphi$,

En introduisant (2) et (6),

$$(8) \quad n = K + \varphi + 0,6 m - \log (E - E_0)$$

où $\log \alpha$ ne figure pas explicitement

2. Etude qualitative de la fonction n .

Par les relations (2) et (6), la fonction n dépend des deux variables E et m , ces deux dernières quantités sont directement accessibles à l'observation. Nous pouvons donc dresser une statistique des étoiles par excès de couleur et magnitude apparente, et le nombre d'étoiles pour chaque couple de valeurs E et m n'est autre que la fonction n . Nous pouvons représenter graphiquement cette statistique en traçant les courbes ayant n pour ordonnées et pour abscisses, soit E , si l'on donne à m une valeur constante, soit m , si l'on donne à E une valeur constante.

L'équation (7) ou (8) nous permet de prévoir la forme des courbes des différentes fonctions n , soit pour $E = cte$, soit pour $m = cte$.

a) COURBES $E = Cte$. — Si la quantité E est constante, il en est de même pour r , la fonction n , donnée par l'équation (7) doit donc reproduire la fonction $\log A$, à une translation près, et il en est de même des différentes fonctions n , dont les différentes courbes $E = cte$ doivent être superposables entre elles par translation. Cette remarque est indépendante de la forme de la relation entre E et r .

Si, comme il est probable, la fonction $\log A$, ou φ , présente un maximum, les courbes $n(m)$ présenteront aussi un maximum dont on peut prévoir les positions des uns par rapport aux autres. Ce maximum est déterminé par l'équation :

$$\frac{\partial n}{\partial m} = 0.$$

D'après (8) on a :

$$\frac{\partial n}{\partial m} = \frac{d\varphi}{dM} \frac{\partial M}{\partial m} + 0,6,$$

$$\frac{\partial M}{\partial m} = 1,$$

$$\frac{\partial n}{\partial m} = \frac{d\varphi}{dM} + 0,6 = 0.$$

Cette équation ne dépend que de M et donne la même valeur M_0 quelle que soit la valeur E , choisie. On a donc entre E et m la relation :

$$M_0 - m = 5 - 5 \log (E - E_0) - 5 \log \alpha.$$

On en conclut que les maxima ont lieu pour une valeur de m , d'autant plus forte que la valeur E , pour cette courbe, est elle-même plus forte.

b) COURBES $m = Cte$. — Pour ces courbes, nous n'avons pas les mêmes superpositions par translation. Pour les maxima, nous avons :

$$\frac{\partial n}{\partial E} = 0.$$

La relation (8) peut se mettre sous la forme :

$$n = K + \varphi + 0,2M + 0,4m$$

$$\frac{\partial n}{\partial E} = \left[\frac{d\varphi}{dM} + 0,20 \right] \frac{\partial M}{\partial E}.$$

$$\text{Pour } \frac{\partial n}{\partial E} = 0 \text{ on a donc } \frac{d\varphi}{dM} = -0,2.$$

Les maxima ont donc lieu pour une valeur constante de M (soit M_0), à condition que la fonction φ soit assez simple. On a entre E et m la relation :

$$M_0 - m = 5 - 5 \log (E - E_0) - 5 \log \alpha.$$

Nous en concluons aussi que pour les valeurs maxima, m croît avec E .

3. Calcul des quantités α et E_0 .

a) CALCUL APPROCHÉ. — Comme cela vient d'être dit, les maxima des courbes $m = Cte$ sont caractérisés par l'équation :

$$\frac{d\varphi}{dM} = -0,2.$$

Cette dernière valeur permet de déterminer M si toutefois la fonction φ s'y prête commodément, ce qui est probable. Cette valeur M_0 est indépendante de la valeur choisie pour $m = Cte$. Pour le maximum de chaque courbe, nous connaissons donc M , m et E , soient M_0 , m_i , E_i . Nous en déduisons, par la relation (2), la valeur $r = r_i$. Nous avons donc autant d'équations

$$r_i = \alpha (E_i - E_0)$$

qu'il y a de courbes $m = Cte$ présentant un maximum. Ces équations nous donnent α et E_0 que nous considérons comme valeurs approchées, puisque seules les valeurs maxima de n ont contribué à les déterminer.

Le calcul de r_i appelle une remarque lorsqu'il s'agit d'étoiles très éloignées, ce qui est le cas pour les étoiles B ; il importe d'introduire une correction de magnitude apparente due à l'absorption de la lumière.

Nous nous servons pour cela des coefficients d'absorption donnés par Trumpler.

L'équation (2) est remplacée par la suivante :

$$(9) \quad M - m = 5 - 5 \log r - Kr.$$

Suivant que les magnitudes apparentes sont photographiques ou visuelles, nous prenons respectivement pour K les valeurs 0,67 m et 0,35 m pour 1.000 parsecs (1).

Nous pouvons aussi calculer une valeur approchée des quantités α et E_0 en partant des maxima des courbes $E = Cte$. Nous avons :

$$\frac{\partial n}{\partial m} = \frac{d\varphi}{dM} + 0,6.$$

Pour ces maxima, nous avons donc :

$$\frac{d\varphi}{dM} = -0,6$$

d'où nous tirons la valeur M'_0 qui est la même pour tous les maxima. Sur la courbe $E = E_0$, nous avons le maximum pour $m = m_i$, d'où l'on déduit la valeur $r = r_i$ par la relation (2) ou (9) et l'on a autant d'équations

$$r_i = \alpha (E_i - E_0)$$

qu'il y a de courbes $E = Cte$ présentant un maximum. On doit, comme précédemment, corriger la valeur r_i de l'absorption.

b) CALCUL DÉFINITIF. — Pour le calcul définitif des quantités α et E_0 , nous déterminons les corrections $\Delta\alpha$ et ΔE_0 qu'il faut apporter à $\log \alpha$ et E_0 .

Nous limitons le développement de n aux termes du premier ordre

$$n = K + \varphi + 0,6 m - \log (E - E_0) + \Delta\alpha \frac{\partial n}{\partial (\log \alpha)} + \Delta E_0 \frac{\partial n}{\partial E_0},$$

$$\frac{\partial n}{\partial (\log \alpha)} = \frac{d\varphi}{dM} \frac{\partial M}{\partial (\log \alpha)} = -5 \frac{d\varphi}{dM},$$

$$\frac{\partial n}{\partial E_0} = \frac{0,434}{E - E_0} \left[5 \frac{d\varphi}{dM} + 1 \right],$$

$$n = K + \varphi + 0,6 m - \log (E - E_0) - 5 \Delta\alpha \frac{d\varphi}{dM} + 0,434 \Delta E_0 \frac{5 \frac{d\varphi}{dM} + 1}{E - E_0}.$$

(1) *Lick Observ. Bull.* 420, XIX, 1930, p. 167.

Nous posons :

$$\begin{aligned} X_1 &= K \\ X_2 &= \Delta\alpha \\ X_3 &= 0,434 \Delta E_0 \end{aligned}$$

$$A_2 = -5 \frac{d\varphi}{dM},$$

$$A_3 = \frac{1}{E - E_0} \left(5 \frac{d\varphi}{dM} + 1 \right),$$

$$A_4 = \varphi + 0,6 m - \log (E - E_0) - n.$$

Nous avons finalement .

$$(10) \quad X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 + A_4 = 0.$$

Les quantités A_2, A_3, A_4 sont calculées au moyen des valeurs approchées de α et E_0 , la quantité n est donnée par la statistique.

En établissant un tableau à double entrée donnant n pour certains intervalles des valeurs de E et m , on a autant d'équation (10) qu'il y a de cases dans le tableau. Ces équations résolues par la méthode des moindres carrés donnent les valeurs de X_1, X_2, X_3 , c'est-à-dire les corrections $\Delta\alpha$ et ΔE_0 cherchées et la constante K .

Avec les nouvelles valeurs de α, E_0 et X_1 , on peut calculer n par l'équation (8) et comparer ces valeurs à celles données par l'observation, on obtient alors des résidus v qui peuvent donner quelques renseignements sur le degré de certitude de l'hypothèse de la formule (6), v étant la différence entre n_0 (observé) et n_c (calculé).

Nous pouvons de plus essayer d'interpréter ces résidus en supposant qu'ils sont la conséquence des erreurs d'observations sur E , les valeurs de m étant supposées bien déterminées.

Soit ε l'erreur sur E on a :

$$n_0 - n_c = v = \varepsilon \frac{\partial n}{\partial E} + \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{\partial^2 n}{\partial E^2},$$

$$\frac{\partial n}{\partial E} = -\frac{0,434}{E - E_0} \left(5 \frac{d\varphi}{dM} + 1 \right),$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial E^2} = -\frac{2,17}{(E - E_0)^2} \left[\frac{1}{5} + \frac{d\varphi}{dM} - 2,17 \frac{d^2 \varphi}{dM^2} \right].$$

Cette dernière quantité n'est pas commode à déterminer, à cause du peu de précision qui risque d'exister sur $\frac{d\varphi}{dM}$ et surtout sur $\frac{d^2 \varphi}{dM^2}$.

On peut, suivant le cas, considérer n comme parabolique et partir ainsi uniquement des valeurs de n pour calculer $\frac{\partial n}{\partial E}$ et $\frac{\partial^2 n}{\partial E^2}$,

$$n_c = a E^2 + b E + c,$$

$$\frac{\partial n}{\partial E} = 2aE + b,$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial E^2} = 2a.$$

D'autre part, au lieu de calculer ε pour chaque couple de valeur E et m , on peut plus simplement déterminer en se servant uniquement de la répartition par excès de couleur, c'est ce que nous avons fait dans nos calculs. On peut aussi essayer d'interpréter les résidus par d'autres considérations.

4. Deuxième méthode pour le calcul de α et E_0 .

Supposons que les courbes $m = Cte$ présentent un maximum. Pour ce maximum, l'équation

$$\frac{d\varphi}{dM} = -0,20$$

nous fait connaître M et par conséquent φ et r . Soient n_2 , φ_2 , M_2 les valeurs correspondant à ce maximum. L'équation (8) peut s'écrire :

$$n = K + \varphi + 0,6 M + 2 \log r ;$$

d'après l'équation (2) on a :

$$2 \log r = 0,4 (m - M) + 2,$$

d'où

$$n = K + \varphi + 0,2 M + 0,4 m.$$

Sur une courbe $m = Cte$, on a pour le maximum :

$$n_2 = K + \varphi_2 + 0,2 M_2,$$

m étant alors une constante comprise dans K .

Sur cette même courbe, choisissons $E = E_i$, il y correspond n_i . On a l'équation :

$$n_i = K + \varphi_i + 0,2 M_i.$$

On en déduit :

$$n_2 - n_i = \varphi_2 - \varphi_i + 0,2 (M_2 - M_i) ;$$

M_i peut alors être déterminée par une table donnant $n_2 - n_i$ en fonction de M_i .

Si l'on suppose que la fonction φ puisse se mettre sous forme parabolique, ce qui revient à supposer que la répartition des magnitudes absolues a la forme d'une courbe de Gauss, on a :

$$\varphi = a M^2 + b M + c,$$

les quantités a , b , c , étant des constantes

$$n_2 = K + a M_2^2 + M_2 (b + 0,2),$$

$$n_i = K + a M_i^2 + M_i (b + 0,2),$$

(10 bis)

$$n_2 - n_i = a (M_2^2 - M_i^2) + (b + 0,2) (M_2 - M_i).$$

M_i est la seule inconnue de cette équation.

On trouve évidemment deux valeurs de M_i . Cette indétermination est levée en considérant le signe de α . Supposons que α soit > 0 . Si l'on a $E_i > E_2$, on choisit pour M_i la plus petite valeur, puisque pour une même valeur de m , M décroît lorsque r (ou E) croît. Si l'on a $E_i < E_2$, on prend la plus grande.

De cette valeur de M_i on déduit la valeur r_i . On fait donc ce calcul pour toutes les valeurs E_i et sur chaque courbe $m = Cte$.

A chaque valeur E_i , on peut donc faire correspondre une valeur moyenne r_i obtenue pour toutes les valeurs de m . On a donc autant d'équations

$$r_i = \alpha (E_i - E_0)$$

qu'il y a de courbes $E = Cte$. On résout ces équations par les moindres carrés ou par élimination et l'on a les valeurs définitives de α et E_0 . On peut calculer ensuite la constante K puis les résidus comme précédemment. Les valeurs de r_i étant calculées par l'équation (2), doivent être corrigées de l'absorption.

§ III. — EFFET DE MAGNITUDE ABSOLUE

1. — Nous supposons maintenant que l'excès de couleur provient de la magnitude absolue. Ceci est parfaitement clair s'il s'agit d'un groupe d'étoiles appartenant au même type spectral. D'autre part, dans une étude statistique, on est tenté pour accroître le nombre des étoiles, de grouper plusieurs types spectraux. Mais la magnitude absolue est fonction du type spectral et celui-ci de l'indice de couleur. Chercher dans ce cas une relation entre l'excès de couleur et la magnitude absolue ne répond plus à la question que nous nous posons ici. De même que pour étudier les indices de couleur anormaux (dans plusieurs types spectraux groupés) nous prenons les excès de couleur, c'est-à-dire la différence entre l'indice de couleur observé et l'indice de couleur correspondant au type

spectral, de même si l'on veut chercher un effet de magnitude absolue, cet effet doit se manifester par la différence entre la magnitude absolue d'une étoile et la magnitude absolue correspondant au type spectral de cette étoile.

Supposons, par exemple, que les types spectraux B_1, B_2, B_3, B_4 aient les magnitudes absolues moyennes M_1, M_2, M_3, M_4 . Si l'on veut chercher un effet de la magnitude absolue sur l'excès de couleur, nous devons considérer non pas les quantités M , mais les quantités suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{Pour } B_1 \text{ ce sera } M - M_1. \\ \text{--- } B_2 \text{ --- } M - M_2. \\ \text{--- } B_3 \text{ --- } M - M_3. \\ \text{--- } B_4 \text{ --- } M - M_4. \end{array}$$

Mais puisque ce ne sont que les variations de ces différences qui nous intéressent, rien n'est changé si l'on ajoute une constante à ces différences.

$$\begin{array}{lll} \text{Pour } B_1 \text{ on peut prendre } M. \\ \text{--- } B_2 \text{ --- } M - (M_2 - M_1). \\ \text{--- } B_3 \text{ --- } M - (M_3 - M_1). \\ \text{--- } B_4 \text{ --- } M - (M_4 - M_1). \end{array}$$

D'une façon générale, au lieu de prendre la magnitude absolue, nous prenons donc une autre quantité μ définie comme il suit :

$$\mu = M - M_0,$$

où M_0 est une quantité dépendant du type spectral. Dans l'exemple précédent, nous avons pour les valeurs de M_0 :

$$\begin{array}{ll} B_1 & M_0 = 0. \\ B_2 & M_0 = M_2 - M_1. \\ B_3 & M_0 = M_3 - M_1. \\ B_4 & M_0 = M_4 - M_1. \end{array}$$

Cette façon d'introduire la quantité M_0 correspond à celle d'introduire la quantité S appelée indice spectral et utilisée par certains auteurs.

Il y a cependant une difficulté dans cette manière de procéder : la relation (2) devient inutilisable pour le calcul de la distance, mais pour l'étude de l'effet de magnitude absolue il est inutile de faire des calculs de distances. Nous verrons cependant plus loin comment on peut résoudre cette difficulté (p. 20).

2. Equation fondamentale. — Nous avons toujours :

$$N d\mu dr = K A r^2 d\mu dr$$

où A est la fonction de répartition des quantités μ .

La relation (2) devient :

$$(11) \quad \mu + M_0 - m = 5 - 5 \log r$$

où l'on a :

$$M_0 = M - \mu.$$

Ensuite :

$$N = K A r^2 \left| \frac{D(\mu, r)}{D(E, m)} \right|.$$

Pour la relation entre E et μ nous prenons, sans expliciter pour l'instant .

$$\begin{array}{l} \mu = \sigma(E), \\ \frac{\partial \mu}{\partial E} = \frac{d\sigma}{dE} \quad \frac{\partial \mu}{\partial m} = 0 \quad \frac{\partial r}{\partial E} = -\frac{2,30}{5} r \cdot \frac{d\sigma}{dE} \quad \frac{\partial r}{\partial m} = \frac{2,30}{5} r \quad N = K A \cdot r^3 \left| \frac{d\sigma}{dE} \right|. \end{array}$$

Cette formule est valable pour chaque groupe spectral et aussi pour l'ensemble de tous ces groupes.

Nous pouvons, comme précédemment, introduire la fonction Φ au lieu de la fonction A .

Nous avons, comme précédemment, la relation :

$$\begin{array}{l} \Phi(\mu) = K \cdot A \cdot 10^{-0,6 M} \\ n = K + \log A + 0,6 (m - M) + \log \frac{d\sigma}{dE}, \end{array}$$

$$\log A = K + \varphi + 0,6 M$$

$$n = K + \varphi + 0,6m + \log \frac{d\sigma}{dE},$$

où la quantité M , et par conséquent M_0 , ne figure pas, et elle n'interviendra pas dans la suite du calcul, car nous n'avons pas besoin de déterminer les distances r , c'est-à-dire, à nous servir de la relation (11).

3. Etude qualitative de la fonction n .

Les quantités φ et $\log \frac{d\sigma}{dE}$ dépendent uniquement de E et les courbes n en fonction de m pour $E = Cte$ doivent être des droites de coefficient angulaire égal à 0,6 et d'équation

$$n = K + 0,6m.$$

Avant de faire toute hypothèse sur la forme de la fonction σ , nous pouvons voir si la fonction n montre un effet possible de magnitude absolue en déterminant les équations des droites qui répondent le mieux aux observations, on en déduit des résidus v que l'on sera assuré de ne pas trouver plus faibles par les différentes hypothèses que l'on pourrait faire sur σ .

Si l'on suppose, comme nous le faisons plus loin, que $\frac{d\sigma}{dE}$ est une constante, nous avons

$$(12) \quad n = K + \varphi + 0,6m.$$

Nous constatons tout d'abord que pour $m = Cte$, les courbes n et φ se correspondent d'une façon simple, mais cependant sans pouvoir en conclure si M croît ou décroît avec E . Il faudra donc envisager les deux cas successivement, car notre méthode est impuissante à fixer notre choix. Seule la comparaison des résultats pourra le faire. Tout ceci est d'ailleurs précisé plus loin. La forme la plus simple de la fonction σ est une relation linéaire entre μ et E :

$$\mu = \beta (E - E_0)$$

où β et E_0 sont deux constantes à déterminer.

4. Calcul de β et E_0 .

a) CALCUL APPROCHÉ — Les maxima des courbes $m = Cte$ sont donnés par :

$$\frac{\partial n}{\partial E} = 0,$$

ou d'après (12) .

$$\frac{d\varphi}{d\mu} = 0.$$

Cette relation est indépendante de m puisque μ ne dépend que de E , les maxima ont donc lieu pour la même valeur de E et l'équation précédente nous donne la valeur de μ correspondant à ces maxima. Nous supposons que la forme de la fonction φ se prête à ces déterminations.

Soient E_2 et μ_2 ces deux valeurs particulières, nous avons une première équation

$$\mu_2 = \beta (E_2 - E_0)$$

Sur cette courbe $m = Cte$, soient n_2 et φ_2 , les valeurs correspondant au maximum, ces deux valeurs sont connues. Pour une valeur E_1 de E , nous connaissons n_1 et il est aisé de calculer φ_1 en effet :

$$\begin{aligned} n_2 &= K + \varphi_2 + 0,6m \\ n_1 &= K + \varphi_1 + 0,6m \\ n_2 - n_1 &= \varphi_2 - \varphi_1 \end{aligned}$$

Cette dernière relation nous donne φ_1 , mais il lui correspond deux valeurs de μ , l'une pour $\beta > 0$, et l'on prendra $\mu < \mu_2$ si l'on a $E_1 < E_2$ et inversement ; l'autre pour $\beta < 0$ et l'on prendra $\mu > \mu_2$ si l'on a $E_1 < E_2$ et inversement. Soit μ_1 la valeur choisie, on a donc une deuxième équation

$$\mu_1 = \beta (E_1 - E_0)$$

Nous avons ainsi une valeur approchée de β et E_0 .

Au lieu de se donner E_1 et d'en déduire φ_1 , on peut tout aussi bien se donner μ_1 , et φ_1 est alors connu ; on calcule n_1 par l'équation :

$$n_2 - n_1 = \varphi_2 - \varphi_1.$$

On en déduit deux valeurs de E et l'on choisit celle qui convient au signe de β . Cette manière de procéder peut avoir des avantages suivant la façon dont se présentent les courbes $m = Cte$.

b) CALCUL DÉFINITIF DE β ET E_0 . — Soit $\Delta\beta$ la correction de $\log \beta$ et ΔE_0 la correction de E_0 . Nous avons l'équation

$$n = K + \log \beta + \varphi + 0,6m + \Delta\beta \frac{\partial n}{\partial (\log \beta)} + \Delta E_0 \frac{\partial n}{\partial E_0}$$

Remarquons que dans l'équation (12) la quantité K contient $\log \beta$:

$$\frac{\partial n}{\partial (\log \beta)} = 1 + \frac{d\varphi}{d\mu} \cdot \frac{\partial \mu}{\partial (\log \beta)} = 1 + 2,30 \mu \frac{d\varphi}{d\mu},$$

$$\frac{\partial n}{\partial E_0} = -\beta \frac{d\varphi}{d\mu},$$

$$n = K + \varphi + 0,6m + \Delta\beta \left(1 + 2,30 \mu \frac{d\varphi}{d\mu}\right) - \Delta E_0 \beta \frac{d\varphi}{d\mu}.$$

Posons :

$$\begin{aligned} X_1 &= K \\ X_2 &= \Delta\beta \\ X_3 &= \beta \Delta E_0 \end{aligned}$$

$$A_2 = 1 + 2,30 \mu \frac{d\varphi}{d\mu},$$

$$A_3 = -\frac{d\varphi}{d\mu},$$

$$A_4 = \varphi + 0,6m - n$$

Les quantités A_2, A_3, A_4 sont calculées au moyen des valeurs approchées de β et E_0 ; on a finalement :

$$(13) \quad X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 + A_4 = 0$$

Ces équations analogues aux équations (10) sont résolues par la méthode des moindres carrés ; on en déduit les valeurs définitives de β et E_0 , la quantité K , les résidus v et les erreurs ε . Pour ces dernières, nous avons les équations :

$$\frac{\partial n}{\partial E} = \beta \frac{d\varphi}{d\mu} \quad \frac{\partial^2 n}{\partial E^2} = \beta^2 \frac{d^2 \varphi}{d\mu^2},$$

$$v = \varepsilon \beta \frac{d\varphi}{d\mu} + \frac{\varepsilon^2}{2} \beta^2 \frac{d^2 \varphi}{d\mu^2}.$$

5. Deuxième méthode de calcul.

On peut éviter la résolution des équations (13) en généralisant la méthode du calcul approché de β et E_0 en calculant μ pour tous les couples des valeurs E et m . Pour chaque courbe $E = Cte$, on calcule la valeur moyenne de μ et l'on a ainsi autant d'équations :

$$\mu_i = \beta (E_i - E_0)$$

que l'on a de courbes $E = Cte$; cette méthode simplifie notablement les calculs en donnant directement les valeurs définitives de β et E_0 et ne fait pas intervenir la quantité $\frac{d\varphi}{d\mu}$ qui n'est pas toujours bien connue.

6. Troisième méthode.

On laisse de côté la répartition des étoiles par magnitude apparente et l'on ne considère que la répartition par excès de couleur. La formule fondamentale est alors :

$$n = K + \varphi$$

Et l'on opère comme à la première méthode en partant de valeurs approchées. On a :

$$n = K + \varphi + \Delta\beta \left[1 + 2,30 \mu \frac{d\varphi}{d\mu} \right] - \Delta E_0 \beta \frac{d\varphi}{d\mu}.$$

On peut procéder aussi comme à la deuxième méthode. Toutefois, si l'on veut comparer équitablement l'effet de distance et l'effet de magnitude absolue, il est bon de mener les calculs par des méthodes identiques.

En réunissant plusieurs types spectraux, il n'est pas évident que les valeurs des constantes β et E_0 doivent être les mêmes pour tous ces types, mais dans la pratique on ne réunit que des types spectraux très voisins et l'on peut considérer β et E_0 comme des constantes.

§ IV. — EFFET SIMULTANÉ DE DISTANCE ET DE MAGNITUDE ABSOLUE

1. Equation fondamentale.

Comme précédemment, nous posons :

$$M = \mu + M_0$$

la quantité M_0 dépendant du type spectral. Nous supposons aussi une relation du premier degré entre E , r et μ

$$(14) \quad E = ar + b'\mu + c$$

a , b' , c , étant trois constantes à déterminer. Nous avons aussi :

$$\mu + M_0 - m = 5 - 5 \log r$$

Cette relation sous cette forme introduit des difficultés pour le calcul de r si l'on groupe plusieurs sous-types spectraux. Nous évitons cette difficulté par un changement de variables en posant

$$\lambda = m - M_0$$

La précédente relation devient :

$$(15) \quad \mu - \lambda = 5 - 5 \log r$$

Il faut donc établir la statistique des étoiles suivant E et λ au lieu de E et m . Ce changement de variable peut avoir l'inconvénient de faire perdre des étoiles dans la statistique à cause de l'intervalle de variation de m qui n'est pas le même pour tous les sous-types spectraux, puisque λ dépend du type spectral. Cette façon d'employer μ et λ au lieu de M et m aurait pu s'appliquer dès le début de cette étude, mais nous ne croyons pas qu'il y ait avantage à le faire.

$$N = K A r^2 \left| \frac{D(\mu, r)}{D(E, \lambda)} \right|.$$

A étant la fonction de répartition des quantités μ . Posons :

$$b = 2,17 b'$$

$$\frac{b}{a} = x.$$

Nous avons :

$$\frac{\partial r}{\partial E} = - \frac{r}{a} \frac{1}{x - r},$$

$$\frac{\partial r}{\partial \lambda} = \frac{r x}{2,17} \frac{1}{x - r},$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial E} = \frac{2,17}{a} \frac{1}{x - r},$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} &= -r \frac{1}{x-r}, \\
 \frac{D(\mu, r)}{D(E, \lambda)} &= -\frac{r}{a} \frac{1}{x-r}, \\
 N &= K A r^3 \frac{1}{(x-r)}, \\
 n &= K + \log A + 3 \log r - \log(x-r) \\
 \log A &= \varphi + 0,6 \mu + K \\
 n &= K + \log A + 0,6 \lambda - 0,6 \mu - \log(x-r) \\
 (16) \quad n &= K + \varphi + 0,6 \lambda - \log(x-r)
 \end{aligned}$$

Nous devons remarquer que la constante K contient $\log a$.

2. Calcul approché des quantités a , b , c .

Dérivons n par rapport à E :

$$\frac{\partial n}{\partial E} = \frac{d\varphi}{d\mu} \frac{\partial \mu}{\partial E} + \frac{0,434}{x-r} \frac{\partial r}{\partial E}$$

ou

$$\frac{\partial n}{\partial E} = \frac{0,434}{a(x-r)} \left(5 \frac{d\varphi}{d\mu} - \frac{r}{x-r} \right).$$

Pour un maximum des courbes $\lambda = Cte$, nous avons

$$(17) \quad \frac{\partial n}{\partial E} = 0 \quad \frac{d\varphi}{d\mu} = \frac{r}{5(x-r)}.$$

Dérivons n par rapport à λ :

$$\frac{\partial n}{\partial \lambda} = \frac{d\varphi}{d\mu} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} + \frac{0,434}{x-r} \frac{\partial r}{\partial \lambda}.$$

ou

$$\frac{\partial n}{\partial \lambda} = -\frac{r}{x-r} \left[\frac{d\varphi}{d\mu} - \frac{x}{5(x-r)} \right].$$

Pour un maximum des courbes $\lambda = Cte$, nous avons donc aussi d'après (17) :

$$\frac{\partial n}{\partial \lambda} = \frac{r}{5(x-r)},$$

ou

$$(18) \quad \frac{\partial n}{\partial \lambda} = \frac{d\varphi}{d\mu}.$$

Pour le maximum d'une courbe $\lambda = \text{constante}$ (soit $\lambda = \lambda_1$) correspond la valeur $E = E_1$. D'autre part, sur la courbe $E = E_1$ nous pouvons théoriquement déterminer la valeur $\frac{\partial n}{\partial \lambda}$ pour $\lambda = \lambda_1$; nous en déduisons, d'après (18), la valeur de $\frac{d\varphi}{d\mu}$ et par conséquent de μ (soit $\mu = \mu_1$) ; l'équation (15) donne alors la valeur r_1 et l'équation (17) donne la valeur de x .

$$(19) \quad x = r_1 \left[1 + \frac{1}{5} \frac{d\varphi}{d\mu} \right].$$

D'autre part, pour chaque maximum des courbes $\lambda = Cte$, on a aussi l'équation :

$$(20) \quad E_1 = ar_1 + b'\mu_1 + c$$

Nous pouvons ainsi en déduire a , b' , c . Cette détermination peut présenter pratiquement quelque incertitude sur les valeurs trouvées. On peut alors prendre comme première approximation, soit l'effet de distance seul, soit l'effet de magnitude absolue, suivant les résultats obtenus dans ces deux hypothèses.

3. Calcul définitif de a , b , c .

La constante K de l'équation (16) est fonction de a . Nous avons en effet :

$$n = K' - \log a + \varphi + 0,6\lambda - \log(x - r)$$

$$n = K' - \log a + \varphi + 0,6\lambda - \log(x - r) + \Delta a \frac{\partial n}{\partial a} + \Delta b \frac{\partial n}{\partial b} + \Delta c \frac{\partial n}{\partial c}$$

où Δa , Δb , Δc , sont les corrections des valeurs approchées de a , b , c :

$$\frac{\partial n}{\partial a} = -\frac{0,434}{a} + \frac{d\varphi}{d\mu} \frac{\partial \mu}{\partial a} + \frac{0,434}{x-r} \left(\frac{\partial r}{\partial a} + \frac{x}{a} \right),$$

$$\frac{\partial n}{\partial b} = \frac{d\varphi}{d\mu} \frac{\partial \mu}{\partial b} + \frac{0,434}{x-r} \left(\frac{\partial r}{\partial b} - \frac{1}{a} \right),$$

$$\frac{\partial n}{\partial c} = \frac{d\varphi}{d\mu} \frac{\partial \mu}{\partial c} + \frac{0,434}{x-r} \frac{\partial r}{\partial c},$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial a} = -\frac{2,17 \cdot r}{a} \cdot \frac{1}{x-r},$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial b} = -\frac{\mu}{a} \cdot \frac{1}{x-r},$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial c} = -\frac{2,17}{a} \cdot \frac{1}{x-r},$$

$$\frac{\partial r}{\partial a} = \frac{r^2}{a} \frac{1}{x-r},$$

$$\frac{\partial r}{\partial b} = \frac{\mu r}{2,17 \cdot a} \frac{1}{x-r},$$

$$\frac{\partial r}{\partial c} = \frac{r}{a} \cdot \frac{1}{x-r},$$

$$\frac{\partial n}{\partial a} = \frac{0,434 r}{a (x-r)} \left[1 + \frac{r}{x-r} - 5 \frac{d\varphi}{d\mu} \right],$$

$$\frac{\partial n}{\partial b} = \frac{1}{5 a (x-r)} \left[\mu \left(\frac{r}{x-r} - 5 \frac{d\varphi}{d\mu} \right) - 2,17 \right],$$

$$\frac{\partial n}{\partial c} = \frac{0,434}{a (x-r)} \left[\frac{r}{x-r} - 5 \frac{d\varphi}{d\mu} \right].$$

Posons

$$\frac{r}{x-r} - 5 \frac{d\varphi}{d\mu} = A_4.$$

On a

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial a} &= \frac{0,434 \cdot r}{a(x-r)} [1 + A_4], \\ \frac{\partial n}{\partial b} &= \frac{1}{5 a(x-r)} [\mu A_4 - 2,17], \\ \frac{\partial n}{\partial c} &= \frac{0,434}{a(x-r)} A_4. \end{aligned}$$

Posons :

$$\begin{aligned} X_1 &= K, \\ X_2 &= 0,434 \frac{\Delta a}{a}, \\ X_3 &= \frac{\Delta b}{5a}, \\ X_4 &= 0,434 \frac{\Delta c}{a}, \\ A_1 &= x - r, \\ A_2 &= r(A_4 + 1), \\ A_3 &= \mu A_4 - 2,17, \\ A_4 &= A_4, \\ A_5 &= (x - r) [\varphi + 0,6 \lambda - \log(x - r) - n]. \end{aligned}$$

On a finalement

$$A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 + A_4 X_4 + A_5 = 0$$

équations que l'on résoud par les moindres carrés.

