THÈSES DE L'ENTRE-DEUX-GUERRES

SSU-PIN LIAU

Photométrie des clichés stellaires : application aux étoiles variables GO et X Cygni

Thèses de l'entre-deux-guerres, 1935

<http://www.numdam.org/item?id=THESE_1935__172__1_0>

L'accès aux archives de la série « Thèses de l'entre-deux-guerres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Thèse numérisée dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

SÉRIE
N° D'ORDRE : 118

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE LYON

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR

Ssu-Pin LIAU

Docteur de l'Université de Grenoble
Licencié ès-Sciences Mathématiques

1re THÈSE

PHOTOMÉTRIE DES CLICHÉS STELLAIRES :
APPLICATION AUX ÉTOILES VARIABLES **GO** ET **X Cygni**

2e THÈSE : PROPOSITION DONNÉE PAR LA FACULTÉ

Soutenues le 16 Mai 1935 devant la Commission d'examen

Président : M. DULAC

Examinateurs { MM. G. DÉJARDIN
J. DUFAY

IMPRIMERIE DE TRÉVOUX PRÈS LYON
G. PATISSIER

1935

ENS BM
M026603

UNIVERSITÉ DE LYON — FACULTÉ DES SCIENCES

Doyen

M. GRIGNARD, C. ✻, ✪ I., ✠, P. N., Membre de l'Institut.

Assesseur

M. VANEY, ✻, ✪ I., ✠.

Professeurs honoraires

MM. VESSIOT, O. ✻, ✪ I.
RIGOLLOT, ✻, ✪ I.
COUTURIER, ✻, ✪ I., ✠.

Professeurs titulaires

MM. GRIGNARD, C. ✻., ✪ I., ✠ P. N., Membre de l'Institut, *Chimie générale.*
DULAC, ✻, ✪ I., *Calcul différentiel et intégral.*
SIRE, ✪ I., ✠, *Mécanique rationnelle et appliquée.*
MEUNIER, O. ✻, ✪ I., *Chimie industrielle.*
BEAUVERIE, ✻, ✪ I., ✠ C., *Botanique.*
CARDOT, ✪ I., *Physiologie générale et comparée.*
VANEY, ✻, ✪ I., ✠, *Zoologie.*
LONGCHAMBON, ✻, ✱, ✪, *Minéralogie.*
LOCQUIN, ✻, ✪ I., *Chimie générale.*
ROMAN, ✪ I., *Géologie.*
DÉJARDIN, ✪ I, *Physique Générale.*
DOUIN, ✻, ✱, ✪ I, *Botanique.*
SOLLAUD, ✪ I, *Zoologie.*
THIBAUD, *Physique expérimentale.*
LEMARCHANDS, ✪ I *Chimie industrielle.*
EYRAUD, ✪ I, *Mathématiques.*
AUMÉRAS, ✪. *Chimie physique.*
FROMAGEOT ✪, *Chimie biologique,*

Maîtres de conferences et Chargés de cours complémentaires

MM. BONNET, ✪ I., *Zoologie appliquée et Zootechnie.*
MAYET, ✻, ✪ I., ✠, *Anthropologie.*
PELOSSE, ✪ I., *Sériciculture.*
DONCIEUX, ✪ I., *P. C. N., supérieur.*
Mlle BACHRACH, ✪ I, *Physiologie.*
MM. DARESTE DE LA CHAVANNE, ✪ I., *Géographie physique.*
DUFAY, ✪, *Astrophysique,*
VIRET, *Étude des Roches.*
RANSON, *Géométrie supérieure.*

Secrétaire

M. ROUX.

BIBLIOTHÈQUE

A LA MÉMOIRE DE MES PARENTS

A MON AMI M. YEN KIAN-SON

En témoignage de reconnaissance.

1. — INTRODUCTION

Sur les clichés pris au foyer des télescopes ou des lunettes, les étoiles donnent, suivant leur éclat [1], des images plus ou moins étalées, dont la densité diminue graduellement vers les bords. Pour déterminer les magnitudes sur de tels clichés, la mesure des « diamètres » fut longtemps seule utilisée [2]. Il s'agit d'une quantité assez mal définie et qui ne varie que lentement avec la magnitude. Aussi la précision des mesures laissait-elle beaucoup à désirer.

Il était naturel de chercher à appliquer à la photométrie stellaire la méthode générale de la photométrie photographique, qui comporte d'une part la mesure des *densités* au microphotomètre, d'autre part la construction *des courbes de noircissement* de chaque cliché, avec des éclairements gradués. Ainsi, dans toute sa généralité, le problème de la photométrie stellaire photographique comporte-t-il deux parties : la mesure de la densité des images stellaires et l'étalonnage des clichés.

Si, ayant résolu par un procédé quelconque, la seconde partie du problème, on connaît avec précision les magnitudes d'un certain nombre d'étoiles d'un même champ, il devient possible de construire les courbes d'étalonnage de n'importe quel cliché en photographiant successivement sur la même plaque la région céleste à étudier et le champ de magnitudes connues. Bien entendu, les deux régions doivent être observées à la même distance zénithale, dans un intervalle de temps aussi court que possible, et la plus grande attention doit être apportée aux variations possibles de l'absorption atmosphérique. Ainsi, par exemple, détermine-t-on souvent les magnitudes par comparaison à la séquence polaire.

C'est cette solution qui a été adoptée dans le présent travail ; elle est commode, à défaut peut-être d'autres qualités. Je n'ai donc envisagé que la première partie du problème de la photométrie stellaire photographique : la mesure des densités sur les clichés stellaires.

---

(1) Rappelons que l'éclat stellaire est, par définition, l'éclairement produit sur un plan normal aux rayons.

(2) Nous ne parlons pas ici des déterminations « à l'estime » qui ne sont évidemment pas susceptibles de précision.

A première vue, les images stellaires prises au foyer paraissent mal se prêter aux mesures de densités, en raison de leur petitesse, et de leur affaiblissement graduel vers les bords. Aussi a-t-on imaginé d'abord de placer la plaque un peu en avant ou en arrière du foyer, de manière à obtenir, pour toutes les étoiles, des taches de même diamètre et de densité uniforme, susceptible d'être commodément mesurées au microphotomètre. Bien qu'avec beaucoup d'objectifs, il soit impossible d'obtenir ainsi des plages réellement uniformes, cette méthode des « images extrafocales » a rendu de grands services et s'est montrée bien plus précise que la mesure des « diamètres ». Mais elle présente naturellement l'inconvénient d'exiger des poses plus longues pour des étoiles données.

Schilt a montré, il y a une dizaine d'années, qu'on pouvait mesurer au microphotomètre, ce que nous appellerons dans la suite la *densité globale* des images stellaires prises au foyer [2] et obtenir ainsi une précision voisine de celle que fournit la méthode extrafocale. Un progrès technique très important a été réalisé ainsi. Schilt se servait d'un microphotomètre à pile thermo-électrique. Mais, en principe, le choix de l'appareil récepteur est indifférent. Des mesures analogues ont été faites avec des microphotomètres à cellules photo-électriques. Les appareils visuels, lorsqu'ils sont correctement établis, permettent des mesures aussi précises et se prêtent généralement mieux à la mesure des fortes densités. Mlle M. Bloch a utilisé déjà avec succès le microphotomètre de Fabry et Buisson [1] à l'étude des clichés stellaires pris au foyer [3]. Je me suis proposé de préciser ici les conditions d'emploi de cet instrument pour tirer le meilleur parti de la méthode de Schilt et de rechercher quelle précision on peut obtenir ainsi dans la détermination des magnitudes. C'est la première partie de mon travail [4].

J'ai appliqué ensuite la technique ainsi mise au point à l'étude de l'étoile à éclipses GO Cygni dont il n'existait pas encore de courbe de lumière précise.

Outre l'intérêt qui s'attache à cette variable particulière, les mesures faites permettent de se rendre compte de la précision réellement obtenue par cette méthode. La courbe de lumière obtenue m'a servi ensuite à déterminer les éléments du système double à éclipses.

Enfin, la Céphéide X Cygni se trouvait sur les mêmes clichés que GO Cygni, et j'en ai profité pour étudier également ses variations par le même procédé.

J'ai obtenu moi-même tous les clichés mesurés ici avec le triplet Zeiss de 17 cm. d'ouverture et 120 cm. de distance focale monté sur l'équatorial Brunner de l'Observatoire de Lyon (plaque Lumière Opta). M. J. Dufay, directeur de l'Observatoire, a bien voulu mettre à ma disposition le matériel nécessaire et me donner à tous les instants ses conseils, pendant mon séjour à l'Observatoire de Lyon. Je tiens à lui exprimer ici mon affectueuse reconnaissance.

CHAPITRE PREMIER

Emploi du microphotomètre de Fabry et Buisson pour la mesure des clichés stellaires pris au foyer.

2. — CHOIX DU DIAMÈTRE DU CERCLE ÉCLAIRÉ

Pour étudier au microphotomètre un cliché stellaire pris au foyer, on projette sur la plaque l'image d'un trou circulaire éclairé, généralement plus grande que l'image stellaire et centrée sur celle-ci. Il est essentiel de se demander d'abord *ce qu'on mesure par ce procédé*. Soit O l'opacité d'un élément de surface dS, le microphotomètre fait connaître la quantité

$$D = \log \int\int O dS, \qquad (1)$$

l'intégrale étant étendue au cercle de rayon r_0 éclairé sur la plaque. S'il s'agit d'une image circulaire, parfaitement symétrique, l'opacité O dépend seulement de la distance au centre r, et l'on peut écrire

$$D = \log 2\pi \int_0^{r_0} O r dr. \qquad (1')$$

Nous proposons d'appeler, pour abréger, la quantité D *la densité globale du cercle de rayon r_0*. Le choix du diamètre du cercle éclairé est évidemment très important.

Supposons d'abord que les images stellaires soient des cercles parfaitement opaques, dont nous représenterons le diamètre, variable avec la magnitude, par d, et désignons par d_0 le diamètre du cercle éclairé sur le cliché. Lorsqu'on éclaire le fond de la plaque, le flux qui traverse la plaque est proportionnel à d_0^2, et on peut le représenter par :

$$F_0 = kd_0^2$$

Lorsqu'on place l'image stellaire de diamètre $d<d_0$ à l'intérieur du cercle éclairé, le flux transmis devient

$$F = k\,(d_0^2 - d^2)$$

d'où

$$\frac{F}{F_0} = 1 - \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \qquad (2)$$

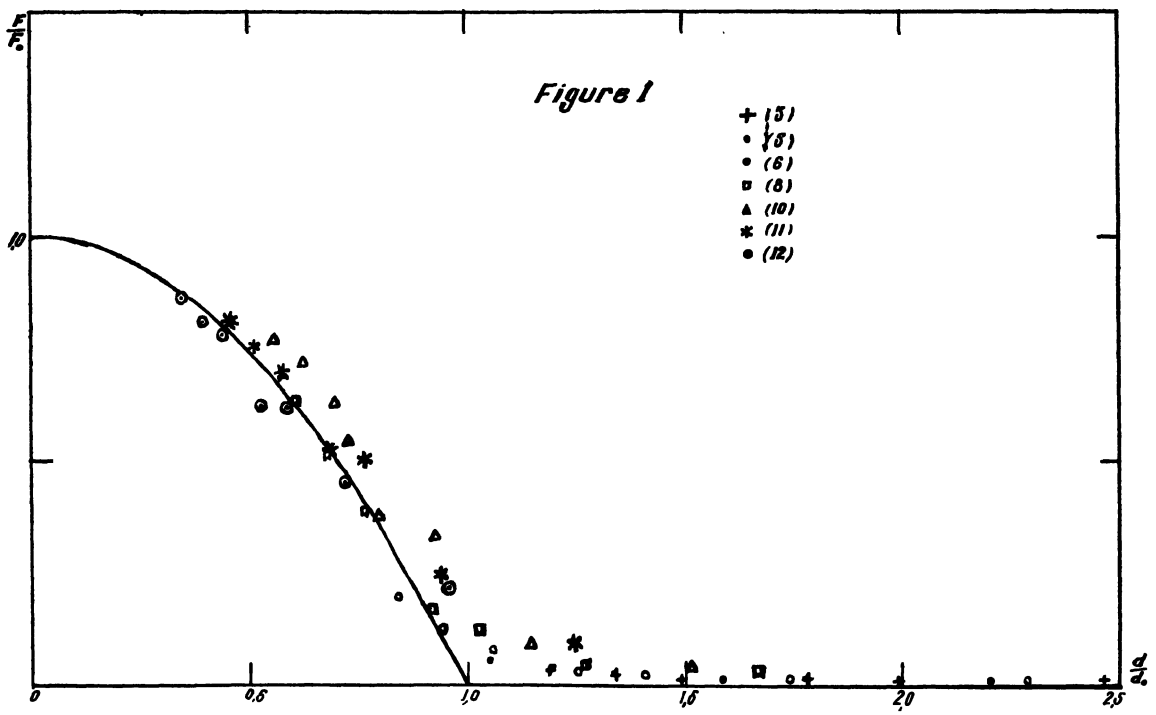

FIG. 1. — Variations de F/F_0 en fonction de d/d_0.
Parabole théorique dans le cas d'une opacité complète et points expérimentaux.
Les mesures faites sur différentes étoiles sont représentées par des points différents.

La courbe, représentant les variations de F/F_0 en fonction de d/d_0, est une portion de parabole.

Pour $d = d_0$, le flux transmis est nul, et reste nul pour $d>d_0$. La courbe représentative serait alors confondue avec l'axe des abscisses.

En réalité, l'image stellaire n'est jamais complètement opaque, et le flux transmis F est supérieur au flux F calculé ci-dessus

$$\frac{F}{F_0} > 1 - \left(\frac{d}{d_0}\right)^2 \qquad (3)$$

J'ai étudié, à ce point de vue, un cliché tiré sur la séquence polaire. 7 images stellaires ont été mesurées, chacune avec 7 trous de diamètres différents, compris entre 0,2 et 0,8^{mm}. Les diamètres des trous objets ont été mesurés au comparateur, comme ceux des images stellaires.

TABLEAU I.

N°	*Diamètres des trous objets*	*Diamètres des cercles éclairés*
1	0,7848^{mm}	0,3728^{mm}
2	0,6962	0,3307
3	0,6229	0,2959
4	0,5239	0,2489
5	0,4675	0,2221
6	0,3778	0,1795
7	0,2869	0,1363

TABLEAU II.

N°	*Mag.*	*Diamètres des images*
(3)	6,41	0,4421
(5)	6,46	0,3950
(6)	7,54	0,3121
(8)	8,32	0,2268
(10)	9,16	0,2061
(11)	10,10	0,1691
(12)	10,39	0,1300

Les diamètres des cercles éclairés s'en déduisent en multipliant ceux des trous objets par le grandissement 0,475 ; celui-ci a été déterminé en impressionnant, avec des temps de pose variés, une plaque placée sur la platine du microphotomètre. On a mesuré le diamètre des taches obtenues et adopté la valeur minimum qui correspond aux plages de faible densité.

Les résultats sont donnés dans le Tableau III et représentés graphiquement Figure 1. Les points se placent bien au voisinage de la courbe théorique, tracée en admettant une opacité infinie pour les images stellaires. Ils sont pratiquement sur la courbe tant que d est petit par rapport à d_0. L'écart ne devient guère sensible que pour $d/d_0>0,5$.

Cette figure montre entre quelles limites doit être compris le rapport d/d_0 pour que la methode donne la plus grande sensibilité. On doit avoir approximativement

$$0,3<\frac{d}{d_0}<1,05.$$

Dans l'intervalle (0,55-0,95) la pente est pratiquement constante et la sensibilité invariable.

TABLEAU III.

		N° 1	N° 2	N° 3	N° 4	N° 5	N° 6	N° 7
Etoile (3)	d/d_0 =	1,1859	1,2369	1,4941	1,7762	1,9905	2,4630	3,2436
	F/F_0 =	0,0314	0,0218	0,0172	0,0131	0,0117	0,0117	0,0115
Etoile (5)	d/d_0 =	1,0595	1,1944	1,3349	1,5870	1,7785	2,2006	2,8980
	F/F_0 =	0,0583	0,0344	0,0264	0,0170	0,0138	0,0129	0,0124
Etoile (6)	d/d_0 =	0,8372	0,9438	1,0548	1,2539	1,4052	1,7387	2,2898
	F/F_0 =	0,1972	0,1260	0,0777	0,0295	0,0260	0,0130	0,0111
Etoile (8)	d/d_0 =	0,6084	0,6858	0,7665	0,9112	1,0212	1,2641	1,6640
	F/F_0 =	0,6313	0,5085	0,3786	0,1619	0,1295	0,0403	0,0319
Etoile (10)	d/d_0 =	0,5528	0,6232	0,6965	0,7961	0,9280	1,1482	1,5121
	F/F_0 =	0,7776	0,7200	0,6314	0,3752	0,3314	0,0943	0,0423
Etoile (11)	d/d_0 =	0,4536	0,5113	0,5715	0,6794	0,7614	0,9421	1,2406
	F/F_0 =	0,8024	0,7642	0,7052	0,5168	0,5073	0,2485	0,0937
Etoile (12)	d/d_0 =	0,3487	0,3931	0,4393	0,5230	0,5853	0,7242	0,9538
	F/F_0 =	0,8576	0,8023	0,7876	0,6227	0,6086	0,4460	0,2105

3. — DENSITÉS DES IMAGES STELLAIRES

Les mesures faites en éclairant des cercles plus petits que les images stellaires ($d/d_0>1$) donnent un premier renseignement sur la répartition des densités à l'intérieur de celles-ci. Le rapport F/F_0 mesure alors le facteur de transmission moyen d'un cercle de diamètre d_0. On voit que, pour chaque étoile, le facteur de transmission commence par diminuer lors-

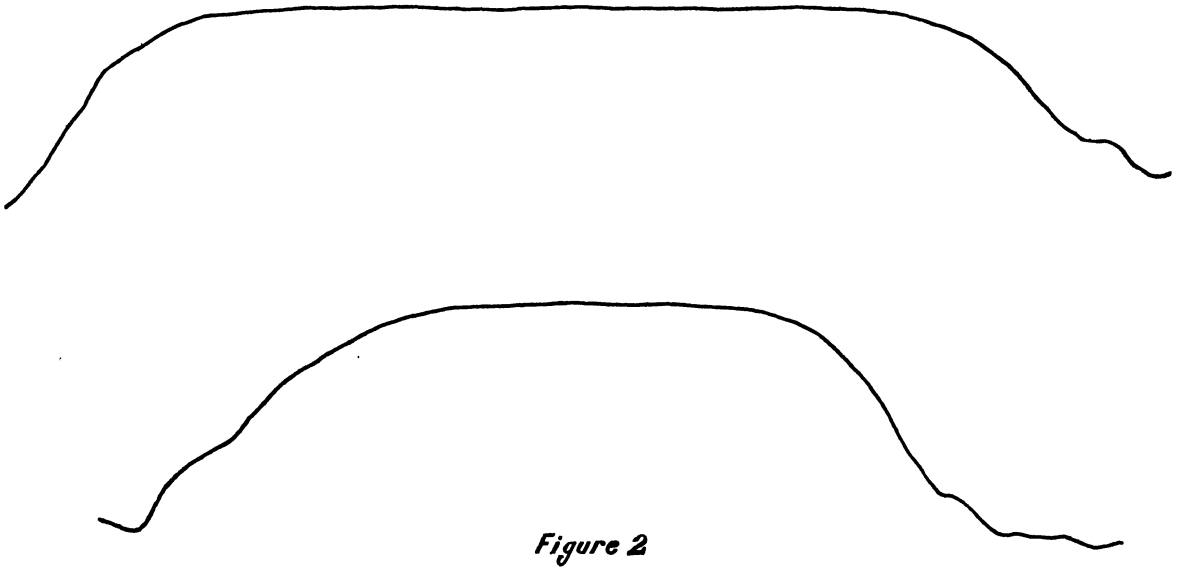

Fig. 2. — Diagrammes d'enregistrement de deux images stellaires au microphotomètre.
En haut : étoile polaire ; en bas : étoile de magnitude $5^m,4$.

que d/d_0 augmente, c'est-à-dire, lorsqu'on étudie une fraction plus petite de l'image stellaire autour du centre. Mais pour les valeurs assez grandes de d/d_0, il paraît tendre vers une certaine limite, autrement dit, il paraît exister au centre de chaque image stellaire une région de densité constante. Quelques enregistrements de larges images correspondant à des étoiles brillantes ont été faites au microphotomètre de Chalonge et Lambert. Ils montrent bien, qualitativement, la région centrale de densité constante.

4. — PRÉCISION DE LA DÉTERMINATION DES MAGNITUDES

Nous nous proposons de déterminer la magnitude inconnue m d'une étoile, connaissant les magnitudes d'un certain nombre d'étoiles voisines. On mesure, sur le cliché, les densités globales correspondant à des petits cercles de même diamètre centrés sur les images stellaires. La connaissance des magnitudes m_1, m_2, m_3, m_4, etc., correspondant aux densités D_1, D_2, D_3, D_4, etc., permet de tracer une courbe d'interpolation en portant m en abscisses et D en ordonnées. On lira, sur la courbe, la magnitude m correspondant à la densité trouvée pour l'étoile étudiée.

