

THÈSES DE L'ENTRE-DEUX-GUERRES

N. STOYKO

Sur la mesure du temps et les problèmes qui s'y rattachent

Thèses de l'entre-deux-guerres, 1931

[<http://www.numdam.org/item?id=THESE_1931__132__1_0>](http://www.numdam.org/item?id=THESE_1931__132__1_0)

L'accès aux archives de la série « Thèses de l'entre-deux-guerres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Thèse numérisée dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*
<http://www.numdam.org/>

H.F. u. f. 166 (96) 42

N° D'ORDRE :
2200
Série A.
N° de Série 1331.

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES MATHÉMATIQUES

PAR M. N. STOYKO

AIDE-ASTRONOME A L'OBSERVATOIRE DE PARIS

1^{re} THÈSE. — SUR LA MESURE DU TEMPS ET LES PROBLÈMES QUI S'Y RATTACHENT.

2^e THÈSE. — COMPARAISON DES DIVERSES MÉTHODES DE DÉTERMINATION DES ORBITES
PLANÉTAIRES.

Soutenues le 31 Décembre 1931 devant la Commission d'examen.



MM. E. ESCLANGON, *Président.*
J. CHAZY
A. LAMBERT } *Examineurs.*

PARIS

GAUTHIER-VILLARS ET C^e, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

55, Quai des Grands-Augustins, 55

1931

D. 38.290

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS.

MM.

Doyen..... C. MAURAIN, Professeur. Physique du Globe.
Doyen honoraire..... M. MOLLIARD.
Professeurs honoraires. H. LE CHATELIER, H. LEBESGUE, A. FERNBACH, A. LEDUC,
E. HEROUARD, E. PICARD, Rémy PERRIER.

	GOURSAT.....	Analyse supérieure.	
	N.....	Mécanique physique et expérimentale.	
	JANET.....	Électrotechnique générale.	
	WALLERANT.....	Minéralogie.	
	PAINLEVÉ.....	Mécanique analytique et Mécanique céleste.	
	CAULLERY.....	Zoologie (Évolution des êtres organisés).	
	Emile BOREL.....	Calcul des probabilités et Physique mathém.	
	ABRAHAM.....	Physique.	
	MOLLIARD.....	Physiologie végétale.	
	CARTAN.....	Géométrie supérieure.	
	Gabriel BERTRAND...	Chimie biologique.	
	Jean PERRIN.....	Chimie physique.	
	LAPICQUE.....	Physiologie générale.	
	M ^{me} P. CURIE.....	Physique générale et radioactivité.	
	G. URBAIN.....	Chimie générale.	
	L. MARCHIS.....	Aviation.	
	VESSIOT.....	Théorie des fonctions et théorie des transform.	
	COTTON.....	Physique générale.	
	DRACH.....	Application de l'Analyse à la Géométrie.	
	Ch. FABRY.....	Physique.	
	LESPIEAU.....	Théories chimiques.	
	PORTIER.....	Physiologie comparée.	
Professeurs.....	Charles PÉREZ.....	Zoologie.	
	E. BLAISE.....	Chimie organique.	
	DANGEARD.....	Botanique.	
	Léon BERTRAND.....	Géologie structurale et Géologie appliquée.	
	RABAUD.....	Biologie expérimentale.	
	G. JULIA.....	Calcul différentiel.	
	Paul MONTEL.....	Mécanique rationnelle.	
	V. AUGER.....	Chimie appliquée.	
	WINTREBERT.....	Anatomie et Histologie comparées.	
	DUBOSCQ.....	Biologie maritime.	
	Eugène BLOCH.....	Physique théorique et Physique céleste.	
	A. MAILHE.....	Étude des combustibles.	
	L. LUTAUD.....	Géographie physique et Géologie dynamique.	
	Henri VILLAT.....	Mécanique des fluides et applications.	
	Ch. JACOB.....	Géologie.	
	P. PASCAL.....	Chimie minérale.	
	Léon BRILLOUIN.....	Théories physiques	
	ESCLANGON.....	Astronomie.	
	H. BÉNARD.....	Mécanique expérimentale des fluides.	
	G. MAUGUIN.....	Minéralogie.	
	BLARINGHEM.....	Botanique.	
	GUILLIERMOND.....	Botanique (P. C. N.).	
	DENJOY.....	Mathématiques générales.	
DUFOUR.....	Physique (P. C. N.).	M. FRECHET....	Calcul des Probabilités et
PÉCHARD.....	Chimie (Enseig ^t P. C. N.).		Physique mathématique.
GUILLET.....	Physique.	M ^{me} RAMART-LU-	
M. GUICHARD...	Chimie minérale.	CAS.....	Chimie organique.
MICHEL-LEVY..	Pétrographie.	BEGHIN.....	Mécanique théorique des
DEREIMS.....	Géologie.		fluides.
MOUTON.....	Chimie physique.	FOCH.....	Mécanique expérimentale des
DUNOYER.....	Optique appliquée.		fluides.
JAVILLIER.....	Chimie biologique.	PAUTHENIER...	Physique (P. C. N.)
ROBERT-LEVY..	Zoologie.	VILLEY.....	Mécanique physique et expé-
DEBIERNE.....	Radioactivité.		rimentale.
DARMOIS.....	Physique.	DE BROGLIE...	Théories physiques.
BRUHAT.....	Physique.	LABROUSTE...	Physique du Globe.
F. PICARD.....	Zoologie (Evolution des êtres	FREUNDLER...	Chimie (P. C. N.).
	organisés).	PRENANT	Zoologie.
JOLEAUD.....	Paléontologie.	P. JOB.....	Chimie générale.
		CHRETIEN.....	Optique appliquée.

Secrétaire..... A. PACAUD. — **Secrétaire honoraire**. TOMBECK.

A MON PÈRE

PREMIÈRE THÈSE.

SUR LA MESURE DU TEMPS

ET LES

PRÔBLÈMES QUI S'Y RATTACHENT

PRÉFACE.

Les dix années qui viennent de s'écouler ont marqué un progrès très sensible, autant dans la précision de la réception des signaux horaires que dans la conservation de l'heure et dans l'uniformité des méthodes employées par les services horaires des divers observatoires.

Le problème de l'Heure a pris de ce fait un nouvel essor, et il nous a semblé opportun d'en donner une étude d'ensemble. Elle se rapporte à la période qui s'étend de 1922 à 1929, et même à 1930 dans certains cas, et se compose de deux parties distinctes.

Mettant à profit les documents du Bureau International de l'Heure, nous avons examiné dans la première partie de ce Mémoire les résultats relatifs à l'amélioration de l'heure qui ont été obtenus dans les divers observatoires (Chap. I) et discuté leur précision (Chap. II). Nous nous sommes bornés à ceux qui concernent l'amélioration de l'heure de mois en mois; nous espérons publier à part des résultats plus détaillés.

De plus nous avons étudié les diverses causes d'erreurs personnelles (Chap. III) et instrumentales, ainsi que les erreurs de catalogues d'étoiles fondamentales (Chap. IV) qui influencent la détermination de l'heure. A l'étude théorique des équations personnelles nous avons ajouté des applica-

tions qui montrent l'influence de ce genre d'erreurs sur la détermination de l'heure et sur les ascensions droites données dans les catalogues.

Dans le Chapitre V nous avons comparé entre elles les précisions des déterminations unilatérale et bilatérale des longitudes. On a trouvé que, dans l'état actuel de nos connaissances, la précision de la détermination unilatérale peut atteindre la précision de la détermination bilatérale à condition de calculer avec soin toutes les erreurs possibles qui peuvent influencer la détermination astronomique de l'heure et la réception des signaux horaires par T. S. F.

Dans la seconde partie de ce travail, nous avons étudié les questions relatives à la propagation des ondes (Chap. VI) et à la variation journalière de la marche des pendules sous l'influence de l'attraction lunisolaire et de la dissymétrie possible de l'espace (Chap. VII). Les deux derniers Chapitres sont consacrés à l'étude des variations saisonnière (Chap. VIII) et séculaire ainsi que des variations à longue période (Chap. IX) dans la détermination des longitudes.

Nous avons pu mettre en évidence l'existence d'une corrélation entre la vitesse apparente de la propagation des ondes, le Soleil et les conditions électriques de l'atmosphère. On a pu déceler en outre l'influence de l'attraction lunisolaire sur la marche des pendules et le coefficient trouvé : 0,834 pour les marées de l'écorce terrestre est en bon accord avec les résultats donnés par les pendules horizontaux.

La recherche de l'influence de la dissymétrie de l'espace sur la marche des pendules et sur la propagation des ondes nous a donné pour les coordonnées de l'apex : $A = 105^{\circ}39'$, $D = +44^{\circ}27'$ et pour la vitesse : $V = 172^{km},8$, valeur qui est presque 4 fois plus petite que celle obtenue par les autres auteurs. Remarquons que notre résultat est complètement indépendant de la détermination astronomique de l'heure.

En éliminant les influences saisonnières exercées sur la détermination des longitudes par le déplacement du pôle, par le terme de Kimura, par la réfraction latérale, par la pression au-dessus des continents et des océans, par la variation de la vitesse apparente des ondes et enfin par la dissymétrie de l'espace, nous avons trouvé qu'il reste encore des variations saisonnières qui dépendent, probablement, de l'influence directe du Soleil sur la croûte terrestre.

Il résulte aussi de notre étude que la variation séculaire des longitudes est négligeable, tandis qu'il existe une assez forte variation périodique ayant presque 11 ans pour période. Les résultats des années à venir feront connaître la valeur exacte de cette période.

En terminant cette préface nous exprimons notre profonde reconnaissance à M. G. Bigourdan, membre de l'Institut, à M. E. Esclangon, directeur de l'Observatoire de Paris, et à M. A. Lambert, astronome à l'Observatoire de Paris, qui ont bien voulu mettre à notre disposition les archives du Bureau International de l'Heure.



CHAPITRE I.

AMÉLIORATION DE L'HEURE DE DIVERS OBSERVATOIRES.

1. La détermination astronomique de l'heure locale dans un observatoire quelconque est influencée, en plus des erreurs systématiques instrumentales et personnelles, par des erreurs accidentelles et saisonnières. Aux erreurs systématiques s'ajoute encore l'erreur de la longitude de l'observatoire quand on passe du temps local au temps du méridien de Greenwich.

Les erreurs systématiques, sauf celle de la longitude, peuvent être déterminées, pour la plupart, par des études faites sur place et éliminées, tandis que les erreurs saisonnières ne peuvent pas être déterminées de cette façon. Actuellement, en général, les erreurs systématiques sont même plus petites que les erreurs saisonnières qui, elles, peuvent atteindre un dixième de seconde.

Pour certaines recherches il n'est pas indispensable de connaître cette erreur systématique. Par exemple, dans la détermination de longitudes relatives d'un groupe de points géodésiques obtenue en utilisant les résultats de la réception des signaux horaires radiotélégraphiques et ceux de la détermination astronomique de l'heure d'un observatoire quelconque, l'erreur systématique de cet observatoire n'a pas d'importance. Parmi les erreurs de l'observatoire, seules ses erreurs accidentelles et saisonnières influencent les longitudes relatives des points de ce groupe.

Pour éliminer l'influence des erreurs accidentelles et saisonnières, c'est-à-dire pour améliorer l'heure [1] ⁽¹⁾ d'un observatoire quelconque, il faut en plus des déterminations astronomiques de l'heure locale de l'observatoire en question, utiliser les résultats des déterminations astronomiques de l'heure et des réceptions des signaux horaires des autres observatoires.

(1) Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie placée à la fin du Mémoire.

2. Nous avons essayé d'améliorer l'heure des observatoires pendant la période de 1922 à 1929 en utilisant les résultats des services de l'heure des observatoires suivants : Le Cap (C), Edinburgh (E), Greenwich (G), Hamburg (H), Helwan (Hl), Léninegrad (L), Neuchâtel (N), Ottawa (O), Paris (Pa), Potsdam (Pt), Poulkovo (Pu), Tokyo (T), Uccle (U) et Washington (W). Les résultats de réceptions des signaux horaires ont été tirés du Bulletin horaire, des publications faites par les observatoires [2 à 12], ou des archives du Bureau International de l'Heure (B. I. H.).

Parmi les diverses méthodes possibles d'amélioration de l'heure nous avons choisi la méthode qui a été utilisée par M. A. Lambert [14] en lui apportant quelques modifications [13]. La correction qu'il faut apporter à l'heure d'un observatoire I s'exprime par la formule

$$(1) \quad p_i = \underline{M + a - t + \Delta\lambda' - \Delta\lambda_i + t_i - t - K_i + p + r - r_i} = P_i + Q_i,$$

M est la différence entre l'heure de l'observatoire moyen et celle de l'observatoire fondamental (A);

a, t les heures des signaux adoptées par les observatoires A et I;

$\Delta\lambda'$, $\Delta\lambda_i$ les influences du déplacement du pôle sur la longitude des observatoires moyen et I;

t, t_i les durées de propagation des ondes depuis la station émettrice des signaux jusqu'aux observatoires moyen ou I;

K_i l'ensemble des erreurs systématiques (longitude adoptée, instruments d'observation, équation personnelle, etc.), de l'observatoire I par rapport à l'observatoire moyen;

p l'erreur de la correction adoptée pour la pendule fictive de l'observatoire moyen;

r, r_i l'ensemble des erreurs accidentelles de la réception.

Les P_i sont les valeurs connues et les Q_i sont les erreurs accidentelles de l'observatoire I. Les valeurs P_i ont été préalablement corrigées de l'influence des écarts anormaux [13] des observatoires. Nous avons ajouté les P_{pa} de Paris ainsi corrigés aux corrections demi-définitives (C_p) des pendules et nous avons représenté graphiquement $C_p + P_{pa}$ après avoir éliminé l'influence des termes du premier et du second ordre ($at + bt^2$) sur la correction des pendules. A travers les sinuosités des lignes représentatives

on a tracé les courbes régularisées et on a lu sur les graphiques les différences entre les courbes régularisées et les courbes représentatives. On a pris la moyenne correspondante à chaque date pour toutes les pendules représentées. Les valeurs ainsi trouvées représentent les erreurs accidentelles Q'_{pa} et l'on pose

$$(2) \quad p_{pa} = P_{pa} + Q'_{pa},$$

où p_{pa} est la correction cherchée. Ainsi l'heure définitive des signaux sera

$$(3) \quad pa + p_{pa} + \Delta\lambda_{pa} + K_{pa} - t_{pa},$$

où pa est l'heure demi-définitive des signaux.

TABLEAU I. — *Corrections mensuelles de l'heure des observatoires.*

(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde.)

1922.	E.	G.	H.	O.	Pa.	Pt.	U.				
Janvier.....	—70	+67	+24	— 4	—44	+ 3	+19				
Février.....	— 4	+16	—23	— 9	— 4	—18	+49				
Mars.....	—19	+21	+12	—22	+ 4	— 5	+12				
Avril.....	+24	+31	— 8	—10	—16	0	—19				
Mai.....	+18	—12	— 4	+24	— 5	0	—23				
Juin.....	+13	+11	— 3	+ 1	+40	—35	—50				
Juillet.....	+11	—36	—33	+47	—15	+34	+15				
Août.....	+ 2	—40	+20	+ 6	+ 1	—12	+29				
Septembre...	—19	—25	+12	—10	+ 8	+14	+26				
Octobre.....	+26	+ 2	+ 7	—24	+14	+ 8	—28				
Novembre...	+12	—24	—17	+20	+22	+13	—41				
Décembre...	+ 9	+ 3	+ 1	—25	— 4	+ 2	+10				
E'_{cm}	21 ₆	16 ₀	20 ₅	20 ₀	16 ₂	15 ₈	21 ₀				
E'_s	18 ₉	24 ₀	13 ₇	16 ₈	14 ₈	12 ₀	26 ₇				
1923.	E.	G.	H.	Hl.	L.	O.	Pa.	Pt.	Pu.	U.	W.
Janvier.....	+35	—21	+34	+44	—121	—12	+11	+ 3	— 5	+33	—20
Février.....	+30	+15	+32	+28	— 27	—32	—34	+ 4	—29	+19	—28
Mars.....	— 5	+55	+16	+31	+ 1	—60	—20	—23	+15	+18	+ 3
Avril.....	—34	+50	+27	+11	—10	+ 9	—24	—22	—11	+21	— 5
Mai.....	—17	+29	—15	—35	+ 35	+15	—13	+19	+10	—28	+13
Juin.....	+13	+64	—39	—29	+ 2	+31	+10	+10	—77	—17	+11
Juillet.....	+24	—18	—27	+13	+ 29	+ 6	— 7	+ 2	+21	—26	— 2
Août.....	— 1	—17	—27	—75	+ 43	+23	+ 2	— 3	+55	—19	+ 2
Septembre.....	—40	—21	+31	—56	+ 18	+14	+16	— 3	+33	+10	— 7
Octobre.....	+ 8	—40	—33	+ 4	+ 1	+ 4	+18	+ 9	— 4	—12	+20
Novembre.....	+16	—58	—28	+22	— 4	+14	+15	— 1	—36	+60	+ 9
Décembre.....	—35	—36	+24	+50	+ 30	—26	+21	+ 9	+15	—64	0
E'_{cm}	19 ₂	24 ₂	26 ₄	21 ₆	22 ₃	25 ₇	12 ₄	16 ₄	29 ₃	21 ₂	13 ₂
E'_s	21 ₈	18 ₇	27 ₇	33 ₂	26 ₇	20 ₅	15 ₁	9 ₀	25 ₉	27 ₂	10 ₀

TABLEAU I. — *Corrections mensuelles de l'heure des observatoires (suite).*
(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde.)