Le calcul des coefficients A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 au moyen des valeurs approchées de a, b, c , et le calcul de n au moyen des valeurs définitives, exigent la détermination de r et μ pour chaque couple des quantités λ et E . Nous avons pour cela les équations (14) et (15) que nous pouvons mettre sous la forme suivante :

$$(14 \text{ bis}) \quad \frac{E - c}{a} = r + \frac{b'}{a} \mu,$$

en éliminant r :

$$(15 \text{ bis}) \quad \frac{E - c}{a} = 10^{0,2(\lambda - \mu) + 1} + \frac{b'}{a} \mu.$$

Nous calculons une table donnant r et $r + \frac{b'}{a} \mu$ pour chaque couple de valeurs λ, μ . Comme pour une valeur de E , l'équation (14 bis) donne $r + \frac{b'}{a} \mu$, la table donne donc les valeurs correspondantes de μ pour chaque couple de valeurs E, λ .

Nous ne sommes pas sûr *a priori*, comme nous le montre l'équation (15 bis), de pouvoir trouver pour μ des valeurs uniques et réelles pour chaque couple E, λ .

Toute cette première partie, purement théorique, pourra subir quelques légères modifications dans son application aux données d'observations.

DEUXIÈME PARTIE

APPLICATION DE LA MÉTHODE DONNÉE DANS LA PREMIÈRE PARTIE

Nous effectuons d'abord tous les calculs, les résultats sont discutés par la suite.

CHAPITRE PREMIER

EFFET D'ABSORPTION POUR LES ÉTOILES B

§ I. — STATISTIQUE

Pour établir une statistique des étoiles de types B par excès de couleur et magnitude apparente, nous nous sommes servi du catalogue de J. Stebbins, C.-M. Huffer et A.-E. Whitford, donnant les excès de couleur de 1.332 étoiles presque toutes du type B⁽¹⁾. Les mesures ont été faites au Mont Wilson et à Madison. Les longueurs d'ondes effectives sont 4260 et 4770 Å. L'échelle des couleurs est particulière à ce catalogue et l'excès de couleur E est lié à celui de l'échelle internationale E₁ par la relation (en laissant de côté le point zéro) :

$$E = 1,50 E_1$$

Nous avons choisi dans ce catalogue les étoiles B₀ à B₅ et seulement celles se trouvant dans l'intervalle $\pm 15^\circ$ de latitude galactique, l'absorption se faisant surtout dans cette région, au voisinage du plan galactique, comme on l'admet actuellement. Dans cette statistique, nous avons fait quelques corrections pour que la répartition par magnitude apparente corresponde à celle de l'ensemble des étoiles B. Nous avons admis que cette répartition d'ensemble était donnée par les travaux de Shappley et Miss Cannon⁽²⁾, d'après le Draper Catalogue.

L'excès de couleur donné par Stebbins est obtenu par soustraction de la couleur observée et de la couleur normale correspondant au sous-type spectral. Cette couleur normale a été déterminée pour chaque sous-type d'après les mesures faites loin du plan galactique, afin précisément d'éliminer l'absorption sélective.

Nous n'avons pas cru devoir éliminer de notre statistique les étoiles « c », c'est-à-dire des étoiles où les raies sont relativement étroites et où les raies d'hydrogène et les raies d'étincelles sont anormalement fortes. Ces étoiles sont plus rouges que la moyenne des autres étoiles de même classe spectrale, c'est-à-dire qu'elles ont un excès de

(1) *Aph. J.* 91. 1940, p. 20.

(2) *Harvard Coll. Obs. Circ.* 226, 1921.

couleur⁽¹⁾. D'autre part, Stebbins pense que toutes ne sont pas identifiées, elles sont peu nombreuses et réparties assez uniformément dans notre statistique.

Notre statistique donnée dans le tableau I contient 831 étoiles. Chaque case du tableau donne le nombre d'étoiles, le nombre corrigé et le log. de ce nombre. Les lignes E = 0,375 et 0,425 sont groupées dans la ligne 0,400, de même E = 0,475 et 0,525 dans la ligne 0,500. Les nombres ont été alors divisés par 2.

Répartition par type spectral

Type spectral.....	Bo	B1	B2	B3	B4	B5	B	TOTAL
Nombre d'étoiles..	141	50	169	235	12	190	34	831

Les étoiles B sans indication de sous-type ont été assimilées aux étoiles B4.

Les figures 1 et 2 donnent la représentation graphique du tableau I, c'est-à-dire la fonction n pour $m = Cte$ et $E = Cte$.

TABLEAU I

m	1,75	2,75	3,75	4,75	5,75	6,75	7,75	8,75
E								
— 0,075			1 0,000		2 0,301	1 0,8 —0,097		
— 0,025	1 0,000	2 0,301	4 0,602	17 1,230	10 1,000	11 9,1 0,959	4 5,1 0,708	
+ 0,025		1 0,000	4 0,602	38 1,580	33 1,519	63 54,9 1,715	28 35,4 1,549	11 21,4 1,330
+ 0,075			2 0,301	8 0,903	28 1,447	57 47 1,672	42 53,1 1,725	33 64,2 1,808
+ 0,125			1 0,000		12 1,079	27 22,2 1,346	53 67 1,826	33 64,2 1,808
+ 0,175				2 0,301	6 0,778	23 19 1,279	40 50,6 1,704	38 73,9 1,869
+ 0,225				2 0,301	3 0,477	15 12,4 1,093	29 36,7 1,565	34 66,2 1,821
+ 0,275				1 0,000	2 0,301	10 8,2 0,914	8 10,1 1,004	21 40,9 1,612
+ 0,325						7 5,8 0,763	9 11,4 1,057	15 29,2 1,465
+ 0,400					2/2 0,000	4/2 1,6 0,204	10/2 6,3 0,799	13/2 12,6 1,100
+ 0,500						4/2 1,6 0,204	5/2 3,2 0,505	4/2 1 0,000

(1) RUSSEL, DUGAN, STEWARD, *Astronomy* II, p 807 et 873

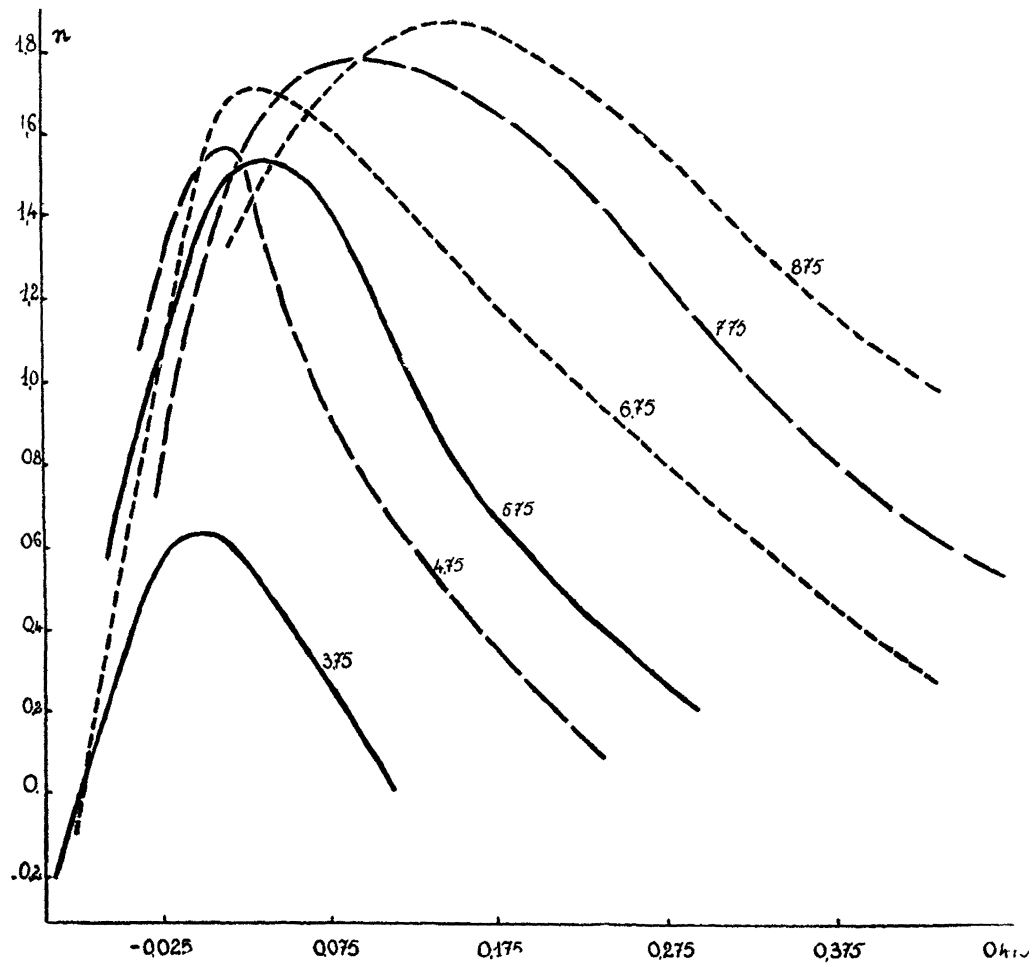


FIG. 1. — Etoiles B du plan galactique. Courbes $m = Ck$.

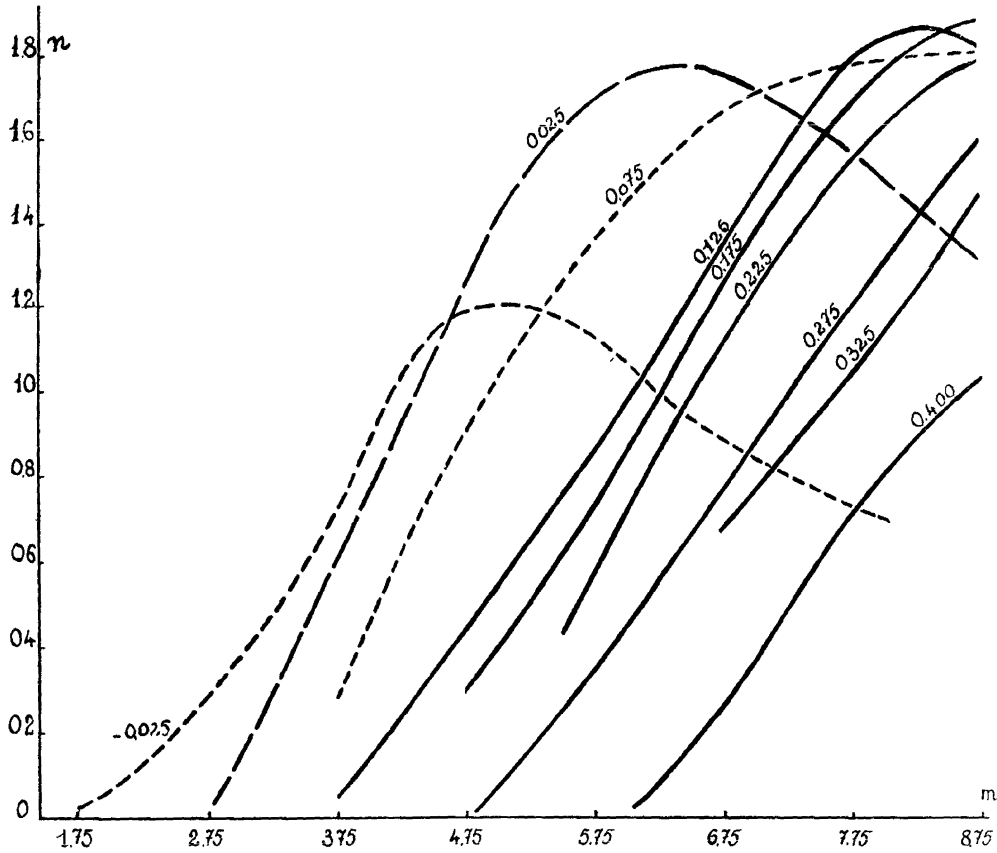


FIG. 2. — Étoiles B du plan galactique. Courbes $E = Cte.$

§ II. — RÉPARTITION DES MAGNITUDES ABSOLUES

Pour établir cette répartition, nous nous sommes servi des résultats de Strömberg ⁽¹⁾. Nous divisons les étoiles en trois groupes : B0 à B2, B3 à B4, et B5. Pour chacun de ces groupes, Strömberg ne donne qu'un pourcentage du nombre d'étoiles en fonction de la magnitude absolue. Pour une répartition d'ensemble, nous avons pris pour chaque groupe un nombre d'étoiles proportionnel à celui du catalogue de Stebbins. Pour cela, nous avons multiplié les nombres de Strömberg par les coefficients suivants :

Sp.	B 0	B 1	B 2	B 3	B 4	B	B 5
Nombre d'étoiles.	175	62	222	336	14	54	273
Total par groupes		459			404		273
Coefficient.		4,6			4,0		2,7

Dans ce dernier tableau, pour avoir un plus grand nombre d'étoiles, nous ne nous sommes pas limité au plan galactique.

Nous faisons ensuite, dans les répartitions de Strömberg, le total des étoiles de B0 à B5 pour des intervalles de magnitude absolue égaux à l'unité. Nous obtenons ainsi, en désignant par M la magnitude absolue, N le nombre d'étoiles et n le log. de ce nombre :

M	—4,7	—3,7	—2,7	—1,7	—0,7	+0,3
N	550	2144	2470	3347	2153	308
n	2,740	3,331	3,393	3,525	3,333	2,489

(1) *Aph. J.* 74. 1931.

Strömberg ayant déterminé ses répartitions pour les étoiles plus brillantes que la 6^e magnitude apparente, nous obtenons ainsi la fonction φ . Cette fonction se présente à peu près sous la forme d'une parabole et il nous sera utile de l'avoir ainsi. Nous obtenons :

$$\varphi = - 0,147 M^2 - 0,680 M + Cte$$

Cette parabole est satisfaisante. En prenant pour la constante + 2,778, nous avons les résidus suivants :

φ	2,740	3,331	3,393	3,525	3,333	2,489
Parabole	2,727	3,282	3,540	3,509	3,182	2,561
Résidus	0,013	0,049	-0,147	0,016	0,151	-0,072

§ III. — CALCUL DES QUANTITÉS α et E_0

1. Première approximation.

Pour $\frac{\partial n}{\partial E} = 0$ on a $\frac{d\varphi}{dM} = - 0,20$

φ étant approximativement une fonction parabolique, M peut être déterminé lorsqu'on connaît $\frac{d\varphi}{dM}$. Pour les maxima des courbes $m = Cte$, nous avons donc :

$$M = - 1,60$$

$$\log r = \frac{6,6 + m}{5}$$

m	3,75	4,75	5,75	6,75	7,75	8,75
$\log r$	2,07	2,27	2,47	2,67	2,87	3,07
r	117,5	186,2	295,1	467,7	741,3	1175

Correction d'absorption d'après l'équation (9), p. 14.

kr	0,008	0,013	0,020	0,030	0,046	0,068
$\log r$	2,062	2,257	2,450	2,640	2,824	3,002
r	115,3	180,7	281,8	436,5	666,8	1005

Les valeurs E correspondant aux maxima ont été déterminées graphiquement sur les courbes $m = Cte$.

Les équations :

$$r_i = \alpha (E_i - E_0)$$

sont donc résolues par les moindres carrés en prenant les valeurs suivantes :

r_i	115,3	180,7	281,8	436,5	666,8	1005,
E_i	-0,015	0,010	0,025	0,030	0,105	0,140.

Nous trouvons :

$$\alpha = 5,743;$$

$$E_0 = - 0,029,$$

ce sont les valeurs approchées de α et E_0 .

2. Deuxième approximation.

Pour faciliter les calculs dans les équations :

$$X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 + A_4 = 0,$$

nous éliminons X_1 et nous n'avons plus que deux inconnues : X_2 et X_3 ; les nouvelles équations sont de la forme :

$$B_2 X_2 + B_3 X_3 + B_4 = 0.$$

On résout alors par les moindres carrés. Le poids de chaque équation est donné par le nombre réel d'étoiles de chaque case du tableau I.

Le tableau II donne les quantités B_2 B_3 B_4 .

TABLEAU II

E	m	log r	M	φ	B ₂	B ₃	B ₄	Poins
—0,025	1,75	1,36120	—0,06	2,816	2,677	—466	—0,485	1
	2,75		0,94	2,005	4,147	—834	—0,997	2
	3,75		1,94	0,900	5,617	—1,201	—1,803	4
	4,75		2,94	—0,498	7,087	—1,569	—3,229	17
	5,75		3,94	—2,191	8,557	—1,936	—4,092	10
	6,75		4,94	—4,177	10,027	—2,304	—5,437	11
	7,75		5,94	—6,458	11,497	—2,671	—6,867	4
0,025	2,75	2,49153	—4,71	2,721	—4,163	196,9	—1,110	1
	3,75		—3,71	3,278	—2,693	169,7	—0,555	4
	4,75		—2,71	3,541	—1,223	142,5	—0,670	38
	5,75		—1,71	3,510	0,247	115,3	—0,040	33
	6,75		—0,71	3,185	1,717	88,0	0,019	63
	7,75		0,29	2,567	3,187	60,8	0,187	28
	8,75		1,29	1,654	4,657	33,6	0,093	11
0,075	3,75	2,77617	—5,13	2,397	—4,788	162,7	—1,420	2
	4,75		—4,13	3,078	—3,318	148,6	—0,741	8
	5,75		—3,13	3,466	—1,848	134,4	—0,297	28
	6,75		—2,13	3,559	—0,378	120,3	0,171	57
	7,75		—1,13	3,359	1,092	106,2	0,518	42
	8,75		—0,13	2,865	2,562	92,0	0,541	33
0,125	3,75	2,94666	—5,98	1,584	—6,038	154,7	—2,103	1
	5,75		—3,98	3,154	—3,098	135,7	—0,412	12
	6,75		—2,98	3,498	—1,628	126,1	0,265	27
	7,75		—1,98	3,548	—0,158	116,6	0,435	53
	8,75		—0,98	3,304	1,312	107,0	0,809	33
0,175	4,75	3,06877	—5,59	1,982	—5,468	141,8	—1,528	2
	5,75		—4,59	2,800	—3,998	134,6	—0,587	6
	6,75		—3,59	3,323	—2,528	127,4	0,035	23
	7,75		—2,59	3,553	—1,058	120,2	0,440	40
	8,75		—1,59	3,488	0,412	112,9	0,810	38
0,225	4,75	3,16397	—6,07	1,490	—6,168	138,9	—2,115	2
	5,75		—5,07	2,447	—4,698	133,1	—0,734	3
	6,75		—4,07	3,111	—3,228	127,3	—0,086	15
	7,75		—3,07	3,481	—1,758	121,5	0,412	29
	8,75		—2,07	3,556	—0,288	115,8	0,831	34
0,275	4,75	3 24201	—6,46	1,036	—6,738	136,6	—2,346	1
	5,75		—5,46	2,109	—5,268	131,7	—0,974	2
	6,75		—4,46	2,887	—3,798	126,9	—0,209	10
	7,75		—3,46	3,371	—2,328	122,0	0,785	8
	8,75		—2,46	3,561	—0,858	117,2	0,967	21
0,325	6,75	3,30814	—4,79	2,662	—4,288	126,3	—0,349	7
	7,75		—3,79	3,243	—2,818	122,2	0,538	9
	8,75		—2,79	3,531	—1,348	118,0	1,018	15
0,400	5,75	3,39160	—6,21	1,334	—6,368	128,9	—1,597	2
	6,75		—5,21	2,332	—4,898	125,5	—0,203	4
	7,75		—4,21	3,036	—3,428	122,0	0,506	10
	8,75		—3,21	3,446	—1,958	118,6	1,215	13
0,500	6,75	3,48260	—5,66	1,915	—5,568	124,4	—0,711	4
	7,75		—4,66	2,753	—4,098	121,6	0,426	5
	8,75		—3,66	3,223	—2,628	118,9	2,001	1

X_1 est éliminé par la relation :

$$X_1 + 0,643 X_2 - 113,231 X_3 + 6,749 = 0$$

Nous trouvons finalement :

$$\begin{aligned} X_1 &= -6,984, \\ X_2 &= -0,12203, \\ X_3 &= -0,00276, \\ \Delta\alpha &= -0,12203, \\ \Delta E_0 &= -0,006, \\ \log \alpha &= 3,63711, \\ \alpha &= 4.336, \\ E_0 &= -0,035. \end{aligned}$$

Le tableau suivant donne les valeurs de n , v et ε calculées à partir des nouvelles valeurs de α et E_0 .

TABLEAU III

E	m	log r	M	n	v_1	n_0	n_c	v_2	$ \varepsilon $
-0,025	1,75	1,63711	-1,44	-0,483	0,483	1,683	0,164	1,519	0,14
	2,75		-0,44	-0,288	0,589				
	3,75		+0,56	-0,387	0,989				
	4,75		+1,56	-0,780	2,010				
	5,75		+2,56	-1,466	2,466				
	6,75		+3,56	-2,447	3,406				
	7,75		+4,56	-3,722	4,430				
+0,025	2,75	2,41526	-4,33	-1,137	1,137	2,266	1,778	0,488	0,05
	3,75		-3,33	-0,098	0,700				
	4,75		-2,33	+0,653	0,927				
	5,75		-1,33	1,110	0,409				
	6,75		-0,33	1,272	0,443				
	7,75		+0,67	1,141	0,408				
	8,75		+1,67	0,716	0,614				
+0,075	3,75	2,67850	-4,64	-1,009	1,310	2,306	2,202	0,104	0,01
	4,75		-3,64	+0,129	0,774				
	5,75		-2,64	0,973	0,474				
	6,75		-1,64	1,523	0,149				
	7,75		-0,64	1,779	-0,054				
	8,75		+0,36	1,741	0,067				
0,125	3,75	2,84123	-5,46	-1,826	1,826	2,221	2,389	-0,168	0,02
	5,75		-3,46	+0,634	0,445				
	6,75		-2,46	1,423	-0,077				
	7,75		-1,46	1,918	-0,092				
	8,75		-0,46	2,119	-0,311				
0,175	4,75	2,95933	-5,05	-0,990	1,291	2,180	2,456	-0,276	0,05
	5,75		-4,05	+0,266	0,512				
	6,75		-3,05	1,229	0,050				
	7,75		-2,05	1,898	0,194				
	8,75		-1,05	2,273	1,404				
0,225	4,75	3,05208	-5,51	-1,487	1,788	2,080	2,455	-0,375	0,10
	5,75		-4,51	-0,094	0,571				
	6,75		-3,51	+1,005	0,088				
	7,75		-2,51	1,810	-0,245				
	8,75		-1,51	2,321	-0,500				

TABLEAU III (suite)

E	m	log r	M	n	v ₁	n ₀	n _c	v ₂	ε
0,275	4,75	3,12847	—5,89	—1,943	1,943	1,794	2,417	—0,623	0,13
	5,75		—4,89	—0,438	0,739				
	6,75		—3,89	+0,773	0,141				
	7,75		—2,89	1,690	—0,686				
	8,75		—1,89	2,314	—0,702				
0,325	6,75	3,19341	—4,22	+0,542	0,221	1,667	2,356	—0,689	0,10
	7,75		—3,22	1,555	—0,498				
	8,75		—2,22	2,273	—0,808				
0,400	5,75	3,27560	—5,63	—1,223	1,223	1,332	2,241	—0,909	0,09
	6,75		—4,63	+0,205	—0,001				
	7,75		—3,63	1,338	—0,539				
	8,75		—2,63	2,178	—1,078				
0,500	6,75	3,36546	—5,08	—0,221	0,425	0,681	1,068	—0,387	0,03
	7,75		—4,08	+1,045	—0,540				

Dans le tableau III, la quantité v_1 est la différence entre la valeur de n donnée par l'observation (Tableau I) et n donnée par le calcul (Tableau III, 5^e colonne). La quantité n_0 est la valeur de n déduite du tableau I en ne considérant que la répartition par excès de couleur, c'est-à-dire en faisant la somme du nombre d'étoiles par ligne dans le tableau I ; n_c est la valeur de n déduite des valeurs calculées (Tableau III) en ne considérant que la répartition par excès de couleur ; v_2 est la différence $n_0 - n_c$; ε est calculé avec la seule répartition par excès de couleur.

Les valeurs moyennes des résidus, en tenant compte des poids, sont les suivantes :

$$\overline{v_1} = 0,79$$

$$\overline{v_2} = 0,53.$$

Pour calculer ε nous avons la formule :

$$v_2 = \varepsilon \frac{\partial n}{\partial E} + \frac{\varepsilon^2}{2} \frac{\partial^2 n}{\partial E^2}.$$

Nous mettons n_c sous la forme parabolique :

$$n_c = -26,422 E^2 + 13,183 E + Cte$$

On en déduit :

$$\frac{\partial n}{\partial E} = -52,844 E + 13,183,$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 n}{\partial E^2} = -26,422,$$

$$\bar{\varepsilon} = 0,07.$$

Reprise du calcul par la 2^e méthode. — A la page 29 nous avons trouvé :

$$\varphi = -0,147 M^2 - 0,680 M + 2,788$$

L'équation (10 bis), p. 16, peut alors s'écrire :

$$n_2 - n_i = -0,147 (M_2^2 - M_i^2) - 0,480 (M_2 - M_i).$$

Pour le max. d'une courbe $m = Cte$ nous avons :

$$\frac{d\varphi}{dM} = -0,20 \quad \text{d'où} \quad M_2 = -1,60.$$

La valeur M_i est donnée par l'équation :

$$0,147 M_i^2 + 0,480 M_i + 0,392 - (n_2 - n_i) = 0.$$

Soient r_i la distance obtenue sans tenir compte de l'absorption, Kr la correction due à cette absorption, r la distance corrigée de l'absorption.

TABLEAU IV

m	E	$n_2 - n_1$	M_1	$\log r_1$	Kr	$\log r$	r	POIDS
3,75	—0,075	0,650	0,48	1,654	—0,003	1,651	44,8	1
	—0,025	0,048	—1,09	1,968	—0,006	1,962	91,6	4
	0,025	0,048	—2,18	2,186	—0,010	2,176	150,0	4
	0,075	0,349	—3,20	2,390	—0,017	3,373	236,0	2
	0,125	0,650	—3,74	2,498	—0,021	2,477	299,9	1
4,75	—0,025	0,350	—0,14	1,978	—0,007	1,971	93,5	17
	0,025	0,000	—1,63	2,276	—0,013	2,263	183,2	38
	0,075	0,677	—3,81	2,712	—0,033	2,679	477,5	8
	0,175	1,279	—4,56	2,862	—0,046	2,816	654,6	2
	0,225	1,279	—4,56	2,862	—0,046	2,816	654,6	2
	0,275	1,580	—4,90	2,930	—0,053	2,877	753,4	1
5,75	—0,075	1,219	1,22	1,906	—0,006	1,900	79,4	2
	—0,025	0,520	0,27	2,096	—0,009	2,087	122,2	10
	0,025	0,000	—1,63	2,476	—0,020	2,456	285,8	33
	0,075	0,073	—2,31	2,612	—0,027	2,585	384,6	28
	0,125	0,441	—3,33	2,816	—0,042	2,774	594,3	12
	0,175	0,742	—3,88	2,926	—0,052	2,874	748,2	6
	0,225	1,043	—4,29	3,008	—0,062	2,946	883,1	3
	0,275	1,219	—4,49	3,048	—0,067	2,981	957,2	2
	0,400	1,520	—4,83	3,116	—0,077	3,039	1094	2
6,75	—0,075	1,812	1,90	1,970	—0,006	1,964	92,1	1
	—0,025	0,756	0,61	2,228	—0,012	2,216	164,4	11
	0,025	0,000	—1,62	2,676	—0,031	2,645	441,6	63
	0,075	0,043	—2,18	2,786	—0,039	2,747	558,5	57
	0,125	0,369	—3,20	2,990	—0,060	2,930	851,1	27
	0,175	0,436	—3,33	3,016	—0,063	2,953	897,4	23
	0,225	0,622	—3,67	3,084	—0,072	3,012	1028	15
	0,275	0,801	—3,95	3,140	—0,080	3,060	1148	10
	0,325	0,952	—4,15	3,180	—0,087	3,093	1239	7
	0,400	1,511	—4,83	3,316	—0,112	3,204	1600	4
	0,500	1,511	—4,83	3,316	—0,112	3,204	1600	4
7,75	—0,025	1,118	+1,16	2,318	—0,014	2,304	201,4	4
	0,025	0,277	—0,27	2,604	—0,026	2,578	378,4	28
	0,075	0,101	—0,82	2,714	—0,033	2,681	479,7	42
	0,125	0,000	—1,63	2,816	—0,047	2,829	674,5	53
	0,175	0,122	—2,52	3,054	—0,068	2,986	968,3	40
	0,225	0,261	—2,99	3,148	—0,081	3,067	1167	29
	0,275	0,822	—4,01	3,352	—0,119	3,233	1710	8
	0,325	0,769	—3,95	3,340	—0,117	3,223	1671	9
	0,400	1,027	—4,29	3,408	—0,132	3,276	1888	10
	0,500	1,321	—4,63	3,476	—0,149	3,328	2128	5
8,75	0,025	0,539	+0,27	2,696	—0,032	2,664	461,3	11
	0,075	0,061	—1,02	2,954	—0,056	2,898	790,7	33
	0,125	0,061	—1,02	2,954	—0,056	2,898	790,7	33
	0,175	0,000	—1,63	3,076	—0,071	3,005	1012	38
	0,225	0,048	—2,18	3,186	—0,088	3,098	1253	34
	0,275	0,257	—2,93	3,336	—0,116	3,220	1660	21
	0,325	0,404	—3,27	3,404	—0,131	3,273	1875	15
	0,400	0,769	—3,95	3,540	—0,166	3,374	2366	13

Les valeurs r du tableau IV sont groupées autour de chaque valeur de m , c'est-à-dire en partant des courbes $m = Cte$. Il est nécessaire, pour mettre en évidence une relation entre E et r , de grouper les valeurs r autour des

valeurs E. C'est ce que donne le tableau V ainsi que les valeurs moyennes $\bar{r}$ pour chaque valeur E et le nombre N d'étoiles correspondant.

TABLEAU V

E	m	r	$\bar{r}$	N	E	m	r	$\bar{r}$	N	
—0,075	3,75	44,8	73,9	4	0,175	4,75	654,6	950,7	109	
	5,75	79,4				5,75	748,2			
	6,75	92,1				6,75	897,4			
—0,025			125,9	49		7,75	968,3			
	3,75	91,6				8,75	1012			
	4,75	93,5		0,225	4,75	654,6	1155	83		
	5,75	122,2			5,75	883,1				
	6,75	164,4			6,75	1028				
0,025	7,75	201,4	341,7	178		7,75	1167			
	3,75	150,0				8,75	1253			
	4,75	183,2		0,275	4,75	753,4	1493	42		
	5,75	285,8			5,75	957,2				
	6,75	441,6			6,75	1148				
0,075	7,75	378,4		547,9	170		7,75	1710		
	8,75	461,3	8,75				1660			
	3,75	236,0	0,325				6,75	1239	1672	31
	4,75	477,5					7,75	1671		
	5,75	384,6					8,75	1875		
0,125	6,75	558,5	732,2	126	0,400	5,75	1094	2008	29	
	7,75	479,7				6,75	1600			
	8,75	790,7				7,75	1888			
	3,75	299,9				8,75	2366			
	5,75	593,3			0,500	6,75	1600	1893	9	
6,75	851,1			7,75		2128				
	7,75	674,5								
	8,75	790,7								

Nous résolvons les équations :

$$\bar{r} = \alpha (E - E_0),$$

dont les coefficients sont donnés par le tableau V. Nous trouvons :

$$\alpha = 4.195,$$

$$E_0 = -0,057.$$

Le tableau VI donne les valeurs des résidus, de la constante K et de l'erreur ε .