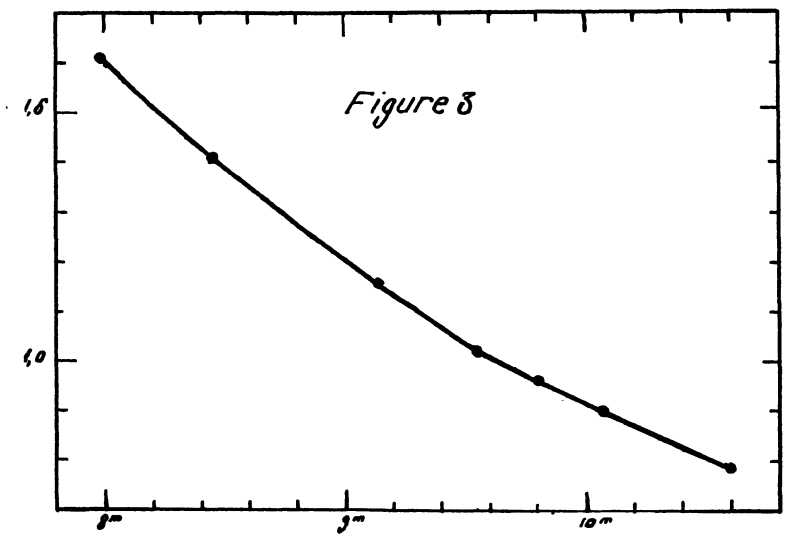

FIG. 3. — Variations de la densité globale en fonction de la magnitude (séquence de Miss LEAVITT).

Cette courbe joue le même rôle que la courbe de noircissement dans l'étude des plages étendues. On peut, dans une certaine région, l'assimiler à une droite de pente p définie par deux points d'abscisses m_1, m_2, d'ordonnées D_1 et D_2. En désignant alors par ε la limite supérieure des erreurs commises dans la mesure des densités, par η la limite supérieure des erreurs sur les magnitudes m_1 et m_2 des étoiles connues, on sait que l'erreur à craindre sur m a pour limite supérieure :

$$(4) \qquad |\Delta m| = |\eta| + \frac{|2\varepsilon|}{p}. \qquad [5]$$

L'erreur à craindre est d'autant plus faible que la pente p est plus grande, ce qui est évident.

L'expérience montre que les densités peuvent être mesurées avec le microphotomètre de FABRY et BUISSON à 0,005 près, en faisant de 5 à 10 pointés. Quant à la pente p, sa valeur dépend évidemment du diamètre du cercle éclairé dans l'étude au microphotomètre. En me plaçant dans les conditions précisées au paragraphe 2, j'ai trouvé des pentes comprises entre —0,3 et —0,6. Le terme $2\varepsilon/p$ était donc compris entre 0,017 et 0,033. Abstraction faite de l'erreur η sur les magnitudes des étoiles étalons, *la magnitude d'une étoile était donc déterminée à deux ou trois centièmes de magnitude près.* Ceci, bien entendu, sous réserve des erreurs fortuites qui peuvent résulter d'une inégalité de sensibilité d'un point à l'autre de l'émulsion.

La figure 3 reproduit, à titre d'exemple, la courbe d'étalonnage obtenue à partir d'un cliché, posé 10 minutes, sur une des séquences de Miss LEAVITT (séquence 2 h. + 46°) [6], La pente moyenne est voisine de —0,4 entre les magnitudes 8 et 9, et de —0,3 entre les magnitudes 9 et 10. Sur un autre cliché, la séquence polaire m'a donné entre les magnitudes $6^m,2$ et $8^m,6$ une région bien rectiligne de pente —0,57.

5. — COMPARAISON AVEC LA MÉTHODE DES DIAMÈTRES

Il est intéressant de comparer la précision obtenue au microphotomètre avec celle de la méthode des diamètres.

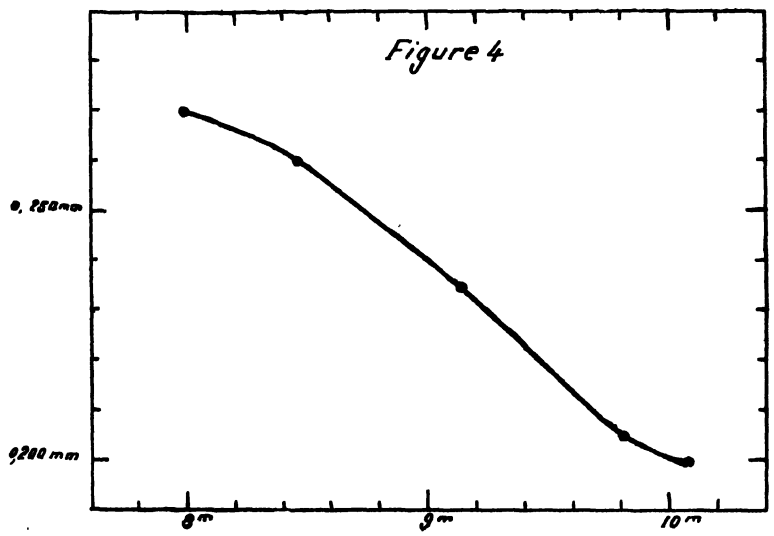

FIG. 4. — Variations du diamètre en fonction de la magnitude (séquence de Miss LEAVITT).

La figure 4 reproduit la courbe d'étalonnage relative à la même séquence de Miss LEAVITT tracée en portant en abscisses les magnitudes, en ordonnées les diamètres. *Ceux-*

ci ne varient que très lentement avec les magnitudes. Dans la région la plus favorable, entre les magnitudes $8^m,75$ et $10^m,0$, le diamètre ne varie que de $0,05^{mm}$. En exprimant les diamètres en millimètres, la pente est de 0,04. Pour obtenir, par cette méthode, la même précision que dans les mesures au microphotomètre, soit 0,025 magnitude, il faudrait pouvoir mesurer les diamètres avec une erreur ε telle que

$$\frac{2\varepsilon}{0,04} = 0,025,$$

ce qui donne $\varepsilon = 0,0005^{mm} = 0,5\ \mu$. Or, il est évident que les diamètres ne peuvent être mesurés à un demi micron près

Dans les mesures relatives à la séquence de Miss Leavitt, l'erreur moyenne d'une mesure de diamètre était 7,5 μ ; dans les mesures relatives à la séquence polaire 12 μ. Il n'est pas possible de faire mieux, puisque les images stellaires ne sont pas des cercles à bords nets. Il est permis d'admettre qu'avec un nombre raisonnable de pointés, les diamètres soient connus à 4 microns près. L'erreur résultant sur la magnitude m est alors

$$\Delta m = \frac{0,004}{0,04} = 0,1$$

Nous retrouvons ici le résultat classique : *la méthode des diamètres ne permet de déterminer les grandeurs des étoiles qu'à un dixième de magnitude près.* La mesure au microphotomètre donne une précision 4 fois plus grande.

6. — EFFET DE LA DISTANCE AU CENTRE DU CLICHÉ

Faisons, sur une même plaque, une série de poses de même durée en décalant chaque fois légèrement l'instrument, de manière que les images successives d'une même étoile s'éloignent graduellement du centre du champ. On sait qu'alors l'effet photographique mesuré par un procédé quelconque (diamètre de l'image par exemple) diminue aussi graduellement.

Cette réduction de l'éclairement, en fonction de la distance à l'axe optique, est très prononcée avec certains objectifs. Je me suis proposé de l'étudier sur le triplet Zeiss :

1°) au moyen des mesures microphotométriques ;

2°) par la méthode des diamètres.

Dans ce but, j'ai fait sur une même plaque 8 poses successives, de 10 minutes chacune, sur la séquence (α = 2 h , δ = + 46°) de Miss Leavitt en décalant chaque fois l'équatorial en ascension droite d'une minute de temps. Les observations ont été faites de manière à encadrer le passage au méridien de la région visée et rendre ainsi négligeable l'effet de l'absorption différentielle. Les densités des images de 7 étoiles ont été mesurées

sur ces 8 poses, et on a construit pour chaque étoile la courbe figurant les variations de la densité en fonction de la distance au centre.

Avec les densités obtenues pour les diverses étoiles lorsqu'elles sont au voisinage du centre du champ, on trace la courbe d'étalonnage qui permet de passer des densités aux

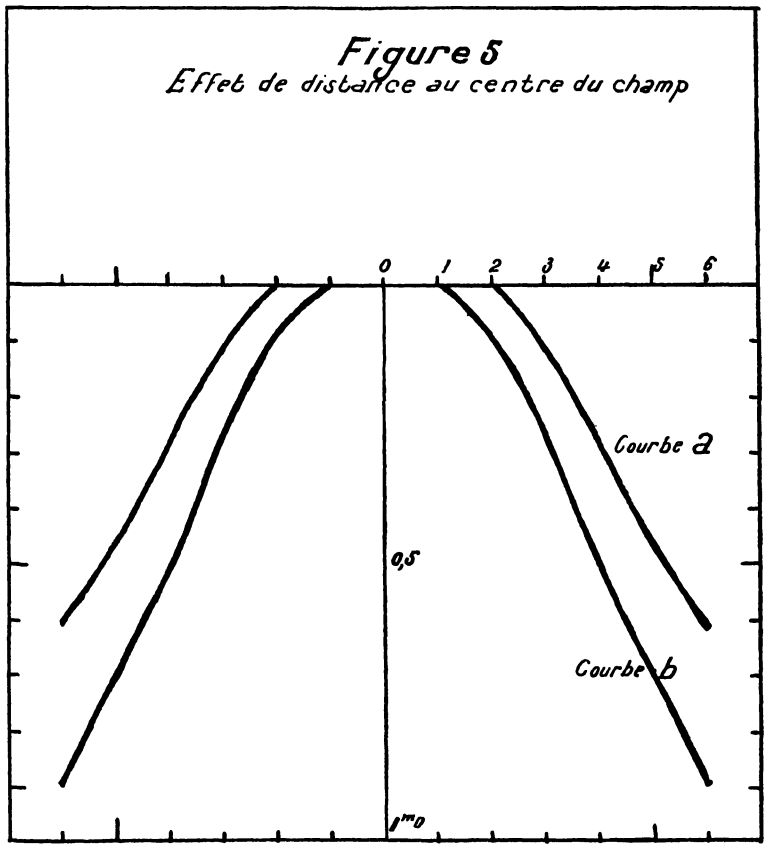

Fig. 5. — Effet de distance au centre du cliché.
Courbe a : mesures au microphotomètre ; courbe b : mesures des diamètres.

magnitudes. La perte de grandeur résultant de l'effet de distance au centre est exprimée en magnitude dans le Tableau IV et représentée graphiquement Figure 5 (courbe a). On voit que l'éclairement ne peut être considéré comme uniforme que dans un cercle de 2 cm. de rayon au centre du champ, soit moins de 1°.

On a étudié d'une manière analogue et sur le même cliché, l'effet de distance au centre par la méthode des diamètres. Les résultats sont également donnés dans le Tableau IV, et représentés figure 5 (courbe b).

TABLEAU IV.

Distances au centre	*Mesures microphotométriques*	*Mesures des diamètres*
1,5 cm		$0^m,0352 \pm 0^m,031$
2,0		0 ,085 ± 0 ,048
2,5	$0^m,042 \pm 0^m,010$	0 ,168 ± 0 ,067
3,0	0 ,112 ± 0 ,014	0 ,263 ± 0 ,065
3,5	0 ,193 ± 0 ,014	0 ,388 ± 0 ,064
4,0	0 ,283 ± 0 ,016	0 ,500 ± 0 ,061
4,5	0 ,370 ± 0 ,021	0 ,600 ± 0 ,065
5,0	0 ,460 ± 0 ,024	0 ,692 ± 0 ,076
5,5	0 ,536 ± 0 ,031	0 ,788 ± 0 ,074
6,0	0 ,608 ± 0 ,028	0 ,893 ± 0 ,050

On voit que l'effet, exprimé en magnitudes, est plus prononcé par la méthode des diamètres que par la méthode microphotométrique, ce qui surprend tout d'abord, car, s'il s'agissait seulement d'une diminution de l'éclairement, on devrait trouver pour l'effet produit, *exprimé en magnitudes*, la même valeur quel que soit le procéder de mesurer utilisé. Mais, en réalité, il ne s'agit pas seulement d'une diminution de l'éclairement : les aberrations de l'objectif jouent un rôle particulièrement important lorsque les mesures portent sur les diamètres. Dans ce cas, on sait que la correction à apporter aux magnitudes pour les ramener aux valeurs qui seraient observées au centre du champ est non seulement fonction de la distance au centre, mais encore de la grandeur des étoiles [7]. Il arrive même avec certains réflecteurs que l'éloignement du centre fasse diminuer les diamètres des étoiles faibles et augmenter celui des étoiles brillantes. Le paradoxe s'explique par la répartition de la lumière à l'intérieur de la tache d'aberration. Celle-ci influe naturellement beaucoup moins sur le noircissement total que sur le diamètre et il n'est pas absurde de trouver un effet de distance différent dans les deux cas.

SCHILT a d'ailleurs trouvé déjà que l'effet était moins marqué dans le cas des mesures au microphotomètre que dans le cas des mesures de diamètres. C'est un nouvel et important avantage de la méthode du microphotomètre.

CHAPITRE II

Courbe de lumière de l'étoile GO Cygni.

7. — RECHERCHES ANTÉRIEURES

SCHNELLER [8] a découvert photographiquement la variabilité de GO Cygni, le 20 décembre 1928.

L'année suivante, B. W. KUKARKIN [9] a signalé que sa période était fort courte. En 1931, SZCZYRBAK [10] l'a considérée comme une étoile variable du type Algol, et lui a donné les éléments assez exacts :

$$\text{Min. princ.} = \text{J. D. } 2426509{,}467 + 0\ \text{j},717767\text{E}, \qquad \text{D} = 3\ \text{h. } 6.$$

La courbe de KUKARKIN [9], tracée d'après ses observations faites en 1929 et 1931, était du type β-Lyrae avec

$$\begin{cases} M_1 = M_2 = 8^m{,}40 \\ m_1 = 8^m{,}83 \\ m_2 = 8^m{,}51 \end{cases}$$

et Min. = J. D. 2426509,462 ± 0,004 + 0 j. 717767 E ± 0,000005,
mais elle n'était d'accord ni avec celle de WILHELMINA IWANOWSKA et WLADYSLAW DZIEWULSKI [11], ni avec celle de K. KORDYLEWSKI [12] : celui-ci a obtenu, en faisant des observations avec un photomètre à coin de GRAFF, une courbe symétrique avec

$$\begin{cases} M_1 = M_2 = 8^m23, \\ m_1 = 8^m{,}77, \\ m_2 = 8^m{,}46, \end{cases}$$

et les deux premiers ont trouvé une courbe avec 2 maxima fort inégaux en évaluant les grandeurs à l'estime sur les clichés. Je me suis proposé [13] d'effectuer une étude photométrique plus complète de cette étoile.

8. — OBSERVATIONS ET MESURES DES CLICHÉS

Les clichés, au nombre de 73, comprenant 3 poses de 8 minutes en général, sont pris au foyer de l'objectif Zeiss de 17 cm. d'ouverture et 120 cm. de focale de l'Observatoire de Lyon. Pour chaque cliché, on construit une courbe d'étalonnage, en portant en abscisses les magnitudes connues de plusieurs étoiles de comparaison, en ordonnées les lectures correspondantes au microphotomètre.

Les mesures ont été faites chaque fois avec un trou de diamètre approprié. Le microphotomètre était éclairé par une lampe argenta dont on pouvait faire varier la brillance en modifiant la tension aux bornes. Elle était suivie d'un filtre vert.

L'étoile B. D. + 34°4079, utilisée comme étoile guide, occupait le centre des clichés Il y a peu d'étoiles de magnitudes photographiques connues à l'intérieur du cercle centré sur cette étoile et de rayon 2,5 cm.

Pour construire les courbes d'étalonnage, j'ai utilisé 5 étoiles voisines de la variable, dont j'ai déterminé les magnitudes en les comparant directement à la séquence polaire à la même distance zénithale. Les étoiles de la séquence polaire se trouvent à des distances diverses du centre du champ. Soit m la magnitude cataloguée d'une de ces étoiles. située à la distance d du centre du champ. A cette distance correspond une perte de magnitude connue Δm_d. La densité globale mesurée au microphotomètre correspond donc à la magnitude $m + \Delta m_d$. C'est celle-ci qu'il convient de retenir pour tracer la courbe reliant les densités globales aux magnitudes. On a obtenu ainsi les magnitudes des étoiles de comparaison à *la place qu'elles occupent dans le champ*, place qui est invariable, et d'ailleurs très voisine du centre.

Ces magnitudes sont données dans le Tableau V ; elles ont servi à déterminer sur chaque cliché la magnitude de la variable.

TABLEAU V.

(*Etoiles de comparaison*).

Numéro	*Numéro de B.D.*	*Magnitudes photographiques*
(a)	B.D. + 34°4091	$7^m,98$
(b)	+ 34°4111	$8^m,14$
(c)	+ 35°4197	$8^m,38$*
(d)	+ 34°4098	$8^m,66$
(e)	+ 35°4191	$9^m,18$

L'ensemble des mesures m'a conduit à éliminer l'une de ces étoiles (c), suspecte de variabilité, qu'on étudiera plus loin.

Voici, à titre d'exemple, les mesures ayant servi à déterminer la magnitude de GO Cygni sur un cliché (2e pose, n° 57).

TABLEAU VI.

Etoiles	*Magnitudes*	*Densités globales*
(a)	$7^m,98$	1,6588
(b)	$8^m,14$	1,5580
(d)	$8^m,66$	1,2218
(e)	$9^m,14$	1,0261
GO Cygni	$8^m,50$	1,3610

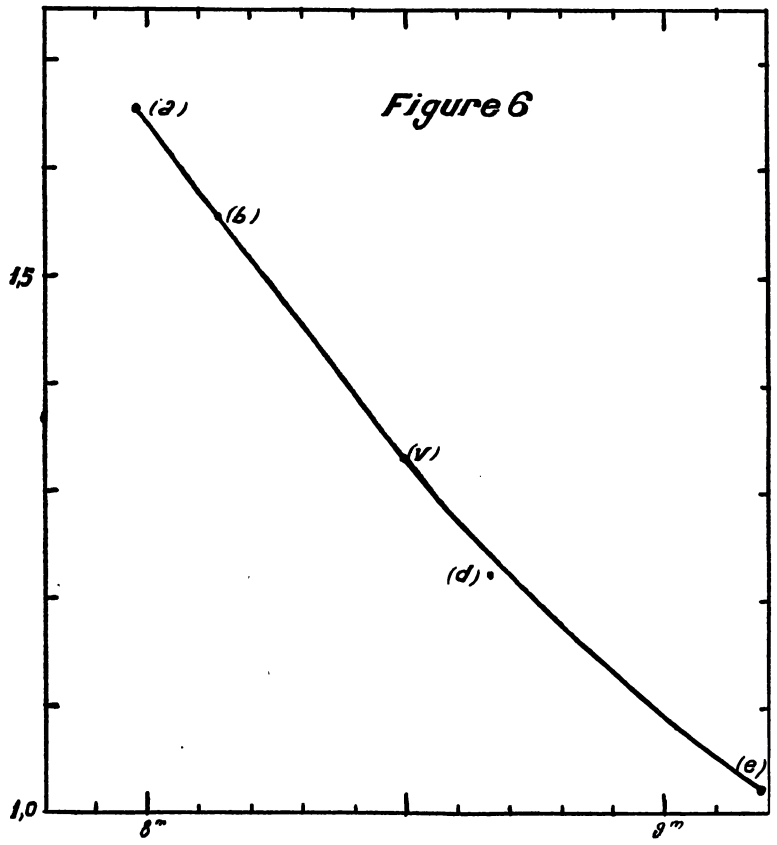

FIG. 6. — Courbe d'étalonnage du cliché (2 poses, n° 57).
En abscisses : magnitudes ; en ordonnées : densités globales.

A l'aide de ces mesures, on trace la courbe d'étalonnage reproduite figure 6, qui donne la magnitude $8^m,50$ pour la variable.

Le Tableau VII donne les résultats de mes observations, au nombre de 208, réparties sur 25 nuits, du 3 août au 12 novembre 1933. Les phases sont calculées d'après la formule :

Phase = (J.J. hélioc. — 2427000)/P, avec P = 0 j. 717767.

La cinquième colonne donne les numéros des clichés. Les 8 numéros 31, 63, 64, 65, 77, 78, 79, 80, manquent, ils ont été tirés sur la séquence polaire ou sur les étoiles de Miss Leavitt, pour déterminer les magnitudes des étoiles de comparaison, ou bien pour étudier l'effet de distance au centre du champ.

Les 8 observations marquées d'un astérisque, faites dans des conditions atmosphériques particulièrement défavorables, sont considérées comme douteuses.

Tableau VII.