1924.	E.	G	H.	Hl.	L.	N.	O.	Pa.	Pt.	T.	U.	W.	
Janvier.....	+65	-14	+26	+ 12	+66	»	-17	-29	- 4	-12	-21	-26	
Février.....	- 4	+13	-12	- 56	+10	+ 30	+ 3	+ 9	+ 7	+ 3	+ 2	- 4	
Mars.....	+ 5	+ 5	-10	- 40	+79	- 22	-13	+ 8	- 8	-22	+20	- 4	
Avril.....	- 2	-11	- 2	- 53	+69	- 42	- 3	+10	+ 2	+32	-18	-16	
Mai.....	-44	-46	- 3	0	-26	-105	+ 5	+20	+16	-10	+35	+15	
Juin.....	-88	-52	- 8	- 1	- 2	+ 52	+14	+20	+ 5	-12	+ 2	+26	
Juillet.....	+48	-35	-17	+ 26	-25	+ 34	-11	0	-15	+17	-12	+28	
Août.....	+40	+21	+34	- 8	-35	+ 8	-16	+10	0	- 1	-49	+ 9	
Septembre...	+ 3	+24	-27	- 9	-31	- 57	+19	+19	+18	+ 9	-76	+10	
Octobre.....	-53	+56	+23	- 19	-20	+ 43	+22	-44	+ 8	+17	-18	- 1	
Novembre...	+ 4	+32	-13	+ 8	-34	- 9	+28	-30	-17	- 1	+76	-15	
Décembre...	+12	+27	- 2	+127	-34	+ 91	-30	+ 5	-34	-19	+57	-28	
E'cm.....	32 ₇	22 ₄	26 ₃	24 ₇	17 ₄	53 ₀	18 ₅	12 ₇	12 ₄	26 ₈	24 ₄	14 ₂	
E's.....	30 ₇	28 ₀	14 ₈	26 ₆	35 ₉	44 ₈	15 ₁	17 ₀	11 ₂	12 ₉	32 ₂	15 ₂	
1925.	E.	G.	H.	L.	N.	O.	Pa.	Pt.	Pu.	T.	U.	W.	
Janvier.....	+31	-22	-50	-18	+95	-48	+30	+13	+10	- 7	+70	-27	
Février.....	+16	+25	-13	-23	- 5	+36	- 6	0	-34	+ 4	+27	-13	
Mars.....	+26	+27	+21	-22	- 3	+ 7	-30	- 1	-18	+ 2	+35	+ 1	
Avril.....	- 3	-23	+24	+ 8	+ 3	+ 2	+15	+ 4	- 1	+10	-73	+ 8	
Mai.....	+30	-23	+12	+14	+ 5	-35	+17	+ 5	+21	+ 4	-48	+16	
Juin.....	-60	+ 3	+26	+22	+ 7	+ 8	+22	-14	-13	- 4	-77	+13	
Juillet.....	+18	- 1	- 5	+12	-24	+21	- 2	+ 2	-23	0	- 9	+20	
Août.....	-26	- 9	+ 2	+10	-46	+24	+14	-10	+11	-21	-15	+12	
Septembre...	»	-42	+19	+10	-24	+20	+11	-19	+56	+ 3	-32	+ 3	
Octobre.....	»	- 2	-16	-14	- 7	+25	-29	- 8	+42	- 1	+21	+ 2	
Novembre...	+78	+33	-11	+ 5	+ 7	-25	-26	- 4	+12	+ 4	+50	- 7	
Décembre...	-72	+38	- 9	0	+ 3	-36	-11	+33	-61	+ 6	+68	-21	
E'cm.....	29 ₁	11 ₈	25 ₇	16 ₁	30 ₁	16 ₉	14 ₄	15 ₄	20 ₉	15 ₀	25 ₃	11 ₂	
E's.....	36 ₀	20 ₈	17 ₅	13 ₂	19 ₁	23 ₉	17 ₇	9 ₄	25 ₂	5 ₈	43 ₇	11 ₉	
1926.	C.	E.	G.	H.	L.	N.	O.	Pa.	Pt.	Pu.	T.	U.	W.
Janvier.....	-33	+22	+72	+ 9	- 7	+26	-18	-30	+ 3	+52	+ 1	-22	-20
Février.....	- 4	- 7	+82	+25	- 1	- 5	-13	-41	+30	+11	+ 5	-43	+ 5
Mars.....	-13	-30	0	+17	+ 2	-23	+ 1	-17	+27	+ 3	+ 8	+19	+ 9
Avril.....	-21	+58	-21	+35	+ 8	- 5	-23	- 5	+ 1	+37	-10	+16	+ 1
Mai.....	-46	+85	- 8	+ 4	- 1	- 7	-10	-47	-32	+79	-14	+55	+23
Juin.....	+21	-13	- 8	-30	- 7	+23	-22	-18	-26	+20	+ 4	+75	+17
Juillet.....	- 3	-45	- 7	-19	- 9	+34	+23	+17	+ 9	+16	+17	-20	- 2
Août.....	-13	+30	-10	-31	+ 6	- 9	+40	+ 1	+16	-20	+18	-23	+ 4
Septembre...	+65	+30	-48	-36	+24	- 3	+ 7	+27	+ 9	-19	+ 1	-47	- 1
Octobre.....	+33	-60	-13	+ 4	+12	-25	+20	+44	- 3	-48	+ 7	+ 5	- 6
Novembre...	+ 8	-63	- 4	+44	-20	- 3	+44	+40	+ 2	-17	-16	- 3	-11
Décembre...	+43	- 7	-10	+ 3	+12	+12	-35	+50	-13	-90	- 7	+17	- 4
E'cm.....	20 ₈	31 ₁	13 ₁	18 ₇	16 ₈	17 ₇	23 ₆	14 ₈	15 ₃	25 ₇	14 ₂	25 ₉	11 ₇
E's.....	25 ₂	37 ₅	23 ₆	21 ₄	9 ₁	14 ₆	21 ₃	28 ₁	14 ₂	34 ₃	9 ₀	28 ₇	8 ₆

TABLEAU I. — *Corrections mensuelles de l'heure des observatoires* (suite).
(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde).

1927.	E.	G.	H.	L.	O.	Pa.	Pt.	Pu.	T.	U.	W.
Janvier.....	+16	— 7	+22	—47	+28	—13	—53	—22	+10	+79	+ 4
Février.....	+54	—13	— 6	— 5	+65	—28	—42	—17	+ 5	+14	— 2
Mars.....	+53	+10	—37	+ 2	+38	—26	— 4	—25	+11	+10	— 8
Avril.....	— 9	—18	—23	+ 3	— 4	—22	+14	+21	+16	+13	— 2
Mai.....	—12	—64	+22	+10	—10	—10	+ 9	+40	+12	+ 5	—10
Juin.....	—23	+27	—22	+ 8	+12	— 3	— 2	+ 5	+17	—58	+ 9
Juillet.....	—50	—15	—24	+28	—30	+14	+21	+13	— 3	+ 8	+24
Août.....	+21	—10	+17	+ 6	+27	—35	+ 2	—11	—23	+ 6	+ 5
Septembre...	+21	— 3	+ 8	—16	—26	+14	+34	+10	—34	+ 3	— 9
Octobre.....	—33	+10	—15	—14	+28	+43	+12	— 1	—19	—35	+ 5
Novembre...	—29	+22	+22	— 4	—58	+29	—12	— 2	—11	—26	+10
Décembre...	—10	+42	+33	+15	—77	+22	+ 1	—28	— 3	—28	—29
E' _{cm}	25 ₇	16 ₇	23 ₈	12 ₇	26 ₃	13 ₂	21 ₈	25 ₃	11 ₂	21 ₂	15 ₃
E' _s	27 ₆	20 ₁	20 ₉	13 ₂	33 ₆	21 ₆	17 ₂	16 ₂	13 ₇	23 ₈	9 ₈
1928.	G.	H.	L.	N.	Pa.	Pt.	Pu.	T.	U.	W.	
Janvier.....	+50	— 6	— 4	+31	— 7	—14	—66	+ 2	+14	+ 2	
Février.....	+17	—20	+11	+17	+ 7	—37	—41	+ 1	+ 6	— 2	
Mars.....	—16	—22	+12	+ 7	+ 8	—10	+49	+ 3	—37	+12	
Avril.....	— 5	+13	+13	— 9	+ 1	+22	+ 1	—14	+15	—20	
Mai.....	—24	+19	+ 5	—16	+27	—20	+15	—21	+18	+ 4	
Juin.....	—28	+40	— 9	—20	+21	+15	+ 4	—40	+29	—17	
Juillet.....	+ 3	— 3	—15	— 6	— 7	+ 5	— 9	0	+28	+ 6	
Août.....	—29	+37	—18	+ 6	—15	+21	+ 5	+21	—10	+ 6	
Septembre...	+16	+ 6	+ 5	— 2	— 9	+17	— 6	+11	—57	+ 6	
Octobre.....	+ 4	—21	+ 7	+17	— 2	—11	— 1	+ 9	—12	+ 9	
Novembre...	+19	—21	—23	+11	—12	— 7	+69	— 7	—22	+13	
Décembre...	+ 4	—12	+28	—20	— 1	+16	— 9	— 4	+18	— 9	
E' _{cm}	13 ₄	27 ₂	11 ₈	11 ₉	8 ₇	14 ₆	23 ₇	15 ₇	13 ₅	8 ₁	
E' _s	17 ₉	17 ₇	12 ₅	13 ₅	9 ₇	16 ₃	22 ₉	11 ₄	22 ₂	8 ₈	
1929.	G.	H.	L.	N.	Pa.	Pt.	Pu.	T.	U.	W.	
Janvier.....	+43	+ 2	+ 1	—29	+ 1	—26	+ 2	+ 1	+17	0	
Février.....	+40	+28	— 1	—15	—15	+16	— 8	+26	+ 1	—14	
Mars.....	+10	+22	—15	+ 8	0	—11	— 2	+12	+18	—10	
Avril.....	+ 7	+32	— 5	—10	— 9	— 5	+13	— 7	+30	—21	
Mai.....	—16	—59	+ 6	— 1	+16	— 4	+10	—20	+11	+ 3	
Juin.....	—28	0	0	— 3	+22	+63	— 1	—10	—36	+ 1	
Juillet.....	—32	— 2	+14	— 6	+ 2	+25	—30	0	— 1	+ 1	
Août.....	— 3	+18	— 4	+22	— 8	+ 1	—21	— 2	— 7	+15	
Septembre...	— 8	+ 7	0	+21	+15	—10	—15	—23	—13	— 1	
Octobre.....	—20	+16	—18	+10	+ 5	—24	0	—17	+60	0	
Novembre...	+21	—21	+ 8	+ 6	—25	— 5	+23	+27	—13	+15	
Décembre...	+ 2	—35	+19	+ 6	+ 2	—12	+36	+27	—53	+15	
E' _{cm}	10 ₆	31 ₇	15 ₄	14 ₄	8 ₃	18 ₄	14 ₂	14 ₅	16 ₂	12 ₉	
E' _s	19 ₂	20 ₂	7 ₆	11 ₄	10 ₀	16 ₈	13 ₄	14 ₃	21 ₇	8 ₀	

5. Nous donnons dans le Tableau I les valeurs p_i pour chaque mois et pour chaque observatoire pendant la période de 1922 à 1929. Au bas des colonnes sont donnés les écarts moyens (E'_{cm}) des valeurs de 5 en 5 jours par rapport aux valeurs mensuelles correspondantes et les moyennes (E'_s) des valeurs absolues des écarts mensuels. Les erreurs E'_{cm} caractérisent, en plus grande partie, la précision de la réception des signaux et de la conservation de l'heure et les E'_s caractérisent les erreurs saisonnières des observatoires.

On peut poser $K_i = \Delta L_i + R_i$, où R_i est la somme des erreurs *connues* et ΔL_i la correction unilatérale (voir § 26) de la longitude conventionnelle. Pour éliminer R_i on a réduit à partir de 1925 tous les résultats au système de catalogue d'Eichelberger [15]. On a réduit à une même longitude les résultats des observatoires qui ont utilisé diverses longitudes conventionnelles pendant la période considérée. Les résultats de Greenwich ont été corrigés de la différence systématique entre « Transit Circle » et l'instrument retournable « B » qui étaient en service durant la période considérée; en outre on a tenu compte de la différence due à la méthode d'exploitation des signaux horaires qui a été variable suivant les années. Pour calculer ΔL_i on a formé 91 équations à 14 inconnues que l'on a résolues par la méthode des moindres carrés. Dans le Tableau II nous donnons les longitudes conventionnelles, leurs corrections ΔL_i avec les erreurs probables (ρ_i) correspondantes. Les résidus Δl_i de ΔL_i pour chaque observatoire et pour chaque année figurent dans le Tableau III avec les écarts moyens (E_{ma}) et les variations annuelles (V_a) correspondantes. Au bas du tableau nous donnons les écarts moyens de chaque année, en laissant de côté C, E et Hl. Les valeurs E_{ma} caractérisent la *stabilité* des observatoires, c'est-à-dire la constance des erreurs systématiques inconnues, qui est une des qualités les plus importantes dans le cas de la détermination périodique des longitudes unilatérales (longitudes mondiales).

Pour avoir l'heure définitive d'un observatoire I d'après la formule (3), il faut ajouter aux heures demi-définitives p_i (Tableau I), $\Delta \lambda_i$ d'après les résultats du service international des latitudes [44], et $K_i = \Delta L_i + R_i$, que nous donnons dans le Tableau IV pour chaque année et pour chaque observatoire.

TABLEAU II. — *Longitudes conventionnelles et leurs corrections.*

	Long. convent.	ΔL_i	ρ_i		Long. convent.	ΔL_i	ρ_i
	^h ^m ^s	^s	^s		^h ^m ^s	^s	^s
C....	—1.13.54,760	+0,167 ₆	»	O....	+5. 2.51,940	+0,009 ₅	±0,001 ₅
E....	+0.12.44,200	+0,008 ₆	±0,022 ₁	Pa....	—0. 9.20,935	+0,012 ₀	±0,002 ₄
G....	0. 0. 0,000	+0,008 ₀	±0,003 ₇	Pt....	—0.52.16,058	—0,016 ₂	±0,005 ₉
H....	—0.39.53,420	—0,015 ₇	±0,006 ₉	Pu....	—2. 1.18,570	+0,000 ₃	±0,007 ₇
Hl....	—2. 5.21,800	—0,022 ₆	±0,018 ₇	T....	—9.18.10,100	+0,021 ₃	±0,009 ₃
L....	—2. 1.15,955	+0,060 ₃	±0,001 ₉	U....	—0.17.26,050	+0,103 ₅	±0,007 ₁
N....	—0.27.49,775	—0,021 ₈	±0,010 ₀	W....	+5. 8.15,780	—0,009 ₃	±0,004 ₃

TABLEAU III. — *Corrections annuelles (Δl_i) des longitudes unilatérales.*

(Les nombres expriment des 1/10000 de seconde.)

	1922.	1923.	1924.	1925.	1926.	1927.	1928.	1929.	E_{ma}	V_a
C....	»	»	»	»	— 2 ₀	»	»	»	»	»
E....	+128 ₈	+94 ₆	—69 ₃	—40 ₀	—25 ₀	—51 ₃	»	»	68 ₂	53 ₇
G....	+ 12 ₄	+13 ₂	+ 6 ₃	—12 ₄	+ 5 ₆	+ 1 ₃	— 1 ₃	—18 ₀	8 ₈	4 ₉
H....	— 39 ₉	—33 ₁	—24 ₀	+29 ₃	—13 ₇	— 2 ₀	+26 ₄	+ 5 ₇	21 ₈	12 ₄
Hl...	»	—36 ₂	+34 ₉	»	»	»	»	»	35 ₆	35 ₆
L....	»	— 3 ₁	—12 ₀	+ 0 ₃	+ 3 ₃	— 9 ₀	— 5 ₆	— 5 ₃	5 ₅	3 ₄
N....	»	»	—42 ₉	+ 2 ₄	—19 ₆	»	+ 9 ₅	+30 ₈	21 ₀	14 ₇
O....	— 6 ₁	+21 ₇	— 7 ₂	— 8 ₉	— 5 ₉	+10 ₈	»	»	10 ₁	5 ₈
Pa....	+ 8 ₄	—11 ₈	— 3 ₇	—14 ₄	— 3 ₄	+11 ₃	+14 ₇	+ 2 ₀	8 ₇	5 ₈
Pt...	+ 12 ₆	—12 ₆	— 3 ₅	—39 ₂	+25 ₁	+ 6 ₅	+25 ₉	+13 ₂	17 ₃	13 ₂
Pu....	»	+21 ₉	»	+15 ₃	—46 ₇	— 4 ₀	+ 3 ₄	+ 8 ₇	16 ₇	12 ₄
T....	»	»	+39 ₀	+ 2 ₃	— 0 ₇	—16 ₀	—26 ₆	—37 ₃	16 ₉	8 ₂
U....	— 21 ₁	+ 7 ₇	—14 ₂	+14 ₁	+50 ₁	+ 6 ₈	—46 ₈	— 6 ₅	22 ₂	17 ₃
W...	+ 4 ₉	— 3 ₃	+10 ₈	+26 ₁	+ 7 ₁	— 0 ₂	—25 ₈	—23 ₅	12 ₇	6 ₅
E_m ...	15 ₁	14 ₃	16 ₄	15 ₀	16 ₅	6 ₈	18 ₆	13 ₇	14 ₇	9 ₅

TABLEAU IV. — *Erreurs systématiques (K_i) des observatoires.*

(Les nombres expriment des 1/10000 de seconde.)

	1922.	1923.	1924.	1925.	1926.	1927.	1928.	1929.
C....	»	»	»	»	+165 ₆	»	»	»
E....	+137 ₄	+103 ₂	— 60 ₇	—105 ₄	— 16 ₄	— 42 ₇	»	»
G....	—101 ₆	—100 ₈	—107 ₇	— 97 ₄	— 79 ₄	— 23 ₇	— 7 ₃	—21 ₀
H....	— 55 ₆	— 48 ₈	— 39 ₇	— 55 ₄	— 98 ₄	— 86 ₇	—58 ₃	—79 ₀
Hl...	»	— 57 ₈	+ 13 ₃	»	»	»	»	»
L....	»	+ 45 ₂	+ 36 ₃	+ 60 ₃	+ 63 ₆	+ 51 ₃	+ 54 ₇	+55 ₀
N....	»	»	+ 41 ₃	+ 49 ₆	+ 27 ₆	»	—12 ₃	+ 9 ₀
O....	+ 3 ₄	+ 31 ₂	+ 49 ₃	+ 0 ₆	+ 3 ₆	+ 20 ₃	»	»
Pa....	+ 20 ₄	+ 0 ₂	+ 8 ₃	— 2 ₄	+ 8 ₆	+ 23 ₃	+26 ₇	+14 ₀
Pt...	— 3 ₆	— 28 ₈	— 19 ₇	— 55 ₄	+ 8 ₉	— 9 ₇	+ 9 ₇	— 3 ₀
Pu....	»	+ 32 ₂	»	+ 25 ₆	— 46 ₄	— 3 ₇	+ 3 ₄	+ 8 ₄
T....	»	»	+ 50 ₃	+ 13 ₆	+ 0 ₆	+ 5 ₃	— 5 ₃	—16 ₀
U....	+132 ₄	+161 ₂	+139 ₃	+ 98 ₄	+153 ₆	+110 ₃	+56 ₇	+97 ₀
W...	— 4 ₆	+ 53 ₂	+ 67 ₃	+ 16 ₆	— 2 ₄	— 9 ₇	—35 ₃	—33 ₀

CHAPITRE II.