TABLEAU VI

E	log r	m	M	K	v_1	n_0	n_c	v_2	$ \varepsilon $
—0,025	2,128	1,75	—3,89	—0,340	1,189	1,683	1,215	0,468	0,06
		2,75	—2,89	—0,969	0,560				
		3,75	—1,89	—1,278	0,251				
		4,75	—0,89	—0,970	0,559				
		5,75	0,11	—1,250	0,279				
		6,75	1,11	—1,021	0,508				
		7,75	2,11	—0,732	0,797				
+0,025	2,537	2,75	—4,93	+0,050	1,579	2,266	2,000	0,266	0,04
		3,75	—3,93	—0,548	0,981				
		4,75	—2,93	—0,470	1,059				
		5,75	—1,93	—1,156	0,373				
		6,75	—0,93	—1,295	0,234				
		7,75	0,07	—1,511	0,018				
		8,75	1,07	—1,460	0,069				
+0,075	2,743	3,75	—4,97	+0,011	1,640	2,306	2,319	—0,013	0,00
		4,75	—3,97	—0,587	0,942				
		5,75	—2,97	—0,983	0,546				
		6,75	—1,97	—1,398	0,231				
		7,75	—0,97	—1,695	—0,166				
		8,75	0,03	—1,662	—0,133				
+0,125	2,883	3,75	—5,66	+0,480	2,009	2,221	2,456	—0,235	0,05
		5,75	—3,66	—1,021	0,508				
		6,75	—2,66	—1,614	—0,085				
		7,75	—1,66	—1,654	—0,025				
		8,75	—0,66	—1,942	—0,413				
+0,175	2,988	4,75	—5,19	—0,119	1,410	2,180	2,505	—0,325	0,09
		5,75	—4,19	—0,962	0,567				
		6,75	—3,19	—1,451	0,078				
		7,75	—2,19	—1,746	—0,217				
		8,75	—1,19	—2,001	—0,472				
+0,225	3,073	4,75	—5,61	+0,331	1,860	2,080	2,484	—0,404	0,11
		5,75	—4,61	—0,963	0,566				
		6,75	—3,61	—1,437	0,092				
		7,75	—2,61	—1,805	—0,276				
		8,75	—1,61	—2,059	—0,530				
+0,275	3,144	4,75	—5,97	+0,500	2,129	1,794	2,431	—0,637	0,14
		5,75	—4,97	—0,789	0,740				
		6,75	—3,97	—1,376	0,153				
		7,75	—2,97	—2,226	—0,697				
		8,75	—1,97	—2,248	—0,719				
+0,325	3,205	6,75	—4,27	—1,297	0,232	1,667	2,381	—0,714	0,12
		7,75	—3,27	—2,043	—0,514				
		8,75	—2,27	—2,365	—0,836				
+0,400	3,283	5,75	—5,66	—0,330	1,199	1,332	2,282	—0,950	0,11
		6,75	—4,66	—1,576	—0,047				
		7,75	—3,66	—2,101	—0,572				
		8,75	—2,66	—2,650	—1,121				
+0,500	3,369	6,75	—5,09	—1,126	0,403	0,681	1,072	—0,391	0,03
		7,75	—4,09	—2,095	—0,566				

Nous trouvons :

$$K = -1,529.$$

Résidus :

$$\overline{v_1} = 0,49,$$

$$\overline{v_2} = 0,36.$$

La fonction n_c peut se mettre sous la forme suivante :

$$n_c = -18,910 E^3 + 8,527 E + Cte,$$

$$\overline{\varepsilon} = 0,07.$$

Vérification de la concordance des valeurs K trouvées par les deux méthodes

Dans la première méthode, nous avons pris :

$$\varphi = -0,147 M^2 - 0,680 M + 2,778.$$

Dans la deuxième méthode, le terme constant de φ est supposé nul.

Soit K_1 et K_2 les valeurs respectives de K dans les deux méthodes. Nous avons :

$$K_2 = K_1 + 2,778 + \log \alpha - 1,$$

$$K_1 = -6,984,$$

d'où : $K_2 = -1,569.$

On avait trouvé directement :

$$K_2 = -1,529.$$

CHAPITRE II

ÉTUDE DE L'EFFET DE MAGNITUDE ABSOLUE POUR LES ÉTOILES DE TYPE B

§ I. — DÉTERMINATION DE LA FONCTION φ ET STATISTIQUE

1. **Fonction φ .** — Pour l'étude de l'effet de magnitude absolue, nous prenons la variable μ au lieu de M . Pour les étoiles des types B0 à B2, nous prenons :

$$\mu = M.$$

Pour les étoiles des types B3 à B5, nous prenons :

$$\mu = M - 1,4.$$

En effet, d'après les répartitions de Strömberg, les valeurs moyennes de M sont les suivantes :

$$\text{Type B0-B2} \quad M = -2,9.$$

$$\text{Type B3} \quad M = -1,5.$$

$$\text{Type B5} \quad M = -1,5.$$

D'autre part, les magnitudes absolues moyennes adoptées par Stebbins, Huffer et Whitford sont les suivantes :

Sp.	B 0	B 1	B 2	B 3	B 4	B 5
M	-3,9	-3,6	-3,0	-2,2	-1,9	-1,6

Pour le groupe B0-B2, nous avons la moyenne $M = -3,5$, et pour le groupe B3-B5 la valeur $M = -1,9$, ce qui nous donne une différence de 1,6 en accord avec la valeur 1,4 que nous adoptons.

Les nombres d'étoiles, de chaque sous-type, sont pris proportionnellement à ceux du catalogue de Stebbins, comme on l'a fait au chapitre I.

Nous avons finalement la répartition suivante :

μ	- 6,9	-5,9	-4,9	-3,9	-2,9	-1,9	-0,9	+0,1
Φ	32	514	722	1398	5999	1731	150	129
φ	1,505	2,711	2,858	3,146	3,778	3,238	2,176	2 110

Nous n'avons pu, avec ces nombres, mettre avec une précision suffisante la fonction φ sous forme parabolique, nous avons donc tracé (fig. 3) un graphique d'après lequel nous avons déterminé φ et $\frac{d\varphi}{d\mu}$ (tableau I).

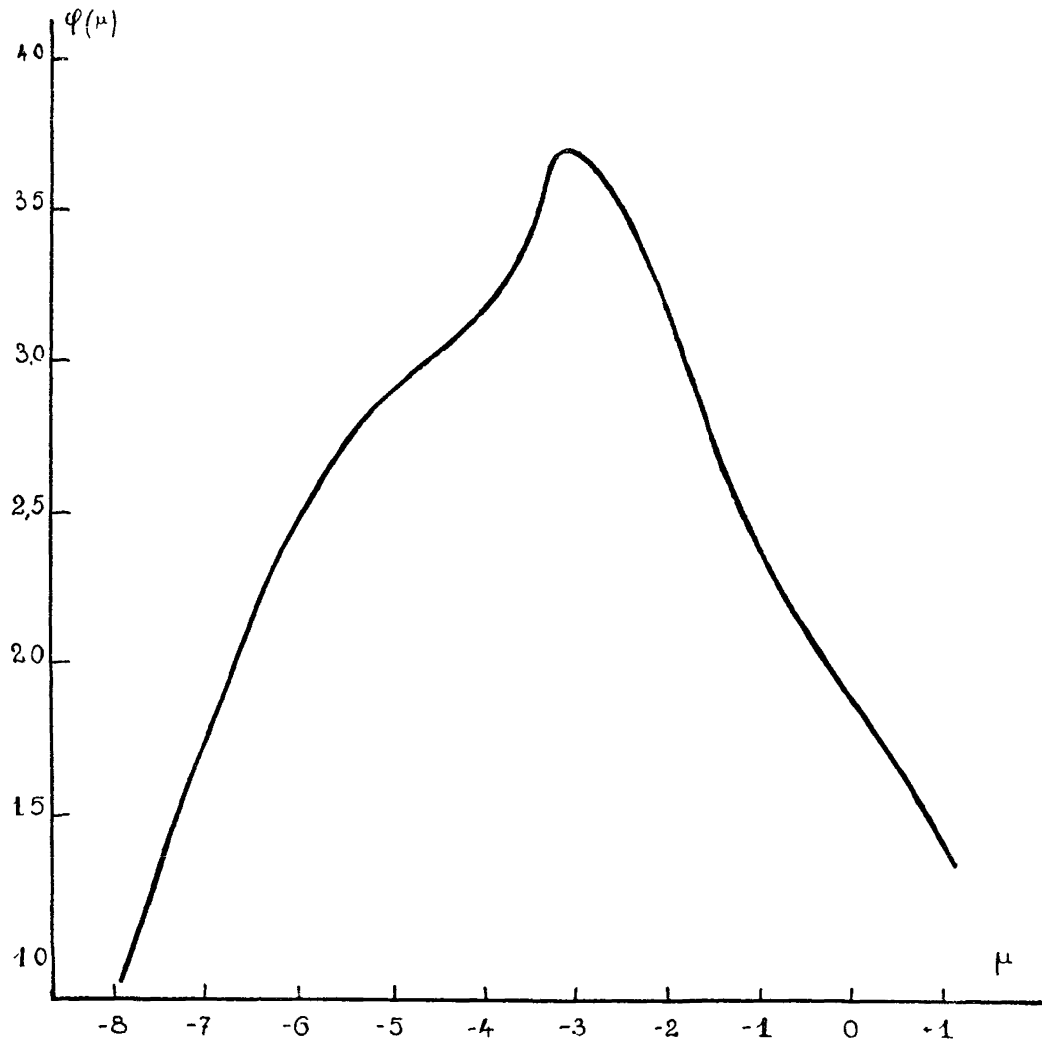


FIG. 3. — Etoiles B Fonction $\varphi(\mu)$.

TABLEAU I

μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$
-7,9	0,97	0,9	-6,9	1,78	0,7	-5,9	2,55	0,5
8	1,05	0,9	8	1,87	0,7	8	2,60	0,5
7	1,12	0,9	7	1,95	0,7	7	2,65	0,5
6	1,20	0,9	6	2,02	0,7	6	2,70	0,4
5	1,28	0,9	5	2,10	0,7	5	2,73	0,4
-7,4	1,37	0,8	-6,4	2,18	0,6	-5,4	2,77	0,4
3	1,45	0,8	3	2,25	0,6	3	2,81	0,4
2	1,53	0,8	2	2,33	0,6	2	2,85	0,3
1	1,62	0,8	1	2,41	0,6	1	2,88	0,3
0	1,70	0,8	0	2,48	0,6	0	2,91	0,3

TABLEAU I (suite)

μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$
—4,9	2,94	0,3	—2,9	3,78	0,0	—0,9	2,40	—0,7
8	2,97	0,2	8	3,77	—0,1	8	2,33	—0,6
7	2,99	0,2	7	3,75	—0,2	7	2,28	—0,5
6	3,01	0,3	6	3,72	—0,3	6	2,23	—0,5
5	3,04	0,2	5	3,67	—0,4	5	2,19	—0,5
—4,4	3,06	0,2	—2,4	3,62	—0,5	—0,4	2,14	—0,5
3	3,08	0,2	3	3,55	—0,6	3	2,09	—0,5
2	3,11	0,3	2	3,48	—0,7	2	2,05	—0,5
1	3,14	0,3	1	3,40	—0,8	1	2,00	—0,5
0	3,17	0,3	0	3,33	—0,8	0	1,95	—0,5
—3,9	3,20	0,5	—1,9	3,25	—0,9	+0,1	1,90	—0,5
8	3,25	0,5	8	3,14	—1,0	2	1,86	—0,4
7	3,31	0,6	7	3,03	—1,1	3	1,82	—0,4
6	3,36	0,6	6	2,92	—1,1	4	1,76	—0,5
5	3,42	0,7	5	2,82	—1,0	5	1,72	—0,5
—3,4	3,49	0,8	—1,4	2,73	—0,9	0,6	1,67	—0,5
3	3,57	0,8	3	2,65	—0,8	7	1,62	—0,5
2	3,65	0,7	2	2,60	—0,8	8	1,56	—0,6
1	3,72	0,5	1	2,53	—0,7	9	1,50	—0,6
0	3,77	0,1	0	2,47	—0,7	1,0	1,44	—0,6

2. **Statistique.** — Nous utilisons, dans cette nouvelle hypothèse, les étoiles de toutes les latitudes galactiques. Elles se répartissent de la façon suivante :

Sp.	B 0	B 1	B 2	B 3	B	B 4	B 5	TOTAL
N	150	62	202	322	34	14	248	1032

La répartition par excès de couleur et magnitude apparente est donnée dans le tableau II et dans les figures 4 et 5 (même remarque qu'au chapitre I au sujet des lignes 0,400 et 0,500 du tableau II). Des corrections sur la répartition des magnitudes apparentes ont été faites comme au chapitre I.

§ II

1^{er} CAS : E est une fonction croissante de μ ($\beta > 0$).

1. Calcul de β et E_0 .

Les notations sont celles données dans la 1^{re} partie, p. 18.

$$\text{Pour } \frac{\partial n}{\partial E} = 0 \quad \text{on a} \quad \frac{d\varphi}{d\mu} = 0 \quad \text{d'où} \quad \mu_2 = -2,9.$$

Maximum des courbes $m = Cte$ (fig. 4) :

m	3,75	4,75	5,75	6,75	7,75	8,75
E	0,000	0,020	0,020	0,040	0,125	0,175

Valeur moyenne de $E_2 = 0,063$.

Nous choisissons : $E_1 = 0,225$.

Calcul de φ_1 et μ_1 :

m	4,75	5,75	6,75	7,75	8,75
n_2	1,763	1,732	1,916	1,826	1,869
n_1	0,150	0,477	1,000	1,565	1,821

$n_2 - n_1$	1,613	1,255	0,916	0,261	0,048
φ_2	3,778	3,778	3,778	3,778	3,778
φ_1	2,165	2,523	2,862	3,517	3,730
μ_1	-0,5	-1,1	-1,5	-2,3	-2,8

Valeur moyenne de $\mu_1 = -1,64$.

On a donc les deux équations :

$$\begin{aligned} -2,90 &= \beta (0,063 - E_0) \\ -1,64 &= \beta (0,225 - E_0) \end{aligned}$$

Valeurs approchées de β et E_0 :

$$\begin{aligned} \beta &= 7,901 \\ E_0 &= 0,436 \end{aligned}$$

TABLEAU II

m	1,75	2,75	3,75	4,75	5,75	6,75	7,75	8,75
E			1	1	2	2	1	
- 0 075			0,000	0,000	0,301	1,6 0,204	1,3 0,114	
- 0,025	1 0,000	4 0,602	10 1,000	25 1,398	25 1,398	17 14 1,146	8 10,1 1,004	
+ 0,025	2 0,301	5 0,699	12 1,079	58 1,763	54 1,732	100 82,4 1,916	37 46,8 1,670	14 27,2 1,435
+ 0,075	2 0,301	1 0,000	3 0,477	13 1,114	36 1,556	69 56,9 1,755	50 63,3 1,801	34 66,2 1,821
+ 0,125		1 0,000	3 0,477	1 0,000	14 1,146	29 23,9 1,378	53 67 1,826	34 66,2 1,821
+ 0,175		1 0,000		4 0,602	6 0,778	25 20,6 1,314	40 50,6 1,704	38 73,9 1,869
+ 0,225				2 0,301	3 0,477	16 13,2 1,121	29 36,7 1,565	34 66,2 1,821
+ 0,275				1 0,000	2 0,301	10 8,2 0,914	8 10,1 1,004	21 40,9 1,612
+ 0,325						8 6,6 0,820	9 11,4 1,057	15 29,2 1,465
+ 0,400					1 0,000	2 1,6 0,204	5 6,3 0,799	6,5 12,6 1,100
+ 0,500						2 1,6 0,204	2,5 3,2 0,505	0,5 1 0,00

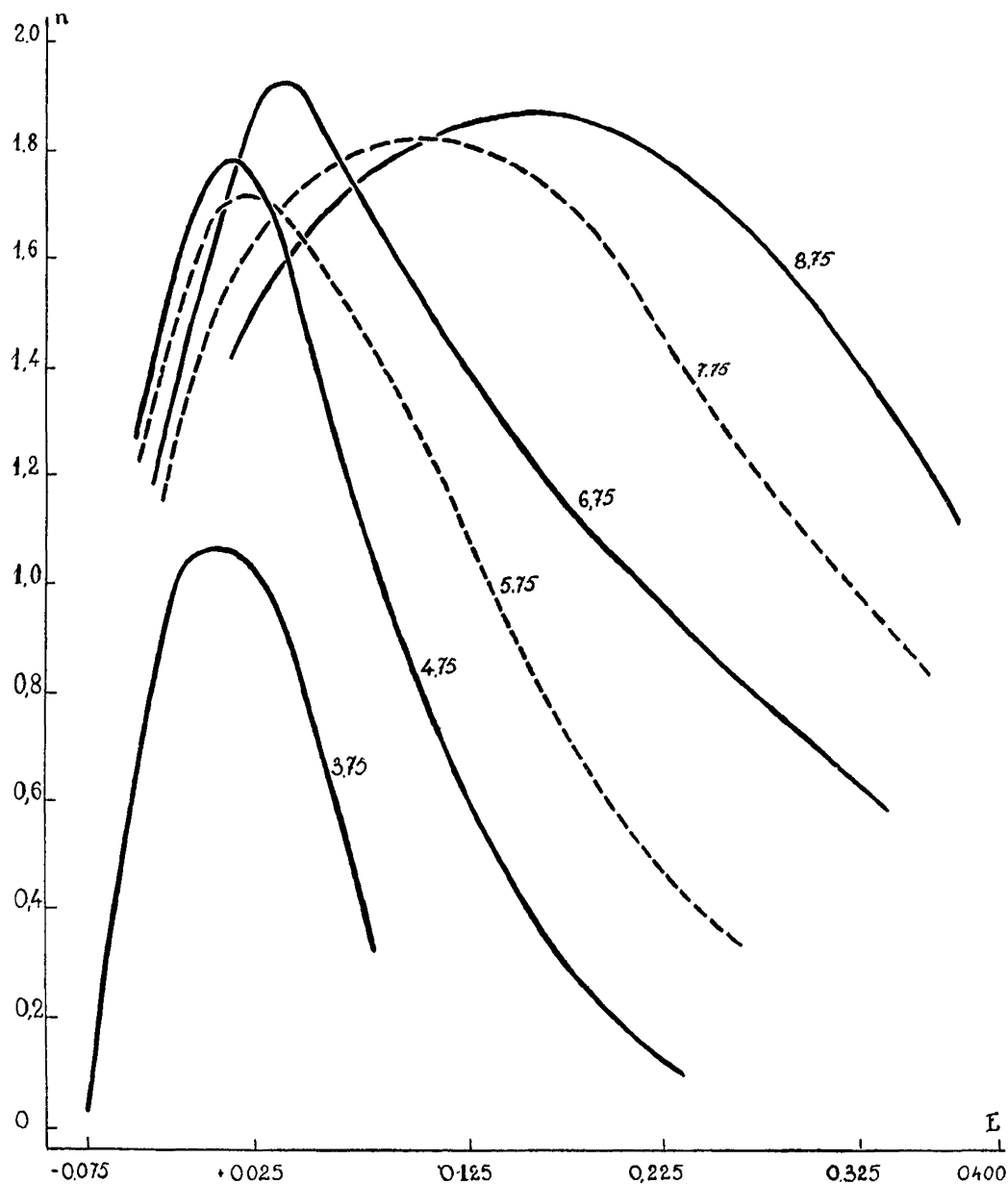


FIG. 4. — Ensemble des étoiles B. Courbes $m = \text{Cte.}$

TABLEAU III

Donnant les valeurs de B_2 , B_3 , B_4

E	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	B_2	B_3	B_4	p
—0,075	—4,04	3,16	0,3	—2,098	—0,350	0,739	7
—0,025	—3,64	3,33	0,5	—3,496	—0,550	—0,503	90
0,025	—3,25	3,61	0,8	—5,290	—0,850	—0,311	282
0,075	—2,85	3,77	—0,1	1,346	0,050	0,070	208
0,125	—2,46	3,64	—0,5	3,519	0,450	0,393	135
0,175	—2,06	3,36	—0,7	4,007	0,650	0,218	114

TABLEAU III (suite)

E	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	B ₂	B ₃	B ₄	p
0,225	—1,67	2,98	—1,1	4,915	1,050	0,226	84
0,275	—1,27	2,63	—0,5	2,151	0,450	0,167	42
0,325	—0,88	2,38	—0,7	2,107	0,650	0,169	32
0,400	—0,28	2,08	—0,4	0,948	0,350	0,157	29
0,500	+0,51	1,72	—0,5	1,277	0,450	—0,031	9

Les valeurs de B₄ étaient quelque peu différentes pour les diverses valeurs de m, nous avons calculé la valeur moyenne de B₄ pour chaque valeur de E, ce qui simplifie les calculs.

Nous éliminons X₁ par la relation :

$$X_1 + 0,310 X_2 + 0,050 X_3 + 5,747 = 0$$

Résultats :

$$\begin{aligned} X_1 &= -5,726, \\ X_2 &= -0,10183, \\ X_3 &= +0,207, \\ \beta &= 6,250, \\ E_0 &= 0,462. \end{aligned}$$

2. Calcul de n, v, ε :

TABLEAU IV

E	m	μ	φ	n	v_1	n_0	n_c	v_2	ε
—0,075	3,75	—3,36	3,52	0,044	—0,044	0,839	2,569	—1,730	0,29
	4,75			0,644	—0,644				
	5,75			1,244	—0,943				
	6,75			1,844	—1,640				
	7,75			2,444	—2,330				
—0,025	1,75	—3,04	3,74	—0,936	0,936	1,778	2,790	—1,012	0,23
	2,75			—0,336	0,938				
	3,75			0,264	0,736				
	4,75			0,864	0,534				
	5,75			1,464	—0,066				
	6,75			2,064	—0,918				
	7,75			2,664	—1,660				
0,025	1,75	—2,73	3,76	—0,916	1,217	2,458	3,410	—0,952	0,27
	2,75			—0,316	1,015				
	3,75			0,284	0,795				
	4,75			0,884	0,879				
	5,75			1,484	0,248				
	6,75			2,084	—0,168				
	7,75			2,684	—1,014				
	8,75			3,284	—1,849				
0,075	1,75	—2,42	3,63	—1,046	1,347	2,383	3,280	—0,897	0,26
	2,75			—0,446	0,446				
	3,75			+0,154	0,323				
	4,75			0,754	0,360				
	5,75			1,354	0,202				
	6,75			1,954	—0,199				
	7,75			2,554	—0,753				
	8,75			3,154	—1,333				

TABLEAU IV (suite)

E	m	μ	φ	n	v_1	n_0	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,125	2,75	—2,11	3,42	—0,656	0,656	2,246	3,070	—0,824	0,21
	3,75			—0,056	0,533				
	4,75			0,544	—0,544				
	5,75			1,144	0,002				
	6,75			1,744	—0,366				
	7,75			2,344	—0,518				
	8,75			2,944	—1,123				
0,175	2,75	—1,79	3,12	—0,956	0,956	2,193	2,769	—0,576	0,13
	4,75			0,244	0,358				
	5,75			0,844	—0,066				
	6,75			1,444	—0,130				
	7,75			2,044	—0,340				
	8,75			2,644	—0,775				
0,225	4,75	—1,48	2,79	—0,086	0,387	2,083	2,439	—0,356	0,08
	5,75			0,514	—0,037				
	6,75			1,114	0,007				
	7,75			1,714	—0,149				
	8,75			2,314	—0,493				
0,275	4,75	—1,17	2,57	—0,306	0,306	1,794	2,219	—0,425	0,07
	5,75			0,294	0,007				
	6,75			0,894	0,020				
	7,75			1,494	—0,490				
	8,75			2,094	—0,482				
0,325	6,75	—0,86	2,36	0,684	0,136	1,674	2,003	—0,329	0,05
	7,75			1,284	—0,227				
	8,75			1,884	—0,419				
0,400	5,75	—0,39	2,13	—0,146	0,146	1,332	1,777	—0,445	0,05
	6,75			0,454	—0,250				
	7,75			1,054	—0,255				
	8,75			1,654	—0,554				
0,500	6,75	+0,24	1,82	0,144	0,060	0,681	0,839	—0,158	0,015
	7,75			0,744	—0,239				

Valeurs moyennes de v et ϵ :

$$\begin{aligned}\overline{v_1} &= 0,65, \\ \overline{v_2} &= 0,82, \\ \overline{\epsilon} &= 0,22.\end{aligned}$$

Pour calculer ϵ , nous avons mis la fonction n_c sous forme parabolique :

$$n_c = -11,152 E^2 + 1,130 E + Cte.$$

s III

2° CAS : E est une fonction décroissante de μ ($\beta < 0$).

1° Calcul de β et E_0 . — Pour les maxima des courbes $m = Cte$, nous avons comme à la page 39.

$$\begin{aligned}\mu_2 &= -2,9, \\ E_2 &= +0,063.\end{aligned}$$

Nous choisissons aussi $E_1 = +0,225$:

m	4,75	5,75	6,75	7,75	8,75,
φ_1	2,165	2,523	2,862	3,517	3,730.
μ_1	-6,38	-5,95	-5,16	-3,35	-3,10.

Valeurs moyennes de $\mu_1 = -4,79$.

On a les deux équations :

$$\begin{aligned} -2,90 &= \beta (0,063 - E_0), \\ -4,79 &= \beta (0,225 - E_0). \end{aligned}$$

Valeurs approchées de β et E_0 :

$$\begin{aligned} \beta &= -11,666, \\ E_0 &= -0,185 \end{aligned}$$

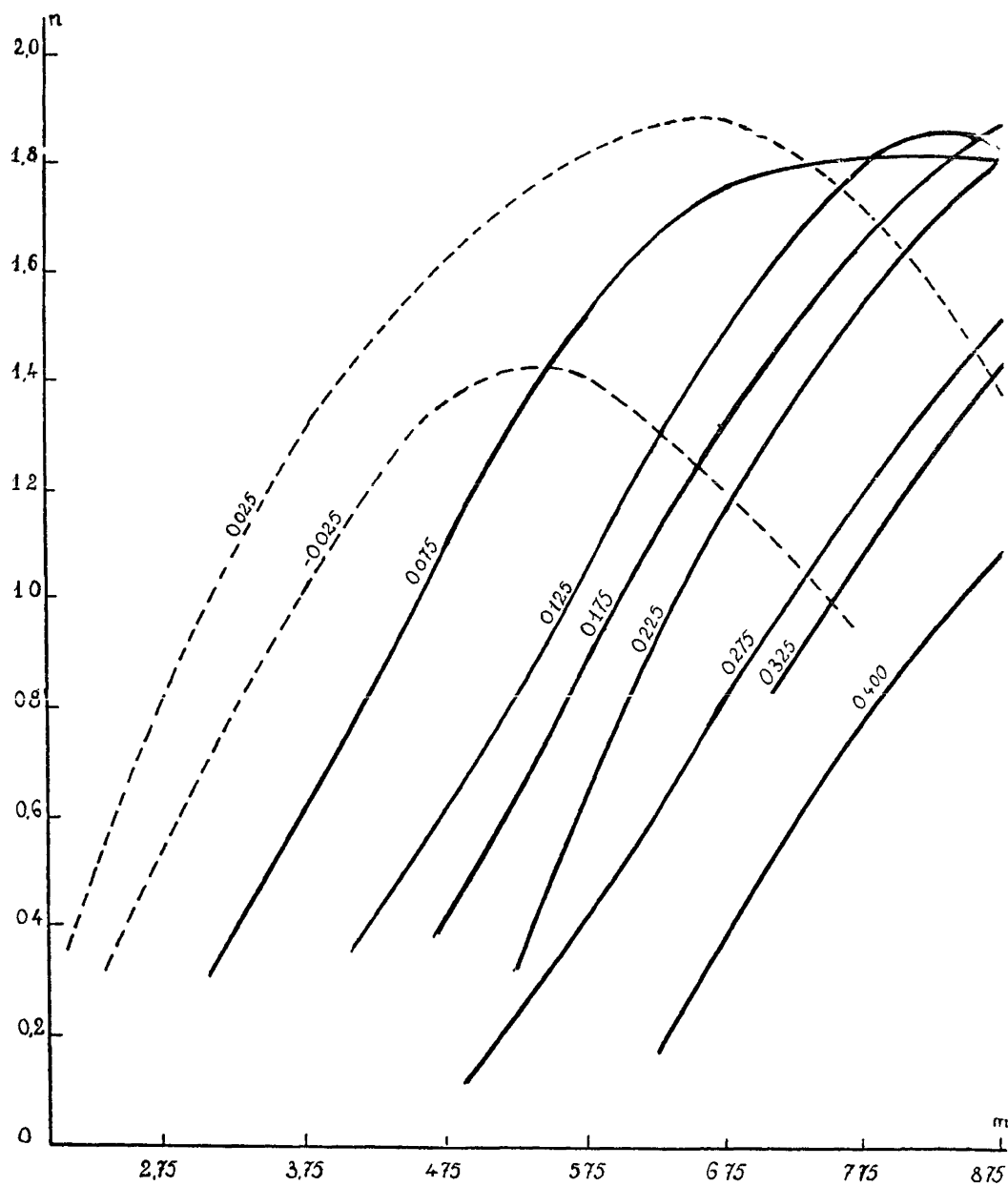


FIG. 5. — Ensemble des étoiles B. Courbes $E = Cte.$

TABLEAU V

E	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	B ₂	B ₃	B ₄	p
—0,075	—1,28	2,64	—0,7	3,649	0,750	0,312	7
—0,025	—1,87	3,21	—1,1	6,319	1,150	—0,530	90
0,025	—2,45	3,64	—0,5	4,406	0,550	—0,188	282
0,075	—3,03	3,74	0,5	—1,897	—0,450	0,133	208
0,125	—3,62	3,34	0,5	—2,575	—0,450	0,186	135
0,175	—4,20	3,11	0,3	—1,310	—0,250	0,061	114
0,225	—4,78	2,92	0,2	—0,611	—0,150	0,259	84
0,275	—5,37	2,79	0,4	—3,352	—0,350	0,420	42
0,325	—5,95	2,52	0,7	—7,992	—0,650	0,402	32
0,400	—6,82	1,60	0,9	—12,529	—0,850	—0,230	29
0,500	—7,99	0,90	0,9	—14,951	—0,850	—0,758	9

Elimination de X₁ par la relation :

$$X_1 - 0,588 X_2 - 0,05 X_3 + 5,654 = 0$$

Résultats :

$$\begin{aligned} X_1 &= - 5,649, \\ X_2 &= - 0,05403, \\ X_3 &= + 0,728, \\ \beta &= -10,301, \\ E_0 &= - 0,247. \end{aligned}$$

2. Calcul de n, v, ε.

TABLEAU VI

E	m	μ	φ	n	v ₁	n ₀	n _c	v ₂	ε
—0,075	3,75	—1,77	3,100	—0,299	0,299	0,839	2,226	—1,387	0,15
	4,75			0,301	—0,301				
	5,75			0,901	—0,600				
	6,75			1,501	—1,297				
	7,75			2,101	—1,987				
—0,025	1,75	—2,29	3,590	—1,009	1,009	1,778	2,717	—0,939	0,11
	2,75			—0,409	1,011				
	3,75			0,191	0,809				
	4,75			0,791	0,607				
	5,75			1,391	0,007				
	6,75			1,991	—0,845				
	7,75			2,591	—1,587				
0,025	1,75	—2,80	3,770	—0,829	1,130	2,458	3,497	—1,039	0,17
	2,75			—0,229	0,928				
	3,75			0,371	0,708				
	4,75			0,971	0,792				
	5,75			1,571	0,161				
	6,75			2,171	—0,255				
	7,75			2,771	—1,101				
	8,75			3,371	—1,936				
0,075	1,75	—3,32	3,550	—1,049	1,350	2,383	3,277	—0,894	0,19
	2,75			—0,449	0,449				
	3,75			0,151	0,326				
	4,75			0,751	0,363				
	5,75			1,351	0,205				
	6,75			1,951	—0,196				
	7,75			2,551	—0,750				
	8,75			3,151	—1,330				

TABLEAU VI (suite)

E	m	μ	φ	n	v_1	n_o	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,125	2,75	—3,83	3,230	—0,769	0,769	2,246	2,957	—0,711	0,18
	3,75			—0,169	0,646				
	4,75			0,431	—0,431				
	5,75			1,031	0,115				
	6,75			1,631	—0,253				
	7,75			2,231	—0,405				
	8,75			2,831	—1,010				
0,175	2,75	—4,35	3,070	—0,929	0,929	2,193	2,796	—0,603	0,13
	4,75			0,271	0,331				
	5,75			0,871	—0,093				
	6,75			1,471	—0,157				
	7,75			2,071	—0,367				
	8,75			2,671	—0,802				
0,225	4,75	—4,86	2,950	0,151	0,150	2,083	2,676	—0,593	0,10
	5,75			0,751	—0,274				
	6,75			1,351	—0,230				
	7,75			1,951	—0,386				
	8,75			2,551	—0,730				
0,275	4,75	—5,38	2,780	—0,019	0,019	1,794	2,506	—0,712	0,09
	5,75			0,581	—0,280				
	6,75			1,181	—0,267				
	7,75			1,781	—0,777				
	8,75			2,381	—0,769				
0,325	6,75	—5,89	2,560	0,961	—0,141	1,674	2,280	—0,606	0,065
	7,75			1,561	—0,504				
	8,75			2,161	—0,696				
0,400	5,75	—6,66	1,980	—0,219	0,219	1,332	1,705	—0,373	0,004
	6,75			0,381	—0,177				
	7,75			0,981	—0,182				
	8,75			1,581	—0,481				
0,500	6,75	—7,69	1,140	—0,459	0,663	0,681	0,230	0,451	0,03
	7,75			0,141	0,364				

Valeur moyenne de v et ϵ :

$$\overline{v_1} = 0,66,$$

$$\overline{v_2} = 0,85,$$

$$\overline{\epsilon} = 0,15.$$

Les valeurs de ϵ sont calculées à l'aide de la fonction :

$$n_c = -18,506 E^2 + 4,033 E + Cte.$$

CHAPITRE III

ÉTUDE DE L'EFFET SIMULTANÉ D'ABSORPTION ET DE MAGNITUDE ABSOLUE POUR LES ÉTOILES DE TYPE B

I. — STATISTIQUE

Nous nous servons du même catalogue de Stebbins, Huffer et Whitford employé déjà aux chapitres I et II. nous prenons les étoiles dans toutes les latitudes galactiques et nous établissons la statistique suivant les variables λ et E , conformément à ce que nous avons dit dans la première partie. Voici la répartition des étoiles par type spectral :

Type spectral	B 0	B 1	B 2	B 3	B 4	B 5	B	TOTAL
Nombre d'étoiles	59	41	128	314	14	260	34	850

Comme au chapitre I, nous avons réuni en une seule, d'une part les lignes 0,375 et 0,425 et d'autre part, 0,475 et 0,525 ; les étoiles B ont été assimilées aux B4. De même nous avons corrigé la répartition par magnitude apparente comme dans les chapitres précédents.