N°	*J.J. hélioc.*	*Phases*	*Mag.*	*N° des clichés*	m_c	*Remarque*
	(2427)					
1	288,4064	401,8106	8^m,26	1	8^m,34	lune
2	,4147	,8222	8 ,22	«	8 ,32	«
3	,4237	,8349	8 ,23	«	8 ,27	«
4	289,4029	403,1989	8 ,34	2	8 ,36	«
5	,4119	,2115	8 ,29	«	8 ,38	«
6	,4189	,2212	8 ,33	«	8 ,39	«
7	290,4356	404,6377	8 ,50	3	8 ,33	«
8	,4515	,6599	8 ,48	«	8 ,38	«
9	291,4161	406,0037	8 ,50	4	8 ,41	«
10	,4238	,0145	8 ,50	«	8 ,47	«
11	,4321	,0261	8 ,53	«	8 ,45	«
12	292,3919	407,3633	8 ,37*	5	8 ,49	«
13	,3988	,3729	8 ,35*	«	8 ,43	«
14	,4057	,3825	8 ,32	«	8 ,44	lune
15	303,4543	422,7755	8 ,27	6	8 ,32	
16	,4599	,7833	8 ,26	«	8 ,27	
17	,4669	,7931	8 ,24	«	8 ,33	
18	309,5185	431,2242	8 ,32	7	8 ,21	
19	,5266	,2355	8 ,32	«	8 ,23	
20	,5338	,2455	8 ,29	«	8 ,25	
21	,5771	,3058	8 ,33	8	8 ,28	
22	,5845	,3162	8 ,27	«	8 ,27	

N°	J.J. hélioc.	Phases	Mag.	N° des clichés	m_c	Remarque
23	,5926	,3274	8 ,27	«	8 ,29	
24	,6078	,3486	8 ,27	9	8 ,33	
25	,6151	,3588	8 ,30	«	8 ,34	
26	,6224	,3690	8 ,25	«	8 ,26	
27	,6412	,3951	8 ,27	10	8 ,31	
28	,6481	,4048	8 ,31	«	8 ,27	
29	,6546	,4138	8 ,30	«	8 ,22	
30	310,3932	432,4428	8 ,36	11	8 ,33	
31	,4016	,4545	8 ,45	«	8 ,45	
32	,4106	,4671	8 ,50	«	8 ,41	
33	311,5715	434,0845	8 ,55	12	8 ,37	
34	,5807	,0973	8 ,54	«	8 ,36	
35	,5870	,1061	8 ,53	«	8 ,30	
36	,5995	,1235	8 ,50	13	8 ,26	
37	,6071	,1341	8 ,45	«	8 ,25	
38	,6137	,1433	8 ,45	«	8 ,30	
39	,6272	,1621	8 ,32	14	8 ,29	
40	,6345	,1722	8 ,35	«	8 ,25	
41	,6411	,1814	8 ,42	«	8 ,39	
42	,6554	,2013	8 ,34	15	8 ,49	
43	,6609	,2090	8 ,38	«	8 ,50	
44	312,4855	435,3578	8 ,33	16	8 ,33	
45	,4922	,3672	8 ,31	«	8 ,26	
46	,5001	,3782	8 ,25	«	8 ,23	
47	,5279	,4168	8 ,27	17	8 ,22	
48	,5369	,4295	8 ,40	«	8 ,24	
49	,5445	,4401	8 ,31	«	8 ,26	
50	,5637	,4668	8 ,41	18	8 ,29	
51	,5709	,4768	8 ,40	«	8 ,31	
52	,5783	,4871	8 ,42	«	8 ,38	plaque
53	,6015	,5195	8 ,53	19	8 ,51	abimée
54	,6078	,5282	8 ,82*	«	8 ,42	
55	,6154	,5388	8 ,88*	«	8 ,43	
56	313,5522	436,8440	8 ,23	20	8 ,24	
57	,5626	,8585	8 ,25	«	8 ,30	
58	,5703	,8692	8 ,24	«	8 ,25	
59	,5824	,8861	8 ,38*	21	8 ,27	
60	,5901	,8978	8 ,30*	«	8 ,25	

N°	J.J. hélioc.	Phases	Mag.	N° des clichés	m_c	Remarque
61	,5977	,9074	8 ,30*	«	8 ,25	
62	,6189	,9369	8 ,28	22	8 ,23	
63	,6269	,9481	8 ,27	«	8 ,29	
64	,6355	,9600	8 ,35	«	8 ,27	
65	,6550	,9872	8 ,34	23	8 ,20	
66	,6602	,9945	8 ,37	«	8 ,24	
67	318,3820	443,5729	8 ,80	24	8 ,28	
68	,3903	,5845	8 ,84	«	8 ,24	
69	,3983	,5956	8 ,77	«	8 ,27	
70	,4111	,6135	8 ,62	25	8 ,15	
71	,4194	,6250	8 ,55	«	8 ,24	
72	,4497	,6672	8 ,36	26	8 ,30	
73	,4587	,6798	8 ,34	«	8 ,27	
74	,4664	,6905	8 ,30	«	8 ,18	
75	,4794	,7086	8 ,28	27	8 ,24	
76	,4873	,7196	8 ,24	«	8 ,26	
77	,4951	,7305	8 ,26	«	8 ,26	
78	319,3431	444,9119	8 ,25	28	8 ,27	
79	,3509	,9228	8 ,26	«	8 ,28	
80	,3590	,9341	8 ,27	«	8 ,25	
81	,3757	,9573	8 ,35	29	8 ,33	
82	,3846	,9697	8 ,35	«	8 ,34	
83	,3928	,9812	8 ,40	«	8 ,27	
84	,4442	445,0527	8 ,51	30	8 ,21	
85	,4518	,0634	8 ,54	«	8 ,25	
86	,4597	,0744	9 ,55	«	8 ,22	
87	330,4636	460,4051	8 ,34	32	8 ,35	
88	,4775	,4245	8 ,33	«	8 ,40	
89	,4879	,4390	8 ,34	«	8 ,14	
90	5279	,4947	8 ,45	33	8 ,27	
91	,5358	,5057	8 ,48	«	8 ,17	
92	,5421	,5145	8 ,58	«	8 ,27	
93	,5553	,5329	8 ,61	34	8 ,39	
94	,5622	,5425	8 ,70	«	8 ,38	
95	,5685	,5514	8 ,70	«	8 ,22	
96	330,5879	460,5723	8 ,70	35	8 ,24	
97	,5935	,5861	8 ,78	«	8 ,26	
98	,6004	,5957	8 ,85	«	8 ,16	

N°	J.J. hélioc.	Phases	Mag.	N° des clichés	m_c	Remarque
99	,6317	,6393	8 ,46	36	8 ,26	horizon
100	,6459	,6591	8 ,44	«	8 ,32	horizon
101	331,3418	461,6286	8 ,55	37	8 ,27	
102	,3490	,6387	8 ,53	«	8 ,27	
103	,3553	,6474	8 ,54	«	8 ,30	
104	,4952	,8423	8 ,24	38	8 ,21	
105	,5046	,8554	8 ,26	«	8 ,18	
106	,5115	,8651	8 ,23	«	8 ,21	
107	,5275	,8874	8 ,25	39	8 ,22	
108	,5341	,8965	8 ,27	«	8 ,21	
109	,5404	,9053	8 ,26	«	8 ,19	
110	,5581	,9300	8 ,26	40	8 ,19	
111	,5640	,9382	8 ,28	«	8 ,17	
112	,5703	,9470	8 ,29	«	8 ,25	
113	,5816	,9624	8 ,28	41	8 ,25	
114	,5876	,9711	8 ,34	«	8 ,23	
115	,5942	,9803	8 ,38	«	8 ,21	
116	,6126	462,0059	8 ,34	42	8 ,25	
117	,6198	,0159	8 ,42	«	8 ,25	
118	,6258	,0430	8 ,45	«	8 ,13	
119	332,3400	463,0193	8 ,45	43	8 ,31	
120	,3471	,0292	8 ,49	«	8 ,35	
121	,3539	,0387	8 ,54	«	8 ,39	
122	,4747	,2070	8 ,33	44	8 ,10	diaph.
123	,4900	,2283	8 ,27	«	8 ,15	½ diaph.
124	,5057	,2502	8 ,32	«	8 ,13	
125	,5189	,2686	8 ,29	45	8 ,15	
126	,5300	,2840	8 ,27	«	8 ,20	½ diaph.
127	,5404	,2985	8 ,25	«	8 ,30	diaph.
128	,5613	,3277	8 ,31	46	8 ,35	
129	,5682	,3373	8 ,30	«	8 ,36	
130	,5740	,3453	8 ,31	«	8 ,43	
131	333,4656	464,5875	8 ,87	47	8 ,42	
132	,4718	,5962	8 ,79	«	8 ,42	
133	,4781	,6049	8 ,77	«	8 ,48	
134	,4989	,6339	8 ,59	48	8 ,30	
135	,5052	,6427	8 ,55	«	8 ,32	
136	,5114	,6513	8 ,50	«	8 ,21	

N°	J.J. hélioc.	Phases	Mag.	N° des clichés	m_c	Remarque
137	,5260	,6717	8 ,45	49	8 ,35	
138	,5361	,6858	8 ,42	«	8 ,23	½ diaph.
139	,5471	,7011	8 ,35	«	8 ,30	diaph.
140	5737	,7381	8 ,28	50	8 ,31	
141	,5806	,7478	8 ,28	«	8 ,32	
142	,5875	,7574	8 ,30	«	8 ,28	
143	,6038	,7801	8 ,26	51	8 ,30	
144	,6104	,7893	8 ,25	«	8 ,40	
145	,6163	,7975	8 ,26	«	8 ,34	
146	347,4581	484,0820	8 ,54	52	8 ,34	
147	,5005	,1411	8 ,47	«	8 ,19	
148	,5070	,1501	8 ,45	«	8 ,33	
149	351,3461	489,4988	8 ,50	53	8 ,50	lune
150	,3535	,5091	8 ,63	«	8 ,45	«
151	,3597	,5178	8 ,64	«	8 ,53	«
152	,3816	,5482	8 ,69	54	8 ,43	«
153	,3920	,5628	8 ,82	«	8 ,36	«
154	,4003	,5743	8 ,75	«	8 ,40	«
155	,5461	,7775	8 ,26	55	8 ,41	«
156	,5521	,7858	8 ,27	«	8 ,45	«
157	,5580	,7940	8 ,23	«	8 ,45	lune
158	356,3126	496,4182	8 ,35	56	8 ,60	
159	,3169	,4242	8 ,37	«	8 ,51	
160	,3227	,4325	8 ,39	«	8 ,40	
161	,3480	,4675	8 ,46	57	8 ,43	
162	,3534	,4750	8 ,50	«	8 ,40	
163	,3633	,4888	8 ,52	«	8 ,31	
164	,3902	,5263	8 ,58	58	8 ,30	
165	,3963	,5348	8 ,75	«	8 ,46	
166	,4022	,5430	8 ,70	«	8 ,31	
167	,4397	,5953	8 ,70	59	8 ,32	
168	,4457	,6036	8 ,63	«	8 ,40	
169	,4522	,6137	8 ,55	«	8 ,31	
170	,4682	,6350	8 ,47	60	8 ,45	
171	,4739	,6429	8 ,55*	«	8 ,38	nuages
172	,4777	,6482	8 ,43	«	8 ,40	
173	359,3895	500,7050	8 ,30	61	8 ,26	
174	,3961	,7142	8 ,31	«	8 ,32	

N°	J.J. hélioc.	Phases	Mag.	N° des clichés	m_c	Remarque
175	,4027	,7234	8 ,32	«	8 ,35	
176	,4353	,7688	8 ,35	62	8 ,53	
177	361,4380	503,5590	8 ,80	66	8 ,32	
178	,4451	,5688	8 ,85	«	8 ,38	
179	,4519	,5783	8 ,88	«	8 ,39	
180	,4759	,6118	8 ,66	67	8 ,38	
181	,4824	,6208	8 ,65	«	8 ,41	
182	,4887	,6296	8 ,54	«	8 ,44	
183	,5023	,6485	8 ,55	68	8 ,55	
184	,5081	,6566	8 ,52	«	8 ,46	
185	,5144	,6654	8 ,46	«	8 ,43	
186	363,3671	506,2466	8 ,30	69	8 ,26	
187	,3723	,2538	8 ,30	«	8 ,17	
188	,3793	,2636	8 ,31	«	8 ,28	
189	365,3521	509,0121	8 ,41	70	8 ,35	
190	,3586	,0212	8 ,44	«	8 ,24	
191	,3647	,0297	8 ,44	«	8 ,28	
192	,3781	,0483	8 ,52	71	8 ,31	
193	,3843	,0570	8 ,51	«	8 ,40	
194	,3906	,0658	8 ,54	«	8 ,40	
195	,4149	,0996	8 ,54	72	8 ,41	
196	,4225	,1102	8 ,53	«	8 ,38	
197	,4288	,1190	8 ,48	«	8 ,29	
198	,4625	,1659	8 ,45	73	8 ,35	
199	,4677	,1732	8 ,38	«	8 ,27	
200	,4732	,1802	8 ,35	«	8 ,22	
201	,4927	,2080	8 ,35	74	8 ,42	
202	,4989	,2166	8 ,33	«	8 ,39	
203	,5052	,2254	8 ,34	«	8 ,50	
204	,5240	,2516	8 ,35	75	8 ,47	
205	,5308	,2611	8 ,30	«	8 ,47	
206	,5372	,2700	8 ,30	«	8 ,50	
207	389,2951	542,3697	8 ,24	76	8 ,18	
208	,3910	,5033	8 ,45	81	8 ,20	

9. — POINTS NORMAUX

En classant les observations suivant l'ordre des phases croissantes, et en prenant les moyennes de plusieurs observations des phases successives, on obtient les 54 points normaux indiqués dans le Tableau VIII. Les observations douteuses sont éliminées, mais les très bonnes observations, marquées par * dans le Tableau VIII, sont comptées individuellement.

TABLEAU VIII.

N°	*Phases*	*Mag.*	*Nombre d'observations*	*Phases finales*
1	0,0047	8,420	2	0,4236
2	0,0155	8,445	4	0,4344
3	0,0266	8,475	4	0,4455
4	0,0409	8,495	2	0,4598
5	0,0527	8,513	3	0,4716
6	0,0646	8,540	2	0,4835
7	0,0803	8,547	3	0,4992
8	0,0985	8,540	2	0,5174
9	0,1082	8,530	2	0,5271
10	0,1235	8,500	1*	0,5424
11	0,1395	8,457	3	0,5584
12	0,1594	8,407	3	0,5783
13	0,1768	8,375	4	0,5957
14	0,2060	8,340	6	0,6249
15	0,2252	8,320	6	0,6441
16	0,2481	8,310	6	0,6670
17	0,2611	8,300	1*	0,6800
18	0,2716	8,293	4	0,6905
19	0,3068	8,283	3	0,7257
20	0,3373	8,280	4	0,7562
21	0,3645	8,286	5	0,7834
22	0,3822	8,298	4	0,8011

N°	Phases	Mag.	Nombre d'observations	Phases finales
23	0,4115	8,314	5	0,8304
24	0,4299	8,366	5	0,8488
25	0,4458	8,373	3	0,8647
26	0,4706	8,454	5	0,8895
27	0,4924	8,473	4	0,9113
28	0,4988	8,500	1*	0,9177
29	0,5060	8,520	3	0,9249
30	0,5173	8,583	3	0,9362
31	0,5313	8,650	3	0,9502
32	0,5446	8,697	3	0,9635
33	0,5552	8,750	2	0,9741
34	0,5714	8,820	5	0,9903
35	0,5860	8,830	3	0,0049
36	0,5957	8,778	3	0,0146
37	0,6118	8,660	1*	0,0307
38	0,6229	8,600	2	0,0418
39	0,6376	8,528	10	0,0565
40	0,6539	8,487	6	0,0728
41	0,6591	8,440	1*	0,0780
42	0,6710	8,403	4	0,0899
43	0,6925	8,360	3	0,1114
44	0,7128	8,300	5	0,1331
45	0,7485	8,274	5	0,1674
46	0,7862	8,256	9	0,2051
47	0,8164	8,240	2	0,2353
48	0,8404	8,233	3	0,2593
49	0,8691	8,246	5	0,2880
50	0,9046	8,260	5	0,3235
51	0,9324	8,270	5	0,3513
52	0,9550	8,308	5	0,3739
53	0,9711	8,363	6	0,3900
54	0,9807	8,340	1*	0,3996

10. — COURBE DE LUMIÈRE

En portant en abscisses les phases, en ordonnées les valeurs correspondantes des magnitudes, on obtient une courbe moyenne qui représente bien l'ensemble des 200 observations. L'écart moyen des observations individuelles, par rapport à la courbe, passant par ces points normaux, est ± 0^m0355. Les écarts moyens pour diverses phases ne sont pas les mêmes, comme le montrent les nombres ci-dessous :

Phases	ε
0,05	± 0^m,036
0,15	± 0 ,030
0,25	± 0 ,024
0,35	± 0 ,035
0,45	± 0 ,043
0,55	± 0 ,046
0,65	± 0 ,047
0,75	± 0 ,019
0,85	± 0 ,013
0,95	± 0 ,023

Les valeurs des minima et leurs phases correspondantes, ainsi que les maxima et leurs phases correspondantes, sont calculés par plusieurs méthodes : les lignes centrales [*15*], interpolation parabolique, et interpolation de Lagrange, etc. En prenant les valeurs moyennes de ces diverses méthodes, on obtient :

$$\begin{cases} m_1 = 8^m,845 \text{ à la phase } 0,5811, \\ m_2 = 8^m,550 \text{ à la phase } 0,0823, \\ M_1 = 8^m,235 \text{ à la phase } 0,8428, \\ M_2 = 8^m,280 \text{ à la phase } 0,3305. \end{cases}$$

De ces résultats, on déduit les conclusions suivantes :

1°) L'écart moyen des observations individuelles paraît plus faible au voisinage du premier maximum, qu'au voisinage du deuxième (0^m,030),

2°) L'écart moyen paraît également plus grand au voisinage du minimum principal (0^m,047), qu'au voisinage du minimum secondaire (0^m,036).

En transportant l'origine à la phase 0,5811, on trouve, les autres phases finales étant données dans le Tableau VII,

$$\begin{cases} m_1 = 8^m,845 \text{ à la phase finale } 0,0000, \\ m_2 = 8^m,550 \quad — \quad — \quad 0,5010, \\ M_1 = 8^m,235 \quad — \quad — \quad 0,2617, \\ M_2 = 8^m,280 \quad — \quad — \quad 0,7494. \end{cases}$$

L'intervalle, qui sépare les deux minima, ne diffère d'une demi-période que de 0 j. 001, soit d'une quantité nettement inférieure aux erreurs possibles. *L'orbite peut donc être considérée comme circulaire.* Sur ce point, mes observations confirment les éléments spectroscopiques de J. A. Pearce [*14*].

La figure ci-dessous reproduit la courbe de lumière tracée parmi les observations individuelles, en prenant la phase du minimum principal comme origine.

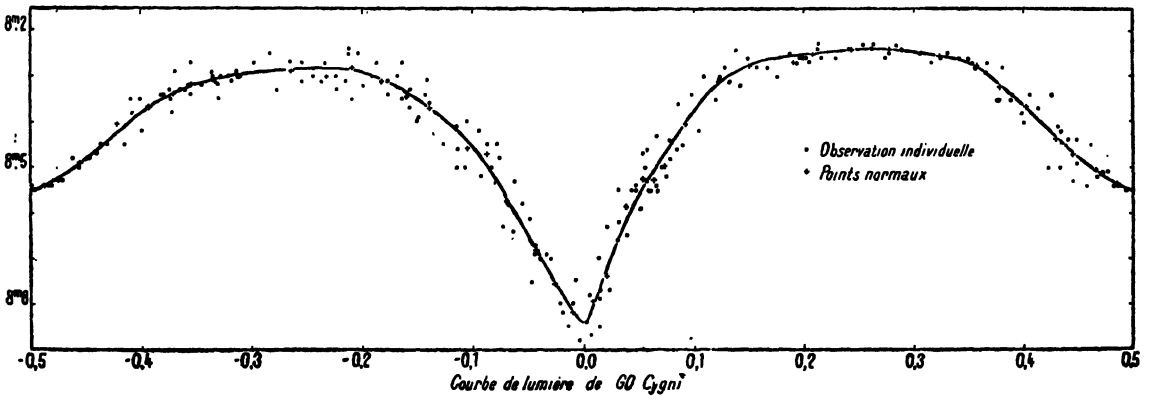

Fig. 7. — Courbe de lumière de GO Cygni tracée parmi les observations individuelles. En abscisses : phases ; en ordonnées : magnitudes photographiques.

Cette courbe présente les 3 particularités suivantes :

1° Elle n'a aucune phase constante ;

2° Les branches descendante et ascendante, de part et d'autre du minimum principal ne sont pas symétriques, la croissance d'éclat étant plus rapide que la décroissance ;

3° Le maximum suivant le minimum secondaire est un peu moins haut que le précédent (différence $0^m,045$).

Ce dernier phénomène est encore plus prononcé sur la courbe de Wilhelmina Iwanowska et Wladyslaw Dziewulski [*11*] que sur la mienne. Si l'on regarde de près la courbe de Kukarkin [*9*], on retrouve aussi cette dissymétrie, mais très légère. Le Tableau IX donne une comparaison des valeurs ainsi trouvées avec celles des autres observateurs.

TABLEAU IX.