PRÉCISION DE L'HEURE.

4. L'heure déterminée par chaque observatoire est influencée, nous l'avons dit, par des erreurs accidentelles, saisonnières et systématiques. En comparant les heures déterminées par divers observatoires au moyen des signaux horaires, on introduit les erreurs de la réception des signaux ainsi que les erreurs dues à l'interpolation de l'heure pour le moment de la réception des signaux.

En calculant les écarts moyens des divers observatoires, nous introduisons l'erreur de l'observatoire moyen auquel on a rapporté tous les autres. Si l'erreur de l'observatoire moyen est E_m , l'écart moyen de l'observatoire I par rapport à cet observatoire moyen est égal à

$$(4) \quad E_i = \sqrt{E_i'^2 + E_m^2},$$

où E_i est l'écart moyen de l'observatoire I. En résolvant (4) par approximations successives ⁽¹⁾, nous trouvons que l'écart moyen de l'observatoire I est égal à

$$(5) \quad E_i = \sqrt{E_i'^2 - \frac{\Sigma E_i'^2}{n(n+1)}}.$$

⁽¹⁾ Nous posons en première approximation $E_m = 0$, alors $E_i^2 = E_i'^2$. En seconde approximation nous avons

$$E_m^2 = \frac{\Sigma E_i'^2}{n^2} \quad \text{et} \quad E_i^2 = E_i'^2 - \frac{\Sigma E_i'^2}{n^2},$$

en troisième

$$E_m^2 = \frac{\Sigma E_i'^2}{n^2} - \frac{\Sigma E_i'^2}{n^3} \quad \text{et} \quad E_i^2 = E_i'^2 - \frac{\Sigma E_i'^2}{n^2} + \frac{\Sigma E_i'^2}{n^3}, \quad \dots,$$

et définitivement

$$E_i^2 = E_i'^2 - \frac{\Sigma E_i'^2}{n^2} \left(1 - \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} - \dots \right) = E_i'^2 - \frac{\Sigma E_i'^2}{n(n+1)}.$$

Dans le Tableau V nous donnons les écarts moyens annuels (E_{m_s}) des valeurs de 5 en 5 jours des divers observatoires par rapport aux moyennes annuelles affranchies des erreurs de l'observatoire moyen. Dans les deux dernières colonnes figurent pour chaque observatoire les moyennes pour la période 1922-1929 et 1928-1929 séparément. Au bas des colonnes sont données les moyennes (Moy.) et les erreurs de l'observatoire moyen (E_{m_s}). On voit qu'il y a une amélioration progressive assez sensible pour presque tous les observatoires. La moyenne des écarts pour 10 observatoires qui ont reçu les signaux horaires pendant la période 1928-1929 est 0^s,019₉, tandis que pour les mêmes observatoires durant la période 1922-1927 cette moyenne est 0^s,026₀. Les écarts moyens (E_{m_s}) représentent la somme des erreurs de la réception des signaux (erreur résiduelle de la réception des signaux pour la moyenne de 5 jours), de l'interpolation, de la conservation et de la détermination de l'heure (erreurs accidentelles et saisonnières).

TABLEAU V. — *Écarts moyens (E_{m_s}) des divers observatoires par rapport aux moyennes annuelles.*

(Les nombres expriment des 1/10000 de seconde.)

	1922.	1923.	1924.	1925.	1926.	1927.	1928.	1929.	1922- 1929.	1928- 1929.
C.....	»	»	»	»	29 ₇	»	»	»	29 ₇	»
E.....	25 ₈	26 ₀	43 ₉	(42 ₁)	44 ₆	33 ₉	»	»	34 ₈	»
G.....	26 ₉	40 ₀	31 ₄	22 ₁	26 ₆	24 ₈	21 ₇	18 ₆	26 ₅	20 ₂
H.....	23 ₂	36 ₅	28 ₉	28 ₈	27 ₁	27 ₅	29 ₀	35 ₄	29 ₆	32 ₂
Hl.....	»	38 ₉	40 ₀	»	»	»	»	»	39 ₅	»
L.....	»	37 ₉	39 ₇	18 ₆	16 ₇	16 ₀	15 ₄	16 ₄	23 ₀	15 ₉
N.....	»	»	(64 ₁)	31 ₄	21 ₃	»	15 ₅	16 ₈	21 ₃	16 ₂
O.....	23 ₉	30 ₇	20 ₃	27 ₄	30 ₂	36 ₇	»	»	28 ₂	»
Pa.....	20 ₃	16 ₂	17 ₄	18 ₃	30 ₄	22 ₂	10 ₄	11 ₉	18 ₄	11 ₂
Pt.....	16 ₈	16 ₃	13 ₅	17 ₀	18 ₉	24 ₇	20 ₅	23 ₉	19 ₀	22 ₂
Pu.....	»	35 ₆	»	30 ₆	42 ₆	27 ₉	34 ₈	20 ₄	32 ₀	27 ₆
T.....	»	»	26 ₇	14 ₃	15 ₆	15 ₀	15 ₈	20 ₄	18 ₀	18 ₁
U.....	32 ₆	32 ₀	40 ₅	49 ₇	39 ₃	31 ₀	24 ₈	24 ₈	34 ₃	24 ₈
W.....	»	12 ₀	17 ₆	13 ₅	12 ₂	16 ₅	10 ₁	15 ₄	14 ₀	12 ₆
Moy.....	24 ₂	29 ₄	29 ₁	24 ₇	27 ₃	25 ₁	19 ₈	20 ₄	25 ₁	20 ₁
E_{m_s}	9 ₃	9 ₄	9 ₄	8 ₀	8 ₁	7 ₈	6 ₇	7 ₄	8 ₂	6 ₉

§. Nous avons essayé de séparer les diverses erreurs qui composent E_{m_s} . Pour déterminer les erreurs accidentelles, nous avons comparé les valeurs consécutives des moyennes de 5 en 5 jours pour chaque observatoire et

pour chaque année. Si deux valeurs consécutives pour un observatoire sont a_{n-1} et a_n , l'écart entre elles est $a_n - a_{n-1}$, l'écart par rapport à leur moyenne est $(a_n - a_{n-1}) : 2$ et la moyenne annuelle de ces écarts est

$$(6) \quad E_a = \frac{\sum_{n=2}^{n=73} |a_n - a_{n-1}|}{2 \times 72}.$$

Ces valeurs E_a , compte tenu de l'erreur de l'observatoire moyen d'après (5), sont données pour chaque observatoire et pour chaque année dans le Tableau VI. Dans les deux dernières colonnes nous donnons pour chaque observatoire la moyenne pour la période 1922-1929 et séparément pour les deux dernières années. Au bas du tableau figurent les moyennes (Moy.) pour chaque année et aussi les erreurs accidentelles de l'observatoire moyen (E_{Ma}).

TABLEAU VI. — *Écarts moyens accidentels (E_a) des divers observatoires.*
(Les nombres expriment des 1/10000 de seconde.)

	1922.	1923.	1924.	1925.	1926.	1927.	1928.	1929.	1922- 1929.	1928- 1929.
C.....	»	»	»	»	13 ₃	»	»	»	13 ₃	»
E.....	12 ₈	10 ₃	15 ₁	(13 ₆)	19 ₁	11 ₈	»	»	13 ₈	»
G.....	10 ₁	16 ₅	14 ₃	7 ₀	8 ₁	7 ₃	6 ₂	5 ₃	9 ₄	5 ₈
H.....	12 ₉	16 ₀	15 ₉	15 ₉	10 ₉	12 ₈	13 ₅	18 ₈	14 ₆	16 ₀
Hl.....	»	14 ₆	15 ₂	»	»	»	»	»	14 ₉	»
L.....	»	14 ₁	9 ₃	8 ₉	10 ₁	6 ₀	12 ₅	6 ₆	9 ₇	9 ₆
N.....	»	»	(29 ₁)	20 ₈	11 ₃	»	7 ₄	9 ₈	12 ₂	8 ₄
O.....	13 ₁	16 ₀	10 ₆	11 ₂	14 ₇	11 ₉	»	»	12 ₉	»
Pa.....	7 ₂	5 ₆	6 ₉	5 ₁	7 ₈	6 ₀	3 ₅	2 ₈	5 ₆	3 ₂
Pt.....	10 ₃	9 ₅	8 ₆	8 ₇	9 ₁	12 ₃	10 ₁	12 ₃	10 ₂	11 ₄
Pu.....	»	17 ₅	»	10 ₆	15 ₀	13 ₈	11 ₆	9 ₂	13 ₀	10 ₄
T.....	»	»	17 ₉	11 ₈	9 ₈	6 ₇	9 ₉	10 ₃	11 ₁	10 ₁
U.....	11 ₃	10 ₈	10 ₃	11 ₅	13 ₆	11 ₉	7 ₈	10 ₃	10 ₉	9 ₁
W.....	»	8 ₄	8 ₃	7 ₆	7 ₈	10 ₈	5 ₈	6 ₆	7 ₈	6 ₁
Moy.....	11 ₁	12 ₇	12 ₀	10 ₈	11 ₄	10 ₁	8 ₃	9 ₀	10 ₈	8 ₇
E_{Ma}	4 ₃	4 ₀	3 ₈	3 ₅	3 ₄	3 ₂	3 ₄	3 ₇	3 ₆	3 ₄

Il y a une amélioration sensible pour presque tous les observatoires. Les erreurs E_a représentent la somme des erreurs de la réception des signaux, de l'interpolation de l'heure et de sa conservation pendant 5 jours. Intervient aussi, en partie, l'erreur de la détermination de l'heure, surtout pour les observatoires qui adoptent les résultats de la détermination astronomique

de l'heure sans aucune correction. Ainsi, dans E_a entrent les erreurs extrinsèques de 5 en 5 jours. Si l'erreur d'une réception est E_i , nous devons avoir $E_i^2 < 5E_a^2$. Nous avons trouvé que

$$(7) \quad E_i^2 = 3E_a^2,$$

ce qui donne pour l'erreur extrinsèque de conservation de l'heure de 5 en 5 jours

$$(8) \quad E_{cs} = \sqrt{0,4} E_a = 0,63 E_a.$$

Au bas du Tableau I sont donnés les écarts moyens par rapport aux moyennes mensuelles (E'_{cm}) et les erreurs saisonnières (E'_s) pour tous les observations par rapport à l'observatoire moyen. Nous donnons dans le Tableau VII les mêmes écarts (E_{cm} , E_s), après avoir éliminé l'erreur de l'observatoire moyen d'après la formule (5), pour chaque observatoire et pour les périodes 1922-1929 et 1928-1929. Au bas des colonnes figurent les moyennes (Moy.) et les erreurs correspondantes de l'observatoire moyen (E_M). On voit qu'il y a une amélioration sensible avec le temps.

TABLEAU VII. — *Écarts moyens par rapport aux moyennes mensuelles (E_{cm}) et erreurs saisonnières (E_s).*

(Les nombres expriment des 1/10000 de seconde.)

	E_{cm}		E_s	
	1922-1929.	1928-1929.	1922-1929.	1928-1929.
C	19 ₈	»	24 ₁	»
E.	25 ₃	»	26 ₁	»
G.	14 ₉	10 ₈	20 ₇	17 ₉
H.	24 ₁	29 ₀	18 ₃	18 ₃
Hl.	22 ₃	»	29 ₂	»
L.	15 ₀	12 ₆	15 ₅	8 ₇
N.	17 ₇	12 ₂	13 ₆	11 ₅
O.	20 ₀	»	20 ₈	»
Pa.	11 ₁	6 ₈	15 ₅	8 ₆
Pt.	15 ₂	15 ₇	11 ₆	15 ₉
Pu.	22 ₅	18 ₂	22 ₂	17 ₅
T.	15 ₅	15 ₁	9 ₉	11 ₉
U.	20 ₃	14 ₀	26 ₆	21 ₅
W.	11 ₀	9 ₁	8 ₄	6 ₉
Moy.	17 ₇	14 ₃	17 ₉	13 ₉
E_M	5 ₇	5 ₁	6 ₀	4 ₈

En résumé, nous avons pour les diverses erreurs :

	1922-1927.	1928-1929.	Rap.		1922-1927.	1928-1929.	Rap.	
(9) {	$E_{m_s} \dots$	0 ^s ,026 ₆	0 ^s ,020 ₁	1,32	$E_{cm} \dots$	0 ^s ,018 ₅	0 ^s ,014 ₁	1,29
	$E_{\alpha} \dots$	0 ^s ,011 ₁	0 ^s ,008 ₇	1,31	$E_s \dots$	0 ^s ,018 ₉	0 ^s ,013 ₉	1,36

La troisième colonne (Rap.) contient les rapports des nombres compris respectivement dans la première et la seconde colonne. On voit que ce rapport est presque constant pour les erreurs étudiées, par conséquent, non seulement les erreurs accidentelles ont diminué de valeur, mais aussi les erreurs saisonnières. Cela prouve qu'une partie, au moins, des erreurs saisonnières peut être éliminée en prenant toutes les précautions possibles dans la détermination et dans la conservation de l'heure.

6. Pendant la période 1922-1929 une partie des observatoires considérés a utilisé des instruments retournables sur chaque étoile et l'autre a utilisé des instruments non retournables ou rarement retournables :

Instruments retournables : G (à partir de 1927), H, L, N, Pa, Pt, Pu (à partir de 1926), T et W.

Instruments non ou rarement retournables : C, E, G (jusqu'à 1926), Hl, O, Pu (jusqu'à 1925) et U.

Dans le Tableau VIII nous donnons les erreurs E_{m_s} , E_{cm} et E_s pour chaque sorte d'instruments et pour chaque année, ainsi que pour la moyenne des années.

TABLEAU VIII. — *Erreurs moyennes des petits et grands instruments.*
(Les nombres expriment des 1/10000 de seconde.)

	Inst. retourn.			Inst. non retourn.		
	E_{m_s} .	E_{cm}	E_s .	E_{m_s} .	E_{cm} .	E_s .
1922.....	20 ₁	16 ₂	11 ₇	27 ₃	18 ₄	20 ₅
1923.....	24 ₀	16 ₉	16 ₀	33 ₉	22 ₇	23 ₆
1924.....	24 ₀	16 ₉	16 ₄	35 ₂	23 ₇	24 ₀
1925.....	20 ₃	17 ₃	12 ₂	32 ₄	17 ₈	27 ₇
1926.....	23 ₁	15 ₉	15 ₈	34 ₁	22 ₁	26 ₅
1927.....	21 ₈	16 ₅	15 ₃	33 ₉	21 ₇	27 ₇
1928.....	19 ₂	14 ₁	13 ₆	24 ₈	12 ₆	21 ₇
1929.....	19 ₈	14 ₆	12 ₃	24 ₈	15 ₃	21 ₂
Moyenne.....	21 ₄	15 ₉	14 ₂	32 ₄	20 ₆	24 ₆

Les erreurs pour les instruments non ou rarement retournables sont plus

fortes que pour les instruments retournables dans la proportion 1,5, 1,3 et 1,7. Ainsi, on voit que les erreurs saisonnières sont relativement beaucoup plus grandes (1,7) que les erreurs accidentelles (1,3) pour les instruments non ou rarement retournables. Cela montre que la précision de la détermination de l'heure à l'aide des instruments non ou rarement retournables pendant une courte période est comparable à celle des instruments retournables, compte tenu de l'erreur systématique. Mais les erreurs systématiques des instruments non ou rarement retournables (erreur dans la détermination de la collimation, de la flexion latérale [16], etc.) varient avec le temps, ce qui explique les valeurs très grandes des erreurs saisonnières. On a souvent des sauts dans les corrections qui atteignent 0,1 pour les périodes séparées par un retournement de l'instrument.

7. La précision de l'amélioration de l'heure, d'après divers observatoires, dépend de l'erreur de l'observatoire moyen et de l'erreur de l'interpolation de l'heure en cas d'utilisation d'une méthode quelconque pour le polissage de la correction définitive. Les diverses méthodes du calcul de la correction définitive peuvent éliminer seulement les erreurs accidentelles de l'observatoire moyen sans en éliminer les erreurs saisonnières.

Dans le cas de Pa, l'amélioration due à la méthode utilisée pour l'interpolation est égale en moyenne (1922-1929) à 0,005₄. L'erreur E_m de l'observatoire moyen qui est égale à 0,008₂ (Tableau V) pour la période 1922-1929 diminue, en utilisant la méthode d'interpolation jusqu'à 0,006₂, c'est-à-dire jusqu'à la valeur de l'erreur saisonnière de l'observatoire moyen ($E_{m_s} = 0,006_0$, Tableau VII).

Puisque l'erreur moyenne des observatoires (Tableau V) varie de 0,035 à 0,014 en moyenne et que l'erreur saisonnière de l'observatoire moyen est 0,006₀, on a intérêt à améliorer l'heure en utilisant les résultats des divers observatoires.

Une première utilisation des corrections définitives du B. I. H. dans le cas de la détermination des longitudes a été faite par M. J. Witkowski [17]. Pour calculer les erreurs accidentelles et systématiques dans la détermination des longitudes, il a utilisé les formules suivantes :

$$(10) \quad \mu^2 + k^2 = \frac{[\nu_1 \nu_1] + [\nu_2 \nu_2] + [\nu, \nu]}{3(n-1)}, \quad \frac{\mu^2}{3} + k^2 = \frac{[\nu \nu]}{n-1},$$

où μ est l'erreur accidentelle de la détermination de longitude d'après l'observation astronomique d'une soirée et de la réception des signaux d'une station; k l'erreur systématique; ν_1, ν_2, ν_3 les écarts des valeurs des longitudes des soirées individuelles d'après les signaux FYL, FLE et DFY respectivement par rapport à la moyenne arithmétique de toutes les soirées; ν l'écart de la moyenne d'une soirée d'après trois stations de signaux horaires par rapport à la moyenne arithmétique de toutes les soirées; n le nombre de soirées.