Calcul de λ . — Nous avons la formule :

$$m = \lambda + M_0$$

les magnitudes absolues moyennes de chaque sous-type sont données par Stebbins ⁽¹⁾ et en supposant $M_0 = 0$ pour le type B0, nous avons les valeurs suivantes :

Type spectral	B 0	B 1	B 2	B 3	B 4	B 5
Mag. absol.	—3,9	—3,6	—3,0	—2,2	—1,9	—1,6
M_0	0,0	0,3	0,9	1,7	2,0	2,3

Le tableau I donne la statistique.

Les figures 6 et 7 donnent les courbes représentant les variations de n pour $\lambda = Cte$ et $E = Cte$.

La fonction de répartition des quantités μ a déjà été donnée au chapitre II, page 38.

(1) *Loc. cit.*, tableau IV, p. 49.

TABLEAU I

λ	0,75	1,75	2,75	3,75	4,75	5,75	6,75
E		1	1	1	4		
— 0,075		1 0,000	1 0,000	1 0,000	3,2 0,505		
— 0,025	3 3 0,477	8 8 0,903	20 20 1,301	31 31 1,491	20 16 1,204	5 8,3 0,919	
0,025	1 1 0,000	15 15 1,176	40 40 1,602	68 68 1,833	88 73,2 1,865	44 63,5 1,803	19 40,1 1,603
0,075		3 3 0,477	7 7 0,845	27 27 1,431	65 54,2 1,734	51 75,5 1,878	32 84,7 1,928
0,125			3 3 0,477	7 7 0,845	23 18,6 1,270	40 58,6 1,768	37 87,1 1,940
0,175			3 3 0,477	3 3 0,477	11 9 0,954	23 29,7 1,473	27 45,7 1,660
0,225				3 3 0,477	8 6,4 0,806	16 19,5 1,290	18 40,5 1,607
0,275				1 1 0,000	3 2,6 0,415	9 8,1 0,908	15 24,8 1,394
0,325					3 2,2 0,342	3 2,8 0,447	12 16,9 1,228
0,400					0,5 0,3 —0,523	3,5 3,3 0,519	5 4,7 0,672
0,500					0,5 0,5 —0,301	1 0,5 —0,301	3,5 5 0,699

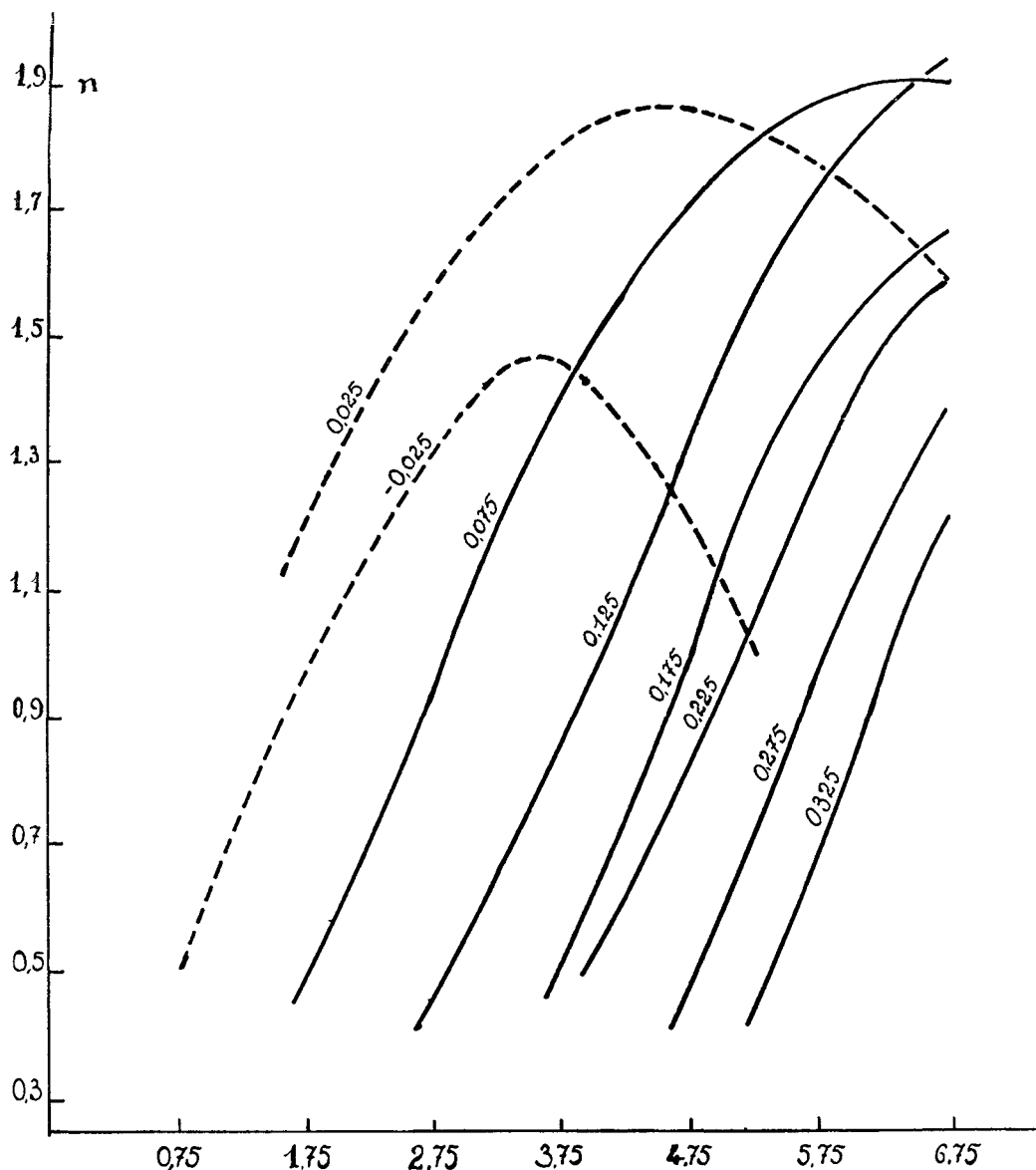


FIG. 6. — Étoiles B. Courbes $E = Cte$

II. — PREMIER CALCUL DE a, b, c . — PREMIÈRE APPROXIMATION

Avant d'aborder la méthode générale donnée dans la première partie, nous simplifierons les calculs en faisant remarquer, d'après les chapitres précédents, que pour les étoiles de type B l'effet d'absorption est plus satisfaisant que l'effet de magnitude absolue. Nous prendrons donc comme première approximation, l'effet d'absorption seul. L'équation (14) de la page 20 devient, puisque $b' = 0$

$$E = ar + c$$

avec $a = 0,00024$
 $c = -0,057,$

conformément aux résultats du chapitre I, page 34. La forme des coefficients change quelque peu à cause de la simplification $b = 0$. L'équation fondamentale est celle-ci :

$$X_1 + 5 \frac{d\varphi}{d\mu} X_2 + \left[\mu \left(5 \frac{d\varphi}{d\mu} + 1 \right) + 2,17 \right] \frac{X_3}{r} + \left[5 \frac{d\varphi}{d\mu} + 1 \right] \frac{X_4}{r} + \varphi + 0,6 \lambda - \log r - n = 0.$$

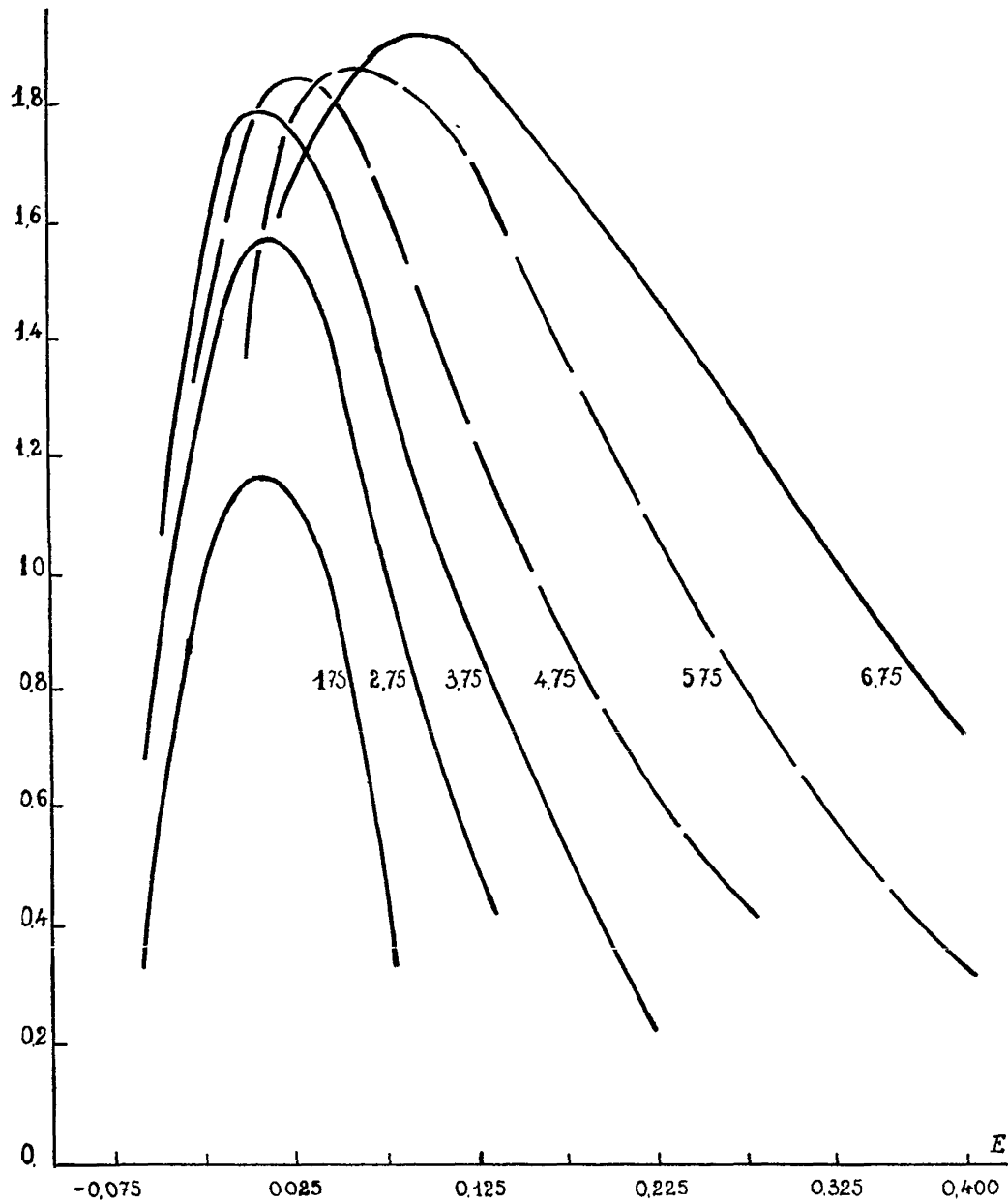


FIG. 7. — Étoiles B. Courbes $\lambda = Cte$

Posons : $A_1 = 1$

$$A_2 = 5 \frac{d\varphi}{d\mu}$$

$$A_3 = \frac{1}{r} \left[\mu \left(5 \frac{d\varphi}{d\mu} + 1 \right) + 2,17 \right]$$

$$A_4 = \frac{1}{r} \left(5 \frac{d\varphi}{d\mu} + 1 \right)$$

$$A_5 = \varphi + 0,6 \lambda - (\log r + n).$$

Nous avons :

$$A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3 + A_4 X_4 + A_5 = 0.$$

$X_1 X_2 X_3 X_4$ ayant la même forme que les quantités données à la page 23 sous la même notation ; les valeurs de r et μ qui servent au calcul des coefficients sont les mêmes que les valeurs de r et M du chap. I page 35.

TABLEAU II

E	λ	$\frac{1}{r}$	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	A_2	A_3	A_4	A_5	p
—0,025	0,75	0,007450	—4,89	2,94	0,3	1,5	—0,074	0,0186	0,785	3
	1,75		—3,89	3,20	0,4	2,0	—0,070	0,0223	1,219	8
	2,75		—2,89	3,78	0,0	0,0	—0,005	0,0074	2,001	20
	3,75		—1,89	3,24	—0,8	—4,0	0,058	—0,0223	1,871	31
	4,75		—0,89	2,39	—0,7	—3,5	0,032	—0,0186	1,908	20
	5,75		0,11	1,90	—0,4	—2,0	0,015	—0,0074	2,303	5
0,025	0,75	0,002907	—6,93	1,76	0,8	4,0	—0,094	0,0145	—0,326	1
	1,75		—5,93	2,53	0,6	3,0	—0,062	0,0116	—0,132	15
	2,75		—4,93	2,93	0,3	1,5	—0,029	0,0072	0,442	40
	3,75		—3,93	3,19	0,3	1,5	—0,022	0,0072	1,071	68
	4,75		—2,93	3,78	0,1	0,5	—0,006	0,0043	2,229	88
	5,75		—1,93	3,27	—0,8	—4,0	0,023	—0,0087	2,391	44
	6,75		—0,93	2,42	—0,7	—3,5	0,013	—0,0072	2,331	19
0,075	1,75	0,001806	—6,97	1,72	0,8	4,0	—0,059	0,0090	—0,450	3
	2,75		—5,97	2,50	0,7	3,5	—0,044	0,0081	0,562	7
	3,75		—4,97	2,92	0,3	1,5	—0,018	0,0045	0,996	27
	4,75		—3,97	3,18	0,3	1,5	—0,014	0,0045	1,553	65
	5,75		—2,97	3,77	0,4	2,0	—0,012	0,0054	2,599	51
	6,75		—1,97	3,31	—0,8	—4,0	0,014	—0,0054	2,689	32
0,125	2,75	0,001310	—6,66	1,98	0,7	3,5	—0,036	0,0058	0,270	3
	3,75		—5,66	2,67	0,5	2,5	—0,023	0,0045	1,192	7
	4,75		—4,66	3,00	0,2	1,0	—0,009	0,0026	1,697	23
	5,75		—3,66	3,33	+0,5	2,5	—0,013	0,0045	2,129	40
	6,75		—2,66	3,74	—0,3	—1,5	0,004	—0,0006	2,967	37
0,175	2,75	0,001028	—7,19	1,54	0,9	4,5	—0,038	0,0056	—0,275	3
	3,75		—6,19	2,34	0,8	4,0	—0,029	0,0051	1,125	3
	4,75		—5,19	2,85	0,3	1,5	—0,011	0,0025	1,758	11
	5,75		—4,19	3,11	0,3	1,5	—0,008	0,0025	2,099	23
	6,75		—3,19	3,66	0,7	3,5	—0,012	0,0046	3,062	27

TABLEAU II (suite).

E	λ	$\frac{1}{r}$	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	p
0,225	3,75	0,000845	—6,61	2,01	0,7	3,5	—0,023	0,0038	0,710	3
	4,75		—5,61	2,70	0,4	2,0	—0,012	0,0025	1,671	8
	5,75		—4,61	3,01	0,3	1,5	—0,007	0,0021	2,097	16
	6,75		—3,61	3,35	0,5	2,5	—0,008	0,0029	2,720	18
0,275	3,75	0,000718	—6,97	1,72	0,8	4,0	—0,023	0,0035	0,826	1
	4,75		—5,97	2,50	0,7	3,5	—0,017	0,0032	1,791	3
	5,75		—4,97	2,92	0,3	1,5	—0,007	0,0017	2,318	9
	6,75		—3,97	3,18	0,3	1,5	—0,005	0,0017	2,692	15
0,325	4,75	0,000624	—6,27	2,27	0,8	4,0	—0,018	0,0031	1,573	3
	5,75		—5,27	2,82	0,4	2,0	—0,008	0,0018	2,618	3
	6,75		—4,27	3,09	0,3	1,5	—0,005	0,0015	2,707	12
0,400	4,75	0,000522	—6,66	1,98	0,7	3,5	—0,014	0,0023	2,070	1
	5,75		—5,66	2,67	0,5	2,5	—0,009	0,0018	2,318	7
	6,75		—4,66	3,00	0,2	1,0	—0,003	0,0010	3,095	10
0,500	4,75	0,000428	—7,09	1,63	0,8	4,0	—0,014	0,0021	1,412	1
	5,75		—6,09	2,42	0,7	3,5	—0,010	0,0019	2,802	2
	6,75		—5,09	2,88	0,3	1,5	—0,004	0,0010	2,862	7

$$X_1 = -2,191$$

$$X_2 = -0,020$$

$$X_3 = -65,792$$

$$X_4 = -118,027$$

$$\Delta a = -0,000.01$$

$$\Delta b = b = -0,079$$

$$\Delta c = -0,065$$

$$a = 0,000.23$$

$$b = -0,079$$

$$c = -0,122$$

$$K = -2,191$$

III. — CALCUL DE n , v , ϵ

Pour calculer μ et r en partant des nouvelles valeurs de a , b , c , nous avons les deux formules :

$$\begin{aligned} E &= ar + b' \mu + c \\ \mu - \lambda &= 5 - 5 \log r. \end{aligned}$$

Nous mettons la première formule sous la forme

$$(21) \quad \frac{E - c}{a} = r + \frac{b'}{a} \mu$$

Valeurs du premier membre :

TABLEAU III

E	—0,075	—0,025	0,025	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,400	0,500
$\frac{E - c}{a}$	204	422	639	857	1074	1291	1509	1726	1943	2270	2704

La quantité $\frac{b'}{a}$ étant négative, l'équation (21) donne pour μ une solution et une seule pour des valeurs données de λ et E .

En effet

$$\frac{E - c}{a} = 10^{0,2(\lambda - \mu) + 1} - 158 \mu$$

ou encore

$$10^{-0,2\mu} = A\mu + B$$

A est une constante positive. La valeur μ est déduite de l'intersection d'une courbe exponentielle décroissante et d'une droite de coefficient angulaire positif.

Pour calculer ces valeurs de μ nous avons calculé une première table donnant r en fonction de μ et λ et une deuxième donnant $r + \frac{b'}{a}\mu$ en fonction de μ et λ . Pour chaque valeur de E , le tableau III donne $r + \frac{b'}{a}\mu$ et en se donnant une valeur de λ on déduit les valeurs de μ et r des deux tables précitées.

Le tableau IV donne les valeurs de r , v , ϵ . La quantité r a été corrigée de l'absorption.

TABLEAU IV

E	λ	μ	r	φ	v_1	n_0	n	n_c	v_2	$ \epsilon $
—0,075	1,75	—1,06	36,3	2,51	1,21	0,00	—1,21	0,415	0,377	0,03
	2,75	—0,94	54,2	2,43	0,71	0,00	—0,71			
	3,75	—0,78	79,5	2,32	0,25	0,00	—0,25			
	4,75	—0,57	113,8	2,22	0,29	0,51	0,22			
—0,025	0,75	—2,40	42,4	3,62	1,18	0,48	—0,70	1,398	0,538	0,07
	1,75	—2,27	63,0	3,53	1,12	0,90	—0,22			
	2,75	—2,09	91,5	3,39	1,09	1,30	0,21			
	3,75	—1,85	129,2	3,20	0,91	1,49	0,58			
	4,75	—1,55	176,9	2,87	0,39	1,20	0,81			
	5,75	—1,18	234,7	2,59	—0,17	0,92	1,09			
—0,025	0,75	—3,58	72,6	3,37	0,99	0,00	—0,99	2,201	0,277	0,05
	1,75	—3,38	104,5	3,51	1,46	1,18	—0,28			
	2,75	—3,12	145,8	3,71	1,12	1,60	0,48			
	3,75	—2,80	197,7	3,77	0,74	1,83	1,09			
	4,75	—2,41	258,7	3,63	0,35	1,87	1,52			
	5,75	—1,95	329,3	3,29	0,08	1,80	1,72			
	6,75	—1,45	408,9	2,78	—0,16	1,60	1,76			
0,075	1,75	—4,38	163,8	3,06	1,26	0,48	—0,78	2,549	—0,149	0,03
	2,75	—4,03	218,8	3,15	0,99	0,85	—0,14			
	3,75	—3,62	283,7	3,35	0,82	1,43	0,61			
	4,75	—3,15	359,0	3,68	0,24	1,73	1,49			
	5,75	—2,62	440,4	3,72	—0,21	1,88	2,09			
	6,75	—2,06	530,8	3,37	—0,36	1,93	2,29			
0,125	2,75	—4,82	311,1	2,96	0,87	0,48	—0,39	2,649	—0,408	0,09
	3,75	—4,33	387,9	3,07	0,58	0,85	0,27			
	4,75	—3,79	473,4	3,26	0,26	1,27	1,01			
	5,75	—3,21	566,0	3,64	—0,17	1,77	1,94			
	6,75	—2,59	664,1	3,68	—0,60	1,94	2,54			

TABLEAU IV (suite)

E	λ	μ	r	φ	v_1	n_0	n	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,175	2,75	—5,51	419,7	2,73	1,17	0,48	—0,69	2,589	—0,633	0,16
	3,75	—4,95	507,1	2,92	0,43	0,48	0,05			
	4,75	—4,36	603,3	3,07	0,20	0,95	0,75			
	5,75	—3,72	700,9	3,30	—0,07	1,47	1,54			
	6,75	—3,06	807,0	3,74	—0,88	1,66	2,54			
0,225	3,75	—5,50	639,7	2,73	0,68	0,48	—0,20	2,336	—0,495	0,10
	4,75	—4,85	739,7	2,96	0,08	0,81	0,73			
	5,75	—4,18	845,0	3,12	—0,01	1,29	1,30			
	6,75	—3,49	955,7	3,43	—0,67	1,61	2,28			
0,275	3,75	—5,98	780,6	2,49	0,50	0,00	—0,50	1,982	—0,420	0,07
	4,75	—5,30	889,2	2,81	0,04	0,42	0,38			
	5,75	—4,60	1000	3,01	—0,23	0,91	1,14			
	6,75	—3,87	1112	3,21	—0,51	1,39	1,90			
0,325	4,75	—5,69	1042	2,66	0,16	0,34	0,18	1,832	—0,492	0,06
	5,75	—4,97	1156	2,92	—0,56	0,45	1,01			
	6,75	—4,23	1277	3,10	—0,52	1,23	1,75			
0,400	4,75	—6,24	1282	2,30	—0,27	—0,52	—0,25	1,647	—0,728	0,06
	5,75	—5,47	1403	2,74	—0,24	0,52	0,76			
	6,75	—4,70	1528	2,99	—0,91	0,67	1,58			
0,500	4,75	—6,86	1617	1,81	0,52	—0,30	—0,82	1,396	—0,618	0,04
	5,75	—6,07	1745	2,43	—0,67	—0,30	0,37			
	6,75	—5,26	1868	2,83	—0,65	0,70	1,35			

$$\bar{v}_1 = 0,61$$

$$\bar{v}_2 = 0,39$$

$$|\bar{\epsilon}| = 0,07$$

IV. — DEUXIÈME APPROXIMATION

Les valeurs approchées de l'effet de distance pourraient être considérées comme peu satisfaisantes. Nous effectuons donc de nouveaux calculs en prenant comme valeurs approchées les quantités a b c trouvées précédemment.

Le tableau IV donne alors les quantités r , φ , μ . Le tableau V donne les valeurs A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , mais en revenant alors aux notations données dans la première partie.

TABLEAU V

E	λ	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	p
—0,075	1,75	—379,7	160	—5,8	3,4	—372	1
	2,75	—397,6	240	—5,4	3,4	—588	1
	3,75	—422,9	340	—4,8	3,3	—820	1
	4,75	—457,2	360	—3,5	2,2	—869	4
—0,025	0,75	—385,8	140	—8,0	2,4	—390	3
	1,75	—406,4	240	—8,6	2,8	—435	8
	2,75	—434,9	440	—10,1	3,8	—478	20
	3,75	—472,6	740	—10,9	4,7	—605	31
	4,75	—520,3	1100	—10,3	5,2	—937	20
	5,75	—578,1	730	—4,7	2,1	—1364	5

TABLEAU V (suite)

E	λ	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	p
0,025	0,75	—416,0	—160	9,3	—3,2	—500	1
	1,75	—447,9	—330	11,9	—4,2	—327	15
	2,75	—489,2	—260	6,5	—2,8	—523	40
	3,75	—541,1	220	—2,5	0,1	—785	68
	4,75	—602,1	800	—7,3	2,1	—1108	88
	5,75	—672,7	1320	—8,1	3,0	—1419	44
	6,75	—752,3	2250	—8,5	4,5	—1768	19
0,075	1,75	—507,2	—50	3,5	—1,3	—472	3
	2,75	—562,2	—200	5,5	—1,9	—675	7
	3,75	—627,1	—700	10,5	—3,5	—859	27
	4,75	—702,4	—900	8,8	—3,5	—1370	65
	5,75	—783,8	840	—4,6	0,9	—1880	51
	6,75	—874,2	2300	—9,2	3,4	—2229	32
0,125	2,75	—654,5	—160	5,0	—1,5	—864	3
	3,75	—731,3	—390	6,5	—2,0	—1177	7
	4,75	—816,8	—1230	11,4	—3,6	—1576	23
	5,75	—909,4	—1750	11,0	—4,1	—2146	40
	6,75	—1007,5	1200	—4,3	0,8	—2810	37
0,175	2,75	—763,1	—670	12,1	—2,6	—778	3
	3,75	—850,5	—560	8,2	—2,1	—1497	3
	4,75	—946,7	—360	4,8	—1,6	—1893	11
	5,71	—1044,3	—1540	9,7	—3,2	—2360	23
	6,75	—1150,4	—970	4,5	—2,2	—3532	27
0,225	3,75	—983,1	—1100	12,1	—2,7	—1484	3
	4,75	—1083,1	—900	8,5	—2,2	—2285	8
	5,75	—1188,4	—1000	7,0	—2,2	—2614	16
	6,75	—1299,1	—3060	12,5	—4,2	—3715	18
0,275	3,75	—1124,0	—2500	22,9	—4,2	—1900	1
	4,75	—1232,6	—1500	12,1	—2,7	—2650	3
	5,75	—1343,4	—1200	7,9	—2,2	—3250	9
	6,75	—1455	—2600	10,6	—3,3	—3930	15
0,325	4,75	—1385	—2400	16,6	—3,3	—2810	3
	5,75	—1499	—1500	9,2	—2,3	—4122	3
	6,75	—1620	—1660	7,5	—2,3	—4390	12
0,400	4,75	—1625	—4900	27,8	—4,8	—4000	1
	5,75	—1746	—2530	13,1	—2,8	—4243	7
	6,75	—1871	—1200	6,3	—1,8	—5800	10
0,500	4,75	—1960	—7000	34,2	—5,3	—3273	1
	5,75	—2088	—5750	23,9	—4,3	—5972	2
	6,75	—2211	—3360	12,5	—2,8	—6280	7

$$\begin{array}{lll}
 X_1 = - & 2,083 & \Delta a = - 0,000.12 \\
 X_2 = - & 0,226 & \Delta b = - 0,041 \\
 X_3 = - & 35,466 & \Delta c = 0,000 \\
 X_4 = + & 0,840 & a = + 0,000.11 \\
 & & b = - 0,120 \\
 & & c = - 0,122
 \end{array}$$

TABLEAU VI

E	—0,075	—0,025	0,025	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,400	0,500
$\frac{E - c}{a}$	427	882	1336	1791	2245	2700	3155	3609	4064	4746	5655

TABLEAU VII

E	λ	μ	r	φ	n	v_1	n_c	v_2
—0,075	1,75	—0,79	32	2,33	—1,75	1,75	0,079	0,713
	2,75	—0,75	50	2,31	—1,18	1,18		
	3,75	—0,70	77	2,28	—0,62	0,62		
	4,75	—0,61	116	2,24	—0,07	0,58		
—0,025	0,75	—1,70	31	3,03	—1,65	2,13	1,061	0,875
	1,75	—1,66	47	2,98	—1,11	2,01		
	2,75	—1,62	74	2,94	—0,56	1,86		
	3,75	—1,54	112	2,86	—0,05	1,54		
	4,75	—1,44	167	2,77	+0,44	0,76		
	5,75	—1,27	245	2,63	0,87	0,05		
0,025	0,75	—2,58	46	3,71	—0,98	0,98	2,092	0,386
	1,75	—2,53	71	3,68	—0,42	1,60		
	2,75	—2,45	107	3,65	+0,14	1,46		
	3,75	—2,35	161	3,58	0,65	1,18		
	4,75	—2,20	236	3,48	1,12	0,75		
	5,75	—2,00	337	3,33	1,54	0,26		
	6,75	—1,74	464	3,07	1,84	—0,24		
0,075	1,75	—3,38	104	3,51	—0,60	1,08	2,518	—0,118
	2,75	—3,27	156	3,60	+0,07	0,77		
	3,75	—3,12	228	3,71	0,76	0,67		
	4,75	—2,92	326	3,78	1,40	0,33		
	5,75	—2,68	460	3,74	1,92	—0,04		
	6,75	—2,36	604	3,59	2,33	—0,40		
0,125	2,75	—4,05	221	3,15	—0,40	0,88	2,560	—0,319
	3,75	—3,86	317	3,22	0,24	0,61		
	4,75	—3,61	439	3,32	0,90	0,37		
	5,75	—3,30	589	3,57	1,71	0,06		
	6,75	—2,94	767	3,78	2,48	—0,54		
0,175	2,75	—4,79	307	2,97	—0,61	1,09	2,172	—0,216
	3,75	—4,55	426	3,03	0,02	0,46		
	4,75	—4,25	576	3,10	0,65	0,30		
	5,75	—3,90	755	3,20	1,30	0,17		
	6,75	—3,48	954	3,43	2,09	—0,43		
0,225	3,75	—5,18	559	2,85	—0,20	0,68	1,893	—0,052
	4,75	—4,84	736	2,96	0,47	0,34		
	5,75	—4,44	938	3,05	1,11	0,18		
	6,75	—3,98	1162	3,18	1,79	—0,18		
0,275	3,75	—5,78	718	2,61	—0,48	0,48	1,721	—0,159
	4,75	—5,38	916	2,78	0,24	0,18		
	5,75	—4,94	1143	2,93	0,95	—0,04		
	6,75	—4,44	1387	3,05	1,62	—0,23		

TABLEAU VII (suite)

E	λ	μ	r	φ	n	v_1	n_c	v_2
0,325	4,75	—5,88	1117	2,56	—0,02	0,36	1,566	—0,226
	5,75	—5,40	1365	2,77	0,75	—0,30		
	6,75	—4,88	1630	2,95	1,48	—0,25		
0,400	4,75	—6,56	1453	2,05	—0,59	0,07	1,274	—0,355
	5,75	—6,04	1727	2,45	0,37	0,15		
	6,75	—5,50	1997	2,73	1,21	—0,54		
0,500	4,75	—7,40	1962	1,37	—1,35	1,05	0,556	0,222
	5,75	—6,98	2169	1,72	—0,43	0,13		
	6,75	—6,53	2378	2,08	0,51	0,19		

$$\bar{v}_1 = 0,80$$

$$\bar{v}_2 = 0,39$$

Les résidus ne sont pas améliorés par cette deuxième approximation.