Observateurs	M_1	M_2	m_1	m_2
Kukarkin	8,40	8,40	8,83	8,51
Kordylewski	8,23	8,23	8,77	8,46
S. P. Liau	8,235	8,280	8,845	8,550

On a vu que la phase du minimum principal est 460,5811, sans tenir compte des deux observations faites au mois de novembre, l'époque du minimum moyen correspondant à mes observations est, par suite,

J.J.t.m.a.G. hélioc. = 2427330,589,

en retard de 0 j. 0016 sur l'éphéméride de KUKARKIN, mais en avance de 0 j. 0034 sur l'éphéméride de SYCZRBAK.

L'éphéméride qui convient le mieux à mes observations s'écrit donc :

Min. princ. = J.J.t.m.a.G. hélioc. 2426509,465 + 0 j. 717766E.

CHAPITRE III

Le système de GO Cygni.

11. — RECTIFICATIONS DE LA COURBE DE LUMIÈRE PAR LA MÉTHODE DE RUSSELL

Je me propose de déterminer les éléments du système de GO Cygni, suivant la méthode de RUSSELL [*16*], à l'aide de ma courbe de lumière photographique et des éléments spectroscopiques de J. A. PEARCE [*14*].

La courbe de lumière ne présente pas de phase constante, les deux éclipses doivent être partielles. La forme arrondie des maxima, qui rattache GO Cygni au type β Lyrae, montre qu'en dehors des éclipses, il se produit des variations lumineuses dues à d'autres causes et qu'il convient d'éliminer d'abord. Il faut donc *rectifier* la courbe de lumière.

Les étoiles sont assimilées à des ellipsoïdes de révolution dont les grands axes sont dirigés suivant le rayon vecteur. RUSSELL attribue ces variations à l'ellipticité des composantes et à l'effet de phase ou de réflexion. Soit, alors, l_1 l'éclat du système pour chaque phase θ, *exprimé en prenant pour unité sa valeur aux maxima* ($\theta = \pi/2$ ou $3\pi/2$), abstraction de l'ellipticité et de l'effet de phase, l'éclat serait :

$$l_1'' = \frac{l_1}{\sqrt{1 - z\cos^2\theta}} + c'\cos\theta. \tag{5}$$

La constante z est liée à l'ellipticité des composantes par :

$$z = \varepsilon^2 \sin^2 i$$

quant à la constante c', elle correspond à l'effet de phase, représenté d'une manière assez arbitraire par :

$$c' = (c_2 - c_1) \sin i$$

Pour déterminer les constantes z et c', RUSSELL indique la méthode graphique suivante : considérons les points de la courbe extérieure aux éclipses, alors :

$$l''_1 = 1.$$

Si l'effet de phase était négligeable ($c' = 0$), $1 - l_1^2$ serait une fonction linéaire de $\cos^2\theta$, de pente z. On aurait immédiatement z en portant en abscisses $\cos^2\theta$, en ordonnées $1 - l_1^2$. Si la constante c' n'est pas nulle, les points se placent sur deux courbes différentes suivant que θ est supérieur ou inférieur à $\pi/2$. En négligeant les termes en $\cos\theta$ de degré supérieur à 2 et les termes en c'^2, on trouve, en effet :

$$\frac{d\,(1 - l_1^2)}{d\,(\cos^2\theta)} = z + \frac{c'}{\cos\theta}$$

tant que c' reste petit par rapport à z et que $\cos\theta$ est assez différent de 0, les variations du terme $c'/\cos\theta$ sont peu importantes. RUSSELL trace donc, le mieux possible, deux droites par l'ensemble des points. La moyenne de leurs pentes donne z.

On trace ensuite un nouveau graphique en portant en abscisses $\cos\theta$, en ordonnées $l_1/\sqrt{1 - z\cos^2\theta}$. Les points se placent cette fois sur une droite de pente c'.

Il peut être commode et plus précis de conduire le calcul d'une manière un peu différente. La formule (5) peut s'écrire :

$$(6) \qquad l_1 = (l_1'' - c'\cos\theta)\,(1 - z\cos^2\theta)^{1/2}$$

$$= (l_1'' - c'\cos^2\theta)\,\left(1 - \frac{z}{2}\cos^2\theta - \frac{z^2}{8}\cos^4\theta \ldots\ldots\right)$$

En dehors des éclipses, $l''_1 = 1$, et l'on peut négliger les termes en $\cos\theta$ de degré supérieur à 2, (dans le cas de GO Cygni, ils sont tous inférieurs à 0,001). Prenons donc comme équation de condition :

$$(7) \qquad 1 - l_1 = c'\cos\theta + \frac{z}{2}\cos^2\theta.$$

Nous pouvons déterminer rapidement les constantes z et c' par la méthode des moindres carrés. En prenant pour θ des valeurs symétriques par rapport à $\pi/2$, on trouve alors :

$$(8) \qquad \frac{z}{2} = \frac{\Sigma\,(1 - l_{1i})}{\Sigma\,\cos^2\theta_i}$$

$$(9) \qquad c' = \frac{\Sigma\,(1 - l_{1i})\cos\theta_i}{\Sigma\,\cos^2\theta_i}$$

12. — GÉNÉRALISATION DE LA MÉTHODE PRÉCÉDENTE

1°) Dans certains cas, notamment lorsque la courbe de lumière est dissymétrique, l'ellipticité des étoiles et l'effet de phase ne permettent pas de rendre compte d'une manière suffisante des variations continues observées hors des éclipses. Sans nous préoccuper d'abord de la nature physique des phénomènes qui interviennent, nous pouvons chercher à représenter l'éclat l du système, hors des éclipses, par une série de FOURIER :

$$(10) \quad l = a + b \sin \theta - c \cos \theta + d \sin 2\theta - e \cos 2\theta$$

c'est ainsi qu'a procédé fréquemment DUGAN [*17*].

Le calcul de RUSSELL revient à faire $b = d = 0$ dans l'équation (10), on a alors :

$$l = a - c \cos \theta - e \cos 2\theta$$

$$= a + e - c \cos \theta - 2e \cos^2 \theta$$

$(a + e)$ est l'éclat du système aux maxima. Si l'on prend, comme RUSSELL, cette valeur comme unité, il vient :

$$(11) \qquad 1 - l_1 = \frac{c}{a+e} \cos \theta + \frac{2e}{a+e} \cos^2 \theta$$

relation équivalente à la relation (7), en posant :

$$\begin{cases} c' = \dfrac{c}{a+e} \\ z = \dfrac{4e}{a+e} \end{cases}$$

La signification physique des constantes, a, c et e, de la formule (10) est ainsi trouvée : $(a + e)$ mesure l'éclat du système aux maxima, c et e correspondent à l'effet de phase et à l'ellipticité.

Restant à interpréter les constantes b et d. On considère généralement d comme liée à l'existence d'un certain « retard de marée ».

Posons :

$$d = K \sin \alpha$$

$$e = K \cos \alpha$$

en désignant par K *et* α deux nouvelles constantes, la formule (10) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$l = a + b \sin \theta - c \cos \theta - K \cos (2\theta + \alpha).$$

Au lieu d'admettre, comme le fait RUSSELL, que les grands axes des deux étoiles ellipsoïdales sont dans le prolongement l'un de l'autre, on peut envisager le cas où les deux grands axes, restant parallèles, font avec la direction qui joint les centres des deux ellipsoïdes, un certain angle α. C'est précisément la moitié de l'angle α de la formule précédente,

$$tg\,\alpha = \frac{d}{e}, \qquad K^2 = d^2 + e^2$$

lorsque l'angle α est nul, $d = o$ et $K = e$.

On envisage la constante b comme liée à une dissymétrie dans la répartition de la brillance à la surface des étoiles. Supposons deux étoiles sphériques dont les brillances soient différentes de part et d'autre du plan passant par les centres et normal au plan de l'orbite. D'un côté du plan, dans le sens du mouvement, la brillance sera $B_1 + x_1$, de l'autre côté $B_1 - x_1$. Les surfaces apparentes, ayant ces deux brillances, seront respectivement :

$$\frac{S_1}{2}(1 - \sin\theta \sin i),$$

$$\frac{S_1}{2}(1 + \sin\theta \sin i),$$

en désignant par S_1 l'aire d'un grand cercle de l'étoile. L'éclat de celle-ci sera donc proportionnel à :

$$(B_1 + x_1)\frac{S_1}{2}(1 - \sin\theta \sin i) + (B_1 - x_1)\frac{S_1}{2}(1 + \sin\theta \sin i).$$

On évalue de même l'éclat de l'autre étoile dont les deux « faces » ont respectivement les brillances $B_2 + x_2$ et $B_2 - x_2$, la brillance la plus grande étant toujours du côté correspondant au sens du mouvement. Au total, l'éclat du système est proportionnel à :

$$l = B_1S_1 + B_2S_2 + (x_1S_1 - x_2S_2)\sin i \sin\theta.$$

Soient $l(\pi/2)$ et $l(3\pi/2)$ la valeur de l à la phase $\pi/2$ et $3\pi/2$ respectivement, on en déduit :

$$l\left(\frac{\pi}{2}\right) - l\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 2\,(x_1S_1 - x_2S_2)\sin i.$$

Le coefficient b du terme en sin θ dans la formule (10) *est donc égal à la moitié de la différence des éclats du système aux 2 maxima.*

L'hypothèse de deux hémisphères ayant une brillance uniforme, mais différente d'une hémisphère à l'autre, ne représente qu'un schéma grossier, qui ne peut corres-

pondre à la réalité. D'une manière générale, l'interprétation des variations continues hors des éclipses, basée sur la formule (10) contient une grande part d'arbitraire.

2°) *Calcul des constantes a, b, c, d, e.* — Le calcul des constantes de la formule (10) par la méthode des moindres carrés, à partir des points normaux résultant des observations, est généralement fort laborieux. On peut le simplifier et l'abréger grandement en prenant, au lieu des points normaux, des points de la courbe convenablement choisis.

Prenons deux suites de valeurs de θ (toutes en nombre pair) et symétriques par rapport à $\pi/2$ et $3\pi/2$ respectivement. Les équations de condition peuvent s'écrire alors :

$$\begin{cases} \text{(a)} & l_i = a + b \sin \theta_i - c \cos \theta_i + d \sin 2\theta_i - e \cos 2\theta_i \\ \text{(b)} & l_i' = a - b \sin \theta_i + c \cos \theta_i + d \sin 2\theta_i - e \cos 2\theta_i \\ & \text{avec } i = 1, 2, 3 \ldots. 2n. \end{cases}$$

On en déduit facilement :

$$\text{(12)} \qquad \sum_{i=1}^{2n} (l_i + l_i') = 4na - 2e \sum_{i=1}^{2n} \cos 2\theta_i$$

$$\text{(13)} \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{2n} (l_i - l_i') \sin \theta_i,}{2 \sum_{i=1}^{2n} \sin^2 \theta_i}$$

$$\text{(14)} \qquad c = \frac{\sum_{i=1}^{2n} (l_i' - l_i) \cos \theta_i}{2 \sum_{i=1}^{2n} \cos^2 \theta_i}$$

$$\text{(15)} \qquad d = \frac{\sum_{i=1}^{2n} (l_i' + l_i) \sin 2\theta_i}{2 \sum_{i=1}^{2n} \sin^2 2\theta_i}$$

$$\text{(16)} \qquad -2a \sum_{i=1}^{2n} \cos 2\theta_i + 2e \sum_{i=1}^{2n} \cos^2 2\theta_i = -\sum_{i=1}^{2n} (l_i + l_i') \cos 2\theta_i$$

Les équations (13), (14) et (15) donnent les valeurs de b, c et d immédiatement. En résolvant (12) et (16), on trouve a et e sans difficulté.

Soit ϵ_1 l'erreur moyenne des points individuels, les erreurs commises sur les constantes sont $\epsilon_1\sqrt{a'}$ $\epsilon_1\sqrt{b'}$, $\epsilon_1\sqrt{c'}$, $\epsilon_1\sqrt{d'}$ et $\epsilon_1\sqrt{e'}$ où les a', b', c', d' *et* e' sont déterminés par

$$
(17)\quad \left\{
\begin{array}{l}
b' = -\dfrac{1}{2\sum\limits_{i=1}^{2n} \sin^2\theta_i} \\[2ex]
c' = \dfrac{1}{2\sum\limits_{i=1}^{2n} \cos^2\theta_i} \\[2ex]
d' = \dfrac{1}{2\sum\limits_{i=1}^{2n} \sin^2 2\theta_i} \\[2ex]
\left\{
\begin{array}{l}
4na' - 2e'\sum\limits_{i=1}^{2n} \cos 2\theta_i = 1 \\
-2a'\sum\limits_{i=1}^{2n} \cos 2\theta_i + 2e'\sum\limits_{i=1}^{2n} \cos^2 2\theta_i = 0
\end{array}
\right. \quad \text{(pour a')} \\[2ex]
\left\{
\begin{array}{l}
4na' - 2e'\sum\limits_{i=1}^{2n} \cos 2\theta_i = 0 \\
-2a'\sum\limits_{i=1}^{2n} \cos 2\theta_i + 2e'\sum\limits_{i=1}^{2n} \cos^2 2\theta_i = 1
\end{array}
\right. \quad \text{(pour e')}
\end{array}
\right.
$$

13. — COURBE DE LUMIÈRE RECTIFIÉE DE GO CYGNI

La courbe de lumière de GO Cygni étant légèrement dissymétrique, et montrant un maximum plus haut que l'autre, il est évident à priori que la constante b de la formule (10) n'est pas rigoureusement nulle. Cependant, la dissymétrie étant très petite, on peut la négliger en première approximation et s'en tenir d'abord à la formule (5) de Russell.

Pour cela, j'ai replié la courbe en remplaçant les phases $P > 0{,}5$ par $1 - P$. On obtient ainsi deux tracés distincts, mais voisins, pour la branche ascendante et la branche descendante. Leur écart atteint au plus $0^m{,}07$ de magnitude. En combinant deux à deux les points normaux les plus rapprochés, pris l'un sur la branche descendante, l'autre sur

la branche ascendante, j'ai obtenu 23 points qui ont servi à tracer la courbe rectifiée.

La courbe est tracée en éclat au moyen de la formule

$$log\ l = -0{,}4\ (8{,}266 - m),$$

c'est-à-dire, en prenant comme unité l'intensité lumineuse au maximum.

Les constantes z et c' ont été obtenues par la méthode graphique indiquée au paragraphe 10.

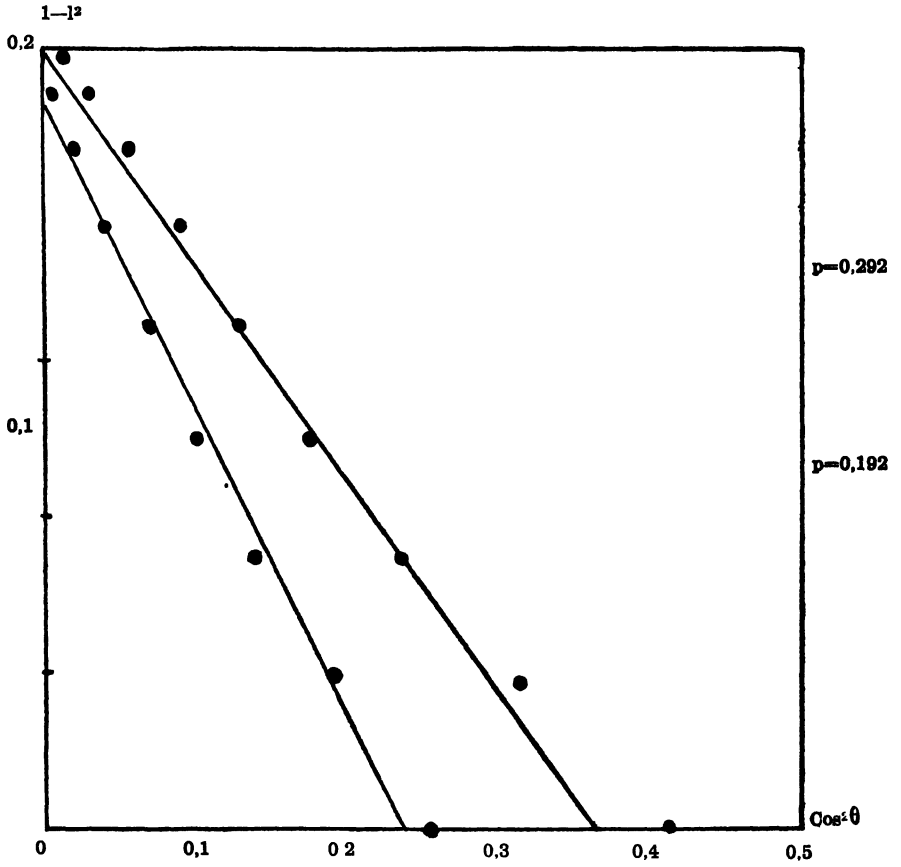

FIG. 8. — Détermination de la constante d'ellipticité.

On a trouvé ainsi :

$$z = 0{,}242$$
$$c' = 0{,}016$$

J'ai obtenu, d'autre part, par la méthode de calcul indiquée, (formules 8 et 9) :

$$z = 0{,}2404$$
$$= 0{,}2346$$
$$= 0{,}2338$$

et pur c' les valeurs :

$$c' = 0{,}0176$$
$$= 0{,}0167$$
$$= 0{,}0164$$

suivant qu'on prend pour θ des valeurs supérieures à 50°, 55° ou 60°.

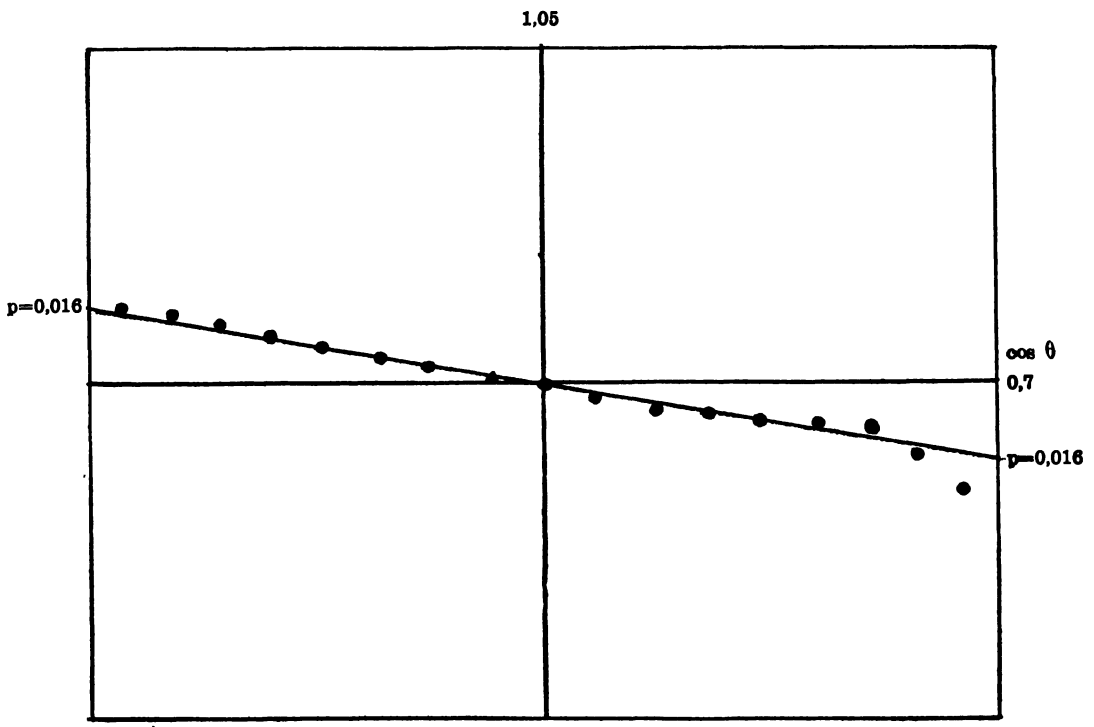

FIG. 9. — Détermination de l'effet de phase.

Une seconde rectification a été faite au moyen de la formule (10) pour tenir compte de la dissymétrie. J'ai trouvé, par le procédé de calcul, indiqué dans le paragraphe précédent :

$$\left\{\begin{array}{l} a = 0{,}92024 \pm 0{,}00074 \\ b = 0{,}02395 \pm 0{,}00122 \\ c = 0{,}01422 \pm 0{,}00237 \\ d = 0{,}00693 \pm 0{,}00146 \\ e = 0{,}06354 \pm 0{,}00167 \end{array}\right.$$

D'après les valeurs de d et e, on trouve :

$$\alpha = 6° \; 13' \; 28'' \qquad K = 0{,}063917$$

Les grands axes viennent dans le plan du rayon visuel perpendiculaire à l'orbite lorsque $2\theta + \alpha = 0°$, c'est-à-dire, lorsque

$$\theta = -3° \, 6' \, 44''$$

valeur pratiquement négligeable, autrement dit, le retard de marée est négligeable dans le cas de GO Cygni.