On a trouvé pour l'observateur J. Witkowski que les erreurs accidentelles et systématiques rapportées aux corrections « définitives » et « demi-définitives » de Paris ont les valeurs suivantes :

TABLEAU IX.

1929.	$\mu.$		$k.$		$n.$
	Déf.	D.-d.	Déf.	D.-d.	
Poznan I	$\pm 0,018^s$	$\pm 0,018^s$	$\pm 0,011^s$	$\pm 0,009^s$	4
Riga	$\pm 0,018$	$\pm 0,018$	$\pm 0,009$	$\pm 0,017$	10
Poznan II	$\pm 0,016$	$\pm 0,019$	$\pm 0,010$	$\pm 0,013$	10
Moy. pond.	$\pm 0,017_2$	$\pm 0,018_1$	$\pm 0,009_7$	$\pm 0,014_0$	

Grâce à l'utilisation des corrections définitives du B. I. H. (Pa), on a une amélioration de l'erreur accidentelle μ de $\Delta\mu = \pm 0^s,006_s$ et de l'erreur systématique k de $\Delta k = \pm 0^s,010_1$, c'est-à-dire que les erreurs accidentelle et systématique se trouvent améliorées de quantités égales respectivement à un tiers et à la moitié de leurs grandeurs quadratiques. L'erreur accidentelle du B. I. H. en 1929 est $E_{\mu} = 0^s,006_3$, et l'erreur saisonnière, qui est analogue à l'erreur systématique k , est $E_k = 0^s,008_8$; ces quantités sont comparables aux $\Delta\mu$ et Δk ci-dessus trouvées. Ainsi, l'utilisation des corrections définitives améliore réellement les résultats des déterminations des longitudes unilatérales en diminuant l'erreur accidentelle et l'erreur saisonnière.

CHAPITRE III.

ÉQUATIONS PERSONNELLES.

8. Dans les observations méridiennes de passage faites au moyen d'un micromètre impersonnel on apprécie la coïncidence de l'étoile avec le fil mobile. Supposons qu'en opérant ainsi on commette une erreur et qu'on place le fil mobile à côté de l'étoile, à une distance ε . Cette distance ε dépend de l'observateur et de l'instrument, mais elle ne dépend presque pas de la vitesse absolue de l'étoile dans le champ de la lunette. Si cette distance, exprimée en seconde de temps, est égale à e pour une étoile à l'équateur, elle sera égale à $e \sec \delta$ pour une étoile de déclinaison δ . Nous acceptons toujours que toute erreur systématique sur le passage est proportionnelle à $\sec \delta$. Si t_v est le temps vrai du passage qu'on aurait dû observer, t_o le temps observé, on a

$$(11) \quad t_v = t_o + \varepsilon = t_o + e \sec \delta.$$

En observant les passages d'étoiles au méridien avec une lunette droite on rencontre trois cas différents suivant la position de l'observateur et le mouvement de l'étoile :

1° Culmination d'une étoile au sud du zénith : mouvement apparent de l'étoile de gauche à droite ou inversement (suivant l'oculaire employé) l'observateur face au Sud ;

2° Culmination d'une étoile au nord du zénith : mouvement de l'étoile de droite à gauche ou inversement, observateur face au Nord ;

3° Passage inférieur d'une étoile : mouvement de l'étoile de gauche à droite ou inversement, observateur face au Nord.

Théoriquement quatre cas différents peuvent se présenter pour les erreurs systématiques :

	I.	II.	III.	IV.
(12) { Culmination sud.....	+ —	+ —	+ —	+ —
Culmination nord.....	+ —	— +	+ —	— +
Pas-age inférieur.....	+ —	+ —	— +	— +

où le signe plus (+) indique que l'étoile est observée *en avance*.

Dans le cas des instruments coudés du type Bamberg, il existe seulement deux cas (I et III), parce qu'il n'y a pas de changement dans la position de l'observateur, ni dans le sens du mouvement apparent de l'astre quand la lunette passe par le zénith.

Nous pouvons écrire la formule de Bessel sous la forme suivante :

$$(13) \quad R - t_0 - (c \mp z) \sec \delta - C_p - m = \pm e \sec \delta \pm n \tan \delta.$$

où t_0 est le temps observé du passage et $e \sec \delta$ l'erreur systématique dans le passage; $e \sec \delta$ est positive si, dans la culmination d'une étoile au sud du zénith, on observe le passage en avance. Posons

$$(14) \quad R - t_0 - (c \mp z) \sec \delta = B, \quad -C_p - m = C,$$

où le terme B est connu et le terme C est une constante pour une série de détermination de l'heure. La formule (13) prend la forme

$$(15) \quad B + C = \pm e \sec \delta \pm n \tan \delta.$$

9. I. Equation de mouvement [18]. — L'équation personnelle de mouvement consiste pour l'observateur à placer toujours le fil en avant ou en arrière du centre de l'image de l'astre. En adoptant pour sens positif celui du mouvement *apparent* de l'astre une équation personnelle de la première sorte sera positive (+) et une équation de la seconde sorte négative (—). Elle ne change pas de signe quand la direction du mouvement de l'astre change, et si l'on pouvait supprimer pour l'observateur le sentiment du déplacement de l'astre dans le champ de la lunette, on pourrait supprimer l'équation de mouvement. Écrivons dans ce cas la formule (15) pour les étoiles horaires sud et nord (h), pour les étoiles circompolaires passage supérieur (s) et pour les étoiles circompolaires passage inférieur (i) :

$$(16) \quad \begin{cases} B_h + C = e_1 \sec \delta_h + n \tan \delta_h, \\ B_s + C = e_1 \sec \delta_s + n \tan \delta_s, \\ B_i + C = e_1 \sec \delta_i - n \tan \delta_i. \end{cases}$$

En combinant la première équation de (16) avec la seconde et la troisième respectivement, nous avons :

$$(17) \quad n = \frac{B_s - B_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h} - e_1 \frac{\sec \delta_s - \sec \delta_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h} = n_s - e_1 S,$$

$$(18) \quad n = \frac{B_h - B_i}{\tan \delta_i + \tan \delta_h} + e_1 \frac{\sec \delta_i - \sec \delta_h}{\tan \delta_i + \tan \delta_h} = n_i + e_1 I,$$

où n_s et n_i sont les valeurs de n déterminées d'après des étoiles circumpolaires observées soit à leur passage supérieur, soit à leur passage inférieur. La valeur approchée de S est 0,95 pour Paris et celle de I est 0,77. Des formules (17) et (18) nous tirons

$$(19) \quad n = \frac{n_s + n_i}{2} - \frac{S - I}{2} e_1 = n_m - 0,09 e_1,$$

$$(20) \quad n_s - n_i = e_1 (S + I) = + 1,72 e_1.$$

Ainsi n vrai est égal, à $\frac{1}{10}$ de l'équation de mouvement près, à n moyen, c'est-à-dire, comme e_1 ne dépasse pas quelques centièmes de seconde de temps, que l'équation de mouvement n'influence pas pratiquement la détermination de n ; mais il existe une différence systématique entre les n et les azimuts déterminés par les passages supérieurs et par les passages inférieurs des étoiles circumpolaires.

La correction qu'il faut appliquer à la correction calculée (C_{pc}) de la pendule, pour avoir la correction (C_{pv}) affranchie d'erreur systématique est

$$(21) \quad \Delta C_{pv} = - \frac{\sum \sec \delta_h}{m} e_1 + \frac{S - I}{2} \left(\frac{\sum \tan \delta_h}{m} - \tan \varphi \right) e_1,$$

où m est le nombre d'étoiles horaires. Comme $\frac{S - I}{2} = 0,09$ et $\frac{\sum \tan \delta_h}{m} - \tan \varphi$ est une petite quantité, nous pouvons poser

$$(22) \quad \Delta C_{pv} = - \frac{\sum \sec \delta_h}{m} e_1 = - e_1 \sec \delta_m.$$

En introduisant le terme correctif $x \sec \delta$, où

$$(23) \quad x = \frac{n_s - n_i}{S + I},$$

c'est-à-dire en posant $x = e_1$, le C_p nouveau n'est pas entaché d'erreur

systématique. A l'équation personnelle de ce type s'ajoute l'erreur de la détermination du retard de la vis.

Si dans le catalogue d'étoiles fondamentales il existe un terme de la forme $\Delta\alpha_{\delta} = \Delta\alpha_0 \tan\delta$, nous avons

$$(24) \quad n_s - n_i = e_1(S + I) - 2\Delta\alpha_0$$

et

$$(25) \quad e_1 = \frac{n_s - n_i}{S + I} + \frac{2\Delta\alpha_0}{S + I}.$$

En introduisant dans le calcul de C_p le terme en $x \sec\delta$ d'après (23) il faut corriger C_p de

$$(26) \quad \Delta\alpha_0 \left(\tan\delta_m - \frac{2 \sec\delta_m}{S + I} \right),$$

qui est égal à $-0,62\Delta\alpha_0$ pour les étoiles zénithales à la latitude de Paris. Si l'on a trouvé l'équation personnelle de mouvement avec un appareil à l'équation personnelle et le temps perdu de la vis, on aura la constante du terme de $\Delta\alpha_{\delta}$ égale à

$$(27) \quad \Delta\alpha_0 = -(n_s - n_i) \cdot 2.$$

On voit que pour les observatoires de grande latitude le terme $\Delta\alpha_0 \tan\delta_m$ pour les étoiles zénithales est supérieur à la valeur donnée par la formule (26) et en introduisant le terme en x on améliore les résultats.

Pendant la période d'octobre et de novembre 1926 on a constaté une différence systématique entre les corrections de pendule données par les lunettes Prin (p_2) et Bouty (b') installées à l'observatoire de Paris. En étudiant les n des instruments en question, nous avons constaté [19] l'existence d'une différence systématique entre n_s et n_i déterminés par les deux instruments (Tableau X).

TABLEAU X.

	$n_s - n_i$		$C_{pb'} - C_{pp_2}$	
	b'	p_2	Non cor.	Corr.
Août-Septembre 1926	^s +0,070	^s +0,053	^s +0,024	^s -0,011
1 ^{er} -25 Octobre 1926	+0,049	-0,003	+0,014	-0,017
26 Octobre-8 Décembre 1926	+0,056	+0,014	+0,073	+0,026
9 Décembre 1926-31 Janvier 1927...	-0,003	+0,035	-0,014	+0,010
			<u>+0,029</u>	<u>+0,002</u>

Après introduction du terme en $x \sec \delta$ [58] d'après la formule (23), la différence systématique entre les corrections de pendule données par les deux lunettes est passée de $+0^s,029$ à $+0^s,002$, autrement dit elle a presque disparu. Nous avons trouvé pour la même période que la différence d'équations personnelles pour les observateurs à l'instrument p_2 a été $+0^s,008$ et presque la même pour les observateurs à l'instrument b' . Pour la période du 26 octobre au 8 décembre qui correspond à la plus grande différence entre les C_p des instruments, les différences entre les observateurs du même instrument sont respectivement $+0^s,002$ et $-0^s,008$, c'est-à-dire que la différence entre les corrections de pendule données par les deux instruments doit provenir surtout de la différence du retard des vis micrométriques des instruments respectifs.

10. II. Équation de bissection [18]. — L'équation personnelle de ce type consiste, pour un observateur, à placer toujours le fil mobile à sa droite ou à sa gauche par rapport au centre de l'image de l'astre indépendamment du sens de la translation de l'astre dans le champ de la lunette. Dans ce cas nous avons

$$(28) \quad \begin{cases} B_h + C = e_1 \sec \delta_h + n \tan \delta_h, & B_h + C = -e_2 \sec \delta_h + n \tan \delta_h, \\ B_s + C = -e_2 \sec \delta_s + n \tan \delta_s, & B_l + C = e_2 \sec \delta_l - n \tan \delta_l, \end{cases}$$

où h et h' se rapportent aux étoiles horaires qui culminent respectivement au sud et au nord du zénith. En faisant la combinaison des deux équations pour les étoiles horaires avec les équations pour les étoiles circumpolaires, nous avons

$$(29) \quad n = \frac{1}{2} \left[\frac{B_s - B_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h} + \frac{B_l - B_h}{\tan \delta_l - \tan \delta_h} \right] + \frac{e_2}{2} \left[\frac{\sec \delta_s + \sec \delta_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h} + \frac{\sec \delta_l - \sec \delta_h}{\tan \delta_l - \tan \delta_h} \right] = n_s + e_2 S',$$

$$(30) \quad n = \frac{1}{2} \left[\frac{B_h - B_l}{\tan \delta_l + \tan \delta_h} + \frac{B_h - B_l}{\tan \delta_l + \tan \delta_h} \right] + \frac{e_2}{2} \left[\frac{\sec \delta_l - \sec \delta_h}{\tan \delta_l + \tan \delta_h} + \frac{\sec \delta_l + \sec \delta_h}{\tan \delta_l + \tan \delta_h} \right] = n_l + e_2 I'.$$

La valeur approchée de S' est 1,03 pour Paris et celle de I' est 0,98. Si pour le calcul de n on utilise seulement les étoiles équatoriales et les étoiles

circumpolaires, on aura approximativement

$$(31) \quad S' = \frac{\sec \delta_s + 1}{\tan \delta_s} = \cot \frac{\delta_s}{2}, \quad I' = \frac{\sec \delta_t - 1}{\tan \delta_t} = \tan \frac{\delta_t}{2}.$$

Des formules (29) et (30), en tenant compte de (31), nous tirons

$$(32) \quad n = \frac{n_s + n_t}{2} + \frac{S' + I'}{2} e_2 = n_m + \frac{1}{2} \left(\cot \frac{\delta_s}{2} + \tan \frac{\delta_t}{2} \right) e_2 = n_m + e_2 \cos \delta_p.$$

Pratiquement on peut poser

$$(33) \quad n = n_m + e_2,$$

c'est-à-dire que n vrai est égal à n moyen plus l'équation de bissection (e_2).

On a

$$(34) \quad n_s - n_t = -(S' - I') e_2 = - \left(\cot \frac{\delta_s}{2} - \tan \frac{\delta_t}{2} \right) e_2 = -0,05 e_2,$$

c'est-à-dire que la différence entre les n tirés respectivement des passages supérieur et inférieur est négligeable.

La correction qu'il faut appliquer à C_{p_c} calculé de la pendule, pour avoir C_{p_v} affranchi de l'équation de bissection, est

$$(35) \quad \Delta C_{p_s} = [\Sigma (\tan \varphi - \tan \delta) - \Sigma \sec \delta_h + \Sigma \sec \delta_h] \frac{e_2}{m},$$

où $\tan \delta$ correspond aux étoiles horaires culminant au sud et au nord du zénith; m est le nombre des étoiles horaires. Pour que cette correction soit nulle, il faut et il suffit que

$$(36) \quad \Sigma (\tan \varphi - \tan \delta) = \Sigma \sec \delta_h - \Sigma \sec \delta_h.$$

Cette condition est facile à remplir en choisissant convenablement les étoiles horaires. Dans un observatoire de latitude moyenne, il suffirait d'observer soit des étoiles équatoriales en prenant $-\delta_0 < \delta_h < \delta_0$, δ_0 étant convenablement choisi, soit un groupe d'étoiles choisies de telle façon qu'il y aurait environ deux fois moins d'étoiles Nord que d'étoiles Sud.

Pour déterminer la valeur absolue de l'équation de bissection, on peut observer une même étoile zénithale dans les deux positions de l'observateur : face au Sud et face au Nord. On aura

$$t_{vr} = t'_0 + e_2 \sec \delta = t''_0 - e_2 \sec \delta,$$

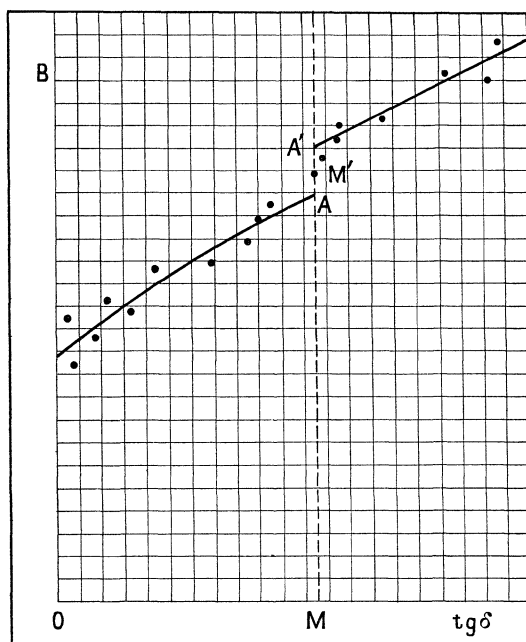
d'où

$$(37) \quad e_2 = (t''_0 - t'_0) : 2 \sec \delta.$$

Il est facile aussi de déterminer l'équation de bissection en utilisant un prisme à réversion. En observant chaque étoile avant le passage au méridien avec le prisme et après le passage sans le prisme ou inversement, on élimine l'influence de l'équation de bissection sur l'heure du passage.