V. — DEUXIÈME CALCUL DE a , b , c

Ce nouveau calcul est fait d'après la méthode générale donnée dans la première partie.

Pour $\frac{\partial n}{\partial E} = 0$ c'est-à-dire pour un maximum des courbes $\lambda = Cte$ nous avons déterminé les valeurs de $\frac{\partial n}{\partial \lambda}$ en construisant par interpolation les courbes $E = Cte$ pour les valeurs de E correspondantes aux maxima des courbes $\lambda = Cte$. Ces valeurs de $\frac{\partial n}{\partial \lambda}$ sont déduites d'après un graphique. Nous avons :

λ	1,75	2,75	3,75	4,75	5,75
E	0,020	0,020	0,020	0,040	0,070
$\frac{\partial n}{\partial \lambda}$	0,70	0,35	0,04	0,00	0,07

Pour les points E, λ ainsi déterminés, nous avons $\frac{d\varphi}{d\mu} = \frac{\partial n}{\partial \lambda}$. On en déduit μ d'après le tableau I page 38 et ensuite les valeurs r et x .

TABLEAU VIII

$\frac{d\varphi}{d\mu}$	0,04	0,00	0,07
μ	2,94	2,90	2,97
r	219	339	555
x	1313	—	2163

Nous remarquons que la valeur x ne peut être déterminée pour $\frac{d\varphi}{d\mu} = 0$. Ceci montre que pour le couple E_1, λ_1 il ne peut y avoir en même temps un maximum pour la courbe $\lambda = \lambda_1$, et pour la courbe $E = E_1$. La valeur moyenne x est 1738. Nous voyons qu'il est difficile d'avoir des valeurs précises pour $\frac{\partial n}{\partial \lambda}$ et donc pour $\frac{d\varphi}{d\mu}$. En

effet, en supposant r assez bien déterminé nous constatons qu'une erreur de 0,01 sur $\frac{d\varphi}{d\mu}$ donne pour x une erreur supérieure à 200.

$$x = r \left(1 + \frac{1}{5 \frac{d\varphi}{d\mu}} \right)$$

$$\Delta x = - \frac{r}{5 \left(\frac{d\varphi}{d\mu} \right)^2} \Delta \left(\frac{d\varphi}{d\mu} \right)$$

D'autre part, on doit penser que μ n'est pas très bien déterminé par $\frac{d\varphi}{d\mu}$ et c'est pour cette raison que nous avons laissé de côté les valeurs $\frac{\partial n}{\partial \lambda} = 0,70$ et $\frac{\partial n}{\partial \lambda} = 0,35$. D'après le tableau VII, nous pouvons donc écrire les équations suivantes :

$$x = 2,17 \frac{b'}{a} = 1738$$

$$0,020 = 219 a - 2,94 b' + c$$

$$0,040 = 339 a - 2,90 b' + c$$

$$0,070 = 555 a - 2,97 b' + c$$

d'où

$$a = 0,000.16$$

$$b' = 0,128$$

$$c = 0,360$$

La valeur a est en accord avec les calculs précédents : effet d'absorption seul ou effet simultané. Il n'en est pas de même pour b' pour laquelle on trouve tantôt une valeur positive, tantôt une valeur négative. Il est donc inutile de pousser plus loin les calculs pour déterminer les corrections de a , b' , c . Nous nous contentons de calculer n et v en partant des valeurs ci-dessus. Avec une valeur positive de b , nous ne sommes pas sûr de pouvoir trouver une valeur unique, ni même réelle de μ , pour chaque couple E, λ , comme l'on peut s'en rendre compte.

TABLEAU IX

E	—0,075	—0,025	0,025	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,400	0,500
$\frac{E - c}{a}$	— 2724	—2411	—2098	—1785	—1472	—1159	—845	—532	—219	+250	+877

TABLEAU X

E	λ	μ	φ	r	—K	v_1	n	n_0	n_c	v_2
—0,075	1,75	—3,54	3,39	114	1,229	—0,498	0,50	0,792	0,699	0,093
	2,75	—3,64	3,34	190	1,800	+0,073	—0,07			
	3,75	—3,81	3,24	325	2,340	0,613	—0,61			
	4,75	—4,16	3,12	606	2,411	0,684	—0,17			
—0,025	0,75	—3,08	3,73	58	0,478	—1,249	1,73	1,936	2,669	—0,733
	1,75	—3,13	3,69	94	0,621	—1,106	2,01			
	2,75	—3,21	3,64	156	0,790	—0,937	2,24			
	3,75	—3,34	3,53	262	1,120	—0,607	2,10			
	4,75	—3,59	3,37	465	1,911	+0,184	1,02			
	5,75	—4,27	3,09	1009	2,757	1,030	—0,11			
0,025	0,75	—2,68	3,74	48	0,962	—0,765	0,77	2,478	3,123	—0,645
	1,75	—2,72	3,75	78	0,404	—1,323	2,50			
	2,75	—2,78	3,77	128	0,611	—1,116	2,72			
	3,75	—2,88	3,78	212	1,013	—0,714	2,54			
	4,75	—3,08	3,73	385	1,584	—0,143	2,01			
	5,75	—3,51	3,41	711	2,045	+0,318	1,48			

TABLEAU X (suite)

E	λ	μ	φ	r	$-K$	v_1	n	n_0	n_e	v_2
0,075	1,75	—2,31	3,56	65	0,909	—0,818	1,30	2,400	2,326	0,074
	2,75	—2,36	3,59	105	1,182	—0,545	1,39			
	3,75	—2,44	3,64	173	1,264	—0,463	1,89			
	4,75	—2,59	3,72	294	1,676	—0,051	1,78			
	5,75	—2,90	3,78	537	2,272	+0,545	1,33			
	6,75	(—3,97)	3,18	1394	2,765	1,038	0,89			
0,125	2,75	—1,95	3,29	87	1,245	—0,482	0,96	2,241	1,790	0,451
	3,75	—2,02	3,34	142	1,542	—0,185	1,03			
	4,75	—2,14	3,44	238	1,844	+0,117	1,15			
	5,75	—2,36	3,59	418	2,151	0,424	1,35			
	6,75	(—2,90)	3,78	851	2,942	1,215	0,73			
0,175	2,75	—1,54	2,86	72	0,811	—0,916	1,40	1,956	1,761	0,195
	3,75	—1,59	2,91	117	1,473	—0,254	0,73			
	4,75	—1,69	3,02	194	1,727	+0,000	0,95			
	5,75	—1,86	3,20	333	2,029	+0,302	1,17			
	6,75	—2,23	3,50	625	2,843	+1,116	0,54			
0,225	3,75	—1,18	2,59	96	1,142	—0,579	1,06	1,841	1,726	0,115
	4,75	—1,26	2,63	158	1,475	—0,252	1,06			
	5,75	—1,39	2,72	268	1,713	—0,014	1,30			
	6,75	—1,66	2,98	480	2,323	+0,596	1,01			
0,275	3,75	—0,76	2,31	79	1,340	—0,387	0,39	1,562	1,382	0,180
	4,75	—0,83	2,35	130	1,579	—0,148	0,57			
	5,75	—0,93	2,42	217	1,780	+0,053	0,86			
	6,75	—1,14	2,56	379	2,083	+0,356	1,03			
0,325	4,75	—0,41	2,15	108	1,446	—0,281	0,62	1,340	1,215	0,125
	5,75	—0,49	2,19	177	2,000	+0,273	0,18			
	6,75	—0,65	2,26	302	1,925	+0,198	1,03			
0,400	4,75	+0,21	1,86	81	2,014	+0,287	—0,81	0,919	0,813	0,106
	5,55	+0,15	1,88	132	1,605	—0,122	0,64			
	6,75	+0,04	1,93	220	2,127	+0,400	0,27			
0,500	4,75	+1,03	1,42	55	1,345	—0,382	0,08	0,778	0,875	—0,097
	5,75	+0,98	1,45	92	1,985	+0,258	—0,56			
	6,75	+0,91	1,50	147	1,649	—0,078	0,78			

La quantité K a été calculée par la formule

$$K = n_0 - \varphi - 0,6 \lambda + \log (x - r)$$

La moyenne pondérée donne $\bar{K} = -1,727$

le résidu v_1 est alors :

$$v_1 = K - \bar{K}$$

Les valeurs de μ entre parenthèses (tableau X) pour $E = 0,075$ et $E = 0,125$ sont des valeurs douteuses puisqu'il y avait deux valeurs de μ possibles.

D'autre part, on n'a pu, pour la même raison, déterminer la valeur de μ pour $E = 0,025$, $\lambda = 6,75$.

Finalement, nous avons :

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= 0,64 \\ \bar{v}_2 &= 0,47 \end{aligned}$$

Notre calcul ne peut donc décider le choix entre les deux résultats $b > 0$ ou $b < 0$.

CHAPITRE IV

ÉTOILES A - EFFET D'ABSORPTION

§ I. — FONCTION φ

Nous avons choisi pour les étoiles A les sous-classes A0 à A5. Ce sont encore les répartitions de magnitudes absolues de Strömberg que nous utilisons. Pour grouper les différents sous-types nous avons tenu compte comme pour les étoiles B du nombre total d'étoiles de chaque sous-type.

TABLEAU I

M	φ	$\frac{d\varphi}{dM}$	M	φ	$\frac{d\varphi}{dM}$
—1,9			1,1	2,352	—0,28
7			3	283	—0,39
5	0,000		5	200	—0,51
3	301	1,19	7	080	—0,65
1	477	1,00	9	1,940	—0,78
—0,9	0,699	1,07	2,1	1,770	—1,10
7	903	0,95	3	1,500	—1,56
5	1,079	1,15	5	1,146	—1,64
3	362	1,89	7	0,845	—1,12
1	839	1,98	9	0,700	—0,80
+0,1	2,115	1,13	3,1	0,525	—0,80
3	288	0,55	3	0,380	—0,72
5	371	0,29	5	0,240	—0,70
7	401	0,06	7	0,100	—0,85
9	393	—0,12	9	—0,100	—1,00

La répartition des magnitudes absolues a été établie aussi pour le type A par Malmsquist ⁽¹⁾ et par Van Rhijn et Schawassmann ⁽²⁾. La comparaison avec celle de Strömberg est satisfaisante.

§ II. — STATISTIQUE

Pour l'étude des étoiles de type A, nous avons choisi le catalogue d'indices de couleur de Y. Öhman ⁽³⁾. Nous avons pris la classification spectrale d'Harvard, car c'est aussi sur cette classification qu'est basée la répartition des magnitudes apparentes de Shapley et Miss Cannon. L'équivalent de couleur adopté par Öhman est la différence de magnitude entre les longueurs d'onde 3912 et 4415 Å. Afin d'avoir un nombre d'étoiles plus grand, nous avons groupé les sous-types A0 A2 A3 A5.

(1) *Medd. Lunds*, N° 32, 1924.

(2) *Z. f. Astroph.* 10, p. 161, 1935.

(3) *Medd. Upsala*, 1930. N° 48.

Nous avons calculé la couleur moyenne de chacun de ces sous-types et nous avons corrigé les couleurs des étoiles A2 A3 et A5 pour avoir des nombres équivalents à un excès de couleur.

Dans l'échelle adoptée par Ohman, nous avons :

type spectral	A0	A2 A3	A5
couleur moyenne	0,23	0,34	0,43
correction	0,00	— 0,10	— 0,20

Nous avons corrigé la répartition par magnitude apparente pour la rendre proportionnelle à la répartition d'ensemble des étoiles, comme nous l'avons fait pour les étoiles B.

Nous n'avons pas à faire un choix d'étoiles d'après la latitude galactique, les étoiles de type A étant en moyenne plus proches que celles du type B.

Comme précédemment, chaque case du tableau II donne le nombre réel d'étoiles, le nombre corrigé et le log. de ce dernier. Les figures 7 et 8 donnent les variations de la fonction n pour $m = Cte$ et $E = Cte$.

TABLEAU II

m	5,75	6,75	7,75	8,75
E 0,075		2 2 0,301	4 5,5 0,740	7 14 1,146
0,125	3 4,5 0,653	12 12 1,079	21 27 1,431	15 30 1,477
0,175	4 6 0,778	17 19 1,279	33 41 1,613	33 66 1,820
0,225	2 3 0,477	13 14 1,146	28 35,5 1,550	45 90 1,954
0,275	1 1,5 0,176	5 5 0,699	23 29 1,462	46 92 1,964
0,325	1 1,5 0,176	2 2 0,301	17 22 1,342	34 68 1,833
0,375	1 1,5 0,176	3 3 0,477	7 10 1,000	19 38 1,580

Cette statistique est basée sur l'observation de 398 étoiles qui se répartissent de la façon suivante :

Sp.	A0	A2-A3	A5	Total
Nombre d'étoiles	212	144	42	398

Ces étoiles sont situées entre 65° et 70° de déclinaison.

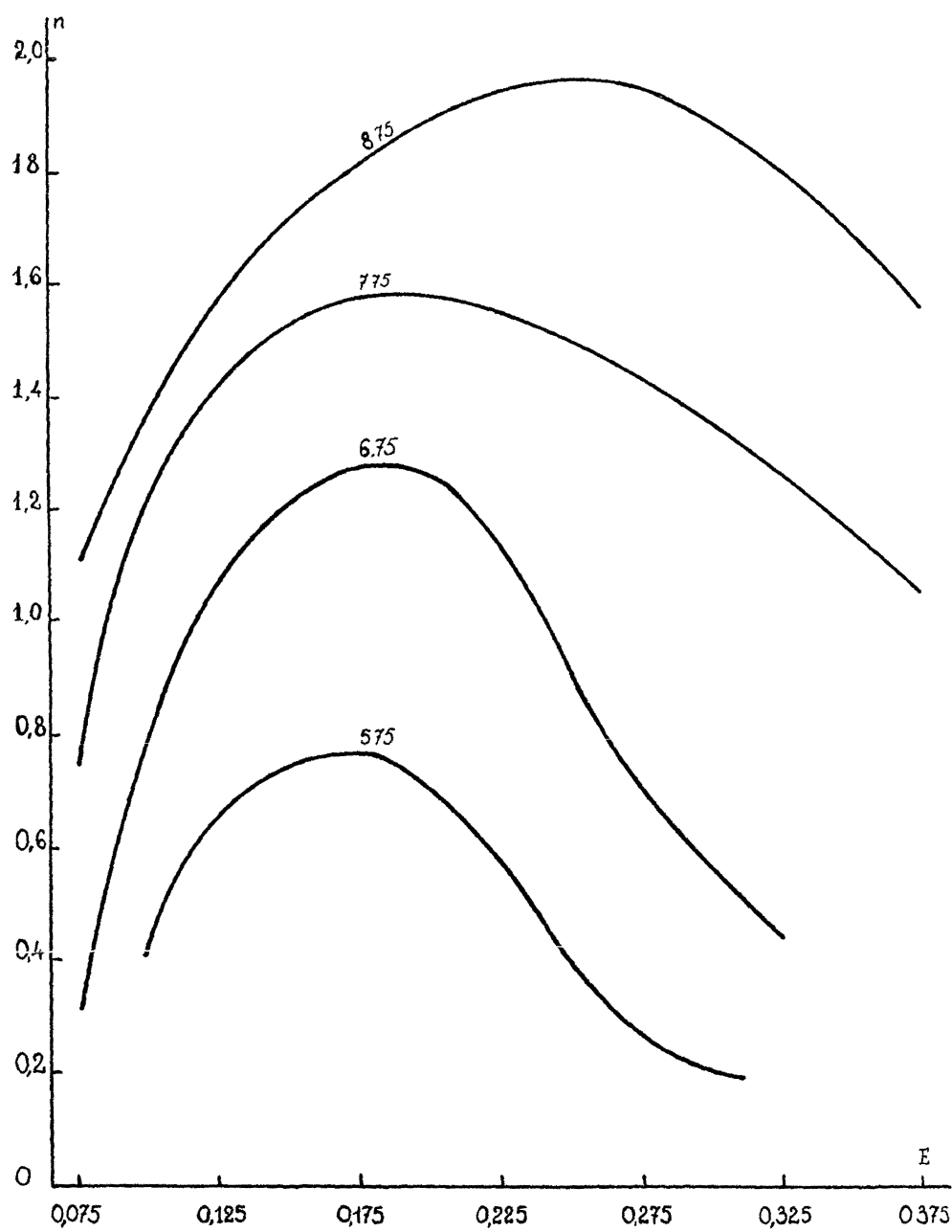


FIG. 8. — Étoiles A (Öhman). Courbes $m_{\lambda}^2 = \text{Cle.}$

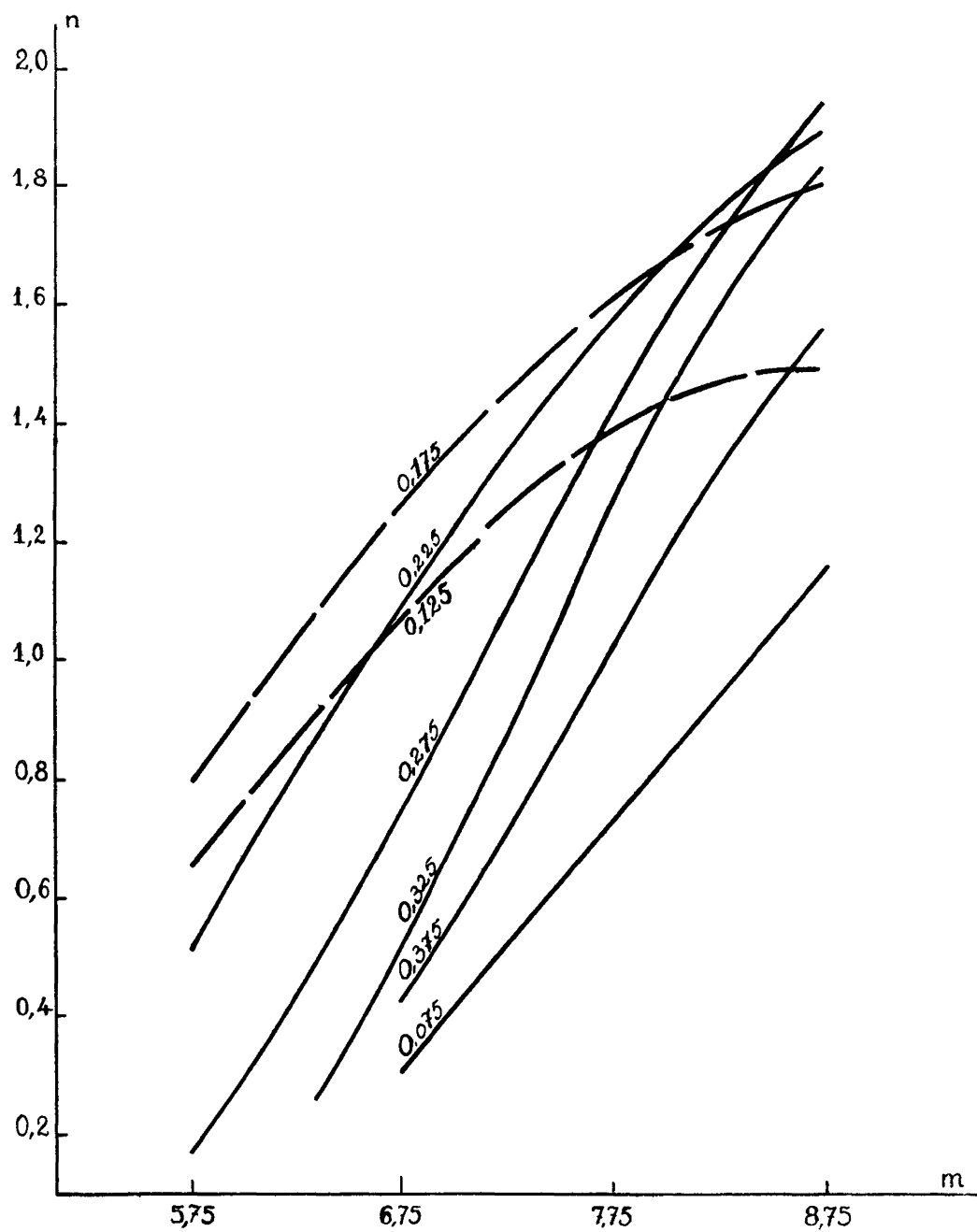


FIG. 9. — Étoiles A (Ohman) Courbes $E = Cte$

§ III. — CALCUL DE α et E_0 .

Pour $\frac{\partial n}{\partial E} = 0$ on a $\frac{d\varphi}{dM} = -0,20$.

D'après le tableau I on en déduit $M' = 1,0$.

Les maxima des courbes $m = Cte$ sont définis par les valeurs suivantes :

m	6,75	7,75	8,75
E	0,175	0,175	0,275

Pour ces maxima on a aussi

$$\log r = \frac{m + 4}{5}.$$

Dans le calcul de $\log r$ il faut corriger cette dernière valeur de l'absorption :

m	6,75	7,75	8,75
Correction d'absorption	0,010	0,015	0,023
$\log r$	2,140	2,335	2,527
r	138,0	216,3	336,5

On a les équations :

$$\begin{aligned} 138,0 &= \alpha (0,175 - E_0) \\ 216,3 &= \alpha (0,175 - E_0) \\ 336,5 &= \alpha (0,275 - E_0) \\ \alpha &= 1594 \\ E_0 &= 0,050 \end{aligned}$$

TABLEAU III

E	m	M	φ	$\frac{d\varphi}{dM}$	B_2	B_3	B_4	p
0,075	6,75	3,75	0,050	-0,89	3,43	-135,1	-0,535	2
0,125	5,75	0,35	2,309	0,48	-3,41	47,9	0,295	3
	6,75	1,35	2,262	-0,42	1,08	-12,1	0,422	12
	7,75	2,35	1,412	-1,58	6,88	-89,5	-0,180	21
	8,75	3,35	0,345	-0,71	2,53	-31,4	-0,693	15
0,175	5,75	-0,75	0,852	0,98	-5,91	49,7	-1,509	4
	6,75	0,25	2,255	0,70	-4,51	38,5	-0,007	17
	7,75	1,25	2,300	-0,37	0,83	-4,3	0,304	33
	8,75	2,25	1,570	-1,45	6,23	-47,4	-0,033	33
0,225	5,75	-1,48	0,030	1,50	-8,51	51,1	-2,176	2
	6,75	-0,48	1,107	1,18	-6,91	41,9	-1,172	13
	7,75	0,52	2,374	0,27	-2,36	15,9	0,295	28
	8,75	1,52	2,188	-0,56	1,78	-7,7	0,305	45
0,275	6,75	-1,02	0,556	1,03	-6,16	29,9	-1,381	5
	7,75	-0,02	1,965	1,66	-9,31	43,9	-0,135	23
	8,75	0,98	2,377	-0,18	0,11	2,9	0,375	46
0,325	6,75	-1,45	0,075	1,50	-8,51	33,4	-1,551	2
	7,75	-0,45	1,150	1,28	-7,41	29,4	-0,917	17
	8,75	0,55	2,379	0,22	-2,11	10,2	0,421	34
0,375	7,75	-0,82	0,781	1,04	-6,21	21,6	-1,017	7
	8,75	0,18	2,184	0,90	-5,51	19,4	0,430	19

X₁ est éliminé par la relation :

$$X_1 + 0,014 X_2 - 2,535 X_3 + 5,936 = 0$$

$$X_1 = -5,960$$

$$X_2 = -0,10550$$

$$X_3 = -0,010$$

$$\alpha = 1250$$

$$E_0 = 0,027$$

TABLEAU IV

E	m	M	φ	n	v ₁	n ₀	n _c	v ₂	ε
0,075	6,75	2,86	0,729	0,138	0,163	0,875	0,355	0,520	0,03
	7,75	3,86	-0,060	-0,051	0,801				
0,125	5,75	0,30	2,288	0,787	-0,134	1,866	1,706	0,160	0,01
	6,75	1,30	2,283	1,382	-0,303				
	7,75	2,30	1,500	1,199	0,232				
	8,75	3,30	0,380	0,679	0,798				
0,175	5,75	-0,58	1,009	-0,671	1,449	2,121	2,002	0,119	0,01
	6,75	0,42	2,338	1,258	0,021				
	7,75	1,42	2,233	1,753	-0,140				
	8,75	2,42	1,288	1,408	0,412				
0,225	5,75	-1,22	0,371	-1,436	1,913	2,154	2,224	-0,070	0,01
	6,75	-0,22	1,553	0,346	0,800				
	7,75	0,78	2,399	1,792	-0,242				
	8,75	1,78	2,022	2,015	-0,061				
0,275	6,75	-0,70	0,903	-0,401	1,100	2,100	2,278	-0,178	0,06
	7,75	0,30	2,288	1,584	-0,122				
	8,75	1,30	2,283	2,179	-0,215				
0,325	6,75	-1,10	0,477	-0,907	1,208	1,964	2,239	-0,275	0,05
	7,75	-0,10	1,839	1,055	0,287				
	8,75	0,90	2,393	2,209	-0,376				
0,375	6,75	-1,50	0,000	-1,452	1,929	1,708	2,125	-0,417	0,04
	7,75	-0,50	1,079	0,227	0,773				
	8,75	0,50	2,371	2,119	-0,539				

Valeur moyenne des résidus $\bar{v}_1 = 0,46$

$$\bar{v}_2 = 0,20$$

$$\bar{\epsilon} = 0,04$$

Pour le calcul de ε la fonction n_c a été mise sous la forme suivante :

$$n_c = -44,45 E^2 + 24,75 E + Cte$$

§ IV. — DEUXIÈME MÉTHODE

Nous effectuons un deuxième calcul par la deuxième méthode indiquée dans la première partie, nous évitons ainsi de nous servir des valeurs approchées, qui, dans le cas présent, risquent d'être mal déterminées. La fonction φ n'est pas mise sous forme parabolique, mais les quantités M et r sont calculées à l'aide d'une table donnant n₂ — n₁ en fonction de M. On a ainsi M et r pour tous les couples des valeurs E et m. Ces valeurs de M et r sont données dans le tableau suivant :

TABLEAU V

E	<i>m</i>	5,75	6,75	7,75	8,75
0,075	M <i>r</i>		2,54 68	2,46 110	2,36 178
0,125	M <i>r</i>	1,63 65	1,80 95	1,76 150	2,19 192
0,175	M <i>r</i>	1,00 86	1,00 134	1,00 209	1,68 241
0,225	M <i>r</i>	0,23 121	0,45 171	0,61 248	1,16 302
0,275	M <i>r</i>	—0,01 135	0,00 209	0,42 270	1,00 323
0,325	M <i>r</i>	—0,01 135	—0,19 226	0,25 290	0,45 405
0,375	M <i>r</i>	—0,01 135	—0,12 220	—0,01 325	0,15 457

Les valeurs de *r* sont corrigées de l'absorption.

En prenant les valeurs moyennes pondérées pour *r*, nous avons :

E	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,375
<i>r</i>	140	144	201	261	297	357	392
Poids	13	51	87	88	75	54	30

Nous en déduisons :

$$\alpha = 986$$

$$E_0 = -0,032$$

Nous calculons ensuite *n*, *v*₁, et K.