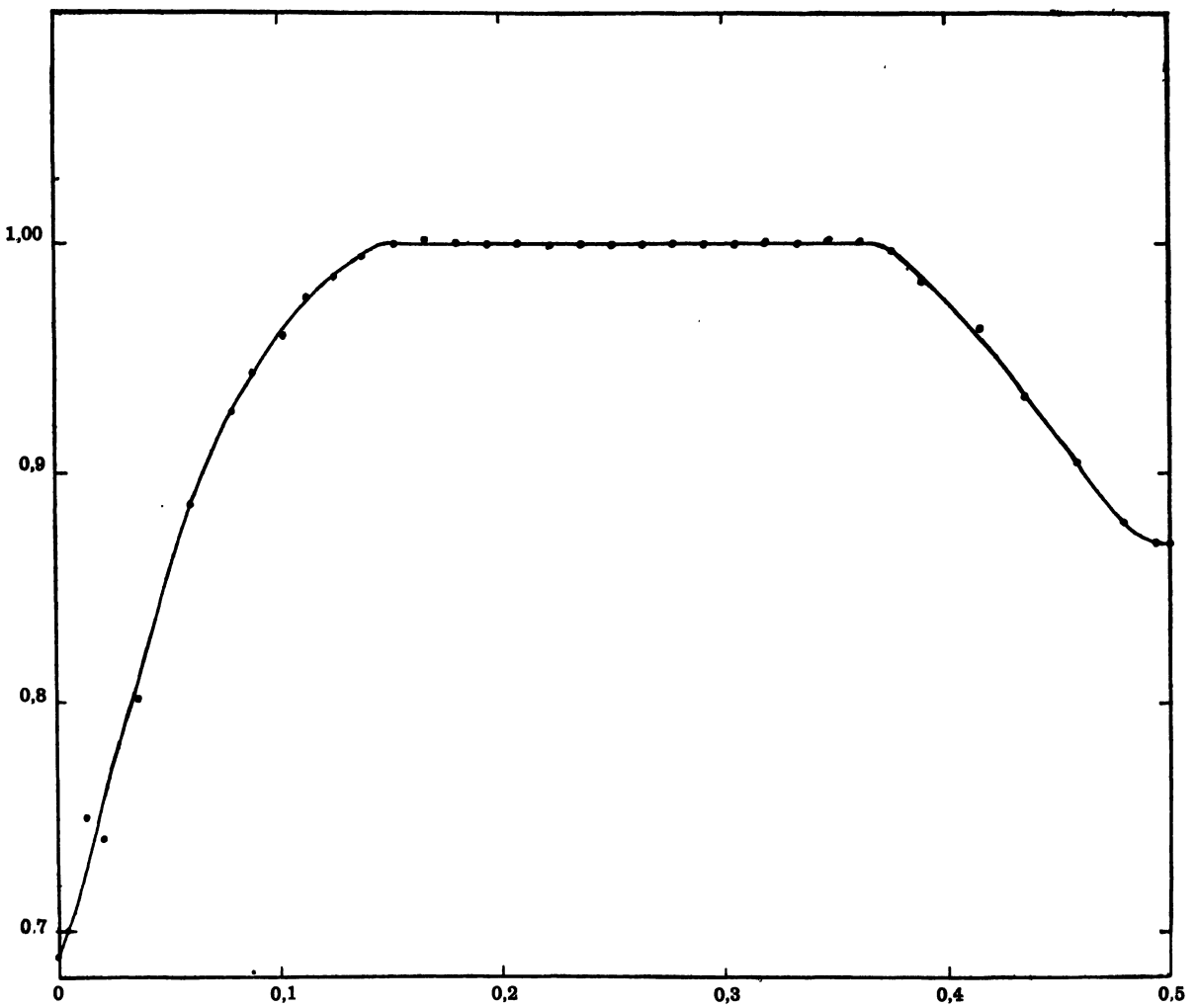

FIG. 10. — Courbe de lumière rectifiée par la méthode de RUSSELL.

En dehors des éclipses, l a donc pour expression :

$$l = 0{,}92024 + 0{,}02395 \sin \theta - 0{,}01422 \cos \theta$$
$$+ 0{,}00693 \sin 2\theta - 0{,}06354 \cos 2\theta.$$

Dans le Tableau X, l_1 est l'intensité lumineuse prise sur la courbe repliée ; l_o (ou l_o') est l'intensité lumineuse prise sur la courbe non repliée tracée à main levée en passant le mieux possible par les points normaux ; tandis que l_c (ou l_c') est la valeur correspondante calculée d'après la relation précédente. L'écart moyen des $(1 - l_1'')$ ne dépasse pas 0,003, celui des $(l_o - l_c)$ est ± 0,0065. La figure 10 représente la courbe rectifiée par la méthode de Russell.

Tableau X.

			Première rectification				*Seconde rectification*		
N°	θ	*Phases*	l_1	l_1'	l_1''	$1 - l_1''$	l_o	l_c	$l_o - l_c$
1	45°	0,12500	0,914	0,97432	0,98562	—0,01438	0,943	0,93411	0,00889
2	50°	,13889	,934	,98411	0,99440	—0,00560	,957	,94730	+0,00970
3	55°	,15278	,951	,99098	1,00016	+0,00016	,968	,95995	+0,00805
4	60°	,16667	,964	,99429	1,00229	+0,00229	,976	,97164	+0,00436
5	65°	,18056	,973	,99459	1,00135	+0,00135	,981	,98209	—0,00109
6	70°	,19444	,981	,99507	1,00054	+0,00054	,986	,99100	—0,00500
7	75°	,20833	,988	,99607	1,00019	+0,00019	,990	,99818	—0,00818
8	80°	,22222	,993	,99658	0,99936	—0,00064	,995	1,00344	—0,00844
9	85°	,23611	,997	,99786	0,99926	—0,00074	,998	1,00663	—0,00863
10	90°	,25000	1,000	1,00000	1,00000	0,00000			
11	95°	,26389	1,000	1,00086	0,99946	—0,00054	1,000	1,00671	—0,00671
12	100°	,27778	0,999	1,00269	0,99986	—0,00014	1,000	1,00364	—0,00364
13	105°	,29167	,996	1,00411	0,99997	—0,00003	,996	0,99862	—0,00262
14	110°	,30557	,992	1,00623	0,99976	+0,00076	,992	,99182	+0,00028
15	115°	,31944	,986	1,00788	1,00112	+0,00112	,987	,98349	+0,00351
16	120°	,33333	,979	1,00930	1,00130	+0,00130	,980	,97386	+0,00614
17	125°	,34722	,971	1,01182	1,00264	+0,00264	,973	,96323	+0,00977
18	130°	,36111	,961	1,01255	1,00226	+0,00226	,960	,95194	+0,00806
19	135°	,37500	,946	1,00844	0,99712	—0,00288	,935	,94053	—0,00553
							l_o'	l_c'	$l_o' - l_c'$
20	π + 45°	,62500					,913	,92023	—0,00723
21	+ 50°	,63889					,927	,92888	—0,00188
22	+ 55°	,65279					,937	,93701	—0,00001
23	+ 60°	,66667					,945	,94438	+0,00062
24	+ 65°	,68056					,951	,95069	+0,00041
25	+ 70°	,69444					,955	,95572	—0,00072
26	+ 75°	,70833					,957	,95928	—0,00228
27	+ 80°	,72222					,958	,96120	—0,00320
28	+ 85°	,73611					,960	,96136	—0,00139

		Première rectification	Seconde rectification		
N°	θ	Phases	l_o'	l_c'	$l_o' - l_c'$
29	+ 95°	,76389	,959	,95651	—0,00249
30	+100°	,77778	,957	,95152	+0,00542
31	+105°	,79167	,953	,94500	+0,00800
32	+110°	,80557	,950	,93700	+0,01300
33	+115°	,81944	,939	,92805	+0,01090
34	+120°	,83333	,922	,91816	+0,00384
35	+125°	,84722	,904	,90769	—0,00369
36	+130°	,86111	,886	,89696	—0,01100
37	+135°	,87500	,864	,88609	—0,02209

On a vu, au paragraphe 9, que $M_1 = 8{,}235$, et $M_2 = 8{,}280$, d'où on déduit :

$$l_1 = 1{,}02094$$

$$l_2 = 0{,}97746$$

et ce qui donne :

$$\frac{l_1 - l_2}{2} = 0{,}02124$$

valeur qui diffère très peu (0,027) de celle qu'on a trouvée plus haut.

En partant des valeurs de a, c et e, on trouve, pour z et c' :

$$z = 0{,}0258$$

$$c' = 0{,}0145$$

qui sont pratiquement les mêmes que celles calculées par la méthode graphique de Russell.

14. — RAPPORT DES BRILLANCES DES DEUX ÉTOILES

On va chercher maintenant à déterminer les éléments du système en supposant uniforme la brillance des étoiles (Solution U).

Le rapport des pertes de lumière $(1 - \lambda_1)$ et $(1 - \lambda_2)$, éprouvées par le système au minimum principal et au minimum secondaire (lues sur la courbe rectifiée) mesure directement le rapport des brillances des deux étoiles.

A partir de la première rectification, on trouve :

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{1 - \lambda_1}{1 - \lambda_2} = \frac{0{,}3117}{0{,}1329} = 2{,}34$$

A partir de la seconde rectification :

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{1 - \lambda_1}{1 - \lambda_2} = \frac{0{,}2919}{0{,}1281} = 2{,}28$$

Ainsi l'étoile éclipsée au minimum principal a une brillance un peu plus de deux fois plus grande que l'étoile éclipsée au minimum secondaire.

15. — DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES k ET α_0 A PARTIR DE LA 1re COURBE RECTIFIÉE

Soit, à un instant quelconque, α la fraction éclipsée de la surface de la petite étoile, et α_0 la valeur maximum de α.

Soit, d'autre part, k le rapport du grand axe de la petite étoile au grand axe de la grande étoile. La forme de la courbe de lumière dépend des 2 paramètres k et α_0. Entre ces deux paramètres, on a d'abord la relation :

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_1 + \frac{1 - \lambda_2}{k^2}, \tag{17}$$

ou

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_2 + \frac{1 - \lambda_1}{k^2}, \tag{18}$$

suivant que la plus grande brillance appartient à la petite ou a la plus grande étoile.

RUSSELL adopte comme paramètre de forme l'expression :

$$(19) \qquad \frac{\sin^2\theta(\frac{1}{4})\,)\left\{1 - z\cos^2\theta(\frac{1}{2})\right\}}{\sin^2\theta(\frac{1}{2})\,)\left\{1 - z\cos^2\theta(\frac{1}{4})\right\}} = \chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4})$$

les deux valeurs de θ correspondant aux phases où les pertes de lumière sont respectivement le quart et la moitié de la perte de lumière maximum.

La table III, à double entrée, de RUSSELL contient les valeurs de la fonction $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ avec, comme arguments, k et α_0. Il s'agit donc de déterminer un couple de valeurs de k et α_0 satisfaisant d'une part à la relation (17 ou 18) et donnant à la fonction $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ une valeur s'accordant avec la courbe de lumière observée.

Pour trouver la valeur convenable de la fonction $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$, on écrit, en désignant par n le rapport α/α_0.

$$(20) \qquad A(n) = \frac{\sin^2\theta(n)}{1 - z\cos^2\theta(n)} = C\omega_2(n) + D\omega_1(n),$$

relation dans laquelle C et D désignent 2 constantes, $\omega_1(n)$ et $\omega_2(n)$ deux fonctions tabulées par RUSSELL.

Pour chaque valeur de $\theta(n)$, on trouve, d'après la courbe de lumière rectifiée, la valeur correspondante de $A(n)$, et, possédant une série de ces valeurs, on détermine les constantes C et D par un calcul des moindres carrés. On a alors :

$$(21) \qquad \chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = \frac{C}{D}$$

Ici la courbe de lumière repliée (1re rectification) donne en première approximation :

$$C = 0{,}248,$$
$$D = 0{,}126,$$
$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 1{,}968.$$

On a comparé les valeurs de $A\ (n)$ déduites de la courbe de lumière aux valeurs calculées en prenant ces 2 constantes. Un second calcul des moindres carrés, fait en prenant pour équation de condition :

$$dA(n) = \omega_2 dC + \omega_1 dD,$$

a donné ensuite :

$$dC = -\,0{,}0001632 \pm 0{,}0000004$$
$$dD = -\,0{,}0076956 \pm 0{,}00000004$$

Les valeurs de C et D deviennent ainsi :

$$C = 0{,}2478$$
$$D = 0{,}1183 \quad \text{et} \quad \chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 2{,}095$$

Les équations de condition (20) n'ont pas toutes le même poids. En supprimant quelques-unes d'entre elles, on peut trouver pour χ des valeurs toutes différentes. On a cherché à contrôler d'autres manières le resultat précédent. En rectifiant simplement les branches ascendante et descendante de la courbe de lumière non repliée au minimum principal, et utilisant seulement la branche descendante, on trouve graphiquement :

$$C = 0{,}390$$
$$D = 0{,}200 \quad \text{et} \quad \chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 1{,}950$$

D'autre part, le minimum secondaire de la courbe rectifiée et repliée a fourni :

$$C = 0{,}335$$
$$D = 0{,}180 \quad \text{et} \quad \chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 1{,}861$$

Le choix de la valeur convenable de la fonction χ au moyen de la courbe de lumière, est la difficulté la plus sérieuse et la cause d'incertitude la plus grande de la méthode de Russell.

Il semble que dans le cas actuel χ soit compris entre 1,86 et 2,10, sans qu'il soit possible de préciser beaucoup plus.

Les formules (17) et (18) s'écrivent ici :

$$\alpha_0 = 0{,}312 + \frac{0{,}133}{k^2}, \tag{17'}$$

$$\alpha_0 = 0{,}133 + \frac{0{,}312}{k^2}. \tag{18'}$$

Pour $k = 1$, la relation (17') donne $\alpha_0 = 0{,}445$, et pour $k = 1$, $\chi = 2{,}095$ (ou 1,861), on trouve, pour la valeur de α_0 (soit β) dans la Table III de Russell,

$$\beta = 0{,}827 \text{ (ou } 0{,}558)$$

alors :

$$2 - \lambda_1 - \lambda_2 < \beta$$

C'est donc l'équation (18') qui convient, la plus grande étoile a la brillance la plus élevée ; c'est elle qui est éclipsée au minimum principal.

La Table III de Russell donne alors les valeurs ci-dessous de k, α_0, et $\chi(k, \alpha_0 \tfrac{1}{4})$.

Tableau XI.

k	1,00	0,90	0,80	0,70	0,65	0,60
α_0	0,445	0,518	0,610	0,770	0,885	1,000
$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4})$	1,7972	1,7980	1,810	1,814	1,785	1,756

On voit qu'il est impossible de trouver dans la Table III de Russell une valeur supérieure à 1,814 compatible avec la relation :

$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 2{,}095 \text{ (ou } 1{,}861)$$

16. — DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES k ET α_0 A PARTIR DE LA 2e RECTIFICATION

Avant d'aller plus loin, il est naturel de se demander si la courbe obtenue, d'après la seconde rectification, ne conduirait pas à des valeurs différentes.

Cette rectification a été faite en tenant compte de la dissymétrie de la courbe. Mais le fait que les « faces avançantes » des étoiles sont plus brillantes que les « faces opposées » doit entraîner , pendant les éclipses, des complications supplémentaires dont il serait bien difficile de tenir compte. Heureusement, la dissymétrie de la courbe de lumière brute, déjà faible, a été atténuée par la 2e rectification de sorte que le seul parti raisonnable est ici de négliger cette dissymétrie résiduelle. On déterminera donc les paramètres k et α_0 en repliant la courbe rectifiée. On trouve ici, après un calcul des moindres carrés :

$$C = 0{,}1133$$
$$D = 0{,}0573$$
$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 1{,}9772$$

D'autre part, la relation (18) devient :

$$\alpha_0 = 0{,}128 + \frac{0{,}292}{k^2}$$

Les valeurs les plus convenables peuvent être :

$$k = 0{,}75$$
$$\alpha_0 = 0{,}65$$
$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 1{,}801$$

Il n'y a pratiquement rien à changer à la conclusion du paragraphe précédent.

17. — COURBE DE LUMIÈRE THÉORIQUE DE LA « SOLUTION U »

Dans le cas de GO Cygni, les paramètres k et α_0 sont très mal déterminés par la méthode de Russell. C'est ce qui arrive bien souvent lorsqu'on a affaire à des éclipses partielles et à des faibles amplitudes de variations.

On se rend compte facilement de cette indétermination en calculant, dans plusieurs hypothèses, les valeurs de :

$$A(n) = D\left\{\omega_1(n) + \omega_2(n).\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4})\right\}$$

et en les comparant avec celles qui résultent de la courbe observée. J'ai effectué ces calculs dans les hypothèses :

$\chi = 1{,}814$	$D = 0{,}126$	qui correspondent	$k = 0{,}70$	$\alpha_0 = 0{,}770$
$= 1{,}810$	$= 0{,}128$	respectivement à	$= 0{,}80$	$= 0{,}610$
$= 1{,}797$	$= 0{,}129$		$= 1{,}00$	$= 0{,}445$

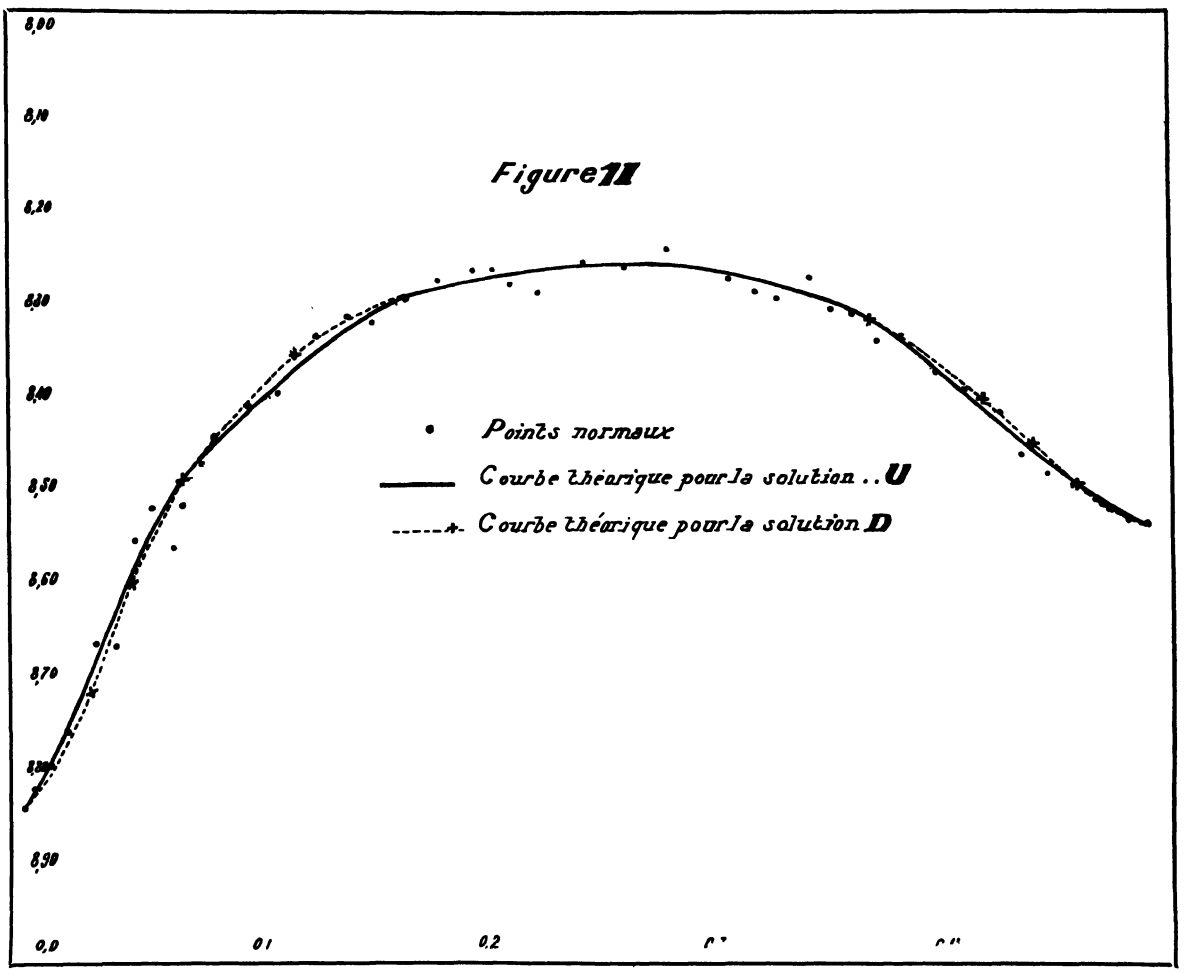

FIG. 11. — Courbe de lumière théorique et points normaux.
En trait plein : solution U ; en pointillé : solution D.

Les trois hypothèses représentent également bien la courbe observée. Il suffit donc de tracer complètement la courbe de lumière théorique dans le cas intermédiaire :

$$D = 0{,}128 \qquad \chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 1{,}810$$

Cette courbe est tracée en magnitude (figure 11) ; les valeurs calculées et observées sont comparées dans le Tableau XII. L'écart moyen des points de la courbe théorique par rapport à ceux de la courbe tracée à main levée par les observations est $\pm\ 0^m{,}016$.

TABLEAU XII.