La résolution graphique des séries de détermination astronomique de l'heure permet la détermination et l'élimination de l'équation de bissection. [20]. En portant $\tan \delta$ en abscisse (fig. 1) et la quantité B (14) en

Fig. 1.



ordonnée, les points représentatifs des étoiles situées au nord du zénith d'une part et des étoiles situées au sud du zénith de l'autre se répartiront sur deux courbes distinctes, ne se rencontrant pas au zénith. Les points où ces deux courbes coupent la droite d'abscisse $\tan \varphi$ sont distants de $2e_2 \sec \varphi$, et le point milieu correspond à une observation correcte au zénith, non

influencée par l'équation personnelle de bissection. On aura

$$(37) \quad C_{p_v} = B_{\varphi} - \beta \sec \varphi = MM' - \beta \sec \varphi.$$

11. Pratiquement les équations personnelles de mouvement (e_1) et de bissection (e_2) peuvent exister ensemble. Leur influence sur les constantes instrumentales et sur la correction de pendule est la suivante, d'après les formules (19)-(21) et (33)-(35):

$$(38) \quad n = n_m + e_2,$$

$$(39) \quad n_s - n_i = (S + 1)e_1 = +1,72e_1,$$

$$(40) \quad \Delta C_{p1,2} = -\sec \delta_m e_1 + \frac{1}{m} [\Sigma (\tan \varphi - \tan \delta) - \Sigma \sec \delta_h + \Sigma \sec \delta_h'] e_2.$$

D'après cela on voit que :

a. S'il existe une différence systématique pour $n_s - n_i$ entre deux observateurs opérant avec le même instrument, il existe une différence d'équations personnelles de mouvement entre eux;

b. S'il existe une différence systématique entre les n des deux observateurs, avec un saut au zénith, il existe une différence d'équations personnelles de bissection entre ces observateurs;

c. L'influence de ces équations personnelles sur la correction de pendule s'exprime par la formule (40), d'après laquelle on voit que l'influence de l'équation de bissection peut être éliminée par l'observation d'étoiles culminant au sud et au nord du zénith du lieu.

Pour déterminer la différence des équations personnelles entre les divers observateurs, on a observé à la lunette p_2 à l'Observatoire de Paris les 9, 18 et 25 juillet 1928. Chaque étoile, dans le même passage, a été bissectée deux fois par trois observateurs et en deux parties symétriques du champ de la lunette. Les observateurs au nombre de quatre : M. R. Brisse (Br), M^{me} E. Chandon (Ch), M. A. Lambert (L) et moi-même (S) ont pris part à cette opération. Dans le Tableau XI nous donnons la différence des équations personnelles réduite à l'équateur entre les observateurs deux à deux pour les étoiles sud (s) et nord (n) respectivement.

TABLEAU XI.

Observateurs.	(s).	(n).	Δe_1 .	Δe_2 .
Br-Ch.....	^s +0,029 ₉	^s —0,029 ₃	^s +0,000 ₃	^s +0,029 ₆
S-Br.....	—0,041 ₂	+0,052 ₆	+0,005 ₇	—0,046 ₉
S-Ch.....	—0,010 ₃	+0,003 ₉	—0,003 ₂	—0,007 ₂
Br-L.....	+0,007 ₉	+0,004 ₅	+0,006 ₂	+0,001 ₇
L-Ch.....	+0,021 ₉	—0,017 ₃	+0,002 ₃	+0,019 ₆

Pour les étoiles sud nous avons

$$(41) \quad (s) = \Delta e_1 + \Delta e_2$$

et pour les étoiles nord

$$(42) \quad (n) = \Delta e_1 - \Delta e_2,$$

où Δe_1 et Δe_2 sont les différences des équations personnelles e_1 et e_2 respectivement. En résolvant ces équations nous avons trouvé les valeurs Δe_1 et Δe_2 que nous donnons dans les colonnes correspondantes du Tableau XI. Connaissant Δe_1 et Δe_2 , nous pouvons calculer e_1 et e_2 par rapport à l'observateur moyen, en formant les équations du type

$$(43) \quad e_{Br} - e_{Ch} = \alpha, \quad e_S - e_{Br} = \beta, \quad \dots, \quad e_{Br} + e_{Ch} + e_L + e_S = 0.$$

La résolution de ces équations par la méthode des moindres carrés nous donne

$$(44) \quad \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Br} \dots\dots & +0^s,000_3 \quad +0^s,019_5 \\ \text{Ch} \dots\dots & +0^s,000_1 \quad -0^s,010_3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{ll} e_1. & e_2. \end{array} \\ \left\{ \begin{array}{ll} \text{L} \dots\dots & -0^s,001_6 \quad +0^s,013_5 \\ \text{S} \dots\dots & +0^s,001_4 \quad -0^s,022_9 \end{array} \right. \quad \begin{array}{ll} e_1. & e_2. \end{array} \end{array}$$

On voit que chez tous ces observateurs l'équation personnelle de mouvement est pratiquement nulle tandis que l'équation de bissection a une valeur assez importante.

Pour déterminer la valeur absolue de l'équation de bissection j'ai observé des étoiles zénithales, chacune étant prise face au sud et face au nord. Ainsi le 22 juillet 1928, j'ai obtenu 240 pointés, et j'ai trouvé d'après la formule (37) $e_2 = -0^s,019$ en accord avec le résultat précédent.

12. III. Équation d'éclairage. — L'équation d'éclairage [21] se manifeste par une déviation apparente du fil mobile par rapport à l'image de

l'étoile toujours à l'*Est* ou à l'*Ouest* sans dépendre ni du sens du mouvement apparent de l'étoile, ni de la position de l'instrument, ni de celle de l'observateur. Dans ce cas nous avons

$$(45) \quad \begin{cases} B_h + C = +e, \sec \delta_h + n \tan \delta_h, \\ B_s + C = +e, \sec \delta_s + n \tan \delta_s, \\ B_t + C = -e, \sec \delta_t - n \tan \delta_t, \end{cases}$$

où e_3 est l'équation d'éclairage. En faisant la combinaison de la première équation de (45) avec la seconde et la troisième respectivement, nous avons

$$(46) \quad \begin{cases} n = \frac{B_s - B_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h} - e_3 \frac{\sec \delta_s - \sec \delta_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h} = n_s - e_3 S, \\ n = \frac{B_h - B_t}{\tan \delta_t + \tan \delta_h} - e_3 \frac{\sec \delta_t + \sec \delta_h}{\tan \delta_t + \tan \delta_h} = n_t - e_3 I_2. \end{cases}$$

La valeur approchée de S est 0,95 pour Paris et celle de I_2 est 1,05. De la formule (46) nous tirons

$$(47) \quad n = n_m - e_3 \frac{S + I_2}{2} = n_m - e_3,$$

$$(48) \quad n_s - n_t = (S - 1)e_3 = -0,1e_3.$$

On voit que n vrai est égal à n moyen *moins* l'équation d'éclairage (dans le cas de l'équation de bissection nous avons *plus*).

La différence entre les n (passage supérieur et passage inférieur) est négligeable. La correction qu'il faut appliquer au Cp_c calculé pour obtenir le Cp_v affranchi de l'équation d'éclairage est

$$(49) \quad \Delta Cp_s = -\frac{e}{m} \Sigma (\sec \delta - \tan \delta + \tan \varphi),$$

où m est le nombre d'étoiles horaires. Cette correction pour Paris et pour les étoiles zénithales est de l'ordre de $-1,6e_3$. On ne peut pas éliminer l'influence de cette équation par une combinaison d'étoiles ou des constantes instrumentales. Dans la valeur e_3 intervient aussi, dans le cas des instruments non retournables, l'erreur de la détermination de la collimation.

13. Nous avons trouvé un cas frappant d'équation d'éclairage dans la lunette méridienne Bouty (b'), installée à l'Observatoire de Paris. Les

corrections de la pendule déterminées à l'aide de cette lunette ont montré un écart systématique qui dépend de l'éclairage du champ de la lunette : les C_p déterminés quand le champ de la lunette est éclairé par la lumière du jour sont plus forts que les C_p déterminés quand le champ est éclairé par des lampes. Les observations des mois de mai et de juin 1928 donnent pour cette différence $+ 0^s,089 \pm 0^s,009$. La différence correspondante entre les valeurs de n déterminées par des circompolaires observées respectivement avec l'éclairage du jour et avec celui des lampes est

$$n_j - n_n = + 0^s,046 \pm 0^s,012.$$

Cet écart systématique provient probablement d'une dissymétrie dans l'éclairage du champ de la lunette. La lumière des deux lampes d'éclairage disposées sur le prolongement de l'axe des tourillons, l'une à l'Est et l'autre à l'Ouest, passe à travers des ouvertures percées dans ces tourillons. La lumière, réfléchiée par des miroirs (deux pour chaque lampe), se dirige vers l'objectif qui, à son tour, par sa surface intérieure, la renvoie vers l'oculaire, où l'on voit deux images de l'objectif en partie superposées. Le retournement de l'instrument ne change pas la position de ces deux images : celle qui était à l'Est demeure à l'Est, si bien que, s'il existe une dissymétrie d'éclairage, elle n'est pas compensée par le retournement de la lunette. Le déplacement apparent des fils mobiles ne dépend ni du sens du mouvement de l'étoile, ni de la position de l'instrument, ni de celle de l'observateur.

En appliquant aux résultats précédents les formules (49) et (47), nous trouverons pour l'équation d'éclairage (le champ de la lunette étant éclairé par des lampes) :

$$e_3 = - 0^s,056 \pm 0^s,006, \quad e_3 = - 0^s,046 \pm 0^s,012.$$

L'accord entre ces deux valeurs est satisfaisant, si l'on tient compte des erreurs probables. A l'équation d'éclairage négative correspond un déplacement apparent des fils à l'Ouest.

Pour avoir une confirmation directe que l'éclairage du champ de la lunette influence les moments observés des passages, on a fait des visées sur un point fixe situé au foyer de l'oculaire, d'abord avec le fil simple (f_s), puis avec le fil double (f_d). On a trouvé qu'il existe toujours un déplacement apparent

des fils à l'Ouest par rapport à la position qu'occupent ces mêmes fils avec l'éclairage du jour (Tableau XII).

TABLEAU XII.

Éclairage.....	21-23 juillet 1928.			30 juillet 1928.		
	Complet.	Est.	Ouest.	Complet.	Est.	Ouest.
f_s	—0 ^t ,0219	—0 ^t ,0205	—0 ^t ,0053	—0 ^t ,0065	—0 ^t ,0219	+0 ^t ,0067
f_d	— 138	— 112	— 32	— 31	— 111	+ 36
Moyenne.....	—0 ^t ,0178	—0 ^t ,0158	—0 ^t ,0042	—0 ^t ,0048	—0 ^t ,0165	+0 ^t ,0052
	—0 ^s ,400	—0 ^s ,088	—0 ^s ,023	—0 ^s ,027	—0 ^s ,092	+0 ^s ,029

On a pris la moyenne de f_s et f_d parce que dans les observations méridiennes on utilise toujours ces deux fils pour chaque étoile : l'un avant le passage l'autre après le passage au méridien.

On voit que l'influence de l'équation d'éclairage n'est pas la même sur les fils f_s et f_d . Les deux fils mobiles du micromètre ne peuvent être placés exactement dans le plan focal de la lunette parce que, en se déplaçant en sens contraire l'un par rapport à l'autre, ils se croisent dans leur mouvement respectif [57]. Pour étudier l'influence de la parallaxe des fils nous avons choisi sur une règlette, placée devant la mire, une division qu'on a pointée avec un des fils mobiles, l'oculaire placé de façon à la voir au milieu du champ. Ayant déplacé ensuite l'oculaire de 4 à 5 tours de vis à gauche, puis à droite de sa position première, nous avons pointé de nouveau cette même division et trouvé que le fil f_s se trouve en avant du plan focal, tandis que le fil f_d se trouve en arrière de ce plan. La distance de f_s au plan focal est plus grande que celle de f_d : en déplaçant d'un tour l'oculaire le fil f_s se déplace apparemment de 0^t,000₅ dans un sens et le fil f_d de 0^t,000₁ dans l'autre sens. Cette différence des distances de f_s et f_d au plan focal explique la différence d'influence d'éclairage sur le déplacement apparent des fils.

Le 30 juillet nous avons changé les deux lampes d'éclairage du champ de la lunette ainsi que leur réglage et nous avons fait de nouveau des mesures sur un point fixe (Tableau XII). On voit que dans ce cas l'équation d'éclairage varie. La série d'observations astronomiques du 30 juillet confirme pleinement ces résultats : le C_p trouvé est trop fort de 0^s,11 comparé aux C_p précédents par l'intermédiaire de l'instrument p_2 . Cela correspond,

d'après la formule (49) à une variation de l'équation d'éclairage de $+ 0^s,065$. L'observation des étoiles circompolaires confirme également ce résultat en donnant une augmentation de n de $+ 0^s,061$, en accord avec la formule (47). Les résultats du Tableau XII donnent, pour l'éclairage complet, qui est celui qu'on utilise ordinairement, une augmentation de l'équation de $+ 0^s,073$, d'accord avec les observations des étoiles.

Pour vérifier que cet écart ne dépend pas *seulement* de l'observateur S, mais aussi de l'instrument, on a fait une étude semblable avec l'instrument p_2 . On a trouvé en moyenne une déviation à l'Ouest de $0^s,000_4$ qui correspond à $0^s,003$, c'est-à-dire, pratiquement négligeable.

L'équation d'éclairage varie d'un observateur à l'autre : la différence entre les C_p de S et ceux de Cr (M^{lle} Chevallier) pendant les mois avril-juin 1928 est $- 0^s,137$. En utilisant la formule (49) on trouve : $e_{3s} - e_{3cr} = - 0^s,086$. En comparant les n des deux observateurs, on trouve d'après la formule (47) : $e_{3s} - e_{3cr} = - 0^s,084$. Ces deux résultats montrent nettement que cette différence provient d'une équation d'éclairage qui varie d'un observateur à l'autre.

Pour déterminer directement la différence des équations personnelles d'éclairage, on a observé à la lunette Bouty pendant les mois de mai, juin et juillet 1928 des étoiles culminant au sud du zénith et au nord du zénith (culminations inférieures ou supérieures). Chaque étoile, dans le même passage, a été bissectée deux fois par les deux observateurs et en deux parties symétriques du champ de la lunette. Les observateurs Ch, Cr et S ont pris part à cette expérience. Dans le Tableau XIII nous donnons les différences des équations personnelles réduites à l'équateur entre ces observateurs deux à deux pour les étoiles sud (s), nord (n) et passages inférieurs (i) respectivement.

TABLEAU XIII.

Observateurs.	(s).	(n).	(i).	Δe_1 .	Δe_2 .	Δe_3 .
S-Cr	$-0^s,101$	$-0^s,110$	$+0^s,091$	$-0^s,009_5$	$+0^s,004_5$	$-0^s,096_0$
S-Ch	$-0^s,054$	$-0^s,048$	$+0^s,069$	$+0^s,010_5$	$-0^s,003_0$	$-0^s,061_5$

Nous avons

$$(50) \quad \begin{cases} (s) = \Delta e_1 + \Delta e_2 + \Delta e_3, \\ (n) = \Delta e_1 - \Delta e_2 + \Delta e_3, \\ (i) = \Delta e_1 + \Delta e_2 - \Delta e_3. \end{cases}$$

En résolvant ces équations par rapport à Δe_1 , Δe_2 et Δe_3 , nous trouvons les valeurs des différences des équations personnelles que nous donnons dans les colonnes respectives du Tableau XIII. La valeur Δe_3 pour S-Cr est en accord avec les valeurs précédemment trouvées. Nous avons les valeurs suivantes des équations personnelles par rapport à l'observateur moyen :

$$(51) \quad \begin{array}{l} \begin{array}{c} e_1. \\ e_2. \\ e_3. \end{array} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{Ch.....} -0^s,010_2 \\ \text{Cr.....} +0,010_8 \\ \text{S.....} +0,000_3 \end{array} \right. \quad \begin{array}{c} +0^s,004_5 \\ -0,004_0 \\ +0,000_5 \end{array} \quad \begin{array}{c} +0^s,009_0 \\ +0,043_5 \\ -0,052_5 \end{array} \end{array}$$

Ainsi on voit que dans ce cas l'influence d'équation d'éclairage est prépondérante par rapport aux autres types d'équations personnelles.

14. IV. Équation de zénith. — L'équation de zénith consiste à placer le fil mobile du micromètre pour les passages d'étoiles au sud du zénith en avant (+) ou en arrière (—) du centre de l'image de l'astre observé, en comptant dans le sens du mouvement de l'astre et pour les passages d'étoiles au nord du zénith en arrière ou en avant. Il y a, ainsi, une discontinuité au zénith dans l'heure de l'observation qui ne dépend pas du sens du mouvement de l'étoile dans le champ de la lunette. Nous n'avons pas trouvé pratiquement l'existence d'équation de ce type, mais comme elle est possible théoriquement, nous donnons les formules correspondantes :

$$(52) \quad \left\{ \begin{array}{l} B_h + C = e_k \sec \delta_h + n \tan \delta_h, \\ B_s + C = -e_k \sec \delta_s + n \tan \delta_s, \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} B_{h'} + C = -e_k \sec \delta_{h'} + n \tan \delta_{h'}, \\ B_{s'} + C = -e_k \sec \delta_{s'} - n \tan \delta_{s'}. \end{array}$$

En résolvant ces équations comme précédemment, on trouve

$$(53) \quad \left\{ \begin{array}{l} n = \frac{1}{2} \left[\frac{B_s - B_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h} + \frac{B_{s'} - B_{h'}}{\tan \delta_{s'} - \tan \delta_{h'}} \right] \\ \quad + \frac{e_k}{2} \left[\frac{\sec \delta_s + \sec \delta_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h} + \frac{\sec \delta_{s'} - \sec \delta_{h'}}{\tan \delta_{s'} + \tan \delta_{h'}} \right] = n_s + e_k S', \\ n = \frac{1}{2} \left[\frac{B_h - B_{s'}}{\tan \delta_h + \tan \delta_{s'}} + \frac{B_{h'} - B_{s'}}{\tan \delta_{h'} + \tan \delta_{s'}} \right] \\ \quad - \frac{e_k}{2} \left[\frac{\sec \delta_h + \sec \delta_{s'}}{\tan \delta_h + \tan \delta_{s'}} + \frac{\sec \delta_{h'} - \sec \delta_{s'}}{\tan \delta_{h'} - \tan \delta_{s'}} \right] = n_t - e_k I.. \end{array} \right.$$

La valeur approchée de S' est 1,03 pour Paris et celle de I_s 0,89.