TABLEAU VI

E	<i>m</i>	log <i>r</i>	M	φ	<i>n</i> —K	—K
0,075	6,75 7 8	2,023	1,64 2,64 3,64	2,116 0,936 0,142	5,144 4,564 4,370	4,843 3,824 3,224
0,125	5,75 6 7 8	2,190	—0,20 +0,80 1,80 2,80	1,600 2,397 2,010 0,772	3,860 5,257 5,470 4,832	3,207 4,178 4,039 3,355
0,175	5,75 6 7 8	2,310	—0,80 +0,20 1,20 2,20	0,800 2,201 2,318 1,635	2,940 4,941 5,658 5,575	2,162 3,661 4,045 3,755
0,225	5,75 6 7 8	2,404	—1,27 —0,27 +0,73 1,73	0,327 1,433 2,400 2,059	2,373 4,079 5,646 5,905	1,896 2,933 4,096 3,951

TABLEAU VI (*suite*)

E	<i>m</i>	log <i>r</i>	M	φ	<i>n</i> —K	— K
0,275	6,75	2,481	—0,65	0,947	3,517	2,818
	7		+0,35	2,309	5,479	4,017
	8		1,35	2,262	6,032	4,068
0,325	6,75	2,547	—0,98	0,609	3,113	2,812
	7		+0,02	2,005	5,109	3,767
	8		1,02	2,368	6,072	4,239
0,375	6,75	2,604	—1,27	0,327	2,773	2,296
	7		—0,27	1,433	4,479	3,479
	8		+0,73	2,400	6,046	4,466

$$\overline{K} = -3,870$$

$$\bar{v}_1 = 0,44$$

v_1 est donné par le tableau précédent, on a en effet :

$$v = K - \overline{K}.$$

CHAPITRE V

ÉTUDE DE L'EFFET DE MAGNITUDE ABSOLUE POUR LES ÉTOILES DE TYPE A

§ I. — DÉTERMINATION DE LA FONCTION φ

Nous procédons comme dans les chapitres précédents. La quantité μ est définie de la façon suivante d'après les valeurs moyennes de M déduites des répartitions de Stromberg.

$$\begin{array}{ll} \text{A0} & M = \mu \\ \text{A2-A5} & M = \mu + 0,6 \end{array}$$

TABLEAU I

μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$
—1,5	0,000		1,0	2,328	—0,47
4	0,151	1,51	1	2,281	—0,55
3	0,301	1,20	2	2,218	—0,63
2	0,389	0,88	3	2,155	—0,88
1	0,477	1,20	4	2,042	—1,13
—1,0	0,628	1,51	1,5	1,929	—1,26
0,9	0,778	2,01	6	1,791	—1,38
8	1,029	2,51	7	1,653	—1,25
7	1,279	2,22	8	1,542	—1,11
6	1,471	1,92	9	1,431	—1,20
—0,5	1,663	1,70	2,0	1,304	—1,28
4	1,811	1,48	1	1,176	—1,33
3	1,959	1,38	2	1,040	—1,37
2	2,087	1,28	3	0,903	—1,19
1	2,215	1,01	4	0,801	—1,02
+0,0	2,290	0,75	2,5	0,699	—0,93
1	2,365	0,46	6	0,588	—0,83
2	2,383	0,18	7	0,533	—0,86
3	2,401	0,12	8	0,477	—0,88
4	2,407	0,06	9	0,358	—1,04
+0,5	2,412	0,01	3,0	0,239	—1,19
6	2,410	—0,03	1	0,119	—1,19
7	2,407	—0,10	2	0,000	—1,19
8	2,391	—0,16	3	0,119	
9	2,375	—0,31			

§ II

Premier cas : E est une fonction croissante de μ ($\beta > 0$).

1 — Calcul de β et E_0

Pour $\frac{d\varphi}{d\mu} = 0$, on a $\mu_2 = 0,50$ (tableau I).

Maximum des courbes $m = Me$.

	m	6,75	7,75	8,75
	E	0,175	0,200	0,250

Valeur moyenne E_2 de E $E_2 = 0,208$
 $\varphi_2 = 2,412$

Choisissons $\mu_1 = 0,10$ d'où l'on a $\varphi_1 = 2,215$
 $n_2 - n_1 = \varphi_2 - \varphi_1 = 0,197$

Calcul de n_1 et E_1

m	6,75	7,75	8,75
n_2	1,279	1,613	1,964
n_1	1,082	1,416	1,767
E_1	0,125	0,122	0,170

$$\bar{E}_1 = 0,139$$

On a les deux équations

$$\begin{aligned} 0,50 &= \beta (0,208 - E_0) \\ -0,10 &= \beta (0,139 - E_0) \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} \beta &= 8,70 \\ E_0 &= 0,15 \end{aligned}$$

TABLEAU II

E	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	B_2	B_3	B_4	p
0,075	—0,65	1,375	2,07	—1,61	—2,18	—0,069	13
0,125	—0,22	2,061	1,30	0,82	—1,41	—0,114	51
0,175	0,22	2,387	0,17	1,57	—0,28	0,000	87
0,225	0,65	2,409	—0,06	1,39	—0,05	0,112	88
0,275	1,09	2,286	—0,55	0,10	0,44	0,196	75
0,325	1,52	1,901	—1,28	—2,99	1,17	—0,027	54
0,375	1,96	1,355	—1,26	—4,20	1,15	—0,468	30

Élimination de X_1 par la relation

$$\begin{aligned} X_1 - 0,482 X_2 + 0,114 X_3 + 5,365 &= 0 \\ X_1 &= -5,391 \\ X_2 &= -0,076 \\ X_3 &= -0,093 \\ \beta &= 7,303 \\ E_0 &= 0,139 \end{aligned}$$

2. — Calcul des résidus.

TABLEAU III

E	m	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	n	v_1	n_0	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,075	6,75 7,75 8,75	—0,47	1,707	1,63	0,366 0,966 1,566	—0,065 —0,226 —0,420	1,332	1,685	—0,353	0,03
0,125	5,75 6,75 7,75 8,75	—0,10	2,215	1,01	0,274 0,874 1,474 2,074	0,379 0,205 —0,043 —0,597	1,866	2,198	—0,332	0,04

TABLEAU III (suite)

E	m	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	n	v_1	n_0	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,175	5,75	0,26	2,394	0,14	0,453	0,325	2,121	2,377	— 0,256	0,08
	6,75				1,053	0,226				
	7,75				1,653	—0,040				
	8,75				2,253	—0,433				
0,225	5,75	0,63	2,409	—0,05	0,468	0,009	2,154	2,392	— 0,238	0,09
	6,75				1,068	0,078				
	7,75				1,668	—0,118				
	8,75				2,268	—0,314				
0,275	5,75	0,99	2,323	—0,45	0,382	—0,206	2,106	2,306	—0,200	0,05
	6,75				0,982	—0,283				
	7,75				1,582	—0,120				
	8,75				2,182	—0,218				
0,325	5,75	1,36	2,087	—1,03	0,146	0,030	1,971	2,070	—0,099	0,01
	6,75				0,746	—0,445				
	7,75				1,346	—0,004				
	8,75				1,946	—0,113				
0,375	5,75	1,72	1,631	—1,22	—0,310	0,486	1,720	1,614	+0,106	0,01
	6,75				0,290	0,187				
	7,75				0,890	0,110				
	8,75				1,490	0,090				

Valeurs moyennes

$$\begin{aligned}\bar{v}_1 &= 0,25 \\ \bar{v}_2 &= 0,23 \\ \bar{\epsilon} &= 0,06\end{aligned}$$

Pour calculer ϵ nous employons la formule de la p 19

$$v = \epsilon \beta \frac{d\varphi}{d\mu} + \frac{\epsilon^2}{2} \beta^2 \frac{d^2\varphi}{d\mu^2}.$$

La quantité $\frac{d\varphi}{d\mu}$ est donnée par le tableau I ou le tableau III.

Pour $\frac{d^2\varphi}{d\mu^2}$ nous prenons la valeur — 0,882 en donnant à φ une forme parabolique. Nous avons alors :

$$v_2 = 7,303 \frac{d\varphi}{d\mu} \epsilon - 23,520 \epsilon^2.$$

3. — Deuxième méthode de calcul.

Nous reprenons le calcul d'après le n° 6 de la première partie, p. 20, c'est-à-dire que nous considérons seulement la répartition par excès de couleur. Seule, la quantité A_4 (ou B_4) est changée ; on a en effet :

$$A_4 = \varphi - n$$

TABLEAU IV

E	N	n_0	A_4	B_4	p
0,075	21,5	1,332	0,043	—0,095	13
0,125	73,5	1,866	0,195	0,057	51
0,175	132,5	2,121	0,266	0,128	87
0,225	142,5	2,154	0,255	0,117	88
0,275	127,5	2,106	0,180	0,042	75
0,325	93,5	1,971	—0,070	—0,208	54
0,375	52,5	1,720	—0,365	—0,503	30

X_1 est éliminé par la relation :

$$X_1 - 0,482 X_2 + 0,114 X_3 + 0,138 = 0$$

$$\begin{aligned} X_1 &= -0,164 \\ X_2 &= -0,093 \\ X_3 &= -0,006 \\ \beta &= 7,028 \\ E_0 &= 0,149 \end{aligned}$$

Calcul des résidus :

TABLEAU V

E	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,075	-0,52	1,625	1,74	1,461	-0,129	0,01
0,125	-0,17	2,125	1,20	1,961	-0,095	0,01
0,175	0,18	2,379	0,24	2,215	-0,094	0,04
0,225	0,53	2,412	0,00	2,248	-0,094	0,07
0,275	0,89	2,377	-0,29	2,213	-0,107	0,04
0,325	1,24	2,193	-0,73	2,029	-0,058	0,01
0,375	1,59	1,805	-1,37	1,641	+0,079	0,01

Valeur moyenne :

$$\begin{aligned} \bar{v}_2 &= 0,09 \\ \bar{\epsilon} &= 0,04 \end{aligned}$$

Les valeurs ϵ ont été calculées comme précédemment.

Nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi}{d\mu^2} &= -0,882 \\ v_2 &= 7,028 \frac{d\varphi}{d\mu} \epsilon - 21,782 \epsilon^2 \end{aligned}$$

§ III

Deuxième cas : E est une fonction décroissante de μ ($\beta < 0$).

1. — Calcul de β et E_0 .

Nous avons, comme à la page 69 :

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 0,197$$

Calcul de n_1 et E_1 :

m	6,75	7,75	8,75
n_2	1,279	1,613	1,964
n_1	1,082	1,416	1,767
E_1	0,235	0,295	0,340

$$\bar{E}_1 = 0,290$$

On a les deux équations :

$$\begin{aligned} 0,50 &= \beta (0,208 - E_0) \\ -0,10 &= \beta (0,290 - E_0) \\ \beta &= -7,317 \\ E_0 &= +0,276 \end{aligned}$$

TABLEAU VI

E	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	B_2	B_3	B_4	p
0,075	1,46	1,974	-1,21	-3,25	1,61	0,495	13
0,125	1,10	2,281	-0,55	-0,58	0,95	0,071	51
0,175	0,73	2,402	-0,12	0,61	0,52	-0,021	87
0,225	0,37	2,405	0,08	0,89	0,32	0,075	88
0,275	0,00	2,290	0,75	0,82	-0,35	0,165	75
0,325	-0,37	1,855	1,45	-0,42	-1,05	-0,108	54
0,375	-0,75	1,154	2,37	-3,27	-1,97	-0,704	30

Élimination de X_1 par la relation :

$$X_1 + 0,184 X_2 - 0,398 X_3 + 5,400 = 0$$

$$X_1 = - 5,455$$

$$X_2 = - 0,060$$

$$X_3 = - 0,166$$

$$\beta = - 6,379$$

$$E_0 = 0,300$$

2. — **Calcul de n_1 v_1 ϵ .**

TABLEAU VII

E	m	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	n	v_1	n_0	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,075	6,75	1,44	1,997	—1,18	0,592	—0,291	1,332	1,911	—0,579	0,07
	7,75				1,192	—0,452				
	8,75				1,792	—0,646				
0,125	5,75	1,12	2,268	—0,57	0,263	0,390	1,866	2,187	—0,321	0,07
	6,75				0,863	0,216				
	7,75				1,463	—0,032				
0,175	5,75	0,80	2,391	—0,16	0,386	0,392	2,121	2,300	—0,179	0,08
	6,75				0,986	0,293				
	7,75				1,586	0,027				
0,225	5,75	0,48	2,411	0,02	0,406	0,071	2,154	2,330	—0,176	0,09
	6,75				1,006	0,140				
	7,75				1,606	—0,056				
0,275	5,75	0,16	2,376	0,29	0,371	—0,195	2,106	2,295	—0,189	0,06
	6,75				0,971	—0,272				
	7,75				1,571	—0,109				
0,325	5,75	—0,16	2,138	1,17	0,133	0,043	1,971	2,057	—0,086	0,01
	6,75				0,733	—0,432				
	7,75				1,333	0,009				
0,375	5,75	—0,48	1,693	1,66	0,133	—0,100	1,720	1,612	+0,108	0,01
	6,75				0,288	0,189				
	7,75				0,888	0,112				
	8,75				1,488	0,092				

Valeurs moyennes :

$$\bar{v}_1 = 0,24$$

$$\bar{v}_2 = 0,21$$

$$\bar{\epsilon} = 0,07$$

Ces valeurs ϵ sont calculées par la formule :

$$v_2 = - 6,379 \frac{d\varphi}{d\mu} \epsilon - 17,945 \epsilon^2$$

3. — Reprise des calculs avec la seule répartition par excès de couleur.

TABLEAU VIII

E	n	φ	A ₄	B ₄	p
0,075	1,332	1,974	0,642	0,475	13
0,125	1,866	2,281	0,415	0,248	51
0,175	2,121	2,402	0,281	0,114	87
0,225	2,154	2,405	0,251	0,084	88
0,275	2,106	2,290	0,184	0,017	75
0,325	1,971	1,855	—0,116	—0,283	54
0,375	1,720	1,154	—0,566	—0,733	30

X₁ est éliminé par la relation :

$$X_1 + 0,184 X_2 - 0,398 X_3 + 0,167 = 0$$

$$X_1 = - 0,172$$

$$X_2 = - 0,035$$

$$X_3 = - 0,279$$

$$\beta = - 6,753$$

$$E_0 = 0,315$$

TABLEAU IX

E	μ	φ	$\frac{d}{d\mu}$	n	v ₂	ε
0,075	1,62	1,763	—1,35	1,591	—0,259	0,03
0,125	1,28	2,168	—0,83	1,996	—0,130	2
0,175	0,95	2,352	—0,39	2,180	—0,059	2
0,225	0,61	2,410	—0,04	2,238	—0,084	6
0,275	0,27	2,396	0,14	2,224	—0,118	6
0,325	—0,07	2,238	0,92	2,066	—0,095	1
0,375	—0,41	1,796	1,50	1,624	+0,096	1

$$\bar{v}_2 = 0,11$$

$$\bar{\epsilon} = 0,04$$

La quantité ε est calculée par la formule :

$$v_2 = - 6,753 \frac{d\varphi}{d\mu} \epsilon - 20,111 \epsilon^2$$

CHAPITRE VI

DEUXIÈME ÉTUDE DES ÉTOILES DE TYPE A

§ I. — STATISTIQUE

Il n'est pas sans intérêt de faire un calcul analogue à celui des deux chapitres précédents en utilisant un autre catalogue d'indice de couleur. C'est ce que nous faisons avec le catalogue de F. Becker et A. Kohlschütter ⁽¹⁾. Les types spectraux sont encore A0 à A5. La définition de l'indice de couleur est quelque peu différente de celle d'Ohman, elle résulte en effet de la mesure des intensités des longueurs d'onde 4045 et 4430 Å. La classification spectrale est celle d'Harvard. Les indices de couleur des sous-types A2, A3, A5 ont été ramenés aux excès de couleurs par les corrections suivantes :

Type spectral	A0	A2 A3	A5
Indice de couleur	0,20	0,285	0,30
Correction	0,00	—0,10	—0,10

La répartition des étoiles par E et *m* est donnée par le tableau I et les figures 9 et 10. On a effectué comme plus haut les corrections de la répartition des magnitudes apparentes.

TABLEAU I

<i>m</i>	5,75	6,75	7,75	8,75
E		9	20	10
0,075		5,5	15,5	31,5
		0,740	1,190	1,498
0,125	7	10	35	24
	1,5	6,5	28	79,5
	0,176	0,813	1,447	1,900
0,175		18	46	31
		11,5	37	91,5
		1,060	1,568	1,961
0,225	7	18	37	32
	5	10,5	31	102,5
	0,699	1,021	1,491	2,011
0,275	5	16	25	9
	4,5	9,5	20	28
	0,653	0,978	1,301	1,447
0,325	1	9	11	5
	0,5	5,5	9	16
	—0,301	0,740	0,954	1,204
0,375	1	1	7	3
	0,5	0,5	6	10
	—0,301	—0,301	0,778	1,000

(1) *Veröffentlichungen der Universitäts-Sternwarte zu Bonn*, N° 27, 1933.

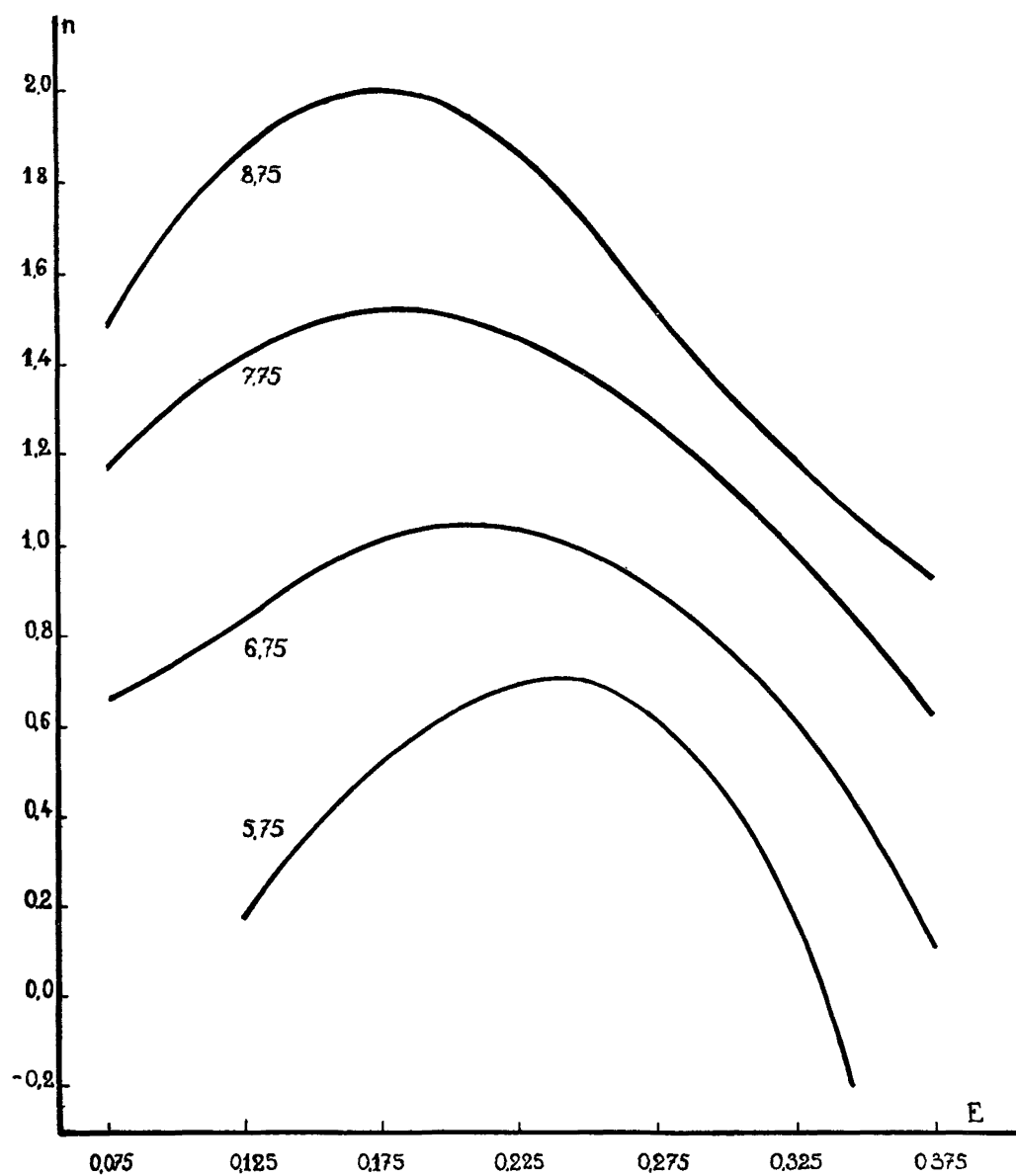


FIG. 10. — Étoiles A (Becker et Kohlschütter). Courbes $m = Cte$.

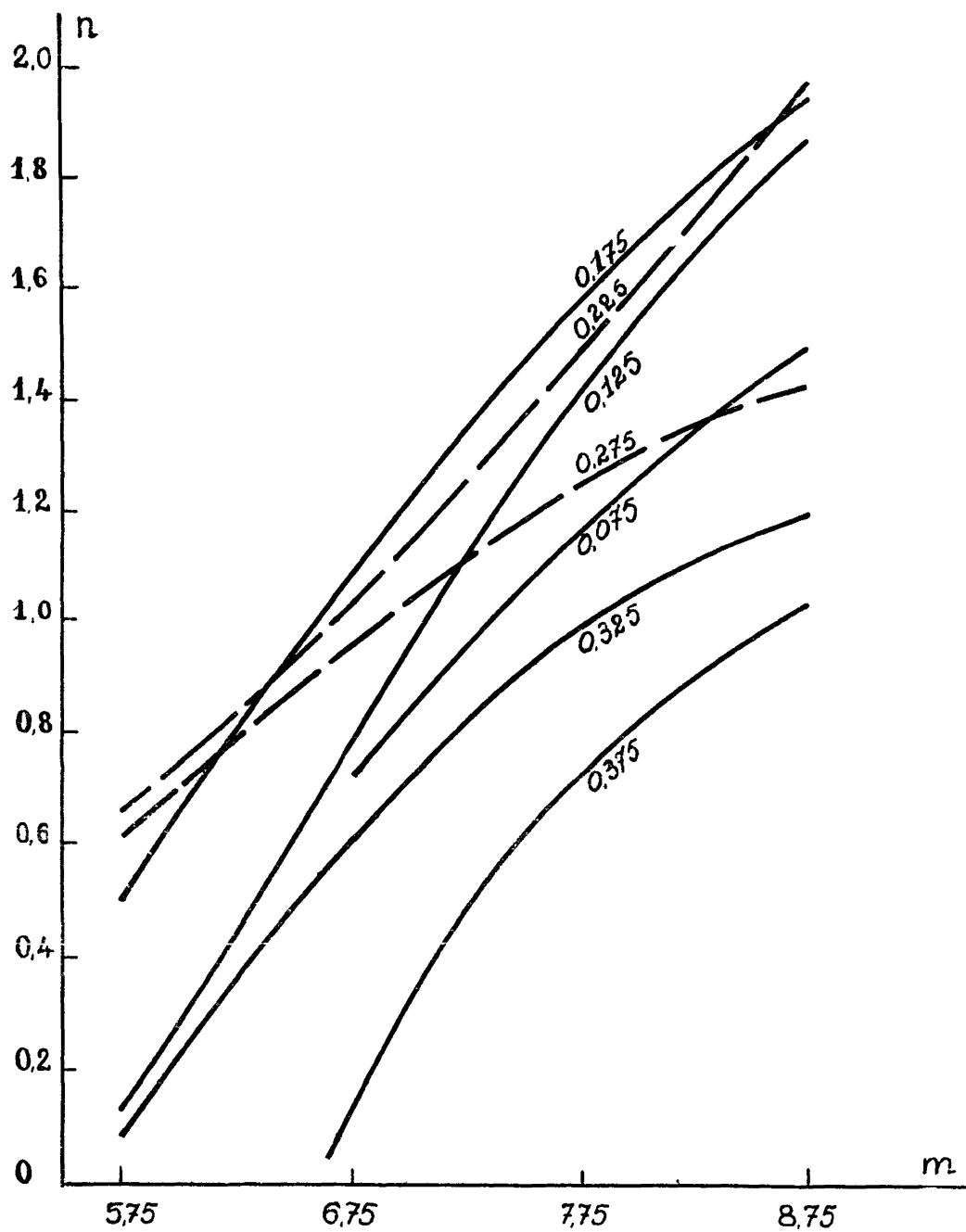


FIG. 11. — Étoiles A (Becker et Kohlschütter). Courbe E = Cte.

Pour la magnitude $m = 5,75$, les étoiles d'excès de couleur 0,075 et 0,175 étant très peu nombreuses ont été groupées, leur nombre est alors divisé par 3.

La statistique est basée sur l'observation de 397 étoiles réparties de la façon suivante :

Sp.	A0	A2 A3	A5	Total
Nombre	199	156	42	397

§ II. — EFFET D'ABSORPTION

1. — Première méthode.

Maxima des courbes $m = Cte$

m	6,75	7,75	8,75
E	0,205	0,175	0,205

Les valeurs de r sont les mêmes que celles de la p. 64.

La fonction de répartition des magnitudes absolues est celle du chapitre IV, p. 60.

Nous avons donc les équations :

$$\begin{aligned} 138,0 &= \alpha (0,205 - E_0) \\ 216,3 &= \alpha (0,175 - E_0) \\ 336,5 &= \alpha (0,205 - E_0) \end{aligned}$$

Nous trouvons :

$$\begin{aligned} \alpha &= 698 \\ E_0 &= -0,135 \end{aligned}$$

TABLEAU II

E	m	M	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	B ₂	B ₃	B ₄	p
0,075	6,75	0,92	2,389	—0,14	0,41	0,8	0,684	9
	7,75	1,92	1,923	—0,81	3,76	—15,2	0,368	20
	8,75	2,92	0,683	—0,80	3,71	—14,9	—0,580	10
0,125	5,75	—0,55	1,035	1,10	—5,79	24,3	—0,799	7
	6,75	0,45	2,350	0,36	—2,09	10,1	0,479	10
	7,75	1,45	2,221	—0,48	2,11	—6,0	0,316	35
	8,75	2,45	1,235	—1,62	7,81	—27,9	—0,523	24
0,175	6,75	0,08	2,087	1,22	—6,39	22,3	—0,107	18
	7,75	1,08	2,356	—0,26	1,01	—1,6	0,254	46
	8,75	2,08	1,787	—1,07	5,06	—14,7	—0,108	31
0,225	5,75	—1,25	0,345	1,15	—6,04	18,1	—2,153	7
	6,75	—0,25	1,481	1,91	—9,84	28,7	—0,739	18
	7,75	0,75	2,399	0,01	—0,34	2,3	0,309	37
	8,75	1,75	2,045	—0,68	3,11	—7,3	0,035	32
0,275	6,75	—0,53	1,053	1,12	—5,89	15,4	—1,181	16
	7,75	0,47	2,359	0,33	—1,94	5,8	0,402	25
	8,75	1,47	2,212	—0,49	2,16	—4,2	0,709	9
0,325	6,75	—0,78	0,823	1,00	—5,29	12,4	—1,223	9
	7,75	0,22	2,219	0,78	—4,19	10,0	0,559	11
	8,75	1,22	2,311	—0,34	1,41	—2,2	1,001	5
0,375	6,75	—1,01	0,577	1,04	—5,49	11,5	—0,473	1
	7,75	—0,01	1,963	1,60	—8,29	16,9	0,434	7
	8,75	0,99	2,374	—0,19	0,66	—0,5	1,223	3

Élimination de X_1

$$X_1 + 0,291 X_2 + 0,653 X_3 + 5,693 = 0$$

$$\begin{aligned} X_1 &= -5,583 \\ X_2 &= -0,23463 \\ X_3 &= -0,064 \\ \alpha &= 406,7 \\ E_0 &= -0,282 \end{aligned}$$

TABLEAU III

E	m	M	φ	n	v_1	n_0	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,075	6,75	0,94	2,385	1,299	—0,559	1,720	1,719	0,001	0,00
	7,75	1,94	1,908	1,422	—0,232				
	8,75	2,94	0,664	0,778	0,720				
0,125	5,75	—0,35	1,291	—0,452	0,628	2,063	1,810	0,253	0,10
	6,75	0,65	2,394	1,251	—0,438				
	7,75	1,65	2,110	1,567	—0,120				
	8,75	2,65	0,920	0,977	0,923				
0,175	6,75	0,40	2,329	1,136	—0,076	2,146	1,900	0,246	0,12
	7,75	1,40	2,241	1,648	—0,080				
	8,75	2,40	1,323	1,330	0,631				
0,225	5,75	—0,82	0,781	—1,057	1,756	2,173	1,998	0,175	0,10
	6,75	0,18	2,184	0,946	0,075				
	7,75	1,18	2,325	1,687	—0,196				
	8,75	2,18	1,662	1,624	0,387				
0,275	6,75	—1,02	0,566	—0,713	1,691	1,767	2,336	—0,569	0,22
	7,75	—0,02	1,949	1,270	0,031				
	8,75	0,98	2,376	2,297	—0,850				
0,325	6,75	—1,20	0,389	—0,927	1,667	1,484	2,298	—0,814	0,31
	7,75	—0,20	1,601	0,885	0,069				
	8,75	0,80	2,397	2,281	—1,077				
0,375	6,75	—1,40	0,150	—1,201	0,900	1,217	2,243	—1,026	0,40
	7,75	—0,40	1,220	0,469	0,309				
	8,75	0,60	2,386	2,235	—1,235				

$$\begin{aligned} \bar{v}_1 &= 0,65 \\ \bar{v}_2 &= 0,39 \\ \bar{\epsilon} &= 0,16 \end{aligned}$$

ϵ est calculé par l'équation : $n_c = -4,238 E^2 + 4,039 E + Cte.$

2. — Deuxième méthode.

Nous effectuons ce deuxième calcul comme pour le catalogue d'Öhman :

TABLEAU IV

E	<i>m</i>	5,75	6,75	7,75	8,75
0,075	M		2,00	2,09	2,21
	<i>r</i>		76	129	190
0,125	M	2,22	1,89	1,62	1,59
	<i>r</i>	50	91	159	249
0,175	M		1,00	1,00	1,40
	<i>r</i>		134	209	272
0,225	M	1,00	0,68	0,57	1,00
	<i>r</i>	134	154	252	323
0,275	M	0,66	0,55	0,26	0,02
	<i>r</i>	101	164	289	482
0,325	M	—0,19	0,21	—0,01	—0,12
	<i>r</i>	146	190	325	511
0,375	M	—0,19	—0,36	—0,11	—0,20
	<i>r</i>	146	243	337	529

E	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,375
<i>r</i>	133	168	215	251	267	307	361
Poids	39	76	95	94	55	26	12

$$\alpha = 731$$

$$E_0 = - 0,109$$

TABLEAU V

E	<i>m</i>	log <i>r</i>	M	φ	<i>n</i> —K	—K
0,075	6,75	2,129	1,10	2,352	5,272	4,532
	7		2,10	1,770	5,290	4,100
	8		3,10	0,525	4,645	3,147
0,125	5,75	2,233	—0,42	1,192	3,408	3,232
	6		+0,58	2,383	5,199	4,386
	7		1,58	2,152	5,568	4,121
	8		2,58	1,026	5,042	3,142
0,175	6,75	2,317	0,16	2,167	4,899	3,839
	7		1,16	2,331	5,663	4,095
	8		2,16	1,689	5,621	3,660
0,225	5,75	2,388	—1,19	0,398	2,460	1,761
	6		—0,19	1,625	4,287	3,266
	7		+0,81	2,397	5,659	4,168
	8		1,81	2,003	5,865	3,854
0,275	5,75	2,448	—1,49	0,015	2,017	1,364
	6		—0,49	1,093	3,695	2,717
	7		+0,51	2,373	5,575	4,274
	8		1,51	2,194	5,996	4,549

TABLEAU V (suite)

E	m	log r	M	φ	n—K	—K
0,325	6,75	2,502	—0,76	0,842	3,390	2,650
	7		+0,24	2,236	5,384	4,430
	8		1,24	2,304	6,052	4,848
0,375	6,75	2,549	—1,00	0,588	3,088	3,389
	7		0,00	1,977	5,077	4,299
	8		+1,00	2,372	6,072	5,072

$$\bar{K} = - 3,806$$

$$\frac{v_1}{v_1} = K - \bar{K}$$

$$\frac{v_1}{v_1} = 0,64$$

§ III. — EFFET DE MAGNITUDE ABSOLUE

1) $\beta > 0$ Maximum des courbes $m = Cte$

	m	6,75	7,75	8,75
	E	0,205	0,175	0,205
		E ₂ = 0,195		
$\mu_2 = 0,50$				$\varphi_2 = 2,412$
$\mu_1 = - 0,10$				$\varphi_1 = 2,215$
		$\varphi_2 - \varphi_1 = 0,197$		

Calcul de n_1 et E_1

m	6,75	7,75	8,75
n_2	1,060	1,568	2,011
n_1	0,863	1,371	1,814
E_1	0,123	0,105	0,115

$$\bar{E}_1 = 0,114$$

$$0,50 = \beta (0,195 - E_0)$$

$$- 0,10 = \beta (0,114 - E_0)$$

$$\beta = 7,407$$

$$E_0 = 0,128$$

TABLEAU I

E	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	B ₂	B ₃	B ₄	p
0,075	—0,39	1,826	1,47	—0,56	—1,50	—0,171	39
0,125	—0,02	2,275	0,80	0,72	—0,83	0,037	76
0,175	0,35	2,404	0,09	0,83	—0,12	0,020	95
0,225	0,72	2,404	—0,11	0,58	0,08	—0,055	94
0,275	1,09	2,286	—0,54	—0,59	0,51	0,037	55
0,325	1,46	1,974	—1,21	—3,30	1,18	0,171	26
0,375	1,83	1,509	—1,14	—4,04	1,11	0,061	12

$$X_1 + 0,239 X_2 + 0,031 X_3 + 5,504 = 0$$

$$X_1 = - 5,503$$

$$X_2 = + 0,0033$$

$$X_3 = - 0,065$$

$$\beta = 7,464$$

$$E_0 = 0,119$$

TABLEAU II

E	m	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	n	v_1	n_o	n_c	v_2	$ \epsilon $
0,075	6,75	—0,33	1,915	1,41	0,462	0,278	1,720	1,781	—0,061	0,01
	7,75				1,062	0,128				
	8,75				1,662	—0,164				
0,125	5,75	0,04	2,320	0,63	0,267	—0,091	2,063	2,191	—0,128	0,02
	6,75				0,867	—0,054				
	7,75				1,467	—0,020				
0,175	6,75	0,42	2,408	0,05	0,955	0,105	2,146	2,274	—0,128	0,06
	7,75				1,555	0,013				
	8,75				2,155	—0,194				
0,225	5,75	0,79	2,393	—0,15	0,340	0,359	2,173	2,264	—0,091	0,04
	6,75				0,940	0,081				
	7,75				1,540	—0,049				
0,275	5,75	1,16	2,243	—0,60	0,190	0,463	1,792	2,114	—0,322	0,05
	6,75				0,790	0,188				
	7,75				1,390	—0,089				
0,325	5,75	1,54	1,874	—1,31	—0,179	—0,122	1,491	1,745	—0,254	0,02
	6,75				0,421	0,319				
	7,75				1,021	—0,067				
0,375	5,75	1,91	1,418	—1,21	—0,635	0,334	1,230	1,289	—0,059	0,01
	6,75				—0,035	—0,266				
	7,75				0,565	0,213				
	8,75				1,165	—0,165				

$$\overline{v_1} = 0,17$$

$$\overline{v_2} = 0,17$$

$$\overline{\epsilon} = 0,04$$

2) $\beta < 0$

Les valeurs de m sont les mêmes que celles de la page 80.