N°	Phases	m_o	m_c	$(m_o - m_c).1000$
1	0,00000	8,845	8,847	— 2
2	,00880	,815	,836	— 21
3	,00972	,807	,821	— 14
4	,01786	,775	,794	— 19
5	,02444	,745	,766	— 21
6	,02875	,725	,744	— 19
7	,03294	,695	,723	— 28
8	,03666	,670	,696	— 26
9	,04055	,655	,671	— 16
10	,04405	,635	,647	— 12
11	,04861	,610	,625	— 15
12	,05138	,600	,601	— 1
13	,05514	,575	,583	— 8
14	,05890	,555	,556	— 1
15	,06280	,530	,528	+ 2
16	,06694	,520	,509	+ 11
17	,07111	,505	,490	+ 15
18	,07555	,490	,467	+ 23
19	,08611	,450	,420	+ 30
20	,10640	,400	,373	+ 27
21	,12500	,360	,347	+ 13
22	,13889	,340	,335	+ 5
23	,15278	,316	,316	0
24	,16667	,305	,307	— 2
25	,18056	,295	,297	— 2
26	,19444	,286	,287	— 1
27	,20833	,280	,279	+ 1
28	,22222	,274	,274	0
29	,23611	,270	,268	+ 2
30	,25000	,266	,266	0
31	,26389	,266	,265	+ 1
32	,27778	,268	,267	+ 1
33	,29165	,270	,270	0
34	,30556	,275	,276	— 1
35	,31944	,280	,281	— 1
36	,33333	,285	,291	— 6
37	,34722	,295	,296	— 1
38	,36111	,307	,312	— 5
39	,37500	,325	,319	+ 6
40	,39360	,360	,339	+ 1

N°	Phases	m_o	m_c	$(m_o - m_c).1000$
41	,41389	,395	,372	+ 23
42	,42445	,416	,394	+ 22
43	,42889	,430	,402	+ 28
44	,43306	,435	,415	+ 20
45	,43720	,445	,422	+ 23
46	,44110	,452	,436	+ 16
47	,44486	,462	,444	+ 18
48	,44862	,470	,457	+ 13
49	,45139	,473	,465	+ 8
50	,45595	,485	,475	+ 10
51	,45945	,495	,485	+ 10
52	,46334	,502	,494	+ 8
53	,46706	,505	,504	+ 1
54	,47125	,515	,513	+ 2
55	,47556	,522	,522	0
56	,48214	,530	,526	+ 4
57	,49028	,540	,527	+ 13
58	,49120	,543	,539	+ 4
59	,50000	,550	,551	— 1

1. — ÉLÉMENTS PHOTOMÉTRIQUES DU SYSTÈME DE GO CYGNI

La demi-durée des éclipses est donnée par la valeur de θ' déduite de la formule :

$$\frac{\sin^2\theta'}{1 - z\cos^2\theta} = D\left\{\omega_1(o) + \omega_2(o).\chi(k, \alpha_o, \tfrac{1}{4})\right\} \tag{22}$$

ensuite, on a :

$$\cos^2 i = a_1^2(1 - z)\left\{1 + kp(k, \alpha_o)\right\}^2 \tag{23}$$

$$\cos^2 i \cos^2\theta' + \sin^2\theta' = a_1^2(1 - z\cos^2\theta')(1 + k)^2 \tag{24}$$

pour calculer l'inclinaison i du plan de l'orbite et le rayon a_1 de la grande étoile. Enfin, les autres éléments sont fournis par :

$$\varepsilon^2 = z \operatorname{cosec} i \tag{25}$$

$$b_1^2 = a_1^2(1 - \varepsilon^2) \tag{26}$$

$$a_2 = ka_1 \tag{27}$$

$$b_2 = kb_1. \tag{28}$$

Comme on l'a vu, le rapport k peut varier dans d'assez larges limites sans que la courbe théorique correspondante cesse de représenter les observations d'une manière assez satisfaisante. Dans le Tableau XIII se trouvent les solutions limites dont la solution 1 indique les éléments calculés avec :

$$k = 0{,}70$$
$$\alpha_0 = 0{,}77$$
$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 1{,}814$$

et la solution II avec :

$$k = 1{,}00$$
$$\alpha_0 = 0{,}445$$
$$\chi(k, \alpha_0, \tfrac{1}{4}) = 1{,}7972$$

TABLEAU XIII.

		Solution I	*Solution II*
(1) Rapport des rayons des 2 composantes..	$k = a_2/a_1$	0,70	1,00
(2) Aire maximum éclipsée	α_0	0,770	0,445
(3) Demi-durée des éclipses.....	$\frac{1}{2} D$	1 h. 50 m.	1 h. 49 m.
(4) Constante de l'ellipticité.....	z	0,240	0,240
(5) Effet de phase.....	$(c_2 - c_1) \sin i$	0,016	0,016
(6) Fonction $p(k, \alpha_0)$	$p(k, \alpha_0)$	—0,552	—0,097
(7) Rapport des brillances.....	B_1/B_2	2,10	2,10
(8) Grand axe de la grande étoile.....	a_1	0,4095	0,3532
(9) Inclinaison de l'orbite.....	i	77°21'	73°51'
(10) Ellipticité	ε	0,49596	0,49985
(11) Petit axe de la grande étoile.....	b_1	0,35563	0,30611
(12) Grand axe de la petite étoile.....	a_2	0,28665	0,35320
(13) Petit axe de la petite étoile.....	b_2	0,24894	0,30611
(14) Période	P	0 j. 717766	0 j. 717766
(15) Lumière de la grande étoile.....	L_1	0,827	0,701
(16) Lumière de la petite étoile.....	L_2	0,173	0,299
(17) Rapport des lumières.....	L_1/L_2	4,78	2,34

19. — DIMENSIONS, MASSES ET DENSITÉS

Combinés aux éléments spectroscopiques de J. A. Pearce [*14*], les éléments photométriques permettent d'évaluer les dimensions réelles, les masses et les densités des deux étoiles. On a, en effet :

$$\begin{cases} a_1 \sin i = 1{,}314{,}600 \text{ km} \\ a_2 \sin i = 1{,}541{,}700 \text{ km} \\ M_1 \sin i = 0{,}98\odot \\ M_2 \sin i = 0{,}83\odot \\ M_1/M_2 = 0{,}85. \end{cases}$$

Dans le Tableau XIV, le rayon, la masse et la densité du soleil sont pris pour unités. C'est la « solution I » qui est préférable pour l'hypothèse des disques uniformes.

Tableau XIV.
Dimensions, masses et densités.

			Solution I	*Solution II*
Rayon de l'orbite relative			4,211	4,278
Etoile 1 Spectre B9n	grand axe	a_1	1,725	1,511
	petit axe	b_1	1,498	1,310
	masse	m_1	1,055	1,106
	densité	d_1	0,273	0,427
Etoile 2 Spectre A₀	grand axe	a_2	1,207	1,511
	petit axe	b_2	1,048	1,310
	masse	m_2	0,894	0,937
	densité	d_2	0,674	0,361

20. — HYPOTHÈSE DES DISQUES OBSCURCIS (SOLUTION D A PARTIR DE LA 1re RECTIFICATION)

L'hypothèse de la répartition uniforme de la brillance à la surface des étoiles est assez arbitraire. Dans le cas du soleil, seule étoile pour laquelle on ait pu étudier la répartition de la brillance, celle-ci diminue du centre au bord. D'après les mesures d'Abbot, la brillance B à la distance r du centre peut être représentée par :

$$\frac{B}{B_0} = 1 - x + x\sqrt{1 - r^2}. \tag{29}$$

Dans cette formule, le rayon du soleil est pris pour unité de longueur ; B est la brillance au centre ; x est un facteur variable avec la longueur d'onde, compris entre 0 et l'unité.

Pour $x = 0$, la brillance est uniforme. Pour $x = 1$, la brillance devient nulle. Lorsque $x = 1$, on dit que le disque est complètement assombri vers les bords.

La précision des mesures ne permet généralement pas de préciser la valeur du facteur x, et l'on se contente ici, comme d'habitude, d'envisager le cas où $x = 1$. On obtiendra ainsi une seconde solution (dite solution D).

Les éléments du système doivent être compris entre ceux qu'on détermine dans les deux cas limites $x = 0$ (solution U) et $x = 1$ (solution D).

Dans cette hypothèse, les relations (17) et (18) entre les paramètres k et α_0 deviennent:

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_1 + \frac{1 - \lambda_2}{Q(k, \alpha_0)} = 0{,}312 + \frac{0{,}133}{Q(k, \alpha_0)} \tag{30}$$

$$\alpha_0 = 1 - \lambda_2 + \frac{1 - \lambda_1}{Q(k, \alpha_0)} = 0{,}133 + \frac{0{,}312}{Q(k, \alpha_0)} \tag{31}$$

suivant que la plus grande brillance appartient à la petite ou la grande étoile. $Q(k, \alpha_0)$ est une fonction tabulée de Russell (Table V).

La formule (19) devient, d'autre part :

$$\frac{\sin^2\theta(\frac{1}{4}) \left\{1 - z \cos^2\theta(\frac{1}{2})\right\}}{\sin^2\theta(\frac{1}{2}) \left\{1 - z \cos^2\theta(\frac{1}{4})\right\}} = \chi(k, \alpha_0'', \tfrac{1}{4}) \tag{32}$$

dans laquelle α_0'' est la perte de lumière au milieu de l'éclipse principale, exprimée en prenant pour unité la perte de lumière au moment où les disques sont tangents intérieurement. On passe α_0'' à α_0 par :

$$\alpha_0'' Q(k, 1) = \alpha_0 Q(k, \alpha_0). \tag{33}$$

Les deux relations (30) ou (31) et (32) permettent de déterminer k et α_0.

Quand α_0'' est supérieur à 1, l'éclipse est annulaire ; elle est partielle lorsque α_0 est inférieur à 1.

Si l'on suppose que la plus grande brillance appartient à la petite étoile, la plus grande valeur qu'on puisse trouver pour $\chi(k\alpha_0'', \frac{1}{4})$ est

$$\chi(k, \alpha_0'', \tfrac{1}{4}) = 1{,}823 \qquad \text{avec } k = 1{,}00 \qquad \alpha_0 = 0{,}445.$$

Elle est notablement inférieure à la valeur trouvée d'après la courbe de lumière (2,095 ou 1,861) rectifiée.

Comme dans la solution U, on arrive à des valeurs plus convenables en supposant que la plus grande étoile a la plus grande brillance. Les relations (31), (32) et (33) permettent alors de dresser le Tableau XV.

TABLEAU XV.

k	1,000	0,90	0,80	0,70	0,60	0,55
α_0	0,445	0,51	0,63	0,77	0,95	1,00
$Q(k,\alpha_0)$	1,000	0,815	0,628	0,494	0,382	0,360
α_0''	0,445	0,464	0,528	0,648	0,852	1,000
$\chi(k,\alpha_0'',\frac{1}{4})$	1,823	1,827	1,835	1,851	1,859	1,846
$\chi(k,\alpha_0'',0)$	4,02	4,11	4,17	4,24	4,30	4,26
$\chi(k,\alpha_0'',\frac{3}{4})$	0,451	0,430	0,429	0,423	0,426	0,439
$\chi(k,\alpha_0'',\frac{1}{2})$					0,128	
$\chi(k,\alpha_0'',1)$					0,000	

On voit que pour $k = 0,60$. $\alpha_0 = 0,95$ on a $\chi(k,\alpha_0'',\frac{1}{4}) = 1,859$

Nous admettons, pour tracer la courbe théorique, ces valeurs de k et α_0. La courbe représentative (figure 11) a été tracée avec les 5 valeurs de la fonction χ données dans la 6e colonne du Tableau XV.

Les points correspondants, pour le minimum principal et le minimum secondaire, sont donnés, en magnitude, dans le Tableau XVI.

TABLEAU XVI.

N°	*Phases*	m_c	m_o	$m_o - m_c$
1	0,00000	8,847	8,845	— 0,002
2	0,03272	8,719	8,705	— 0,014
3	0,05139	8,601	8,600	— 0,001
4	0,07217	8,489	8,495	+ 0,006
5	0,12213	8,351	8,370	+ 0,019
6	0,37787	8,326	8,330	+ 0,004
7	0,42783	8,404	8,420	+ 0,016
8	0,44861	8,455	8,470	+ 0,015
9	0,46728	8,504	8,507	+ 0,003
10	0,50000	8,551	8,550	— 0,001

On voit qu'il n'y a guère de différence appréciable entre les courbes théoriques des solutions U et D. Toutefois, l'écart moyen des points normaux par rapport à la courbe est un peu plus petit pour la solution D ($0^m,011$ au lieu de $0^m,016$).

En réalité, l'examen du Tableau XV montre qu'on obtiendrait pour $\chi(k,\alpha_0'',\frac{1}{4})$ des nombres très peu différents en prenant d'autres couples de valeurs pour k et α_0. On représenterait encore d'une manière satisfaisante les observations. Comme dans la solution U, les paramètres k et α_0 sont mal déterminés. Nous calculerons donc encore les éléments du système dans les deux cas limites :

Solution III $\left\{ \begin{array}{r} k = 0,60 \\ \alpha_0 = 0,95 \\ \alpha_0'' = 0,852 \\ \chi(k,\alpha_0'',\frac{1}{4}) = 1,859 \end{array} \right.$ Solution IV $\left\{ \begin{array}{r} k = 1,00 \\ \alpha_0 = 0,445 \\ \alpha_0'' = 0,445 \\ \chi(k,\alpha_0'',\frac{1}{4}) = 1,823 \end{array} \right.$

La demi-durée des éclipses a été évaluée, cette fois, au moyen de :

$$\chi(k, \alpha_0'', 0) = \frac{\sin^2\theta(0)}{1 - z\cos^2\theta(0)} - \frac{1 - z\cos^2\theta(\frac{1}{2})}{\sin^2\theta(\frac{1}{2})}$$

les autres calculs restent les mêmes que pour la solution U. Les éléments obtenus sont donnés dans le Tableau XVII.

TABLEAU XVII.

Les éléments du système	*Solution III*	*Solution IV*	*Solution V*
(1) Rapport des rayons des deux composantes a_2/a_1	0,60	1,00	0,66
(2) Aire maximum éclipsée α_0.....	0,95 (α_0''=0,852)	0,445 (α_0''=0,445)	0,80 (α_0''=0,6646)
(3) Demi-durée des éclipses $\frac{1}{2}D$ ...	2 h. 6 m. 14 s.	2 h. 0 m. 20 s.	2 h. 9 m. 44 s.
(4) Constante d'ellipticité z	0,240	0,240	0,249
(5) Effet de phase $(c_2 - c_1)\sin i$	0,016	0,016	0,014
(6) Fonction $p(k, \alpha_0)$	—0,5812	—0,062	—0,305
(7) Rapport des brillances B_1/B_2 ...	1,92	2,10	2,278
(8) Grand axe de la grande étoile a_1.	0,48196	0,38103	0,4803
(9) Inclinaison de l'orbite i.....	74°7'15"	71°14'5"	70°34'20"
(10) Ellipticité ε	0,49952	0,50346	0,51384
(11) Petit axe de la grande étoile b_1.	0,41753	0,32920	0,41206
(12) Grand axe de la petite étoile a_2..	0,28919	0,38103	0,31700
(13) Petit axe de la petite étoile b_2..	0,25052	0,32920	0,31700
(14) Période P	0 j. 717766	0 j. 717766	0 j. 717766
(15) Lumière de la grande étoile L_1..	0,84353	0,70135	0,8074
(16) Lumière de la petite étoile L_2 ..	0,15647	0,29865	0,1926
(17) Rapport des lumières L_1/L_2	5,340	2,35	4,192

Les dimensions, masses et densités, calculées en combinant avec les données spectroscopiques de PEARCE, se trouvent dans le Tableau XVIII.

TABLEAU XVIII.

Dimensions, masses, densités			*Solution III*	*Solution IV*	*Solution V*
Rayon de l'orbite relative			4,27	4,34	4,357
Etoile 1 Spectre B9n	grand axe	a_1	2,05	1,654	2,0928
	petit axe	b_1	1,78	1,429	1,7955
	masse	m_1	1,10	1,035	1,1685
	densité	d_1	0,17	0,306	0,1732
Spectre A₀ Etoile 2	grand axe	a_2	1,24	1,654	1,3813
	petit axe	b_2	1,07	1,429	1,1850
	masse	m_2	0,93	0,875	0,9932
	densité	d_2	0,71	0,259	0,5122

21. — SOLUTION D A PARTIR DE LA 2e RECTIFICATION

En partant de la seconde rectification, la plus grande valeur qu'on trouve pour $\chi(k, \alpha_0, \frac{1}{4})$ est 1.846 et correspond à :

$$k = 0{,}66$$
$$\alpha_0 = 0{,}80$$
$$\alpha_0'' = 0{,}66$$

La courbe de lumière théorique est tracée, pendant chacune des 2 éclipses, à partir les 5 points correspondants à :

$$\begin{cases} \chi(k, \alpha_0'', 0) = 4{,}372 \\ \chi(k, \alpha_0'', \frac{1}{4}) = 1{,}846 \\ \chi(k, \alpha_0'', \frac{1}{2}) = 0{,}137 \\ \chi(k, \alpha_0'', \frac{3}{4}) = 0{,}420 \\ \chi(k, \alpha_0'', 1) = 0{,}000 \end{cases}$$

La courbe complète est représentée figure 12. L'écart moyen de tous les points normaux par rapport à cette courbe est 0,014 en intensité lumineuse ou $0^m{,}015$ en magnitude.

Les éléments du système sont donnés dans les dernières colonnes des Tableaux XVII et XVIII (solution V).

22. — MAGNITUDES ABSOLUES, DISTANCE ET PARALLAXE

Nous ne connaissons pas de détermination directe de la parallaxe de GO Cygni. Si l'on suppose que chacune des 2 étoiles rayonne comme un corps noir, on a, entre sa température absolue T, son rayon r exprimé en prenant le rayon solaire comme unité, et sa magnitude absolue bolométrique, la relation connue :

$$(34) \qquad M_B = 4{,}85 - 10 \log \frac{T}{5740} - 5 \log r,$$

où 4,85 est la magnitude absolue bolométrique du soleil, 5740°K sa température de radiation.

Les températures correspondant aux types spectraux B9 et A0 sont, d'après Miss Payne, 12,000°K et 10,000°K [*18*]. En prenant pour r la moyenne géométrique des axes obtenus dans la solution V, on trouve ainsi, pour les deux composantes, les magnitudes absolues bolométriques M_B du Tableau XIX. On passe aux magnitudes absolues visuelles M_V au moyen de la table 15 d'Eddington [*19*].

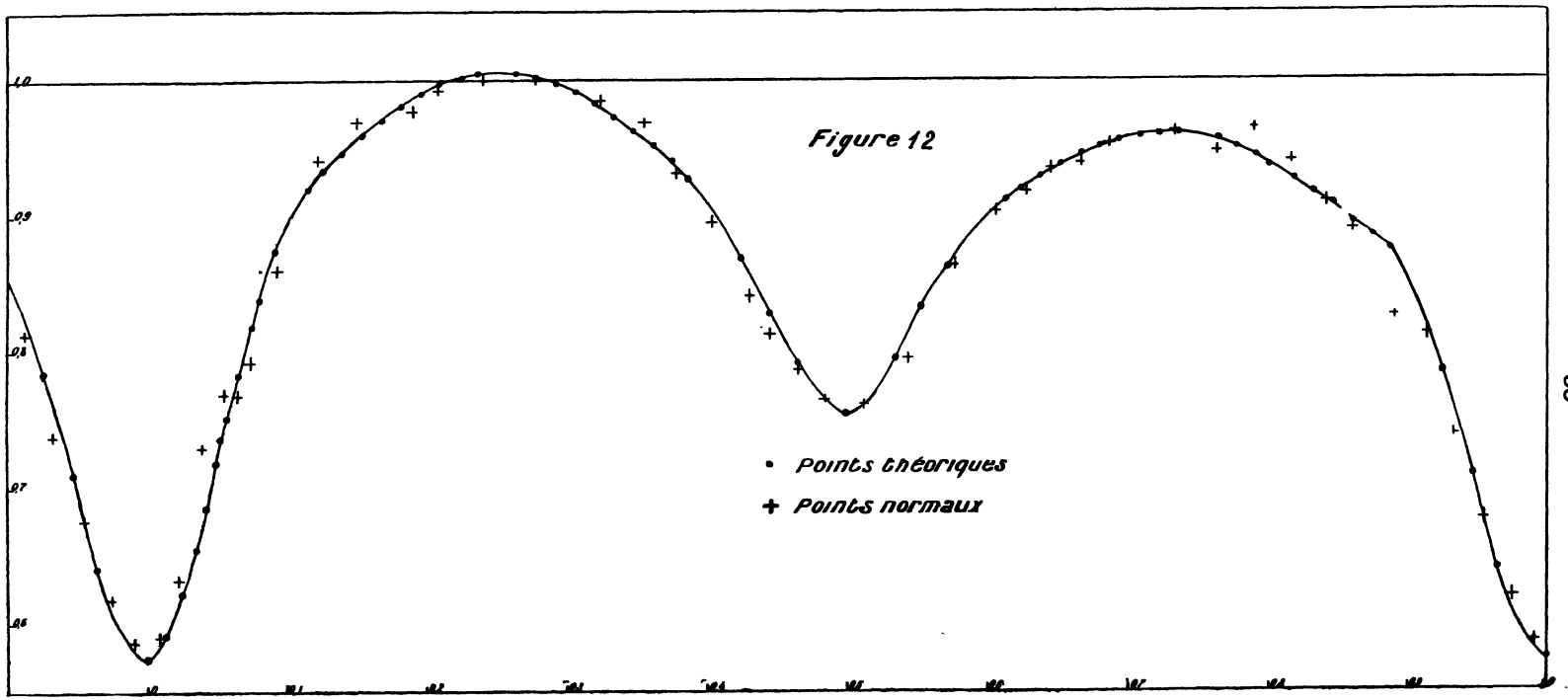

FIG. 12. — Courbe de lumière théorique et points normaux. (2 rectification, solution D).