D'après (53) nous avons

$$(54) \quad \begin{cases} n = \frac{n_s + n_i}{2} + \frac{S' - I_3}{2} e_4 = n_m + 0,07 e_4, \\ n_s - n_i = - (S' + I_3) e_4 = - 1,92 e_4. \end{cases}$$

La correction de C_p est par suite

$$(55) \quad \Delta C_{p_4} = \frac{e_4}{m} (\Sigma \sec \delta_{h'} - \Sigma \sec \delta_h) + \frac{S' - I_3}{2} (\tan \varphi - \tan \delta_m) e_4.$$

Pour que cette correction soit nulle, il faut et il suffit que

$$\Sigma \sec \delta_{h'} = \Sigma \sec \delta_h,$$

car le second terme est négligeable.

15. Dans le cas général, où il existe des équations personnelles, on a

$$(56) \quad \begin{cases} n = n_m + e_2 - e_3, \\ n_s - n_i = (S + I) e_1 - (S' + I_3) e_4 = 1,72 e_1 - 1,92 e_4, \end{cases}$$

$$(57) \quad \begin{aligned} \Delta C_p = & - \sec \delta_m (e_1 + e_3) + (\tan \varphi - \tan \delta_m) (e_2 - e_3) \\ & + \frac{1}{m} (\Sigma \sec \delta_{h'} - \Sigma \sec \delta_h) (e_2 + e_4), \end{aligned}$$

en négligeant les termes du second ordre.

Si l'on a choisi les étoiles horaires de telle façon que

$$(58) \quad \tan \delta_m = \tan \varphi, \quad \Sigma \sec \delta_h = \Sigma \sec \delta_{h'},$$

il reste seulement

$$(59) \quad \Delta C_p = - \sec \delta_m (e_1 + e_3)$$

qui ne peut être éliminé. Si l'équation de zénith n'existe pas, ce qui est très probable, on peut introduire le terme en $x \sec \delta$ et il reste seulement l'influence d'équation d'éclairage sur le C_p :

$$(60) \quad \Delta C_p = - \sec \delta_m e_3$$

qui ne peut être éliminée.

16. A l'Observatoire de Greenwich [2] il y a beaucoup d'astronomes qui observent au « Transit Circle ». Dans le Tableau XIV nous donnons en millièmes de seconde les valeurs des équations personnelles des observa-

teurs par rapport à l'observateur moyen en utilisant les notations de Greenwich.

TABLEAU XIV. — *Équations personnelles des observateurs de Greenwich.*

(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde.)

Observateurs.	1922.	1923.	1924.	1925.	1926.	1927.	1928.	Moyenne.	E_m .
JJ.....	+12	+ 5	+ 6	— 5	+ 6	+ 5	+21	+ 7 ₁	5 ₃
W.....	— 6	+10	+15	+15	—12	+ 3	—18	+ 1 ₀	11 ₁
RC.....	—10	+10	—23	— 8	— 2	— 4	+ 5	— 4 ₆	7 ₈
HA.....	— 1	+18	+ 3	+ 6	+ 9	+15	+11	+ 8 ₇	5 ₃
FJ.....	+39	— 9	+32	+14	—10	— 6	»	+10 ₀	18 ₃
HB.....	— 3	— 4	—15	—11	+ 2	—20	— 7	— 8 ₃	6 ₂
LS.....	— 9	—23	—23	— 6	—11	—18	—14	—14 ₉	5 ₈
GR.....	»	— 8	—12	+ 8	— 3	+11	+11	+ 1 ₂	8 ₈
GW.....	»	»	+10	+20	+19	+13	+12	+14 ₈	3 ₈
$E_{m'}$	11 ₁	10 ₉	15 ₁	10 ₃	8 ₂	10 ₆	12 ₄	7 ₈	8 ₀

Dans la colonne Moyenne nous donnons l'équation moyenne pour chaque observateur et dans la colonne E_m les écarts moyens par rapport à cette équation moyenne. En bas du tableau nous donnons les moyennes ($E_{m'}$) des valeurs absolues des colonnes respectives. Si nous supposons que E_1 est une équation affranchie des fluctuations de courte période et si E_2 représente la variation annuelle, nous avons, d'après le Tableau XIV :

$$E_1^2 + E_2^2 = \overline{0^8,0113}^2, \quad E_1^2 + \frac{E_2^2}{7} = \overline{0^8,0078}^2,$$

d'où $E_1 = 0^8,007_0$ et $E_2 = 0^8,008_8$, c'est-à-dire que les variations annuelles des équations personnelles sont de l'ordre de la partie constante des équations mêmes.

Pendant les périodes 1922-1923, 1925-1926, à l'instrument p_2 à Paris, il y avait toujours deux astronomes. Comme différence des C_p donnés par ces astronomes nous avons trouvé, en utilisant les notations du Bulletin Horaire :

	Br — V.		Br — M.
1922.....	—0,027 ₄	1925.....	+0,014 ₇
1923.....	—0,025 ₇	1926.....	+0,013 ₂
Moyenne.....	—0,026 ₆	Moyenne.....	+0,014 ₀

Ce sont d'assez fortes équations personnelles, mais qui présentent une

grande stabilité. Par rapport à l'observateur moyen nous avons les valeurs suivantes :

$$\text{Br} \dots -0^s,004_2 \quad \text{M} \dots -0^s,018_2 \quad \text{V} \dots +0^s,022_4 \quad \text{Moy} \dots 0^s,014_9$$

Pendant la détermination des longitudes mondiales en 1926 dans les divers observatoires, deux ou plusieurs astronomes ont observé à un même instrument. Nous avons calculé leurs équations personnelles par rapport à l'observateur moyen en utilisant les observatoires d'Alger, Paris, Uccle et Zi-Ka-Weï, elles figurent dans le Tableau XV.

TABLEAU XV.

Alger.		Paris.	
Gonnessiat.....	$-0^s,003$	Brisse.....	$+0^s,016$
Lambert.....	$-0,009$	M ^{lle} Chevallier.....	$+0,008$
Reignier.....	$0,000$	Maneng.....	$-0,007$
Reiss.....	$+0,011$	Stoyko.....	$-0,010$
Moyenne.....	$0,006$	Moyenne.....	$0,010$
Uccle.		Zi-Ka-Weï.	
Becq.....	$+0^s,018$	P. Burgaud.....	$+0^s,014$
Bourgeois.....	$+0,009$	P. Chevalier.....	$-0,046$
De Clerck.....	$-0,033$	Fayet.....	$+0,023$
Moreau.....	$-0,051$	P. Lejay.....	$-0,005$
Verbaandert.....	$+0,016$		
Moyenne.....	$0,025$	Moyenne.....	$0,022$

On voit d'après ce tableau que les équations personnelles sont en moyenne de l'ordre de $0^s,015_s$. De l'ensemble des études faites dans ce paragraphe il résulte que la valeur moyenne des équations personnelles est $0^s,014_0$.

Il est important d'éliminer, autant que possible, l'influence des équations personnelles sur la correction des pendules. Entre les diverses équations personnelles, la plus simple à éliminer est l'équation de bissection (e_2) en utilisant un prisme à réversion. Étant donnée la constance assez grande des équations personnelles, on peut éliminer l'équation personnelle de mouvement (e_1) en introduisant un terme en x . Il reste seulement l'équation d'éclairage qu'on ne peut pas éliminer par une combinaison des constantes.

17. Mesure des équations personnelles avec un appareil. — Avec n'importe quel appareil à mesurer les équations personnelles nous pouvons faire quatre mesures différentes : deux mesures (va-et-vient de l'étoile artificielle) avec un oculaire ordinaire et deux avec un oculaire muni d'un prisme à réversion. Si Δe est la différence de demi-épaisseur entre les contacts de l'appareil et ceux de la lunette, Δt et Δt_0 les différences respectives entre les temps vrais et les temps observés des passages de l'étoile artificielle devant le milieu des contacts de l'appareil et le milieu des contacts de la lunette ou inversement, nous avons

$$\begin{aligned}\Delta t &= \Delta t_{01} + \Delta e - e_1 - e_2 - e \\ &= \Delta t_{02} - \Delta e + e_1 - e_2 - e_3 \\ &= \Delta t_0 + \Delta e - e_1 + e_2 - e_3 \\ &= \Delta t_{04} - \Delta e + e_1 + e_2 - e_3.\end{aligned}$$

La résolution de ces équations nous donne

$$(61) \quad \begin{cases} \Delta t + e_1 = \frac{\Delta t_{01} + \Delta t_{02} + \Delta t_{03} + \Delta t_{04}}{4}, \\ e_1 - \Delta e = \frac{\Delta t_{01} - \Delta t_{02} + \Delta t_{03} - \Delta t_{04}}{4}, \\ e_2 = \frac{\Delta t_{01} + \Delta t_{02} - \Delta t_{03} - \Delta t_{04}}{4}. \end{cases}$$

Seule l'équation de bissection (e_2) se détermine aisément sans la mesure des constantes instrumentales, et c'est cette équation personnelle qui s'élimine le plus facilement dans les observations méridiennes. La détermination de l'équation de mouvement (e_1) demande en plus la détermination de l'épaisseur des contacts de l'appareil et de la lunette et du retard des vis micrométriques. L'équation d'éclairage (e_3) est indéterminable, vu qu'elle demande la connaissance de la différence des temps vrais (Δt) qui est une inconnue.

18. Influence des équations personnelles sur les ascensions droites des catalogues. — Jusqu'ici nous avons étudié l'influence des équations personnelles sur la détermination des corrections de pendule. Nous étudierons maintenant la question inverse : l'influence des équations personnelles sur la détermination des ascensions droites des étoiles. D'après la formule de Bessel,

nous avons

$$(62) \quad \mathcal{R} = t_0 + (c \mp x) \sec \delta + C_p + \beta \sec \varphi - n \tan \varphi \pm n \tan \delta + (e_1 + e_2 + e_3) \sec \delta,$$

où $\mathcal{R}$ est l'ascension droite vraie d'une étoile, t_0 le temps observé pour son passage, C_p la correction vraie de la pendule, β et n les constantes instrumentales et e_1, e_2, e_3 les équations personnelles. Dans la suite nous prendrons pour la notation des équations personnelles relatives aux étoiles sud (passage supérieur) : e_1^0, e_2^0, e_3^0 .

Les formules (57) et (56) nous donnent

$$C_p = C_{p_0} - \sec \delta_m (e_1^0 + e_3^0) + (\tan \varphi - \tan \delta_m) (e_2^0 - e_3^0) + \frac{1}{m} (\Sigma \sec \delta_{h'} - \Sigma \sec \delta_h) e_2^0, \\ n = n_m + e_2^0 - e_3^0.$$

Ainsi

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_0 - \sec \delta_m (e_1^0 + e_3^0) - \tan \delta_m (e_2^0 - e_3^0) + \frac{1}{m} (\Sigma \sec \delta_{h'} - \Sigma \sec \delta_h) e_2^0 \\ \pm (e_2^0 - e_3^0) \tan \delta + (e_1 + e_2 + e_3) \sec \delta.$$

En posant

$$(63) \quad - \sec \delta_m (e_1^0 + e_3^0) - \tan \delta_m (e_2^0 - e_3^0) + \frac{1}{m} (\Sigma \sec \delta_{h'} + \Sigma \sec \delta_h) e_2^0 = C,$$

qui est une constante de catalogue, nous avons

$$(64) \quad \mathcal{R} = \mathcal{R}_0 + C \pm (e_2^0 - e_3^0) \tan \delta + (e_1 + e_2 + e_3) \sec \delta.$$

La valeur de l'ascension droite dépend donc d'une constante, d'un terme en $\tan \delta$ et d'un terme en $\sec \delta$. Pour les passages supérieur et inférieur des étoiles

$$(65) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R} = \mathcal{R}_{0s} + C + (e_2^0 - e_3^0) \tan \delta + (e_1^0 + e_2^0 + e_3^0) \sec \delta \\ \mathcal{R} = \mathcal{R}_{0i} + C - (e_2^0 - e_3^0) \tan \delta + (e_1^0 + e_2^0 - e_3^0) \sec \delta \end{array} \right\} \quad (\delta < \varphi),$$

$$(66) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R} = \mathcal{R}_{0s} + C + (e_2^0 - e_3^0) \tan \delta + (e_1^0 - e_2^0 + e_3^0) \sec \delta \\ \mathcal{R} = \mathcal{R}_{0i} + C - (e_2^0 - e_3^0) \tan \delta + (e_1^0 + e_2^0 - e_3^0) \sec \delta \end{array} \right\} \quad (\delta > \varphi).$$

En prenant pour $\mathcal{R}$ la moyenne de $\mathcal{R}$ d'après le passage supérieur ($\mathcal{R}_{0s}$) et le passage inférieur ($\mathcal{R}_{0i}$), nous obtenons pour les étoiles ayant $\delta < \varphi$

$$(67) \quad \mathcal{R} = \mathcal{R}_m + C + (e_1^0 + e_2^0) \sec \delta,$$

c'est-à-dire que l'ascension droite du catalogue dépend d'un terme constant et d'un terme proportionnel à $\sec \delta$, ayant comme coefficient la somme des

équations personnelles de mouvement et de bissection. Si l'on donne le poids $\frac{1}{2}$ au passage inférieur des étoiles sud, nous avons

$$(68) \quad R = R'_m + C + \frac{1}{3}(e_2^0 - e_3^0) \tan \delta + \frac{1}{2}(3e_1^0 + 3e_2^0 + e_3^0) \sec \delta.$$

La moyenne des R pour les étoiles ayant $\delta > \varphi$ nous donne :

$$(69) \quad R = R_m + C + e_1^0 \sec \delta,$$

c'est-à-dire que l'ascension droite du catalogue pour une étoile nord dépend d'un terme constant et d'un terme proportionnel à $\sec \delta$ ayant comme coefficient l'équation personnelle de mouvement.

19. Il y a longtemps qu'on a remarqué à l'Observatoire de Poulkovo [22] que la différence des ascensions droites des étoiles déterminées d'après les observations des passages supérieurs et des passages inférieurs subit un saut quand on passe de $\delta < \varphi$ à $\delta > \varphi$ (saut au zénith). Cette différence qui a existé avec les anciennes méthodes d'observation subsiste quand on utilise le micromètre impersonnel. Pour le catalogue de 1865, ce saut au zénith est $-0^s,024$ (Wagner), pour 1900 il est $-0^s,036$ (Nyren), pour 1905 $-0^s,034$, et pour 1915 $-0^s,036$ pour le zénith de Poulkovo. Cette valeur varie d'un observateur à l'autre, mais le signe reste le même. Le catalogue de Greenwich 1925 montre le même saut au zénith. Ce saut au zénith provient de l'existence de l'équation de bissection (e_2) comme on le voit d'après les formules (65) et (66).

L'étude du catalogue de Poulkovo 1915 [23] qui fut obtenu avec le grand instrument de passage d'Ertel donne :

$$(70) \quad \left\{ \begin{array}{l} R = R_{0s} - 0^s,013_7 + 0^s,008_0 \tan \delta \\ R = R_{0i} - 0^s,013_7 - 0^s,008_0 \tan \delta \end{array} \right\} \quad (\delta < \varphi),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R = R_{0s} - 0^s,013_7 + 0^s,008_0 \tan \delta - 0^s,019_8 \sec \delta \\ R = R_{0i} - 0^s,013_7 - 0^s,008_0 \tan \delta \end{array} \right\} \quad (\delta > \varphi).$$

En comparant les formules (70) avec (65) et (66), nous trouvons

$$C = -0^s,013_7, \quad e_2^0 - e_3^0 = +0^s,008_0, \quad e_1^0 - e_2^0 + e_3^0 = -0^s,019_8,$$

$$e_1^0 + e_2^0 - e_3^0 = 0, \quad e_1^0 + e_2^0 + e_3^0 = 0.$$

La résolution de ces équations donne

$$(71) \quad e_1^0 = -0^s,009_3, \quad e_2^0 = +0^s,009_6, \quad e_3^0 = +0^s,000_3.$$

L'équation personnelle d'éclairage pour la lunette d'Ertel est pratiquement nulle, tandis que les équations personnelles de mouvement et de bissection atteignent $0^s,01$.

Comme vérification de nos conclusions nous avons utilisé les formules (68) et (69). D'après J. Beljajeff [24] nous avons

$$e_1^0 = -0^s,009_3, \quad \frac{1}{3}(e_2^0 - e_3^0) = +0^s,002_7, \quad e_1^0 + e_2^0 + \frac{1}{3}e_3^0 = 0,$$

d'où

$$e_1^0 = -0^s,009_3, \quad e_2^0 = +0^s,009_6, \quad e_3^0 = +0^s,001_4$$

en accord avec les valeurs (71).

A cause de l'existence assez nette d'une équation de bissection au grand instrument de passage d'Ertel, on a fait à Poulkovo un catalogue avec un instrument de passage de Bamberg [23], pour lequel l'équation de bissection n'existe pas. En comparant les résultats des deux catalogues : Poulkovo 1915 (Ertel) et Poulkovo 1925 (Bamberg) on a trouvé :

TABLEAU XVI.