Valeurs de E_1 :

m	6,75	7,75	8,75
E_1	0,300	0,260	0,250

$$\overline{E_1} = 0,270$$

$$\begin{aligned} 0,50 &= \beta \quad (0,195 - E_o) \\ - 0,10 &= \beta \quad (0,270 - E_o) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= - 8,000 \\ E_o &= 0,258 \end{aligned}$$

TABLEAU III

E	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	B ₂	B ₃	B ₄	p
0,075	1,46	1,974	—1,21	—3,10	1,33	0,025	39
0,125	1,06	2,300	—0,52	—0,31	0,64	0,110	76
0,175	0,66	2,408	—0,07	0,85	0,19	0,072	95
0,225	0,26	2,394	0,14	1,04	—0,01	—0,017	94
0,275	—0,14	2,164	1,12	0,60	—0,99	—0,037	55
0,325	—0,54	1,586	1,79	—1,26	—1,66	—0,169	26
0,375	—0,94	0,718	1,81	—2,95	—1,68	—0,682	12

$$X_1 + 0,039 X_2 - 0,125 X_3 + 5,456 = 0$$

$$X_1 = - 5,471$$

$$X_2 = - 0,0525$$

$$X_3 = - 0,133$$

$$\beta = - 7,089$$

$$E_0 = 0,275$$

TABLEAU IV

E	m	μ	φ	$\frac{d\varphi}{d\mu}$	n	v ₁	n ₀	n _c	v ₂	ε
0,075	6,75	1,42	2,019	—1,16	0,598	0,142	1,720	1,917	—0,197	0,02
	7,75				1,198	—0,008				
	8,75				1,798	—0,300				
0,125	5,75	1,06	2,300	—0,52	0,279	—0,103	2,063	2,203	—0,140	0,03
	6,75				0,879	—0,066				
	7,75				1,479	—0,032				
	8,75				2,079	—0,179				
0,175	6,75	0,71	2,405	—0,11	0,984	0,076	2,146	2,303	—0,157	0,07
	7,75				1,584	—0,016				
	8,75				2,184	—0,223				
0,225	5,75	0,35	2,404	0,09	0,383	0,116	2,173	2,307	—0,134	0,07
	6,75				0,983	0,038				
	7,75				1,583	—0,092				
	8,75				2,183	—0,172				
0,275	5,75	0,00	2,290	0,75	0,269	0,384	1,792	2,193	—0,401	0,06
	6,75				0,869	0,109				
	7,75				1,469	—0,168				
	8,75				2,069	—0,622				
0,325	5,75	—0,35	1,885	1,43	—0,136	—0,165	1,491	1,788	—0,297	0,03
	6,75				0,464	0,276				
	7,75				1,064	—0,110				
	8,75				1,664	—0,460				
0,375	5,75	—0,71	1,254	2,25	—0,767	0,466	1,230	1,157	0,073	0,00
	6,75				—0,167	—0,134				
	7,75				0,433	0,345				
	8,75				1,033	—0,033				

$$\bar{v}_1 = 0,19$$

$$\bar{v}_2 = 0,21$$

$$\bar{\epsilon} = 0,06$$

CHAPITRE VII

INFLUENCE DE LA DENSITÉ SPATIALE DES ÉTOILES SUR LES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS

§ I. — NOUVELLES ÉQUATIONS

L'hypothèse d'une répartition uniforme des étoiles dans l'espace n'est pas tout à fait conforme à la réalité. D'autre part, il est bien difficile d'avoir quelque précision sur la densité spatiale des étoiles, d'autant plus que l'absorption de la lumière augmente encore la difficulté. Un fait cependant semble démontré : c'est que cette densité spatiale décroît avec la distance. Nous adoptons cette dernière hypothèse et nous allons voir quelle influence elle peut avoir sur les résultats numériques déjà trouvés.

1. — Equation fondamentale.

Soit d'une façon générale $D(r)$, la densité spatiale des étoiles. Avec les mêmes notations que précédemment, nous avons :

$$N \, dM \, dr = K.A.r^2.D(r).dM.dr$$

Nous remarquons tout d'abord que la fonction A dépend de cette densité. En effet, la fonction φ est la répartition des magnitudes absolues pour les étoiles de magnitude apparente m_0 à m_1 ; elle est définie par la relation :

$$\Phi = K.A.\int_{m_0}^{m_1} r^2 D(r) \frac{\partial r}{\partial m} dm$$

Soit $F(M)$ le résultat de l'intégration du dernier terme, on a :

$$\Phi = K.A.F(M)$$

$$N \, dM \, dr = K.\Phi \frac{1}{F(M)} r^2 D(r) \, dM \, dr$$

$$N \, dE \, dm = K.\Phi \frac{1}{F(M)} r^2 D(r) \frac{D(Mr)}{D(Em)} dE \, dm$$

2. — Calcul de $F(M)$.

Pour effectuer ce calcul, nous adoptons la densité déterminée par Kapteyn et Van Rhijn ⁽¹⁾ avec les nombres suivants pour le plan galactique :

r	0	910	1920	3550
$D(r)$	1,00	0,40	0,16	0,063

Nous pouvons avec une approximation suffisante mettre $D(r)$ sous la forme :

$$D(r) = 10^{-hr}$$

h étant une quantité constante positive. Nous trouvons :

$$h = 4.10^{-4}$$

(1) *Aph. J.*, LII, p. 23, 1920 ou *Contr. Mt W. Obs.* 188.

On a avec cette fonction les valeurs suivantes :

r	0	910	1920	3550
$D(r)$	1,00	0,43	0,17	0,038

l'écart est plus fort pour les grandes distances, mais les étoiles étudiées ici n'ont pas des distances supérieures à 2.500 parsecs.

$$\int r^2 D(r) dr = \int r^2 10^{-hr} dr$$

Bien que cette intégrale puisse être calculée directement, il est plus simple pour un calcul numérique d'avoir une bonne approximation :

r	0	910	1920	3550
$D(r)$	1,00	0,40	0,16	0,063
$r^2 D(r)$	0,00	331.240	589.824	793.958

Nous posons

$$r^2 D(r) = a r^2 + b r$$

Les distances 910 et 1920 donnent

$$\begin{aligned} a &= -0,056 \\ b &= 415,2 \end{aligned}$$

Pour $r = 3550$, cette dernière formule donne

$$r^2 D(r) = 765.141$$

soit une erreur d'environ 4 %.

L'intégration se fait, d'après les répartitions de Strömberg entre $m = 0$ et $m = 6$, c'est-à-dire pour r entre les limites $r = 10^{1-0,2M}$ et $r = 10^{2,2-0,2M}$. On a finalement :

$$F(M) = 519.10^{4-0,4M} (1 - 0,014.10^{-0,2M})$$

$$\log F(M) = 6,175 - 0,4 M + \log (1 - 0,014.10^{-0,2M})$$

ou d'une façon suffisamment approchée

$$\log F(M) = 6,175 - 0,4 M - 6.10^{-3-0,2M}$$

3. — Calcul de n .

$$n = K + \varphi - \log F(M) + 2 \log r - 4.10^{-4} r + \log \frac{D(M, r)}{D(E, m)}$$

On a d'autre part :

$$\log r = 1 + 0,2 (m - M)$$

$$n = K + \varphi + 0,4 m + 2.10^{-3-0,2M} (3 - 2.10^{0,2m}) + \log \frac{D(M, r)}{D(E, m)}$$

a) Si nous supposons $r = \alpha (E - E_0)$ on a $\frac{D(M, r)}{D(E, m)} = \alpha$

$$n = K + \varphi + 0,4 m + 2.10^{-3-0,2M} (3 - 2.10^{0,2m})$$

b) Si nous supposons $M = \beta (E - E_0)$ on a $\frac{D(M, r)}{D(E, m)} = K r$

$$n = K + \varphi + 0,6 m - 0,2 M + 2.10^{-3-0,2M} (3 - 2.10^{0,2m})$$

Il peut être intéressant de calculer la différence Δn entre la nouvelle fonction n et l'ancienne.

$$\Delta n = \Delta \log F + \log D(r)$$

Pour l'ancienne fonction on avait :

$$\log F = -0,6 M + K$$

D'où

$$\Delta n = K - 0,2 M + 6.10^{-3-0,2M} - 4.10^{-4} r$$

En fonction de m et M on a

$$\Delta n = K - 0,2 M + 10^{-3-0,2M} (6 - 4.10^{0,2m})$$

En fonction de m et r on a

$$\Delta n = K - 0,2 m + \log r + r 10^{-4} (6.10 - 0,2m - 4)$$

On constate que pour $E = cte$, Δn décroît lorsque m croît, dans les deux hypothèses, d'un effet de distance et d'un effet de magnitude absolue.

4. — Valeurs approchées de α , β , E_0 .

Le calcul de ces valeurs peut se faire par les méthodes déjà indiquées.

a) *Effet de distance* :

$$\frac{\partial n}{\partial E} = \left[\frac{d\varphi}{dM} - 0,92.10^{-3-0,2M} (3 - 2.10^{0,2m}) \right] \frac{\partial M}{\partial E}$$

pour $\frac{\partial n}{\partial E} = 0$, on doit donc avoir

$$\frac{d\varphi}{dM} = 0,92.10^{-3-0,2M} (3 - 2.10^{0,2m})$$

Cette équation nous donne $\frac{d\varphi}{dM}$ c'est-à-dire M , elle peut être résolue par une table à double entrée donnant le premier membre et le second membre de cette équation en fonction de M , pour chaque valeur de m . On a ainsi la valeur M correspondant au maximum d'une courbe $m = cte$. Mais nous constatons ici que cette valeur M n'est plus indépendante de m .

b) *Effet de magnitude absolue* :

$$\frac{\partial n}{\partial E} = \left[\frac{d\varphi}{dM} - 0,20 - 0,92. 10^{-3-0,2M} (3 - 2.10^{0,2m}) \right] \frac{\partial M}{\partial E}$$

pour $\frac{\partial n}{\partial E} = 0$ on doit donc avoir

$$\frac{d\varphi}{dM} = 0,20 + 0,92. 10^{-3-0,2M} (3 - 2.10^{0,2m})$$

et cette équation se résout comme la précédente, la valeur M trouvée dépend aussi de m .

Si l'on groupe plusieurs sous-types spectraux, il faut prendre les variables λ et μ au lieu de m et M .

Le fait que la valeur M pour le maximum d'une courbe $m = cte$ dépend de m peut avoir un avantage sur l'ancienne méthode. Cette dernière ne pouvait nous indiquer le signe de β , il est possible qu'il n'en soit plus ainsi avec les nouvelles équations et que les différents maxima des courbes $m = cte$ fournissent plusieurs équations entre β et E_0 . Nous verrons plus loin que cet avantage est plutôt théorique, mais nous essaierons cependant d'en tirer parti.

§ II. — APPLICATION AUX ETOILES B

1. — Effet de distance.

Valeurs approchées de α et E_0 .

Pour le maximum des courbes $m = cte$, nous trouvons les valeurs suivantes, après correction de l'absorption pour les valeurs r :

m	3,75	4,75	5,75	6,75	7,75	8,75
M	—2,23	—2,17	—2,10	—1,98	—1,82	—1,60
r	152,8	232,8	350,8	512,9	727,8	1005
E	—0,015	0,010	0,025	0,030	0,105	0,140

Nous en déduisons

$$\begin{aligned} \alpha &= 5.504 \\ E_0 &= -0,041 \end{aligned}$$

Au chapitre I, on avait trouvé :

$$\alpha = 5.743$$

$$E_0 = - 0,029$$

La différence entre ces valeurs est peu sensible. Nous nous sommes donc contenté de calculer Δn avec les valeurs définitives du chapitre I et d'en déduire les résidus v . Nous remarquons que Δn n'est donné qu'à une constante près ; nous choisissons donc cette constante pour que les résidus v soient les plus faibles possibles.

TABLEAU I

E	m	n—K	v	E	m	n—K	v
—0,025	1,75	+0,169	0,477	0,175	4,75	+0,125	0,742
	2	—0,045	0,062		5	—0,100	0,124
	3	—0,254	—0,038		6	—0,317	—0,148
	4	—0,459	0,475		7	—0,527	—0,233
	5	—0,663	0,399	0,225	8	—0,733	—0,282
	6	—0,865	0,830		4,75	+0,140	1,177
	7	—1,066	1,320		5	—0,090	0,113
+0,025	2,75	+0,317	0,719		6	—0,310	—0,141
	3	+0,095	0,343	0,275	7	—0,522	—0,297
	4	—0,119	0,635		8	—0,720	—0,343
	5	—0,328	0,158		4,75	+0,142	1,444
	6	—0,534	0,225		5	—0,094	0,291
	7	—0,738	0,213	0,325	6	—0,317	—0,073
	8	—0,940	0,466		7	—0,531	—0,709
0,075	3,75	+0,241	0,856		8	—0,740	—0,522
	4	+0,018	0,381	0,400	5,75	—0,142	0,798
	5	—0,197	0,200		6	—0,374	—0,216
	6	—0,406	0,094		7	—0,593	—0,522
	7	—0,612	—0,097		8	—0,806	—0,858
	8	—0,815	+0,139	0,500	6,75	—0,444	0,304
0,125	3,75	+0,323	1,143		7	—0,668	—0,441
	5	—0,129	0,094				
	6	—0,341	—0,287				
	7	—0,549	—0,019				
	8	—0,754	—0,202				

La valeur moyenne de v est 0,35.

Au chapitre I, on avait trouvé 0,49.

2. — Effet de magnitude absolue.

Nous prenons la répartition selon les variables λ et E .

Pour un maximum des courbes $\lambda = Cte$, nous avons l'équation :

$$n_2 = K + \varphi_2 + 0,6 \lambda - 0,2 \mu_2 + 2.10^{-3} (3 - 2.10^{0,2\lambda}) 10^{-0,2\mu_2}$$

Pour une autre valeur n_1 nous avons l'équation :

$$n_2 - n_1 = \varphi_2 - \varphi_1 - 0,2 (\mu_2 - \mu_1) + 2.10^{-3} (3 - 2.10^{0,2\lambda}) (10^{-0,2\mu_2} - 10^{-0,2\mu_1})$$

La valeur $n_2 - n_1$ est donnée par la statistique. D'autre part, nous avons calculé une table donnant $n_2 - n_1$ en fonction de μ (pour $\lambda = Cte$) ce qui permet de trouver μ pour chaque valeur de $n_2 - n_1$, donnée par l'observation, nous avons ainsi autant d'équations

$$\mu = \beta (E - E_0)$$

qu'il y a de cases dans le tableau donnant la statistique. Le tableau suivant donne les valeurs de μ .

TABLEAU II

λ	1,75	2,75	3,75	4,75	5,75	6,75
E						
—0,075	—6,80	—7,23	—7,27	—6,41		
—0,025	—3,60	—3,62	—3,70	—5,16	—5,45	
0,025	—3,00	—3,00	—3,00	—3,00	—3,18	—3,50
0,075	—1,92	—1,89	—2,24	—2,56	—2,90	—3,00
0,125		—1,59	—1,69	—1,99	—2,57	—2,90
0,175		—1,59	—1,36	—1,71	—2,16	—2,28
0,225			—1,36	—1,60	—1,96	—2,22
0,275			—0,80	—1,20	—1,64	—1,94
0,325				—1,11	—1,18	—1,81
0,400				+0,10	—1,27	—1,40
0,500				—0,22	—0,12	—1,43

Nous prenons les moyennes pondérées de μ pour chaque valeur de E. Nous avons :

E	—0,075	—0,025	0,025	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,400	0,500
μ	—6,71	—4,12	—3,06	—2,65	—2,48	—2,07	—1,96	—1,72	—1,59	—1,27	—1,05
Poids	7	84	274	185	110	67	45	28	18	18	10

Nous en déduisons :

$$\beta = 8,324$$

$$E_0 = 0,425$$

Les anciennes équations avaient donné :

$$\beta = 6,250$$

$$E_0 = 0,462$$

Les maxima des courbes $\lambda = Cte$ montrent que E croît avec μ , il n'y a donc pas lieu d'envisager le cas $\beta < 0$.

Nous calculons ensuite les résidus v_1 et la constante K. Nous trouvons pour les valeurs moyennes :

$$\bar{K} = -5,337$$

$$\bar{v}_1 = 0,57$$

Les anciennes équations avaient donné :

$$v_1 = 0,65$$

§ III. — APPLICATION AUX ÉTOILES A

1. — Effet de distance.

A) *Etoiles du catalogue d'Ohman.*

Nous employons la deuxième méthode donnée dans la première partie, avec cette différence que φ n'est pas donnée par une parabole ; nous avons donc calculé une table donnant $n_2 - n_1$ en fonction de M. Nous pouvons ainsi calculer M puis r , pour chaque couple de valeur E, m . Ces valeurs sont données dans le tableau suivant :

TABLEAU III

E	m	5,75	6,75	7,75	8,75
0,075	M		2,36	2,31	2,30
	r		73	117	183
0,125	M	1,34	1,53	1,52	2,01
	r	73	106	166	207
0,175	M	0,70	0,70	0,90	1,47
	r	98	153	217	264

TABLEAU III (*suite*)

E	<i>m</i>	5,75	6,75	7,75	8,75
0,225	M	0,10	0,29	0,45	0,98
	<i>r</i>	128	184	265	326
0,275	M	—0,11	—0,09	0,28	0,90
	<i>r</i>	127	217	288	336
0,325	M	—0,11	—0,26	0,15	0,34
	<i>r</i>	127	234	303	422
0,375	M	—0,11	—0,19	—0,10	0,07
	<i>r</i>	127	227	337	472

Nous prenons les moyennes pondérées de *r* pour chaque valeur de E, nous avons :

E	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,375
<i>r</i>	146	158	217	281	310	372	405
Poids	13	51	87	88	75	54	30

Les valeurs *r* ont été corrigées de l'absorption. Nous en déduisons :

$$\alpha = 989$$

$$E_0 = - 0,046$$

Les anciennes équations avaient donné :

$$\alpha = 1250 \text{ et } 986$$

$$E_0 = 0,027 \text{ et } - 0,032$$

Nous calculons ensuite les résidus v_1 et la constante K. Nous trouvons pour les valeurs moyennes :

$$\bar{K} = - 3,564$$

$$\bar{v}_1 = 0,42$$

Les anciennes équations avaient donné $\bar{v}_1 = 0,46$.

B) Etoiles du catalogue de Becker et Kohlschütter.

Nous employons la même méthode que précédemment. Nous avons :

TABLEAU IV

E	<i>m</i>	5,75	6,75	7,75	8,75
0,075	M		1,73	1,84	2,04
	<i>r</i>		98	144	205
0,125	M	1,99	1,61	1,31	1,38
	<i>r</i>	55	103	177	275
0,175	M		0,70	0,90	1,18
	<i>r</i>		154	217	300
0,225	M	0,70	0,49	0,42	0,90
	<i>r</i>	99	169	269	337
0,275	M	0,47	0,40	0,16	—0,05
	<i>r</i>	110	174	302	495
0,325	M	—0,28	0,09	—0,10	—0,17
	<i>r</i>	153	201	337	521
0,375	M	—0,28	—0,50	—0,17	—0,25
	<i>r</i>	153	259	347	538

Valeurs moyennes de r

E	0,075	0,125	0,175	0,225	0,275	0,325	0,375
r	149	187	232	260	279	318	371
Poids	39	76	95	94	55	26	12

$$\begin{aligned} a &= 685 \\ E_0 &= -0,150 \end{aligned}$$

Les anciennes équations avaient donné

$$\begin{aligned} a &= 407 \text{ et } 731 \\ E_0 &= -0,282 \text{ et } -0,109 \end{aligned}$$

Nous avons finalement :

$$\begin{aligned} \bar{K} &= -3,542 \\ \bar{v}_1 &= 0,59 \end{aligned}$$

Les anciennes équations avaient donné $\bar{v}_1 = 0,65$.

2. — Effet de magnitude absolue.

A) *Etoiles du catalogue d'Öhman* :

Pour effectuer le calcul, il nous a fallu établir la statistique des étoiles d'après les valeurs E et λ . Pour les maxima des courbes $\lambda = Cte$, nous avons :

λ	5,75	6,75	7,75	8,75
E	0,175	0,175	0,215	0,255
μ	0,20	0,23	0,25	0,32

Ces valeurs pourraient servir à calculer une valeur approchée de β et E_0 , mais nous constatons que les valeurs de E ou de μ sont trop voisines les unes des autres et qu'une légère erreur de l'une d'elles fausserait les résultats. Toutefois, il semble, d'après ces valeurs, que E croît avec μ et que par conséquent nous pouvons admettre l'hypothèse $\beta > 0$.

Pour calculer β et E_0 , nous avons pris une des méthodes indiquées dans la première partie ; nous avons choisi certaines valeurs de μ , soit μ_1 ; il y correspond φ_1 ; d'autre part, nous connaissons les valeurs μ_2 et φ_2 correspondant au maximum d'une courbe $\lambda = Cte$. Nous pouvons donc en déduire $n_2 - n_1$ puis n_1 et enfin E . Pour les différentes valeurs de λ , μ , le tableau suivant donne les valeurs de E .

TABLEAU V

λ	$\mu_1 - 0,5$	0,0	0,5	1,0
5,75	0,085	0,135	0,215	0,255
6,75	0,095	0,150	0,235	0,245
7,75	0,090	0,165	0,235	0,305
8,75	0,090	0,200	0,275	0,335

On a donc les valeurs moyennes suivantes :

μ	$-0,5$	0,0	0,5	1,0
E	0,090	0,163	0,240	0,283

En résolvant par les moindres carrés, on a :

$$\begin{aligned} \beta &= 7,622 \\ E_0 &= 0,161 \end{aligned}$$

Au chapitre V nous avons trouvé :

$$\begin{aligned} \beta &= 7,303 \\ E_0 &= 0,139 \end{aligned}$$

Ces valeurs étant très voisines, nous pouvons adopter les valeurs du chapitre V. Nous pouvons même pour calculer Δn confondre M et μ , ce qui donne pour Δn une erreur inférieure à 0,1.

TABLEAU VI

E	m	μ	K— Δn	v	E	m	μ	K— Δn	v
0,075	6,75	—0,47	0,603	0,181	0,275	5,75	0,99	0,823	0,102
	7		668	0,277		6		844	0,158
	8		771	0,368		7		877	—0,038
0,125	5,75	—0,10	626	—0,286	0,325	5,75	1,36	892	—0,203
				—0,146					0,254
				0,047					—0,215
				0,514					—0,150
0,175	5,75	+0,26	690	—0,296	0,375	5,75	1,72	960	—0,727
				—0,226					—0,443
				—0,007					—0,390
				0,316					—0,407
0,225	5,75	+0,63	757	—0,047				1,036	
				—0,141					
				0,016					
				0,150					

Valeur moyenne de $v = 0,22$

Au chapitre V, on avait trouvé 0,25.

B) *Etoiles du catalogue de Becker et Kohlschütter :*

Les maxima des courbes $\lambda = Cte$ donnent :

λ	6,75	7,75	8,75
E	0,175	0,175	0,175
μ	0,23	0,25	0,32 (valeur moyenne 0,27)

Le sens de variation de μ par rapport à E n'apparaît pas.

Nous supposons cependant $\beta > 0$ conformément à la précédente étude des étoiles A. Nous calculons β et E_0 comme précédemment :

TABLEAU VII

λ	μ	0,00	0,50	1,00	1,50
6,75		0,145	0,205	0,265	0,350
7,75		0,135	0,195	0,250	0,345
8,75		0,150	0,190	0,230	0,280

On a les valeurs moyennes suivantes

μ	0,00	0,27	0,50	1,00	1,50
E	0,143	0,175	0,197	0,248	0,325

$$\begin{aligned}\beta &= 8,452 \\ E_0 &= 0,140\end{aligned}$$

Au chapitre VI, on avait trouvé .

$$\begin{aligned}\beta &= 7,464 \\ E_0 &= 0,119\end{aligned}$$

Ces valeurs étant quelque peu différentes, nous avons préféré, au lieu de calculer Δn , calculer directement n , puis K et v .

TABLEAU VIII

E	m	μ	φ	—K	ν
0,075	5,75	—0,55	1,567	4,760	—0,347
	6			4,716	—0,391
	7			4,851	—0,256
	8			5,140	+0,033
0,125	5,75	—0,13	2,172	4,941	—0,166
	6			5,062	—0,045
	7			5,102	—0,005
	8			5,392	+0,285
0,175	5,75	+0,30	2,401	5,270	+0,163
	6			5,063	—0,044
	7			5,196	+0,089
	8			5,343	+0,236
0,225	5,75	+0,72	2,404	4,832	—0,275
	6			5,060	—0,047
	7			5,189	+0,082
	8			5,401	+0,294
0,275	5,75	+1,14	2,250	4,539	—0,568
	6			4,981	—0,126
	7			5,259	+0,152
	8			5,680	+0,573
0,325	5,75	+1,56	1,860	4,973	—0,134
	6			4,744	—0,363
	7			5,036	—0,071
	8			5,501	+0,394
0,375	5,75	+1,99	1,317	4,650	—0,457
	6			4,663	—0,444
	7			4,615	—0,492
	8			5,069	—0,038

On a les valeurs moyennes :

$$— \overline{K} = + 5,107$$

$$\overline{\nu_1} = 0,23$$

Au chapitre VI on avait trouvé :

$$\overline{\nu_1} = 0,17$$

CHAPITRE VIII

DISCUSSION DES RÉSULTATS

§ I. — ÉTOILES B

I. — Les calculs effectués dans les chapitres précédents montrent que l'effet de distance est plus satisfaisant que l'effet de magnitude absolue. En effet :

1) Dans le tableau I, page 26, donnant la statistique, il n'existe pas d'étoiles brillantes présentant de forts excès de couleur. Au contraire, les excès de couleur les plus forts appartiennent aux étoiles faibles, en moyenne les plus lointaines.

2) Pour un effet de magnitude absolue, les courbes $E = Cte$ doivent être des droites ; il n'en est pas ainsi. Même si l'on prend les équations du chapitre VII, ces courbes ne devraient pas présenter de maximum dans l'intervalle de magnitudes figurant dans notre statistique.

3) La comparaison des résidus de la fonction n montre que ceux-ci sont plus faibles pour un effet de distance. Il faut cependant faire remarquer que la première méthode de l'effet de distance est moins satisfaisante que la deuxième. Cela tient à la mauvaise détermination de E_0 et pour les faibles valeurs de E , une petite erreur sur E_0 peut donner de fortes erreurs sur les différences $E - E_0$. Si de plus on considère les résidus provenant de la seule répartition par excès de couleur, ceux-ci sont encore davantage favorables à l'effet de distance. Nous avons en effet :

Effet de distance (2 ^e méthode)	$v_1 = 0,49$	$v_2 = 0,36$
Effet de magnitude absolue	$\left\{ \begin{array}{l} \beta > 0 \\ \beta < 0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} v_1 = 0,65 \\ v_1 = 0,66 \end{array} \right.$
		$\left\{ \begin{array}{l} v_2 = 0,82 \\ v_2 = 0,85 \end{array} \right.$

Nous constatons enfin que l'introduction dans les équations de la fonction $D(r)$ ne donne pas de différence appréciable dans le calcul des coefficients α , β et E_0 ; cependant les résidus sont plus faibles. Nous avons :

Effet de distance	$v_1 = 0,35$
Effet de magnitude absolue ($\beta > 0$)	$v_1 = 0,57$

4) Notre méthode de calcul nous permet de déterminer le coefficient moyen d'absorption, il est en effet égal à $\frac{1}{\alpha}$. Nous trouvons ici 24.10^{-5} c'est-à-dire 0,24 magnitude pour 1000 parsecs, ou dans l'échelle internationale des indices de couleur 0,16. Les déterminations les plus récentes faites par d'autres méthodes sont d'accord avec celle-ci :

Oort ⁽¹⁾	0,14
Dufay et Liau Ssu Pin ⁽²⁾	0,19
Stebbins, Huffer et Whitford ⁽³⁾	0,17

Dans un calcul préliminaire ⁽⁴⁾, en nous servant du premier catalogue de Stebbins et Huffer ⁽⁵⁾ nous avons trouvé la valeur 0,30, soit dans l'échelle internationale 0,20. Stebbins et Huffer expliquent cette valeur un peu supérieure à la précédente par le fait que les étoiles plus faibles de leur deuxième catalogue ne sont pas plus rouges en proportion de leur distance.

(1) *Annales d'Astrophysique*, t. I, 1938, p. 71.

(2) *Id.*, I, 1938, p. 219.

(3) *Aph. J.*, XCII, 1940.

(4) V. MAITRE, *C. R.*, t. CCVIII, 1939, p. 1878.

(5) *Publ. Washburn Obs.* 15, Part. 5, 1934.

II. — Si l'on admet la réalité de l'effet de distance, il nous faut pouvoir rendre compte des résidus de la fonction n . Nous avons pour cela calculé l'erreur moyenne ϵ sur E qui en rendrait compte. Mais il faudrait admettre une erreur moyenne de 0,07, or les indices de couleur du Mont Wilson sont certainement plus précis. D'autre part, les méthodes de calcul obligent à faire certaines hypothèses qui peuvent être plus ou moins exactes ; nous avons vu cependant que l'introduction de la fonction $D(r)$ ne change pas sensiblement les résultats. Nous croyons que la véritable explication des résidus tient à ce que l'absorption sélective n'est pas égale dans toutes les directions et à toutes les distances. Nous avons pour cela calculé les variations du coefficient α qui rendraient compte des résidus. La fonction n

$$n = K + \varphi + 0,6 m - \log. (E - E_0)$$

dépend de α par la fonction φ seulement, qui elle-même dépend de M et par conséquent de r .