D'autre part, on obtient facilement la magnitude apparente m_v de chacune des deux composantes à partir de la magnitude globale apparente du système 8,266 [1] et du rapport des intensités lumineuses des 2 étoiles (4,192). Enfin, on en déduit séparément pour chacune des 2 étoiles, la distance et la parallaxe.

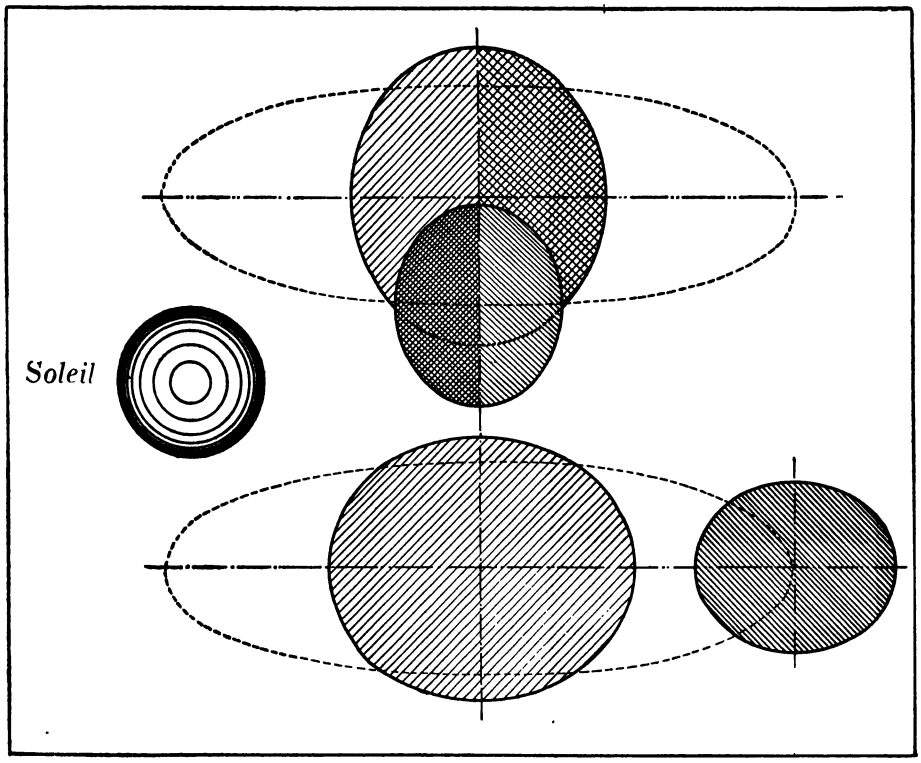

FIG. 13. — Le système de GO Cygni au minimum principal et au premier maximum. (2 rectification, solution D).

TABLEAU XIX.

	M_B	M_v	m_v	d	π
Etoile 1	0,2655	0,7955	8,498	347,46	0,"0029
Etoile 2	1,9600	2,20	10,054	372,22	0,"0027

En valeur moyenne, on peut prendre D = 360 parsecs, et π = 0,"0028. On remarque que les deux composantes ne se placent pas bien au voisinage de la courbe masse-

(1) Les étoiles étant des types B9 et A0, on admet que leur indice de couleur est nul.

luminosité d'Eddington [*19*]. L'écart est de —3^m,932 pour l'étoile 1, et de —2^m,44 pour l'étoile 2. Elles se placent un peu mieux au voisinage de la droite obtenue par J. Ellsworth [*20*] : l'écart est de —2^m40 pour l'étoile 1, et de —1^m,00 pour l'étoile 2.

23. — CONCLUSION

La discussion précédente montre que, ni dans la solution U, ni dans la solution D, il n'a été possible de retrouver théoriquement pour la fonction χ une valeur aussi élevée que celle donnée par l'observation. Néanmoins, on peut représenter d'une manière assez fidèle la courbe de lumière observée, soit en admettant l'uniformité de brillance des disques, soit, au contraire, leur obscurcissement total vers les bords.

Les paramètres k et α_0 sont assez mal déterminés par la méthode de Russell, comme il arrive souvent pour les étoiles du type β Lyrae ne montrant que des éclipses partielles et dont l'amplitude de variation est assez faible.

Les résultats positifs, qui paraissent établis, sont les suivants : *Les grands axes des 2 étoiles doivent être dans le rapport de* 0,6 *à* 0,7, *la plus grande étoile du type B9 ayant une brillance environ* 2 *fois plus grande que la petite étoile du type AO.*

Les masses des deux étoiles sont toutes deux de l'ordre de grandeur de celle du soleil ; leurs densités diffèrent notablement, l'une pour la composante B9 est de l'ordre de 0,2, l'autre pour la composante A0, de l'ordre de 0,6. Ces valeurs, et la dernière surtout, sont fort élevées. Ces étoiles sont d'ailleurs peu lumineuses. Sans être des *naines blanches* caractérisées, elles se rapprochent de cette intéressante catégorie d'étoiles.

CHAPITRE IV

Observations et courbe de lumière de X Cygni

(B. D. + 35°4234)

24. — RECHERCHES ANTÉRIEURES

En 1886, CHANDLER [21] a découvert la variabilité de X Cygni, et lui a donné des éléments provisoires, d'après 9 maxima et 8 minima. SAWYER [22] commença à observer cette étoile 3 jours après la découverte de la variabilité, et ses observations se poursuivirent jusqu'en 1895. De 1888 à 1902, YENDELL [23] en a déterminé 103 maxima et 98 minima, après lesquels il a obtenu des éléments assez exacts pour X Cygni. A cette même époque, bien d'autres observateurs [24] (DUNER, CORDER, SPERRA, HISGEN) observaient cette étoile par la méthode d'ARGELANDER. La courbe de lumière visuelle a été tracée, pour la première fois, par PICKERING [25] en 1897, mais elle n'a été publiée qu'en 1903. Cela a permis à LUIZET [26] de dire, en 1902, qu'il n'existait pas d'autre courbe de lumière de X Cygni que la sienne, tracée d'après 272 observations (1898-1902). Dix ans après, LUIZET [26] a obtenu, d'après 795 observations, une autre courbe de X Cygni semblable à celle de 1902, mais il en a modifié un peu les éléments. La guerre mondiale a interrompu les observations de cette étoile ; E. LEINER [27], F. HELLERICH [28], F. HENROTEAU [29], etc. ne l'ont étudiée qu'après. Les éléments qu'on trouve dans le Catalogue de PRAGER des étoiles variables ne sont qu'un résultat des observations photographiques (estimations d'après des clichés) de V. ROBINSON [30] ; mais la courbe de lumière de celui-ci présente quelques bosses, tandis que, d'après HERTSZPRUNG, les courbes de lumière des Céphéides sont généralement unies pour des périodes voisines de 16 jours [31]. On a tracé encore, par diverses méthodes, quelques courbes de lumière de X Cygni, assez peu concordantes ; cette étoile exige donc de nouvelles observations. Comme elle est tout près de GO Cygni, je me suis proposé de l'étudier en même temps que cette dernière étoile [32].

25. — OBSERVATIONS ET MESURES DES CLICHÉS

Les étoiles de comparaison utilisées sont réunies dans le Tableau XX. Leurs magnitudes photographiques ont été déterminées par comparaison à la séquence polaire, comme dans le cas des étoiles de comparaison de GO Cygni.

On a utilisé naturellement, pour construire les courbes d'étalonnage de chaque cliché, les magnitudes brutes $m + \Delta m_i$, qui correspondent à la place qu'occupent les étoiles dans le champ. On donne aussi, dans le Tableau XX, à titre de comparaison, les magnitudes m, corrigées de l'effet de la distance au centre du champ, mais celles-ci ne sont d'aucune utilité pour réduire les mesures.

Les magnitudes obtenues pour X Cygni correspondent à une distance invariable du centre du champ. Il serait inutile de les corriger pour tracer une courbe de lumière. Mais pour pouvoir comparer les résultats à ceux d'autres observateurs, j'ai ramené la magnitude de la variable au centre du champ en retranchant aux magnitudes obtenues la quantité constante.

$$\Delta m_d = 0^m,29.$$

TABLEAU XX.

N°	*Etoiles de comparaison*	*Magnitudes brutes*	*Magnitudes corrigées*	*Types spectraux*
(a)	B.D. + 34°4079	$6^m,20$	$6^m,20$	K5
(b)	+ 34°4127	6 ,26	6 ,05	B3
(c)	+ 35°4141	6 ,42	6 ,30	A0
(d)	+ 34°4081	6 ,44	6 ,44	B8
(e)	+ 33°3938	6 ,96	6 ,95	F2
(f)	+ 33°3910	7 ,18	7 ,03	F0
(g)	+ 35°4232	7 ,68	7 ,57	
(h)	+ 35°4231	8 ,36	8 ,08	
(i)	+ 34°4111	8 ,14	8 ,14	
(j)	+ 34°4098	8 ,66	8 ,66	

La période de X Cygni étant longue, il n'est pas nécessaire de mesurer tous les clichés obtenus au cours d'une même soirée d'observation. Pour déterminer sa magnitude, j'ai seulement considéré, en général, les poses faites sur un des meilleurs clichés de la soirée. C'est seulement au voisinage du maximum ou du minimum que j'ai mesuré tous les clichés. Les résultats de mes observations se trouvent dans le Tableau XXI, dans lequel :

1°) La colonne I indique les dates et les heures d'observation ;

2°) La colonne II, les jours juliens héliocentriques correspondants ; (1)

3°) La colonne III, les phases calculées d'après la formule :

phase = (J.J. hélioc. — 242700) / P, avec P = 16 j.,385680 ;

4°) La colonne IV, les magnitudes obtenues en tenant compte de l'effet de distance au centre ;

5°) La colonne V, les écarts des observations individuelles par rapport à la courbe tracée en passant par les points moyens de plusieurs observations ;

6° La colonne VI, les classes d'observations ; (I désignant les observations estimées les meilleures, et III les plus mauvaises) ;

7°) La colonne VII, des remarques relatives à l'observation.

TABLEAU XXI.

N°	I	II	III	IV	V	VI	VII
	Août 1933						
1	4 : 9 h. 35 m.	289,4029	17,66194	7^m,94*	— 0^m,14	III	lune
2	« 48	,4119	,66249	7 ,91*	— 0 ,17	III	«
3	« 58	,4189	,66292	7 ,94*	— 0 ,14	III	«
4	5 : 10 45	290,4515	17,72594	7 ,66*	— 0 ,45	III	«
5	6 : 9 54	291,4161	,78480	8 ,01*	— 0 ,10	III	«
6	10 5	,4238	,78527	7 ,98*	— 0 ,13	III	«
7	« 17	,4321	,78578	8 ,04*	— 0 ,07	III	«
8	7 : 9 19	292,3919	17,84436	7 ,86*	— 0 ,19	III	«
9	« 29	,3988	,84477	7 ,86*	— 0 ,19	III	«
10	« 39	,4057	,84520	7 ,73*	— 0 ,32	III	lune
11	18 : 10 49	303,4543	18,51966	8 ,01	+ 0 ,04	I	
12	« 57	,4599	,51982	7 ,93	— 0 ,03	I	
13	11 7	,4669	,52025	7 ,96	0 ,00	I	
14	24 : 15 18	309,6412	18,89706	7 ,97	+ 0 ,01	I	
15	« 28	,6481	,89748	7 ,95	0 ,00	I	
16	« 37,5	,6546	,89788	7 ,93	— 0 ,02	I	
17	26 : 14 18	311,5995	19,01657	7 49	+ 0 ,05	I	
18	« 29	,6071	,01704	7 ,48	+ 0 ,06	I	
19	« 38,5	,6137	,01744	7 ,50	+ 0 ,04	I	
20	27 : 11 34	312,4855	19,07065	6 ,89	0 ,00	I	
21	« 43,5	,4922	,07105	6 ,89	0 ,00	I	

(1) La correction héliocentrique était faite pour GO Cygni ; elle n'est évidemment pas nécessaire dans le cas de X Cygni, étant donné la longueur de sa période.

N°	I	II	III	IV	V	VI	VII
22	« 55	,5001	,07154	6 ,95	+ 0 ,06	I	
23	12 36	,5279	,07323	6 ,87	0 ,00	I	
24	« 48	,5369	,07378	6 ,91	+ 0 ,04	I	
25	« 59	,5445	,07425	6 ,81	— 0 ,06	I	
26	13 26,5	,5637	,07542	6 ,91	+ 0 ,04	I	
27	« 37	,5709	,07586	6 ,88	0 ,00	I	
28	« 47,5	,5783	,07631	6 ,83	— 0 ,04	I	
29	14 21	,6015	,07773	7 ,01*	+ 0 ,14	II	plaque
30	« 30	,6078	,07811	6 ,91	+ 0 ,04	I	abimée
31	« 41	,6154	,07857	6 ,91	+ 0 ,04	I	
32	28 : 13 10	313,5522	19,13575	7 ,03	— 0 ,01	I	
33	« 25	,5626	,13638	6 ,93*	— 0 ,11	II	
34	« 36	,5703	,13685	7 ,02	— 0 ,02	I	
	Septembre						
35	2 : 9 47	318,4111	19,43228	7 ,91	+ 0 ,04	I	
37	« 59	,4194	,43279	7 ,83	— 0 ,04	I	
38	3 : 8 9	319,3431	19,48916	7 ,96	+ 0 ,03	I	
39	« 20,3	,3509	,48963	7 ,91	— 0 ,02	I	
40	« 32	,3590	,49013	7 ,86	— 0 ,07	I	
41	14 : 12 36,5	330,5279	20,17175	7 ,36	+ 0 ,11	I	
42	« 47	,5358	,17224	7 ,24	+ 0 ,02	I	
43	« 56	,5421	,17262	7 ,26	— 0 ,24	I	
44	15 : 8 7,5	331,3418	20,22143	7 ,49	+ 0 ,05	I	
45	« 18	,3490	,22186	7 ,51	+ 0 ,07	I	
46	« 27	,3553	,22225	7 ,41	— 0 ,02	I	
47	16 : 8 5	332,3400	20,28234	7 ,68	+ 0 ,04	I	
48	« 15,2	,3471	,28278	7 ,59	— 0 ,04	I	
49	« 25	,3537	,28318	7 ,66	+ 0 ,01	I	
50	17 : 11 6	333,4656	20,35104	7 ,86	+ 0 ,08	I	
51	« 15	,4718	,35142	7 ,71	— 0 ,06	I	
52	« 24	,4781	,35180	7 ,81	+ 0 ,04	I	
	Octobre						
53	1 : 10 56	347,4581	20,20499	7 ,29	0 ,04	I	
54	11 57	,5005	,20757	7 ,31	— 0 ,04	I	
55	12 6,2	,5070	,20798	7 ,36	0 ,00	I	

N°	I	II	III	IV	V	VI	VII
56	5 : 8 15	351,3461	21,44227	7 ,89	+ 0 ,01	I	
57	« 25,5	,3535	,44272	7 ,81	— 0 ,06	I	
58	« 34,5	,3597	,44310	7 ,88	0 ,00	I	
59	10 : 7 41,5	356,3227	21,74598	8 ,21	+ 0 ,08	I	
60	8 40	,3633	,74876	7 ,87*	— 0 ,25	III	16 poses
61	9 18,8	,3902	,75010	8 ,16	+ 0 ,03	I	
62	« 27,5	,3963	,75047	8 ,06	— 0 ,06	I	
63	« 36	,4022	,75083	8 ,21	+ 0 ,08	I	
64	10 30	,4397	,75312	8 ,16	+ 0 ,03	I	
65	« 38,7	,4457	,75361	8 ,21	+ 0 ,07	I	
66	« 48	,4522	,75389	8 ,01	— 0 ,11	II	cirrus
67	11 11	,4682	,75486	8 ,16	+ 0 ,03	I	
68	« 19,4	,4739	,75521	8 ,06	— 0 ,06	I	
69	« 24,7	,4777	,75544	7 ,96	— 0 ,16	II	cirrus
70	13 : 9 18	359,3895	21,93315	7 ,85	+ 0 ,04	I	
71	« 27,5	,3961	,93355	7 ,76	— 0 ,05	I	
72	« 37	,4027	,93395	7 ,74	— 0 ,07	I	
73	10 24	,4353	,93594	7 ,79	— 0 ,01	I	
74	15 : 10 28	361,4380	22,05816	6 ,91	— 0 ,06	I	
75	« 38,4	,4451	,05859	6 ,95	— 0 ,03	I	
76	« 48	,4519	,05901	7 ,08	+ 0 ,05	I	
77	11 22,5	,4759	,06047	7 ,03	+ 0 ,02	I	
78	« 32	,4824	,06087	6 ,99	0 ,00	I	
79	« 41	,4887	,06126	7 ,04	+ 0 ,02	I	
80	12 0,5	,5023	,06209	6 ,76*	— 0 ,13	II	nuages
81	« 9	,5081	,06244	6 ,84	— 0 ,07	I	à
82	« 18	,5144	,06283	6 ,76*	— 0 ,13	II	l'horizon
83	17 : 8 46	363,3671	22,17589	7 ,21	— 0 ,02	I	
84	« 55	,3723	,17621	7 ,25	0 ,00	I	
85	9 3,5	,3793	,17664	7 ,17	— 0 ,06	I	
86	19 : 11 3,5	365,4625	22,30377	7 ,81	+ 0 ,14	II	
87	« 11	,4677	,30409	7 ,76	+ 0 ,09	I	
88	« 19	,4732	,30443	7 ,61	— 0 ,06	I	

26. — COURBE DE LUMIÈRE

En classant ces observations suivant les phases croissantes, et prenant, pour obtenir un point normal, la valeur moyenne de plusieurs observations, on dresse le Tableau XXII, mais les observations douteuses, marquées par un astérisque, ont été éliminées.

TABLEAU XXII.
(*Points normaux*).

N°	*Phases*	*Mag.*	*Nombre d'observations*	*Phases finales*
1	0,01702	7^m,49	3	0,94252
2	0,06049	6 ,98	7	0,98599
3	0,07108	6 ,91	3	0,99658
4	0,07375	6 ,86	3	0,99925
5	0,07586	6 ,87	3	0,00136
6	0,07814	6 ,91	2	0,00364
7	0,13630	6 ,99	2	0,06180
8	0,17422	7 ,25	6	0,09972
9	0,20685	7 ,32	3	0,13235
10	0,22184	7 ,47	3	0,14734
11	0,28276	7 ,64	3	0,20826
12	0,30410	7 ,73	3	0,22960
13	0,35142	7 ,79	3	0,27692
14	0,43254	7 ,87	3	0,35804
15	0,44268	7 ,86	3	0,36818
16	0,48965	7 ,91	3	0,41515
17	0,51991	7 ,97	3	0,44541
18	0,75235	8 ,12	10	0,67785
19	0,89747	7 ,95	3	0,82297
20	0,93415	7 ,79	4	0,85965

La figure 14 reproduit la courbe de lumière passant parmi les points normaux au nombre de 20. Sans compter les observations de IIIe classe, l'écart moyen des observations individuelles par rapport à la courbe est ± 0^m,059 magnitude. Si l'on supprime de plus les observations de IIe classe, l'écart moyen diminue jusqu'à ± 0^m,043. Comme X Cygni se trouve un peu aux bords des clichés, les observations sont moins précises que dans le cas de GO Cygni.

La phase du maximum ($6^m.88$) est 0,07450. Le 27 août 1933, on a observé un véritable maximum ; en jour julien, l'époque correspond à :

2427312,54865.