δ .	$(B_s - E_s) \cos \delta$.	$(B_s - E_I) \cos \delta$.	$(B_I - E_s) \cos \delta$.	$(B_I - E_I) \cos \delta$
$39^0,6-59^0,8, \dots$	$+0^s,004$	$-0^s,012$	$+0^s,008$	$-0^s,007$
$59^0,8-87^0,2, \dots$	$-0^s,010$	$-0^s,010$	$-0^s,010$	$-0^s,007$

où B_s et B_I sont les ascensions droites conclues d'après les passages supérieur et inférieur à l'instrument de Bamberg, et E_s et E_I les ascensions droites correspondant à l'instrument d'Ertel. En utilisant les formules (65) et (66), nous avons dans notre cas :

$$(72) \quad \begin{cases} (B_s - E_s) \cos \delta = (e_2^0 - e_3^0) \sin \delta + (e_1^0 \pm e_2^0 + e_3^0) + (C^0 - C') \cos \delta + e'_3 \sin \delta - (e'_1 + e'_3), \\ (B_s - E_I) \cos \delta = -(e_2^0 - e_3^0) \sin \delta + (e_1^0 + e_2^0 - e_3^0) + (C^0 - C') \cos \delta + e'_3 \sin \delta - (e'_1 + e'_3), \\ (B_I - E_s) \cos \delta = (e_2^0 - e_3^0) \sin \delta + (e_1^0 \pm e_2^0 + e_3^0) + (C^0 - C') \cos \delta - e'_3 \sin \delta - (e'_1 - e'_3), \\ (B_I - E_I) \cos \delta = -(e_2^0 - e_3^0) \sin \delta + (e_1^0 + e_2^0 - e_3^0) + (C^0 - C') \cos \delta - e'_3 \sin \delta - (e'_1 - e'_3). \end{cases}$$

où l'indice 0 correspond aux équations personnelles d'Ertel et l'indice ' à celles de Bamberg. La résolution des équations (72), en tenant compte des

valeurs du Tableau XVI, nous donne

$$(73) \quad \begin{cases} e_1^0 - e_1' = 0^s, 012_9, & e_2^0 = + 0^s, 008_3, & e_3^0 = + 0^s, 001_9, \\ e_3' = + 0^s, 006_6, & C^0 - C' = + 0^s, 006_6. \end{cases}$$

Les valeurs trouvées ici pour e_2^0 et e_3^0 sont en bon accord avec les valeurs (71). En adoptant les valeurs déjà trouvées pour C^0 et e_1^0 , nous avons

$$(74) \quad e_1 = + 0^s, 003_9, \quad C' = - 0^s, 020_3$$

pour l'équation de mouvement et pour la constante de catalogue du Bamberg. L'étude directe du catalogue de Bamberg nous donne

$$(B_s - B_1) \cos \delta = - 0^s, 001_2.$$

D'après les formules (65) et (66), on obtient

$$(B_s - B_1) \cos \delta = + 2 e_3' \sin \delta - 2 e_3'.$$

D'où, en comparant ces deux formules,

$$e_3' = + 0^s, 005_6$$

qui concorde avec la valeur trouvée ci-dessus (73).



CHAPITRE IV.

INFLUENCE DES CATALOGUES ET DES INSTRUMENTS.

20. *Influence des catalogues sur la détermination de l'heure.* — Les ascensions droites des catalogues sont influencées, non seulement par les équations personnelles, mais encore par les erreurs dues à la détermination de la collimation, au retard de la vis et à la flexion latérale des instruments. Ces erreurs dépendent de la déclinaison des étoiles et peuvent être représentées par la formule

$$(75) \quad \Delta R_{\delta} = A + g \tan \delta + f \sec \delta.$$

Il existe encore des erreurs périodiques qui dépendent de l'ascension droite des étoiles (ΔR_x). Elles proviennent, pour la plus grande partie, de variations saisonnières dans les conditions météorologiques et dans les erreurs instrumentales. Les erreurs ΔR_x peuvent être représentées par la formule

$$(76) \quad \Delta R_x = a \sin R + b \cos R + c \sin 2R + d \cos 2R,$$

où a, b, c, d sont des constantes. Si dans deux observatoires, ayant comme différence de longitudes λ , on détermine l'heure à un même moment, il s'introduit un terme périodique dans la différence de longitude égale à

$$(77) \quad \begin{aligned} \Delta \lambda = & \quad 2a \sin \frac{\lambda}{2} \cos \left(R + \frac{\lambda}{2} \right) - 2b \sin \frac{\lambda}{2} \sin \left(R + \frac{\lambda}{2} \right) \\ & + 2c \sin \lambda \cos 2 \left(R + \frac{\lambda}{2} \right) - 2d \sin \lambda \sin 2 \left(R + \frac{\lambda}{2} \right). \end{aligned}$$

En comparant des catalogues d'étoiles fondamentales réduits en un même système absolu, on trouve des écarts, ΔR_{δ} et ΔR_x . Dans le Tableau XVII nous donnons les valeurs ΔR_{δ} pour les catalogues de Boss (B), Auwers (A) et Newcomb (N) par rapport à celui d'Eichelberger [15] (E), après avoir

ajouté 0^s,050 aux nombres relatifs aux trois premiers pour les ramener au système absolu d'Eichelberger.

TABLEAU XVII.

δ .	B.	A.	N.
De +80° à +70°.....	^s —0,046	^s —0,002	^s —0,050
+70 +60.....	^s —0,042	^s —0,025	^s —0,067
+60 +50.....	^s —0,038	^s —0,036	^s —0,091
+50 +40.....	^s —0,015	^s —0,033	^s —0,061
+40 +30.....	^s —0,021	^s —0,027	^s —0,039
+30 +20.....	^s —0,016	^s —0,025	^s —0,031
+20 +10.....	^s —0,006	^s —0,009	^s —0,015
+10 0.....	^s +0,003	^s —0,002	^s —0,003
0 —10.....	^s +0,008	^s +0,001	^s —0,003
—10 —20.....	^s +0,009	^s +0,013	^s +0,014
—20 —30.....	^s +0,005	^s +0,020	^s +0,035
—30 —40.....	^s 0,000	^s +0,062	^s +0,061
—40 —50.....	^s +0,012	^s +0,073	^s +0,079
—50 —60.....	^s +0,040	^s +0,093	^s +0,094
—60 —70.....	^s +0,082	^s +0,064	^s +0,089
—70 —80.....	^s +0,124	^s +0,130	^s +0,215

Dans le Tableau XVIII nous donnons ΔR_α pour les mêmes catalogues dans les deux zones : de +60° à +30° et de +30° à 0°.

TABLEAU XVIII.

R .	De +60° à +30°.				De +30° à 0°.		
	B.	A.	N.		B.	A.	N.
De 22,5° à 1,5°.....	^s —0,002	^s —0,001	^s +0,012		^s +0,020	^s +0,016	^s +0,020
1,5 4,5.....	^s +0,011	^s +0,015	^s +0,015		^s +0,006	^s +0,017	^s 0,000
4,5 7,5.....	^s —0,001	^s 0,000	^s +0,002		^s —0,021	^s —0,023	^s —0,021
7,5 10,5.....	^s —0,003	^s —0,002	^s —0,013		^s —0,011	^s —0,012	^s —0,009
10,5 13,5.....	^s —0,001	^s —0,004	^s 0,000		^s —0,002	^s —0,004	^s +0,002
13,5 16,5.....	^s —0,002	^s —0,007	^s —0,007		^s —0,009	^s —0,013	^s —0,001
16,5 19,5.....	^s —0,007	^s —0,012	^s +0,001		^s +0,002	^s +0,007	^s +0,007
19,5 22,5.....	^s +0,004	^s +0,012	^s +0,003		^s +0,013	^s +0,011	^s +0,001
E_m	3 ₉	6 ₆	6 ₆		10 ₅	12 ₉	5 ₄

On voit que les différences périodiques et systématiques entre les catalogues sont assez grandes et l'on ne peut pas éliminer leur influence sur la détermination astronomique de l'heure en augmentant le nombre des étoiles.

21. Pour voir dans quelles limites ces erreurs peuvent influencer la détermination de l'heure et des longitudes, nous avons comparé les résultats des divers observatoires qui ont fait leurs calculs en utilisant deux catalogues d'étoiles fondamentales : B, A, P (Poulkovo, 1915) d'un côté et E de l'autre. Dans le Tableau XIX nous donnons pour les Observatoires L, Pt, Pu les moyennes mensuelles des différences entre les corrections de pendule calculées respectivement à l'aide de deux catalogues, ainsi que leurs moyennes annuelles (Moy.). Les écarts accidentels (E_{ac}) entre deux déterminations consécutives de l'heure calculées d'après deux catalogues et les écarts des valeurs mensuelles (E_{sc}) par rapport à la moyenne correspondante sont donnés en bas du tableau. Nous donnons en outre pour chaque observatoire la moyenne des moyennes mensuelles (M) et les écarts des moyennes mensuelles par rapport à leur moyenne (E_{mc}).

Les écarts accidentels (E_{ac}) sont égaux en moyenne à $0^s,010$, et peuvent atteindre $0^s,04$. En admettant que cet écart provient également des deux catalogues, l'influence d'un catalogué sera $E'^{ac} = 0^s,007_2$.

TABLEAU XIX. — *Différences entre les C_p calculés d'après deux catalogues.*
(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde.)

	Leningrad.				Poulkovo.				
	E — B.				E — P.	E — A.			
	1925.	1926.	M.	E_{mc} .		1926.	1927.	1928.	E_{mc} .
Janvier.....	—80	—74	—77	3	—67	— 80	— 70	— 75	5
Février.....	—70	—78	—74	4	—60	— 80	— 76	— 78	2
Mars.....	—67	—82	—74	8	—60	— 98	—108	—103	5
Avril.....	—66	—74	—70	4	—55	—100	— 94	— 97	3
Mai.....	—92	—82	—87	5	—68	—100	—100	—100	0
Juin.....	—87	—85	—86	1	—70	— 96	— 98	— 97	1
Juillet.....	—71	—78	—75	4	—70	— 94	— 95	— 95	1
Août.....	—67	—66	—67	1	—62	— 80	— 90	— 85	5
Septembre....	—75	—68	—72	3	—62	— 80	— 83	— 81	2
Octobre.....	—80	—80	—80	0	—67	— 75	— 77	— 76	1
Novembre....	—89	—81	—85	4	—60	— 77	— 70	— 74	3
Décembre....	—91	—74	—82	8	—47	— 70	— 90	— 80	10
Moyenne....	—77 ₉	—76 ₈	—77 ₄	3 ₈	—62 ₃	— 85 ₈	— 87 ₆	— 86 ₇	3 ₂
E_{ac}	12 ₁	8 ₈	10 ₃		4 ₃	3 ₅	7 ₆	5 ₁	
E_{sc}	8 ₄	4 ₆	5 ₄		5 ₀	9 ₈	10 ₃	9 ₇	

TABLEAU XIX. — *Différences entre les C_p calculés d'après deux catalogues (suite).*
(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde.)

	Potsdam.						(E—A) _{Pt} —(E—A) _{Pu.}			
	E—A.									
	1926.	1927.	1928.	1929.	M.	E_{mc} .	1927.	1928.	M.	E_{mc} .
Janvier.....	—56	—52	—48	—50	—51	3	+28	+22	+25	3
Février.....	—68	—66	—77	—53	—66	6	+14	—1	+6	7
Mars.....	—73	—79	—85	—69	—76	5	+19	+23	+21	2
Avril.....	—80	—78	—76	—65	—75	5	+22	+18	+20	2
Mai.....	—70	—68	80	—64	—70	4	+32	+20	+26	6
Juin.....	—93	—96	—103	—77	—92	8	0	—5	—2	3
Juillet.....	—72	—71	—89	—64	—74	7	+23	+6	+15	9
Août.....	—71	—67	—72	—69	—70	2	+13	+18	+16	2
Septembre....	—61	—66	—77	—63	—67	5	+14	+6	+10	4
Octobre.....	—69	—63	—66	—64	—65	2	+12	+11	+12	1
Novembre....	—72	—74	—70	—60	—69	4	+3	0	+2	2
Décembre.....	—59	—60	—54	—53	—57	3	+10	+36	+23	13
Moyenne ...	—70 ₃	—70 ₀	—74 ₇	—62 ₆	—69 ₃	4 ₅	+15 ₈	+12 ₈	+14 ₃	4 ₅
E_{ac}	18 ₇	12 ₉	15 ₈	7 ₀	13 ₆					
E_{sc}	6 ₁	8 ₀	10 ₆	5 ₆	6 ₈		7 ₅	10 ₀	8 ₂	

Ces écarts E_{ac} proviennent en majorité des erreurs ΔR_x . Ce sont ces écarts qui influencent la détermination de la marche de la pendule, selon qu'on utilise l'un ou l'autre catalogue. Les moyennes mensuelles, pour un même mois, ne sont pas constantes d'une année à l'autre parce qu'on n'observe pas chaque année les mêmes étoiles en raison des influences atmosphériques. Elles varient en moyenne de 0^s,004₀ pour la différence de deux catalogues. La partie provenant d'un catalogue est $E'_{mc} = 0^s,002_8$.

Il existe une variation saisonnière (E_{sc}) qui est égale à 0^s,007₅ pour la différence de deux catalogues, l'influence correspondante d'un catalogue : $E'_{sc} = 0^s,005_3$. Cette erreur est du même ordre que celle de ΔR_x (Tableau XVIII).

La différence systématique entre les heures déterminées par deux observatoires change, quand ces observatoires adoptent simultanément un autre catalogue. Pendant les années 1927 et 1928 les résultats de la détermination de l'heure à Pt et à Pu ont été calculés d'après les deux catalogues : A et E. On remarque, en plus des différences accidentelles d'un mois à l'autre

[colonnes $(E - A)_{Pt} - (E - A)_{Pu}$, Tableau XIX], une différence systématique égale pour la moyenne de deux ans à $0^s,014_3$. Cette différence systématique change la valeur de la longitude unilatérale entre les deux observatoires : cette différence de longitude entre Pt et Pu, calculée dans le système E, est plus petite en valeur absolue de $0^s,014_3$ que celle calculée dans le système A. Cette différence systématique provient surtout de ΔR_2 : dans les deux observatoires on n'a pas observé les étoiles de la même zone de déclinaison. Les différences entre les deux valeurs de la longitude unilatérale ainsi déterminées varient d'un mois à l'autre de $0^s,008$ en moyenne et le maximum de la variation atteint $0^s,03$.

22. Influence des erreurs instrumentales sur la détermination de l'heure. —

La détermination de la différence de longitude entre deux observatoires revient à la comparaison des heures locales déterminées par deux instruments éloignés. Il est intéressant de comparer deux instruments qui se trouvent dans un même observatoire. Dans ce cas, une partie des variations périodiques qui se manifestent entre ces instruments peut être éliminée. Il y a des exemples de séries d'observations assez longues obtenues à deux et à plusieurs instruments, dans les observatoires de G, Pa et W ; nous les avons étudiées séparément.

Greenwich. — A l'observatoire de G on a commencé à partir du mois de juillet 1927 la détermination de l'heure avec une lunette retournable « B » [2]. Nous avons comparé cette heure avec l'heure déterminée au « Transit Circle » (TC). Nous donnons dans le Tableau XX les différences moyennes mensuelles entre les heures déterminées à TC et B dans le sens TC — B (colonne Δ). Les écarts des moyennes mensuelles par rapport à la moyenne annuelle sont donnés dans les colonnes Δ_c . En bas des colonnes se trouvent les moyennes annuelles. Dans les colonnes B et TC figurent les écarts des moyennes mensuelles par rapport aux moyennes annuelles pour les instruments correspondants, et par rapport à l'heure définitive. Dans les valeurs des écarts B et TC intervient l'erreur de l'observatoire moyen (E_{Ms}) qui est égale à $0^s,005_0$. Pour l'année entière 1928 nous pouvons écrire les équations suivantes :

$$(78) \quad E_{Tc}^2 + E_B^2 = \overline{0^s,019_2}^2, \quad E_B^2 + E_G^2 = \overline{0^s,017_9}^2 - E_{Ms}^2, \quad E_{Tc}^2 + E_G^2 = \overline{0^s,014_3}^2 - E_{Ms}^2,$$

où E_{TC} et E_B sont les erreurs moyennes mensuelles des instruments TC et B, et E_G l'erreur propre saisonnière de G, c'est-à-dire affranchie des erreurs instrumentales. La résolution de ces équations nous donne :

$$(79) \quad E_{TC} = 0^s,011_3, \quad E_B = 0^s,015_6, \quad E_G = 0^s,007_3.$$

On voit que pour l'année 1928 l'erreur saisonnière de Greenwich (E_G) est plus petite que l'erreur saisonnière instrumentale.

TABLEAU XX.

	TC — B.				B.		TC.	
	1927.		1928.		1927.	1928.	1927.	1928.
	$\Delta.$	$\Delta_c.$	$\Delta.$	$\Delta_c.$				
Janvier.....	^s »	^s »	^s +0,212	^s +0,046	^s »	^s +0,050	^s »	^s +0,004
Février.....	»	»	+0,170	+0,004	»	+0,017	»	+0,013
Mars.....	»	»	+0,151	—0,015	»	—0,016	»	—0,001
Avril.....	»	»	+0,212	+0,046	»	—0,005	»	—0,051
Mai.....	»	»	+0,122	—0,044	»	—0,024	»	+0,020
Juin.....	»	»	+0,163	—0,003	»	—0,028	»	—0,025
Juillet.....	+0,115	—0,025	+0,176	+0,010	—0,015	+0,003	+0,010	—0,007
Août.....	+0,104	—0,036	+0,137	—0,029	—0,010	—0,029	+0,026	0,000
Septembre...	+0,128	—0,012	+0,146	—0,020	—0,003	+0,016	+0,009	+0,036
Octobre.....	+0,123	—0,017	+0,166	0,000	+0,010	+0,004	+0,027	+0,004
Novembre...	+0,187	+0,047	+0,177	+0,011	+0,022	+0,019	—0,025	+0,008
Décembre...	+0,206	+0,066	+0,168	+0,002	+0,042	+0,004	—0,024	+0,002
Moyenne...	+0,140	0,033 ₈	+0,166	0,019 ₂	0,017 ₀	0,017 ₉	0,020 ₂	0,014 ₃

La comparaison des deux instruments seulement pendant un an et demi ne permet pas de déterminer la variation des erreurs systématiques des instruments d'une année à l'autre. La différence systématique assez grande entre les deux instruments peut être diminuée de $0^s,070$ en tenant compte de la différence des catalogues et des méthodes de calcul. Il reste encore une différence inexplicable qui est imputable à l'instrument TC. Ainsi les grands instruments non retournables peuvent donner l'heure avec une erreur systématique assez grande, bien que les écarts accidentels et saisonniers soient du même ordre que pour les petits instruments retournables.

25. Paris. — Pendant la période 1922-1926 l'heure à Paris a été déterminée régulièrement avec divers instruments : b , b' , j et p_2 [25]. Dans le Tableau XXI nous donnons les différences moyennes mensuelles entre les

heures déterminées aux divers instruments. Au bas des colonnes figurent les écarts systématiques entre les instruments (ΔS) et la moyenne des écarts mensuels par rapport à l'écart systématique (E_{SI})

TABLEAU XXI.

(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde.)