Soit $\Delta\varphi$ la variation de φ pour une variation de α , nous avons :

$$v = \Delta\varphi$$

D'après la fonction de répartition des magnitudes absolues, nous avons :

$$\Delta\varphi = -\Delta M (0,294.M + 0,680)$$

On a d'autre part :

$$M = m + 5 - 5 \log \alpha - 5 \log (E - E_0)$$

$$\Delta M = -5 \Delta (\log \alpha)$$

$$v = 5 \Delta (\log \alpha) (0,294 M + 0,680)$$

$$\Delta (\log \alpha) = \frac{v}{1,47 M + 3,40}$$

On trouve alors que le coefficient d'absorption doit varier de 0,10 à 0,80. Par ailleurs, Stebbins trouvait une variation de 0,10 à 0,67 en fonction de la longitude galactique. Notre méthode de calcul ne nous permet pas ici de faire intervenir la longitude galactique ; il faudrait pour cela qu'il y ait une relation simple entre E et cette longitude, ce qui n'est pas le cas, comme l'ont montré les statistiques de M. Pierre Guintini (1).

III. — Nous avons essayé d'ajouter à l'effet de distance un terme dépendant de la magnitude absolue. Les deux méthodes de calcul employées n'ont pas donné des résultats concordants sur l'influence de la magnitude absolue. Pour le coefficient d'absorption, nous trouvons des valeurs un peu plus faibles que la précédente, soient 0,15 et 0,11. L'effet de distance seul est plus satisfaisant. Il apparaît donc que si l'on admet un effet de distance, l'influence de la magnitude absolue sur l'excès de couleur est négligeable.

§ II. — ÉTOILES A

Pour les étoiles A, l'effet de magnitude absolue paraît plus satisfaisant que l'effet de distance. En effet :

- 1) Les courbes $E = Cte$ peuvent être représentées par des droites, beaucoup mieux que pour les étoiles B.
- 2) Les étoiles les plus brillantes présentent des excès de couleur, comme les étoiles faibles.
- 3) Pour l'effet de distance, les coefficients moyens d'absorption sont les suivants :

	$D = Cte$		$D = D(r)$
	1 ^{re} méthode	2 ^e méthode	2 ^e méthode
1 ^{er} catalogue	0,80	1,01	1,01
2 ^e catalogue	2,46	1,37	1,46

Les différences entre les deux catalogues sont assez fortes, mais à la rigueur ceci pourrait peut-être s'expliquer par les variations du coefficient d'absorption que nous avons signalées pour les étoiles B, car les deux catalogues comprennent des régions du ciel complètement différentes.

Si d'autre part, nous voulons comparer ces coefficients avec celui des étoiles B, nous devons ramener les indices de couleur à la même échelle.

Soit C_1 l'indice de couleur de Stebbins et Huffer.

C_2	—	d'Öhman.
C_3	—	de Becker et Kohlschütter.

(1) *Annales d'Astrophysique*, t. V, 1942, p. 114.

On a :

$$C_2 = 1,353 C_1 + Cte$$

$$C_3 = 1,164 C_1 + Cte$$

Les valeurs données plus haut deviennent :

Étoiles d'Ohman	0,57	0,72	0,72
Étoiles de Becker	2,12	1,18	1,25
Étoiles de Stebbins	—	0,24	—

Non seulement ces valeurs paraissent trop fortes comme coefficient moyen d'absorption, mais elles présentent le fait, anormal semble-t-il, d'être plus fortes, pour les étoiles A que pour les étoiles B. Les étoiles B employées sont toutes dans le plan galactique, les étoiles A sont à toutes les latitudes et l'on sait que l'absorption sélective a lieu surtout dans le plan galactique. Le fait de trouver pour les étoiles A un coefficient moyen d'absorption plus fort que pour les étoiles B montrerait que l'absorption devrait être plus forte au voisinage du soleil jusqu'à 500 parsecs environ et décroîtrait pour des distances plus grandes.

4) Les résidus de la fonction n sont favorables à un effet de magnitude absolue : ce qui apparaît dans le tableau suivant :

		Effet de distance			Effet de magnitude absolue ($\beta > 0$)		
		v_1	v_2	ϵ	v_1	v_2	ϵ
1 ^{er} catalogue	D = Cte	1 ^{re} méthode 0,46	0,20	0,04	0,25	0,23	0,06
		2 ^e méthode 0,44				0,09	0,04
	D = D(r)	 0,42			0,22		
2 ^e catalogue	D = Cte	1 ^{re} méthode 0,65	0,39	0,16	0,17	0,17	0,04
		2 ^e méthode 0,64					
	D = D(r)	 0,59			0,23		

Les valeurs trouvées pour ϵ peuvent expliquer les résidus car elles sont de l'ordre des erreurs dans la détermination des indices de couleur, mais la valeur 0,16 pour l'effet de distance dans le deuxième catalogue n'est pas admissible.

5) La comparaison des résultats provenant des deux catalogues montre que l'accord est plus satisfaisant pour l'effet de magnitude absolue, Les coefficients d'absorption ont été donnés plus haut ; pour l'effet de magnitude absolue, nous avons, en ramenant les indices de couleur à la même échelle :

		$\beta > 0$	$\beta < 0$
1 ^{er} catalogue	β	7,303	— 6,379
	E_0	0,139	0,300
2 ^e catalogue	β	6,419	— 6,097
	E_0	0,138	0,320

6) Nous remarquons de nouveau que l'introduction de la fonction $D(r)$ ne change pas sensiblement les résultats. Elle a cependant l'avantage de montrer que l'on doit prendre $\beta > 0$, ce que ne pouvait faire l'hypothèse d'une densité constante.

TROISIÈME PARTIE

ÉTUDE COMPLÉMENTAIRE ET VÉRIFICATION DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS

§ I. — ÉTOILES B

1° Au lieu d'utiliser les fonctions de répartition et évitant encore les valeurs individuelles de r ou de M , nous pouvons essayer de calculer des valeurs de groupes pour r et M , au moyen de la rotation différentielle galactique.

Soient :

- ρ la vitesse radiale d'une étoile,
- K le terme K ,
- X, Y, Z les composantes de la vitesse du soleil par rapport aux étoiles,
- l, b la longitude et la latitude galactique de l'étoile,
- r la distance de l'étoile au soleil,
- A, l_0 les constantes de la rotation galactique.

Les travaux de Oort sur la rotation de la galaxie permettent d'exprimer la vitesse radiale et le mouvement propre d'une étoile en fonction de cette rotation. Nous nous contentons ici de nous servir de la vitesse radiale, qui en général est mieux déterminée que le mouvement propre.

Nous avons l'équation classique ⁽¹⁾ :

$$\rho = K + X \cos l \cos b + Y \sin l \cos b + Z \sin b + Ar \sin 2(l - l_0) \cos^2 b.$$

Cette équation permet de calculer r pour un groupe d'étoiles. Nous ne nous proposons pas ici de calculer les constantes X, Y, Z, l_0, A . Nous adoptons pour ces constantes les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} X &= -18,0 \\ Y &= -7,0 \\ Z &= -5,2 \\ l_0 &= 330^\circ \\ A &= 0,015 \end{aligned}$$

Ces valeurs sont celles adoptées dans un de ses mémoires par H. Mineur ⁽²⁾. Les seules inconnues sont donc r et K .

2° **Effet de distance.** — Nous avons choisi comme précédemment le catalogue d'excès de couleur de Stebbins, Huffer et Whitford. Les vitesses radiales ont été prises dans le catalogue de J.-H. Moore ⁽³⁾. Les étoiles ont été groupées par excès de couleur. Parmi les étoiles de faible excès de couleur, nous en avons laissé de côté un certain nombre, sinon elles auraient été trop nombreuses par rapport aux étoiles d'excès de couleur plus fort. La quantité ρ est exprimée en km. sec. et r en parsec.

Nous avons ainsi 417 étoiles qui se répartissent ainsi par types spectraux :

Type spect.	05-09	B0	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	A0-A5
Nombre	47	38	24	65	108	9	66	4	13	23	8	12

Les coordonnées galactiques sont données par le catalogue déjà cité de Stebbins, Huffer et Whitford. La

(1) Cf. L. VARCHON, 65^e Congrès des Soc. sav. 1932 ou *Ann. Obs. Besançon*, N^{lle} série, t. II, 1936.

(2) *Bull. Astr.*, t. IX, 1933, p. 459. Sur les étoiles B à raies d'émission.

(3) *Publ. of the Lick Obser.*, vol. XVI, 1928.

répartition par excès de couleur, le nombre d'étoiles N et les valeurs moyennes trouvées pour r et K sont données dans le tableau suivant :

E	—0,02	0,02	0,07	0,12	0,17	0,22	0,28	0,38
N	72	68	73	71	55	35	34	9
r	268	220	418	788	1121	853	1204	2300
K	+ 0,25	+ 0,34	+ 3,23	— 0,02	— 0,03	— 5,77	— 7,03	+ 3,56

Si nous supposons une relation linéaire entre E et r , nous trouvons en résolvant par les moindres carrés :

$$E = 0,000,22 \, r - 0,037$$

r étant toujours exprimé en parsec. Le poids de chaque équation est donné par le nombre d'étoiles de chaque groupe. Au chapitre I de la deuxième partie, § III et IV, nous avons trouvé :

$$E = 0,000,23 \, r - 0,035$$

$$E = 0,000,24 \, r - 0,057$$

Nous considérons l'accord comme très satisfaisant. Nous pouvons représenter graphiquement la relation entre E et r (fig. 12).

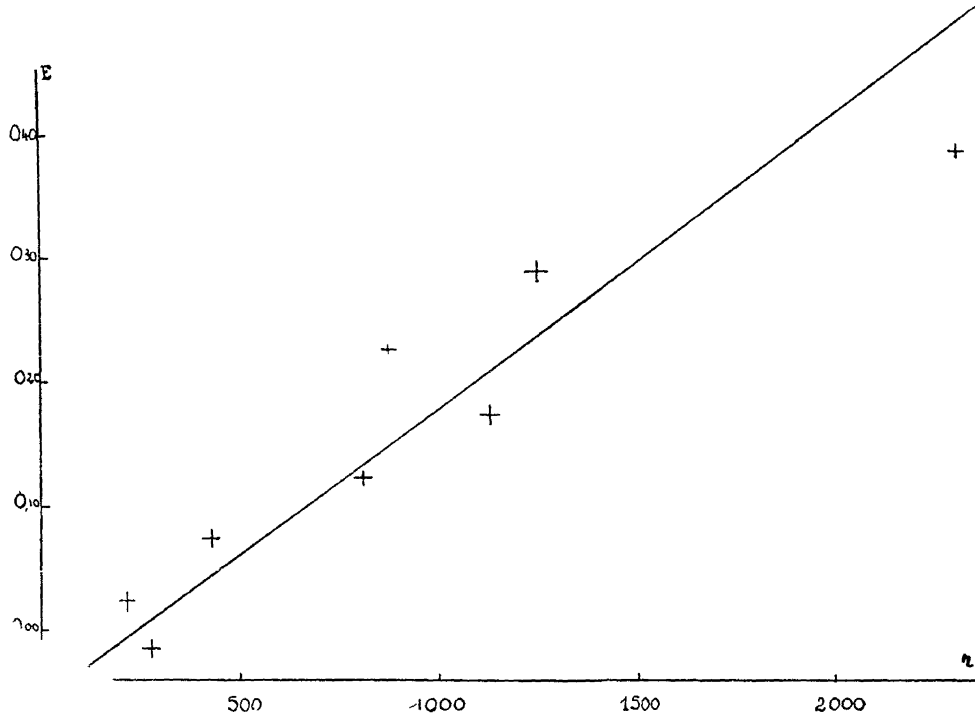


Fig. 12

3° **Effet de magnitude absolue.** — Pour les mêmes valeurs de l'excès de couleur et pour les mêmes étoiles, nous avons calculé la valeur moyenne μ . Nous nous sommes servis de la formule déjà donnée précédemment.

$$\mu = m - M_0 + 5 - 5 \log r - kr$$

r est donné par l'équation de Oort,

kr est la correction d'absorption, nous avons pris $k = 0,00035$ d'après Trumpler,

M_0 est déduit des valeurs de M données par Stebbins.

Sp.	0	B0-B2	B3-B5	B6-B9	A0-A5
M	— 4,50	— 3,50	— 1,90	— 0,90	0,1
M_0	— 1,0	0,0	1,6	2,6	3,6

Valeurs moyennes de μ :

E	—0,02	0,02	0,07	0,12	0,17	0,22	0,28	0,38
μ	—3,36	—3,00	—2,97	—3,19	—3,93	—3,41	—3,62	—4,96

Le nombre d'étoiles de chaque groupe est le même que pour le calcul des distances.

En supposant une relation linéaire entre E et μ nous trouvons par la méthode des moindres carrés :

$$\mu = -6.40 E - 2,671$$

Au chapitre II de la deuxième partie, § III, nous avons trouvé pour le cas $\beta < 0$

$$\mu = -10,301 E - 2,544.$$

4° Effet simultané de distance et de magnitude absolue.

Nous portons les valeurs de r et μ précédemment calculées dans l'équation :

$$E = ar + b' \mu + c$$

Nous en déduisons :

$$a = 0,000.30 \pm 0,000.06$$

$$b' = 0,105 \pm 0,065$$

$$c = 0,259$$

Au chapitre III de la deuxième partie, n° 5, nous avons trouvé pour les nombres qui se rapprochent le plus de ces derniers :

$$a = 0,000.16$$

$$b' = 0,128$$

$$c = 0.360$$

5° Discussion des résultats.

Nous faisons d'abord une remarque. Considérons un ensemble d'étoiles et groupons-les suivant la distance. Celles dont la distance est la plus faible comprendront les étoiles de toutes les magnitudes absolues ; car toutes seront observables, mais à mesure que la distance augmente, les étoiles les plus faibles disparaîtront de plus en plus, et parmi les étoiles les plus éloignées, seules les plus lumineuses seront observables. Il s'ensuit que la magnitude absolue moyenne de chaque groupe pourrait présenter une certaine relation avec la distance. D'autre part, si les excès de couleur dépendent de la distance uniquement, et si nous faisons des groupes d'étoiles par excès de couleur et donc par distance, nous pourrions trouver un certain effet de magnitude absolue dans le sens que nous venons d'indiquer, c'est-à-dire avec les notations déjà employées : $\beta < 0$.

a) Nous constatons d'abord que la relation entre E et r trouvée par la rotation galactique est en accord très satisfaisant avec celle trouvée dans la deuxième partie, et nous constatons en même temps que la relation entre l'excès de couleur et la magnitude absolue se fait plutôt dans le sens prévu d'après l'effet de distance.

b) Pour l'effet de magnitude absolue, la concordance n'est pas aussi bonne. Nous en concluons cependant que si l'effet de magnitude absolue existait seul, l'excès de couleur serait d'autant plus fort que l'étoile est plus lumineuse. Mais les résultats du chapitre VII, p. 87 contredisent cette conclusion. On trouve en effet : $\beta > 0$.

Pour comparer l'effet de distance et de magnitude absolue, d'une façon plus précise, nous avons calculé le coefficient de corrélation r_1 entre l'excès de couleur et la distance, et r_2 entre l'excès de couleur et la quantité μ . Nous trouvons :

$$r_1 = 0,927$$

$$r_2 = -0,752$$

L'effet de distance est donc plus satisfaisant ; l'effet de magnitude absolue n'est cependant pas négligeable mais comme nous l'avons fait remarquer, il est probablement dû à l'effet de distance.

c) Pour l'effet simultané de distance et de magnitude absolue, c'est le deuxième calcul du chapitre III (n° 5) qui concorde le mieux avec celui trouvé ici ; les erreurs moyennes montrent que l'effet de distance est mieux déterminé, et d'autre part, s'il existe une influence de la magnitude absolue, elle se traduit par un excès de couleur plus fort pour les étoiles les moins lumineuses. Il semble donc que se trouve là le véritable effet de magnitude absolue. Le fait d'avoir trouvé $\beta < 0$ pour l'effet seul de magnitude absolue provenait donc de l'effet de distance. Nous verrons plus loin que pour les étoiles A nous devons prendre aussi $\beta > 0$ pour traduire l'influence possible de la magnitude absolue. Nous remarquons enfin que la formule trouvée au chapitre III de

la deuxième partie et celle trouvée ici sont en accord suffisant, bien que l'effet de distance seul soit plus satisfaisant encore.

6° Le terme K. — Nous n'avons pas l'intention de discuter cette question ; nous nous contentons de faire une remarque. Nous trouvons pour ce terme la valeur moyenne — 0,32 ; elle n'a pas grande signification à cause de la grandeur considérable de la dispersion ; d'autres auteurs ont trouvé des valeurs différentes, ceci n'a rien d'étonnant. La valeur de ce terme dépend du choix des étoiles et la vitesse relative du soleil en dépend aussi. De même les courants d'étoiles peuvent intervenir. En réalité, le terme K groupe un certain nombre d'inconnues que l'on ne sait pas exprimer pour l'instant d'une autre façon.

Signalons toutefois que le terme K semble se réduire au déplacement des raies spectrales dû à l'effet gravitationnel d'Einstein, lorsque l'on élimine toutes les causes connues dues à la répartition, aux positions et aux vitesses des étoiles ⁽¹⁾. Le terme K est alors de l'ordre de 1 km. sec. et sous cette forme, il peut provenir des erreurs sur les termes qui servent à les déterminer. Ces résultats ne sont cependant pas définitifs et ne sont pas admis par tous les auteurs ⁽²⁾.

§ II. — ÉTOILES A

Le catalogue d'indices de couleurs d'Öhman est intéressant à notre point de vue, puisqu'il comprend aussi la détermination des magnitudes absolues par les méthodes de Lindblad et Schallén. Nous avons donc ainsi un matériel homogène, qui peut nous servir à vérifier les calculs effectués dans les chapitres précédents. Nous nous contentons de prendre seulement les étoiles A₀ qui sont au nombre de 219, la couleur C de ces étoiles peut alors être traitée comme un excès de couleur et la magnitude absolue est identique à la quantité μ .

1° Effet de distance.

Nous avons calculé les distances des 219 étoiles A₀ en partant des magnitudes absolues d'Öhman. Nous avons groupé les étoiles suivant les valeurs de la couleur C et nous avons déterminé la distance moyenne de chacun de ces groupes.

Soit r la distance et N le nombre d'étoiles :

C	0,06 à 0,15	0,16 à 0,25	0,26 à 0,35	0,36 à 0,45	0,46 à 0,57
r	272	271	233	176	164
N	45	99	57	15	3

Sans donner quelque importance au dernier groupe qui ne comprend que 3 étoiles, nous ne voyons aucune relation entre la distance et la couleur ; au contraire, la distance paraît diminuer quand l'excès de couleur croît.

2° Effet de magnitude absolue.

Au lieu de faire un tableau comme pour l'effet de distance, nous faisons un graphique où chaque étoile est représentée par un point ayant pour coordonnées la couleur et la magnitude absolue (fig. 13).

Nous constatons :

- a) la quantité M croît avec E , il nous faudrait donc prendre dans nos calculs l'hypothèse $\beta > 0$;
- b) la relation entre M et E peut s'écrire :

$$M = 8,17 (E - 0,076)$$

par ailleurs, nous avons trouvé (chap. V, § II) :

$$M = 7,30 (E - 0,139)$$

Cet accord est satisfaisant.

Si nous admettons la réalité de cette relation, il est intéressant de voir comment *a priori* doit se présenter une relation entre E et r .

Des considérations analogues à celles faites au N° 5 au sujet des étoiles B nous montrent que si l'excès de couleur croît lorsque la luminosité devient de plus en plus faible, c'est qu'en moyenne, les étoiles les plus lumineuses, donc les plus éloignées, auront une couleur plus faible et que les étoiles les moins lumineuses, donc en moyenne les plus proches, auront une couleur plus forte. Par conséquent, s'il existe un effet de magnitude absolue avec $\beta > 0$, la relation entre E et r doit être telle qu'elle a été trouvée précédemment. D'autre part, la rotation galactique a montré que s'il existait une influence de la magnitude absolue, elle se ferait dans le même

(1) PLASKETT et PEARCE, M. N. 94, 1934, p. 679. — J.-H. MOOR, *Bul. Astr.*, VIII, 1932, p. 481.

(2) W.-M. SMART, M. N. 96, 1936, p. 568.

sens, comme nous l'avons fait remarquer (§ 1^{er}, N° 5 c). Il n'y a donc aucune contradiction à trouver pour les étoiles B, $\beta < 0$ et pour les étoiles A, $\beta > 0$, car pour les premières, ce fait s'interprète par un effet de distance, et pour les secondes, par un effet de magnitude absolue.

La relation mise en évidence par la figure 13 est une conséquence de la méthode employée par Öhman pour déterminer les magnitudes absolues, celles-ci en effet se déduisent de l'intensité des raies $H\gamma$ ou $H\delta$ et de la couleur C. Ceci est en rapport avec les relations générales bien connues entre l'indice de couleur, le type

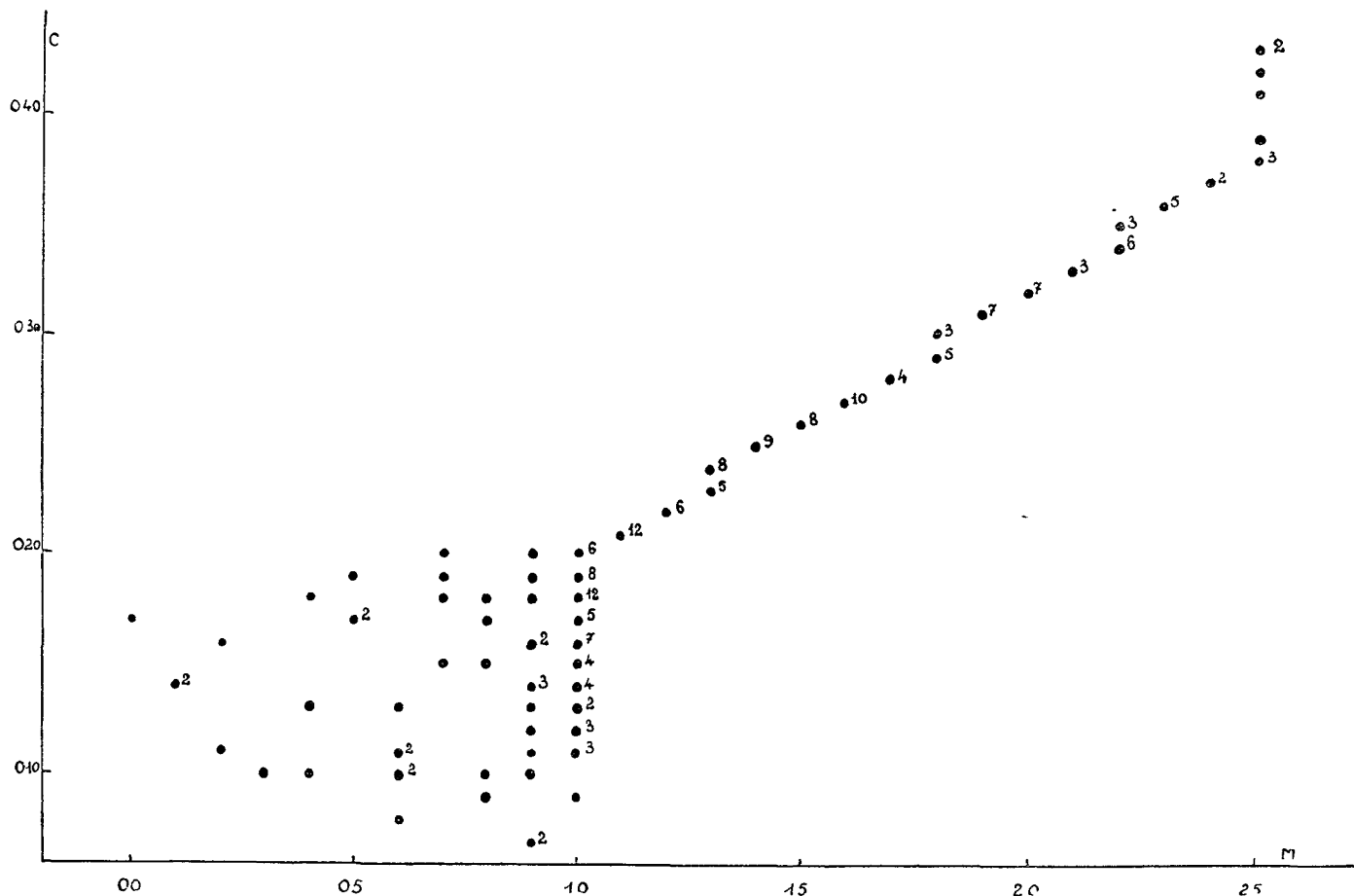


Fig. 13

Relation entre la couleur C et la magnitude absolue M d'après Öhman pour les étoiles de type A0. Le chiffre à droite d'un point indique le nombre d'étoiles représentées par ce point, le chiffre 1 n'a pas été mis.

spectral et la magnitude absolue. Mais si nous prenons une sous-classe spectrale bien délimitée, par exemple A0, il ne s'ensuit pas que l'on doive trouver une relation entre l'indice de couleur et la magnitude absolue. En effet, si l'on établit un diagramme, $H\gamma$ C ⁽¹⁾, il n'y aura une relation entre la magnitude absolue et la couleur que si les courbes $M = Cte$ sont des droites parallèles à l'axe $H\gamma$. C'est ce que nous constatons pour les étoiles A0. Si nous prenons un autre type spectral, il n'est pas prouvé qu'il en soit ainsi. En fait, pour les étoiles B du catalogue d'Öhman, les choses se passent différemment. Öhman a déduit en effet des magnitudes absolues trouvées, une relation entre la distance et l'indice de couleur et une valeur du coefficient d'absorption en accord avec celle trouvée par d'autres auteurs. D'autre part, la relation que nous trouvons par les calculs de la 2^e partie est indépendante des magnitudes absolues d'Öhman.

(1) ÖHMAN, *op. cit.*, fig. 12 et 22.

RÉSUMÉ ET CONCLUSION

1. — Les résultats de la deuxième partie montrent que pour les étoiles B l'effet de distance est plus satisfaisant que l'effet de magnitude absolue. Ceci résulte de la forme des courbes de répartition des étoiles et des résidus des valeurs calculées et observées pour ces mêmes répartitions. Nous avons constaté aussi que ces résidus peuvent s'interpréter par une variation du coefficient d'absorption sélective. Enfin la valeur de ce coefficient d'absorption est en accord satisfaisant avec les plus récentes déterminations. Nous n'avons pu avec précision mettre en évidence un effet simultané de distance et de magnitude absolue qui, par rapport à l'effet de distance seul, rend bien moins compte des observations. Nous avons constaté aussi que l'introduction dans les équations, d'une densité spatiale des étoiles fonction de la distance ne change pas sensiblement les résultats et ces légères différences améliorent plutôt ces résultats. D'autre part, les valeurs obtenues par la rotation galactique confirment la plus grande probabilité de l'effet de distance et la valeur du coefficient d'absorption. Les relations entre l'excès de couleur et la magnitude absolue sont en désaccord, mais ceci confirme encore la prépondérance de l'effet de distance.

2. — Pour les étoiles A, au contraire, l'effet de magnitude absolue apparaît comme plus probable. Ceci résulte de la forme des courbes de répartition et des valeurs des résidus entre le calcul et l'observation. Ces résidus peuvent s'interpréter par des erreurs d'observation et les deux séries de calculs basées sur deux catalogues différents d'indices de couleur sont concordantes. Comme pour les étoiles B, l'introduction d'une densité spatiale ne change pas sensiblement les résultats. Nous avons complété cette étude en examinant un groupe d'étoiles A dont les magnitudes absolues forment un ensemble de mesures homogène. Nous trouvons encore là un effet de magnitude absolue plus probable que l'effet de distance et dont le coefficient est en accord avec celui de la deuxième partie.

3. — Les conclusions provenant d'un calcul de statistique n'ont qu'un caractère de probabilité et ne peuvent prouver d'une façon absolue que les formules trouvées correspondent à des relations physiques. En ce qui concerne les étoiles B, le résultat trouvé ici est confirmé par les travaux d'autres auteurs et il est aujourd'hui généralement admis que l'excès de couleur provient d'une absorption sélective qui se manifeste surtout dans le plan galactique. De plus, Stebbins, Huffer et Whitford ⁽¹⁾ ont montré par des mesures spectrophotométriques que cette absorption sélective ne se faisait pas selon la loi de Rayleigh, mais qu'elle varie approximativement comme λ^{-1} . La valeur de cette absorption peut atteindre une magnitude. En ce qui concerne les étoiles A, la question est plus délicate à résoudre. On peut d'abord faire remarquer que ces étoiles sont en moyenne plus rapprochées que les étoiles B et que par conséquent la statistique fera plus difficilement apparaître un effet de distance. S'il existe un effet réel de magnitude absolue, comment peut-on l'interpréter ?

4. — Nous ne nous sommes pas proposé dans ce travail de rechercher la cause physique de l'excès de couleur ; nous pouvons cependant faire les remarques suivantes :

On sait que Gerasimovic ⁽²⁾ a essayé d'expliquer l'excès de couleur par des phénomènes de superexcitation dans les atmosphères stellaires. D'autre part, l'effet de magnitude absolue peut aussi ne pas différer essentiellement de l'effet de distance en ce sens qu'il s'agirait toujours d'absorption, mais celle-ci se ferait alors dans les atmosphères stellaires ou dans des nébulosités entourant les étoiles et dont l'épaisseur serait en rapport avec la magnitude absolue. Un certain nombre d'hypothèses de ce genre a été envisagé par Opik ⁽³⁾. Cet effet d'absorption ne pourrait être décelé pour les étoiles lointaines, car l'absorption interstellaire serait alors prépondérante. Nous pouvons aussi rapprocher de nos conclusions sur les étoiles A le fait, déjà signalé dans l'introduction, que pour les types spectraux où les géantes et les naines sont nettement séparées, les indices de couleur sont séparés aussi en deux catégories ; l'effet de magnitude absolue n'est donc pas une impossibilité. Toutefois, actuellement on s'occupe surtout de l'absorption interstellaire et nous savons que pour les étoiles B, cette hypothèse est la plus probable, mais il n'est pas inutile d'ajouter aussi que c'est la plus commode. En effet, les lois de la diffusion et de l'absorption d'un milieu interstellaire, l'existence même de ce milieu, nous sont beaucoup mieux connues que des effets sélectifs pouvant provenir de l'atmosphère, de la température ou de toute autre cause appartenant à l'étoile elle-même, mais dont l'existence et le mécanisme sont bien peu connus actuellement.

(1) *Aph. J.*, 90, 1939, p. 209 ou *Contr. Mt. W.* 617.

(2) *Havard Circ.* 339, 1929, p. 21.

(3) *Havard Circ.* 359, 1931.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	9
--------------------	---

PREMIERE PARTIE

Méthode	11
---------------	----

DEUXIEME PARTIE

Application de la méthode donnée dans la première partie :

CHAPITRE I. — Effet d'absorption pour les étoiles B	25
— II. — Effet de magnitude absolue pour les étoiles B	37
— III. — Effet simultané d'absorption et de magnitude absolue pour les étoiles B	47
— IV. — Effet d'absorption pour les étoiles A	60
— V. — Effet de magnitude absolue pour les étoiles A	68
— VI. — Deuxième étude des étoiles A	74
— VII. — Influence de la densité spatiale des étoiles sur les résultats précédents	83
— VIII. — Discussion des résultats	92

TROISIEME PARTIE

Etude complémentaire et vérification des résultats de la deuxième partie	95
RÉSUMÉ ET CONCLUSION	101