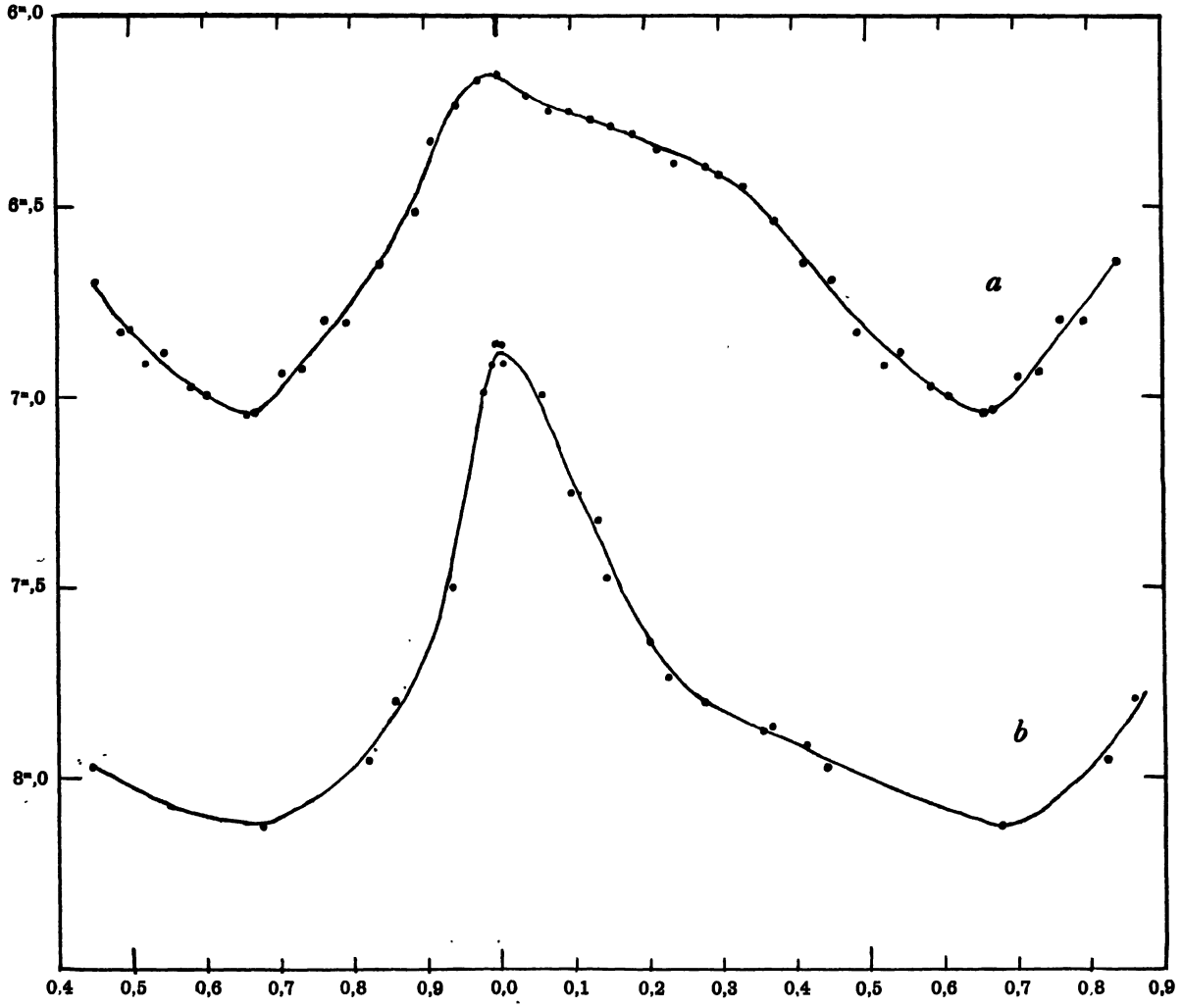

FIG. 14. — Courbes de lumière de X Cygni :
(a) courbe visuelle ; (b) courbe photographique.

L'éphéméride qu'on trouve dans le Catalogue de PRAGER (1933) s'écrit :

$$\text{Max.} = 2421511,892 + 16\text{ j. }385680E\ ;$$

on en déduit, en prenant $E = 354$, l'époque du maximum observée qui doit être :

2427312,42272.

L'éphéméride qui convient le mieux à mes observations, s'écrit donc :

$$\text{Max.} = \text{J.J.m.a.G. hélioc. } 2427312{,}54865 + 16 \text{ j. } 386036E.$$

La période ainsi obtenue est presque la même que celle trouvée par Pickering, en 1903 [25]. Les phases finales dans le Tableau XXII sont calculées d'après cette nouvelle formule.

On trouve, en outre, d'après la courbe :

$$\text{Max.} = 6^m{,}88$$
$$\text{Min.} = 8^m{,}12 \text{ à la phase } 0{,}67825,$$

d'où

$$\text{amplitude} = 1^m{,}24$$

et la durée de croissance d'éclat est :

$$m \rightarrow M = 5 \text{ j. } 27875,$$
$$(m \rightarrow M)/P = 0{,}32215$$

27. — COMPARAISON AVEC LES OBSERVATIONS DE LORETA ET VARIATIONS DE L'INDICE DE COULEUR

M. E. Loreta a eu l'obligeance de nous communiquer 1025 observations inédites de X Cygni, faites de 1925 à 1933, par la méthode d'Argelander. M. J. Ellsworth a bien voulu m'aider à les réduire. Les estimations de Loreta, en degrés, pour les étoiles de comparaison, sont données dans le Tableau XXIII, en regard des magnitudes visuelles d'Harvard. La courbe représentative est pratiquement une droite, et il est aisé de passer des estimations de Loreta aux magnitudes visuelles de la variable.

Tableau XXIII.

N°	*Etoiles de comparaison*	*Echelle de Loreta en degrés*	*Magnitudes visuelles d'Harvard*
(a)	+ 35°4141	15,29	$5^m{,}94$
(b)	+ 36°4105	11,26	6 ,30
(c)	+ 34°4127	9,12	6 ,50
(e)	+ 34°4111	5,98	6 ,88
(f)	+ 35°4219	0,00	7 ,41

Nous avons tracé ainsi, d'après les observations de Loreta, 8 courbes de lumière de X Cygni, chacune correspondant à une année d'observation. Elles sont bien semblables, mais montrent des amplitudes un peu différentes. Il serait prématuré d'en conclure que l'amplitude est réellement variable, et l'on considère seulement ici la courbe de lumière moyenne correspondant à l'ensemble des observations. Elle a été tracée avec les 31 points normaux donnés dans le Tableau XXIV, dont chacun est la moyenne de plus de 30 observations.

TABLEAU XXIV.
(*Points normaux*).

N°	Phases	Mag.	N°	Phases	Mag.
1	0,00000	6,157	17	0,52299	6,912
2	0,04302	6,207	18	0,54602	6,879
3	0,07134	6,221	19	0,58398	6,977
4	0,09899	6,226	20	0,60858	6,994
5	0,12633	6,264	21	0,66295	7,039
6	0,15489	6,285	22	0,66940	7,040
7	0,18357	6,305	23	0,70622	6,936
8	0,21933	6,345	24	0,73527	6,932
9	0,24051	6,383	25	0,76084	6,792
10	0,27969	6,386	26	0,79435	6,803
11	0,30410	6,410	27	0,83939	6,639
12	0,33785	6,444	28	0,88818	6,511
13	0,37301	6,543	29	0,91262	6,318
14	0,41695	6,642	30	0,94466	6,232
15	0,45637	6,682	31	0,97388	6,159
16	0,48988	6,832			

La courbe de lumière moyenne est reproduite figure 14, au-dessus de la courbe photographique que j'ai tracée.

Leur comparaison permet d'avoir un premier renseignement sur les variations d'indice de couleur au cours de la période. En retranchant les magnitudes visuelles tirées des observations de LORETA des magnitudes phtographiques que j'ai déterminées, on trouve les indices de couleur du Tableau XXV.

TABLEAU XXV.

N°	Phases	Indices de couleur	Spectres	N°	Phases	Indices de couleur	Spectres
1	0,00	0,72	F7	11	0,50	1,18	G8,9
2	0,05	0,82	F9	12	0,55	1,13	G7,8
3	0,10	0,98	G4	13	0,60	1,08	G6,7
4	0,15	1,15	G8	14	0,65	1,06	G5,6
5	0,20	1,28	K1	15	0,70	1,12	G7,8
6	0,25	1,35	K2,3	16	0,75	1,20	G9
7	0,30	1,38	K3	17	0,80	1,25	K0
8	0,35	1,38	K3	18	0,85	1,26	K0
9	0,40	1,33	K2	19	0,90	1,25	K0
10	0,45	1,25	K0	20	0,95	1,14	K7,8

Entre l'indice de couleur et le type spectral, il existe la relation statistique que voici [33] :

Types spectraux	*Indices de couleur*
B0	— 0,42
B5	— 0,21
A0	0,00
A5	+ 0,21
F0	+ 0,42
F5	+ 0,63
G0	+ 0,84
G5	+ 1,05
K0	+ 1,26
K5	+ 1,47
M0	+ 1,68

De là, on déduit *approximativement* la variation du type spectral qu'on trouve dans le Tableau XXV. Le type spectral varie de F7 à K3. Dans le Catalogue de Prager (1933), on trouve qu'il varie de F8 à K0, la concordance est assez remarquable.

APPENDICE

28. — OBSERVATIONS DE L'ÉTOILE B.D. + 35°4197

Sur les courbes d'étalonnage construites dans l'étude de GO Cygni, le point correspondant à l'étoile (c) occupait des positions variables d'un cliché à l'autre.

En déterminant sur les clichés la magnitude de cette étoile, considérée comme inconnue, j'ai obtenu les nombres dans la 6e colonne du Tableau VII. Leur moyenne est :

$$m_c = 8^m,318 \pm 0^m,096.$$

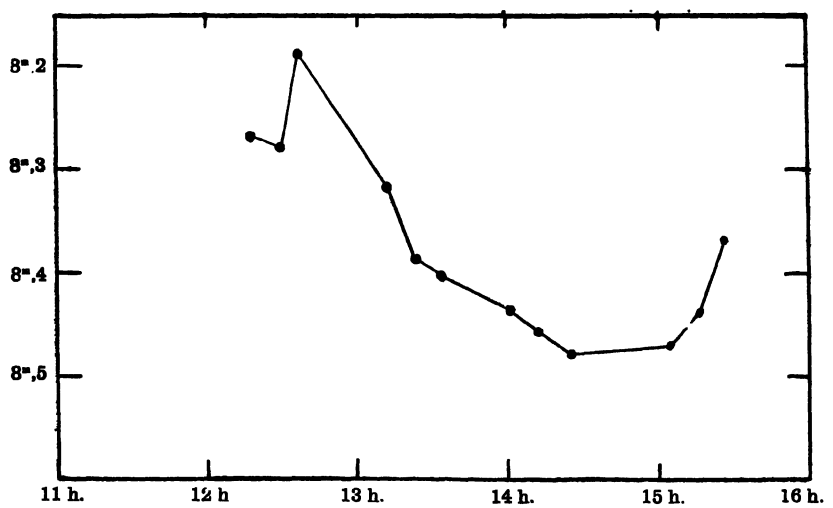

FIG. 15. — Exemples de variation de l'étoile B.D. + 35°4197. 27 août 1933.

En déterminant de la même manière, à titre de comparaison, la magnitude de l'étoile (b), j'ai obtenu :

$$m_b = 8^m,140 \pm 0^m,025.$$

L'écart moyen est donc près de 4 fois plus grand pour l'étoile (c).

D'ailleurs, comme l'on a vu plus haut, l'écart moyen des observations individuelles de GO Cygni est ± $0^m,035$; et celui de X Cygni ± $0^m,043$, ou ± $0^m,059$ en tenant compte même des observations de classe II. L'étoile (c) est probablement variable. L'amplitude

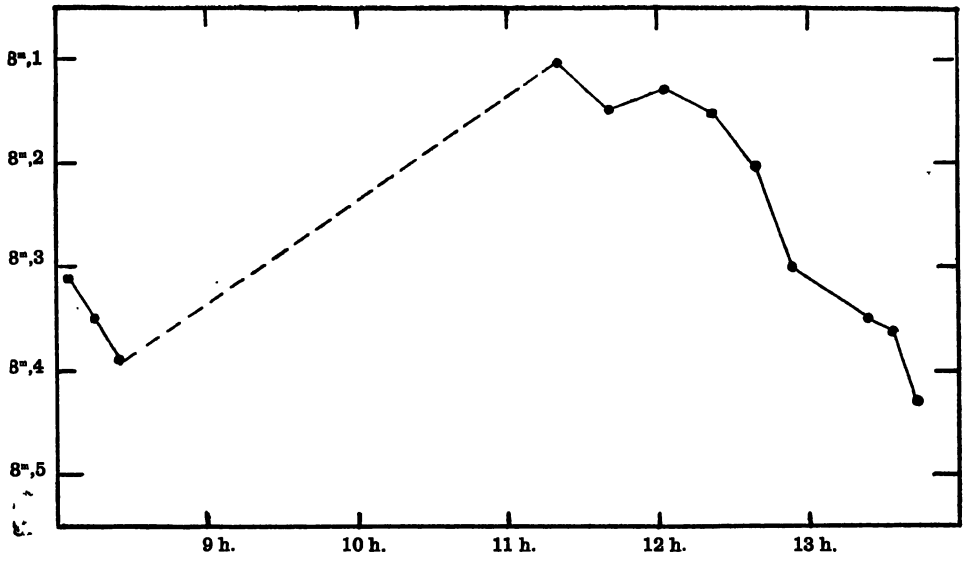

FIG. 16. — Exemples de variation de l'étoile B.D. + 35°4197. 16 septembre 1933.

serait d'environ $0^m,25$ et les variations seraient rapides. Le passage d'un maximun à un minimum pouvait être observé au cours de la même nuit. Les figures 15 et 16 montrent, à titre d'exemple, les variations obtenues au cours de 2 nuits.

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Dans la première partie de ce travail, j'ai étudié les conditions d'emploi du microphotomètre de Fabry et Buisson pour la mesure de la densité globale des images stellaires obtenues au foyer (méthode de Schilt). La précision maximum est atteinte lorsque le diamètre du cercle éclairé sur la plaque est compris entre une et deux fois le diamètre des images stellaires. Abstraction faite des inégalités locales dans la sensibilité de l'émulsion, la différence de magnitude de deux étoiles peut être déterminée ainsi à 2 ou 3 centièmes de grandeur près. L'effet de la distance au centre du champ est moins marqué que dans le cas où les mesures portent sur le « diamètre » des images.

J'ai appliqué la méthode précédente à l'étude de la variable à éclipses GO Cygni sur laquelle j'ai pris 75 clichés avec une chambre photographique Zeiss de 17 cm. d'ouverture et 120 cm. de foyer. Chaque cliché comportait, en général, 3 poses successives. Les courbes d'étalonnage sont construites, pour chaque cliché, à l'aide de 4 étoiles voisines de la variable, dont j'ai déterminé les magnitudes par comparaison directe à la séquence polaire, observée à la même distance zénithale.

La courbe de lumière tracée est du type β Lyrae. Elle confirme la légère dissymétrie soupçonnée antérieurement. Le maximum suivant le minimum principal est plus haut que le second maximum de 0,045 magnitude.

L'écart moyen des 200 observations individuelles, par rapport à cette courbe de lumière est ± 0,035 magnitude. La précision réellement atteinte, a donc bien l'ordre de grandeur attendu.

Utilisant à la fois ma courbe de lumière et les données spectroscopiques récentes de J. A. Pearce, j'ai cherché à déterminer les éléments du système double de GO Cygni par la méthode de Russell. La courbe de lumière a été rectifiée par la méthode classique de Russell, puis en cherchant à tenir compte de la dissymétrie. On a envisagé successivement l'hypothèse des disques uniformes et celle des disques obscurcis. Dans les deux cas, on obtient une courbe théorique qui représente fidèlement les observations. Il n'en subsiste pas moins une large indétermination sur les éléments du système, comme il arrive souvent lorsque les éclipses sont partielles et l'amplitude des variations assez petite

GO Cygni présente un intérêt particulier du fait que les deux composantes, relativement peu lumineuses, sont petites, ont des masses faibles et des densités élevées pour des étoiles blanches (spectres B9 et A0).

J'ai étudié également la céphéide X Cygni qui se trouvait sur les clichés pris pour GO Cygni. La comparaison de la courbe de lumière obtenue à celle qui résulte d'observations visuelles inédites de LORETA, montre d'importantes variations de l'indice de couleur.

Enfin, une étoile de comparaison, choisie primitivement pour GO Cygni, s'est montrée variable (B.D. + 35°4197). Sa magnitude a été déterminée sur chaque cliché. L'amplitude atteint au moins 0,25 magnitude et les variations sont rapides.

Au cours de ces recherches, l'emploi rationnel du microphotomètre de FABRY et BUISSON a donné une précision bien rarement atteinte dans la mesure des clichés stellaires pris au foyer. Cet instrument est susceptible de rendre d'importants services, non seulement pour l'étude des étoiles variables, mais dans la photométrie stellaire en général.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Fabry et Buisson. — Description et emploi d'un nouveau microphotomètre. Journal de Physique, 5e série, 9, (1919), 37.

[2] Schilt (J.). — Publication of Kaptein Astronomical Laboratory Groningen, 32, 1924. p. 1.

[3] Bloch (M.). — Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences, Chambéry, 1933.

[4] Liau (S. P.). — Revue d'Optique (sous presse).

[5] Dufay (J.). — Bulletin de l'Observatoire de Lyon, 1928, t. 10, p. 40, et Thèse, Paris, 1928, p. 40.

[6] Miss Leavitt. — Annals of Harvard College Observatory, 1919, vol. 85, n° 1, p. 11.

[7] Eberhard (G.). — Photographische Photometrie, Handbuch der Astrophysik, t. 12, 2e partie, p. 487.

[8] Schneller. — Astronomische Nachrichten, 235, 1928, col. 85.

[9] Kukarkin (B. W.). — Verein von Freuden der Physik und Astronomie, Nishni-Novgorod, Veranderliche Sterne Forschungs und Informations Bulletin. 2, 1929, p. 26 ; 4, 1932, p. 19.

[10] Szczyrbak. — Rocznik Astronomiczniy Observatorijum Krakowskiego, 10, 1932, p. 44.

[11] Wilhelmina Iwanowska et Wladyslaw Dziewulski. — Bulletin de l'Observatoire Astronomique de Wilno, 1, Astronomie, n° 13, 1932.

[12] Kordylewski (K.). — Acta Astronomica, série C. vol. 2, p. 46.

[13] Liau (S. P.). — Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, 198, 1934, p. 1298.

[14] Pearce (J. A.). — Journal of the Royal Astronomical Society of Canada, 27, 1933, p. 62.

[15] André (Ch.). — Traité d'Astronomie stellaire, p. 180.

[16] Russell. — Astrophysical Journal, 36, 1912, p.

[17] Dugan (R. S.). — The eclipsing variable U Cephei, Contributions from the Princeton University Observatory, n° 5.

]18[Miss Payne. — Stellar Atmospheres, Harvard Obs. Monographs, 1925. Voir aussi A. S. Eddington. The internal constitution of the stars, p. 141, Cambridge University Presse, 1926.

[19] Eddington (A. S.). — Id. p. 138 et p. 153.

[20] Ellsworth (J.). — Comptes-rendus de l'Académie des Sciences, *199*, p. 1378, 1934

[21] Chandler. — Astronomical Journal, n° 164.

[22] Sawyer. — Astronomical Journal, n° 375.

[23] Yendell. — Astronomical Journal, n°s 191, 216, 238, 268, 299, 314, 341, 393, 483, 515, 563.

[24] Müller (G.) und Hartwig (E.). — Geschichte und Literatur des Lichwechsels, vol. 2-3, p. 286.

[25] Pickering. — Annals of Harvard College, *46*, pp. 132, 142, 153, 156, 160.

[26] Luizet (M.). — Astronomische Nachrichten, n°s 3831, 4614.

[27] Leiner (E.). — Astronomische Nachrichten, *228*, n° 5453.

[28] Hellerich (F.). — Astronomische Nachrichten, *215*, n° 5149 ; *224*, n° 5359.

[29] Henroteau (F.). — Ottawa. Public., *9*, (1), pp. 66-68.

[30] Robinson (V.). — Bulletin of the Harvard College University, n° 872.

[31] Hertzprung. — Bulletin of the Astronomical Institut of the Netherlands, vol. III, n° 96.

[32] Liau (S. P.). — Astronomische Nachrichten (sous presse).

[33] Bosler. — Cours d'Astrophysique, p. 503. Librairie scientifique, Hermann, Paris.

[34] Liau (S. P.). — Journal des Observateurs, vol. 17, n° 10, p. 153, 1934.

Table des Matières

1. Introduction 5

CHAPITRE PREMIER : *Emploi du microphotomètre de Fabry et Buisson pour la mesure des clichés stellaires pris au foyer* 7

2. Choix du diamètre du cercle éclairé 7
3. Densités des images stellaires 11
4. Précision de la détermination des magnitudes 12
5. Comparaison avec la méthode des diamètres 13
6. Effet de la distance au centre du cliché 14

CHAPITRE II : *Courbe de lumière de l'étoile GO Cygni* 17

7. Recherches antérieures 17
8. Observations et mesures des clichés 18
9. Points normaux 26
10. Courbe de lumière 28

CHAPITRE III : *Le système de GO Cygni* 31

11. Rectifications de courbe de lumière par la méthode de Russell 31
12. Généralisation de la méthode précédente 33
13. Courbe de lumière rectifiée de GO Cygni 36
14. Rapport des brillances des deux étoiles 42
15. Détermination des paramètres k et α_0 à partir de la 1re courbe rectifiée 42
16. Détermination des paramètres k et α_0 à partir de la 2e rectification 45
17. Courbe de lumière théorique de la « solution U » 45
18. Eléments photométriques du système de GO Cygni 48
19. Dimensions, masses et densités 50

20. Hypothèse des disques obscurcis (Solution D à partir de la première rectification 50
21. Solution D à partir de la seconde rectification 54
22. Magnitudes absolues, distance et parallaxe 54
23. Conclusion 57

CHAPITRE IV : *Observations et courbe de lumière de X Cygni* 59

24. Recherches antérieures 59
25. Observations et mesures des clichés 60
26. Courbe de lumière 64
27. Comparaison avec les observations de Loreta et variations de l'indice de couleur 66
Appendice 69
28. Observations de l'étoile B.D. +35°4197 69
Résumé et Conclusions 71
Bibliographie 73