	$j - p_2.$				$b' - p_2.$			$b - p_2.$		$j - b'.$		$j - b.$		$b' - b.$	
	1923.	1924.	1925.	1926.	1922.	1923.	1924.	1923.	1924.	1923.	1924.	1923.	1924.	1923.	1924.
Janvier.....	»	0	+32	+12	»	-30	-27	-16	-74	»	+27	»	+74	-14	+47
Février.....	»	-2	-8	-1	»	-27	-31	-35	-53	»	+29	»	+51	+8	+22
Mars.....	»	-46	-23	+4	»	-19	-65	-46	-71	»	+19	»	+25	+27	+6
Avril.....	»	-60	-11	+37	-20	-24	-86	-60	-90	»	+26	»	+30	+36	+4
Mai.....	-22	-30	+11	+38	-15	-22	-70	-59	-86	0	+40	+37	+56	+37	+16
Juin.....	-18	0	+34	+50	-20	-19	-48	-36	-67	+1	+48	+18	+67	+17	+19
Juillet.....	-17	+14	+43	+52	-8	-20	-36	-4	-51	+3	+50	-13	+55	-16	+15
Août.....	-3	+35	+35	+45	+12	-17	-7	0	-30	+14	+42	-3	+65	-17	+23
Septembre....	-2	+43	+36	»	+11	-27	-10	-32	-27	+25	+53	+30	+70	+5	+17
Octobre.....	-13	+35	+54	»	-4	-32	-36	-43	-39	+19	+71	+30	+74	+11	+3
Novembre....	-8	+40	+58	»	-19	-40	-51	-61	-30	+32	+91	+53	+70	+21	-21
Décembre.....	-4	+51	+54	»	-24	-43	-34	-88	-8	+39	+85	+84	+59	+45	-26
ΔS	-10 ₉	+6 ₇	+26 ₂	+29 ₆	-9 ₇	-26 ₇	-41 ₇	-40 ₀	-52 ₂	+16 ₆	+48 ₄	+29 ₅	+58 ₀	+13 ₃	+10 ₄
E'_{SI}	6 ₆	29 ₇	22 ₈	19 ₈	11 ₀	6 ₅	18 ₄	19 ₅	21 ₃	12 ₁	17 ₉	21 ₇	12 ₂	17 ₂	14 ₄

Dans le Tableau XXII nous donnons les écarts des moyennes mensuelles par rapport à la correction définitive pour chaque instrument, ainsi que leur moyenne annuelle (E_{SI}). De plus, nous donnons les différences systématiques des heures déterminées avec les divers instruments par rapport à l'heure définitive (ΔS_d). En utilisant les données des Tableaux XXI et XXII, on peut former les équations suivantes :

$$(80) \quad \left\{ \begin{array}{l} E_j^2 + E_{p_1}^2 = E_{jp_1}^2, \quad E_{b'}^2 + E_{p_2}^2 = E_{b'p_2}^2, \quad \dots, \quad E_{p_2}^2 + E_p^2 + E_{Ms}^2 = E_{Dp_2}^2, \quad \dots, \\ E_b^2 + E_p^2 + E_{Ms}^2 = E_{Db}^2, \end{array} \right.$$

où E_j , E_{p_2} , ... sont les écarts moyens mensuels des instruments $j, p_2, \dots$ affranchis de l'erreur propre saisonnière de Paris (E_p), E_{Ms} est l'erreur saisonnière de l'observatoire moyen, E_{jp_2} , $E_{b'p_2}$, ... sont les E'_{SI} correspondants du Tableau XXI et E_{Dp_2} , ..., E_{Db} sont les E_{SI} correspondants du Tableau XXII.

TABLEAU XXII.

(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde.)

	p_2					j				b'			b	
	1922.	1923.	1924.	1925.	1926.	1923.	1924.	1925.	1926.	1922.	1923.	1924.	1923.	1924.
Janvier.....	—49	+23	—22	+15	—38	»	+25	+10	— 1	»	+27	—36	— 1	0
Février.....	—13	—27	+13	—31	—49	»	—21	+ 4	+ 1	»	—26	+ 3	—32	+14
Mars.....	+ 1	—12	—17	—51	—33	»	+ 8	— 1	—12	»	—19	+ 7	— 6	+ 2
Avril.....	—16	—13	—33	+ 4	+ 2	»	+ 4	+42	+14	—12	—25	+12	— 3	+ 5
Mai.....	—12	—18	— 8	+16	—41	—14	— 4	+32	—30	—13	—22	+21	+ 1	+26
Juin.....	+26	+12	+14	+27	—16	+12	+11	+20	—17	+28	+ 5	+21	+ 8	+29
Juillet.....	—20	+ 1	+ 7	+ 6	+16	0	— 7	—10	+13	—28	— 5	— 8	—35	+ 6
Août.....	+15	+ 3	+31	+20	+ 3	—12	— 5	+12	+ 7	—13	— 6	— 3	—37	+ 9
Septembre...	+28	+ 5	+44	+15	+29	—11	+ 5	+ 6	»	+ 1	+ 6	+13	— 3	+19
Octobre....	+23	+11	—29	—17	+42	+ 6	+ 5	—54	»	+11	+17	—34	+14	—42
Novembre...	+20	+ 9	—24	— 8	+36	— 1	—10	—39	»	+23	+23	—12	+30	—44
Décembre...	— 5	+13	+21	+ 8	+44	— 1	— 7	—19	»	+ 3	+28	+14	+61	—23
E_{SI}''	19 ₀	12 ₂	21 ₉	18 ₂	29 ₁	7 ₁	9 ₃	20 ₈	11 ₉	14 ₇	17 ₄	15 ₃	19 ₃	18 ₃
ΔS_d	+ 8 ₂	—26 ₀	—25 ₉	— 7 ₁	+ 8 ₂	— 7 ₉	—32 ₄	—34 ₂	—40 ₈	+24 ₄	+ 0 ₆	+15 ₁	+14 ₀	+26 ₃

La résolution des équations (80) pour les périodes 1923-1924 et 1922-1926 séparément nous donne des résultats concordants (Tableau XXIII).

TABLEAU XXIII.

	1923-1924.	1922-1926.	I.	DD.	M.
E_b	^s 0,014 ₃	^s 0,013 ₆	^s 0,012 ₉	^s 0,013 ₄	^s 0,013 ₅
$E_{b'}$	0,008 ₇	0,006 ₀	0,005 ₆	0,006 ₅	0,006 ₇
E_j	0,010 ₉	0,010 ₅	0,013 ₃	0,012 ₂	0,011 ₇
E_{p_1}	0,014 ₉	0,016 ₃	0,014 ₆	0,009 ₅	0,013 ₈
E_P	0,007 ₅	0,009 ₄	»	»	0,008 ₄

Dans le Tableau XXIII on donne en outre (colonnes I et DD) les résultats calculés respectivement en partant de la comparaison directe des instruments et en passant par les corrections demi-définitives. Dans la dernière colonne M nous donnons les moyennes correspondantes. Les erreurs trouvées pour les instruments de Paris sont comparables à celles de Greenwich.

En utilisant les valeurs ΔS_d du Tableau XXII, nous avons trouvé pour

les variations annuelles des écarts entre les instruments :

$$(81) \quad \left\{ \begin{array}{llll} V_{jb_2} = 0^s, 006_8, & V_{b'p_2} = 0^s, 008_0, & V_{bp_2} = 0^s, 006_1, & V_{jb'} = 0^s, 015_9, \\ V_{sb} = 0^s, 014_2, & V_{bb'} = 0^s, 001_5, & V_{jMP} = 0^s, 005_6, & V_{p_2MP} = 0^s, 008_8, \\ & V_{b'MP} = 0^s, 009_6, & V_{bMP} = 0^s, 006_2. & \end{array} \right.$$

En tenant compte des formules

$$V_{ik} = \sqrt{V_i^2 + V_k^2} \quad \text{et} \quad V_{iMP} = \sqrt{V_i^2 + V_M^2 + V_P^2},$$

on obtient

$$(82) \quad \left\{ \begin{array}{lll} V_j = 0^s, 007_4, & V_{p_2} = 0^s, 004_4, & V_b = 0^s, 003_5, \\ & V_{b'} = 0^s, 007_4, & V_P = 0^s, 003_6, \end{array} \right.$$

où $V_j, V_{p_2}, \dots$ sont les variations annuelles des erreurs systématiques des instruments considérés, V_M la variation annuelle de l'observatoire moyen (Tableau III) et V_P la variation propre annuelle de la longitude de Paris.

La variation annuelle instrumentale pour les petits instruments p_2 et b est presque deux fois plus faible que pour les instruments j et b' . Ainsi les petits instruments retournables gardent mieux leur constance instrumentale et pour cela ils sont préférables pour la détermination des longitudes. Dans la variation annuelle des erreurs instrumentales intervient aussi la variation des équations personnelles.

La variation annuelle totale de la correction de la longitude de Paris (Δl_{pa}) pour la période 1922-1926 a été trouvée égale à $0^s, 006_3$ (Tableau III). En tenant compte du fait que la variation propre annuelle de Paris $V_P = 0^s, 003_6$ et que la variation annuelle de l'observatoire moyen $V_M = 0^s, 003_2$, il reste $0^s, 004_1$ comme variation annuelle des erreurs systématiques instrumentales à Paris. En partant des valeurs (82) et considérant que pendant 1922, 1925 et 1926 on a eu deux instruments en service et pendant 1923 et 1924 on a eu quatre instruments en service, nous avons pour l'erreur instrumentale à Paris $0^s, 003_9$ qui est en bon accord avec la valeur précédente.

24. Washington. — Pendant la période 1923-1926 nous avons à W les résultats de détermination de l'heure à deux instruments : « Transit Circle » (TC_6) et une lunette Prin (p_3) [26]. Les différences moyennes mensuelles entre les heures déterminées à deux instruments (Δ), ainsi que leurs écarts par rapport à la moyenne annuelle (Δ_c) sont données dans le Tableau XXIV.

TABLEAU XXIV.
(Les nombres expriment des 1/1000 de seconde.)

	TC ₆ - p ₃ .							
	1923.		1924.		1925.		1926.	
	Δ.	Δ _c .	Δ.	Δ _c .	Δ.	Δ _c .	Δ.	Δ _c .
Janvier.....	+ 7	+ 5	-12	-22	+31	+21	-26	-29
Février.....	-15	-17	+ 2	- 8	+25	+15	+12	+ 9
Mars.....	- 2	- 4	+ 9	- 1	+24	+14	+11	+ 8
Avril.....	+10	+ 8	+ 8	- 2	+ 9	- 1	+21	+18
Mai.....	- 7	- 9	+ 4	- 6	+11	+ 1	-20	-23
Juin.....	-26	-28	+11	+ 1	+ 8	- 2	+22	+19
Juillet.....	- 1	- 3	+25	+15	+19	+ 9	»	»
Août.....	+30	+28	+31	+21	+ 9	- 1	»	»
Septembre.....	+11	+ 9	-10	-20	- 7	-17	»	»
Octobre.....	+13	+11	+ 2	- 8	+ 2	- 8	»	»
Novembre.....	+ 1	- 1	+29	+19	+12	+ 2	»	»
Décembre.....	- 3	- 5	+15	+ 5	-28	-38	»	»
Moyenne.....	+ 1 ₅	10 ₇	+ 9 ₅	10 ₇	+ 9 ₆	10 ₈	+ 3 ₃	17 ₇

Les écarts moyens mensuels des instruments TC₆ et p₃ par rapport à l'heure définitive figurent dans le Tableau XXV. Au bas des colonnes nous donnons les moyennes (E_{SI}ⁿ) des valeurs absolues, ainsi que les écarts systématiques annuels (ΔS_d) des instruments par rapport à l'heure définitive.

En formant les équations analogues à (80), nous avons

$$(83) \quad E_{TC_6} = 0^s, 010_0, \quad E_{p_3} = 0^s, 007_5, \quad E_W = 0^s, 007_9,$$

où E_{TC₆} et E_{p₃} sont les erreurs moyennes mensuelles des instruments et E_W l'erreur saisonnière propre de W. Les valeurs (83) pour W sont comparables avec celles de G (79) et de Pa (Tableau XXIII).

Les résultats des Tableaux XXIV et XXV peuvent servir aussi pour le calcul de la variation des erreurs systématiques annuelles. En résolvant les équations du type (81), nous avons

$$(84) \quad V_{TC_6} = 0^s, 004_5, \quad V_{p_3} = 0^s, 000_0, \quad V_W = 0^s, 006_8.$$

A W, comme à Pa, les petits instruments gardent mieux leur constance annuelle.

TABLEAU XXV.

	TC ₆ .				P ₃ .			
	1923.	1924.	1925.	1926.	1923.	1924.	1925.	1926.
Janvier.....	^s —0,017	^s —0,037	^s —0,016	^s —0,035	^s —0,022	^s —0,015	^s —0,037	^s —0,006
Février.....	—0,036	—0,008	—0,005	+0,009	—0,019	0,000	—0,020	0,000
Mars.....	+0,001	—0,004	+0,008	+0,013	+0,005	—0,003	—0,006	+0,005
Avril.....	—0,001	—0,017	+0,008	+0,010	—0,009	—0,015	+0,009	—0,008
Mai.....	+0,009	+0,012	+0,017	+0,011	+0,018	+0,018	+0,016	+0,034
Juin.....	—0,003	+0,027	+0,012	+0,026	+0,025	+0,026	+0,014	+0,007
Juillet.....	—0,003	+0,034	+0,025	»	0,000	+0,019	+0,016	»
Août.....	+0,016	+0,020	+0,012	»	—0,012	—0,001	+0,013	»
Septembre.....	—0,002	0,000	—0,005	»	—0,011	+0,020	+0,012	»
Octobre.....	+0,026	—0,005	—0,002	»	+0,015	+0,003	+0,006	»
Novembre.....	+0,009	—0,005	—0,006	»	+0,010	—0,024	—0,008	»
Décembre.....	—0,002	—0,025	—0,040	»	+0,003	—0,030	—0,002	»
E _{st}	0,010 ₄	0,016 ₂	0,013 ₀	0,017 ₃	0,012 ₄	0,014 ₈	0,013 ₃	0,010 ₀
ΔS _d	—0,002 ₃	+0,015 ₆	+0,030 ₉	+0,008 ₈	—0,004 ₀	+0,006 ₁	+0,021 ₃	+0,005 ₃

25. En moyenne, l'erreur saisonnière instrumentale est égale à

$$E_{st} = 0^s, 011_2,$$

et la variation saisonnière propre de l'observatoire, compte tenu de l'erreur instrumentale, est égale à $E_{s0} = 0^s, 007_9$. Pour vérification de ces valeurs, nous avons utilisé les résultats du Tableau VII pour les observatoires considérés. En résolvant les équations du type

$$(85) \quad E_{st}^2 + E_{s0}^2 = A^2, \quad \frac{E_{st}^2}{8} + E_{s0}^2 = B^2,$$

nous avons trouvé $E_{st} = 0^s, 014$ et $E_{s0} = 0^s, 007$ qui sont comparables avec les valeurs précédentes. Cela montre que les variations saisonnières propres aux observatoires ont une existence réelle.

Nous avons trouvé pour la variation annuelle instrumentale :

$$V_{at} = 0^s, 004_6,$$

et pour la variation propre annuelle de longitudes des observatoires étudiés :

$$V_{a0} = 0^s, 005_2.$$

En considérant que pour la période étudiée nous avons eu en moyenne

2,5 instruments par observatoire, la variation calculée de longitude doit être égale à $V_a = \sqrt{V_{a0}^2 + \frac{V_{a1}^2}{2,5}} = 0^s,005_9$. Cette valeur est en bon accord avec V_a pour les mêmes observatoires d'après le Tableau III ($V_a = 0^s,005_7$). Ainsi, en plus des erreurs instrumentales, des erreurs de catalogues, des équations personnelles, il existe des variations saisonnières et annuelles dans la détermination des longitudes, qui proviennent des influences saisonnières météorologiques et des déplacements réels ou apparents de continents.



CHAPITRE V.

LONGITUDES UNILATÉRALES ET BILATÉRALES.

26. Il existe actuellement deux méthodes de détermination de longitudes : la détermination unilatérale et la détermination bilatérale.

La mesure unilatérale d'une longitude consiste dans la détermination de l'heure locale dans deux stations et dans la réception des mêmes émissions de signaux horaires radiotélégraphiques, sans échange des observateurs et des instruments. La détermination bilatérale d'une longitude consiste dans deux opérations analogues à la précédente effectuées avant et après l'échange des observateurs et des instruments. La précision de la détermination unilatérale des longitudes dépend en premier lieu de la grandeur des erreurs systématiques instrumentales, des équations personnelles et des erreurs systématiques dans la réception des signaux horaires.

Les résultats des services horaires des observatoires que nous avons étudiés ne satisfont pas tout à fait à toutes les conditions désirables d'uniformité, surtout, pour le début de la période 1922-1929. Il est intéressant de comparer la précision des résultats présentés par des déterminations de longitudes unilatérales, faites avec des méthodes très discordantes, à la précision de résultats provenant de détermination de longitudes bilatérales, faites en utilisant des méthodes absolument identiques pour deux stations.

Dans son dernier Mémoire, M. P. Engi [27] a fait une étude complète des diverses erreurs qui peuvent affecter la détermination bilatérale des longitudes. Cette étude repose sur la détermination bilatérale des longitudes effectuées en Suisse pendant la période 1912-1929, durant laquelle on a utilisé les mêmes méthodes d'observations et de réduction des résultats pour les deux stations. On a utilisé des soirées communes de détermination de l'heure, on a fait l'échange des instruments et des observateurs, etc. Tandis que dans les observatoires étudiés par nous, on a utilisé des méthodes différentes d'observation et de calcul, on a employé souvent des catalogues

différents d'étoiles fondamentales. Des zones différentes d'étoiles ont été observées; les jours d'observations ont été aussi différents. On a utilisé les grands instruments méridiens parallèlement aux petits, etc.

Dans les pages suivantes, nous donnons les diverses erreurs qui affectent la détermination des longitudes bilatérales calculées par M. P. Engi et parallèlement les erreurs correspondantes dans la détermination des longitudes unilatérales. Nous donnerons pour chaque erreur de longitudes unilatérales deux résultats : le premier d'après l'ensemble de tous les observatoires et le second d'après la moyenne de Greenwich, Paris et Washington. Nous utiliserons les notations de M. P. Engi.

27. Erreur intrinsèque d'une soirée de détermination de longitude. — L'erreur d'une soirée de détermination de longitude se compose des erreurs de deux déterminations d'heure et de la comparaison des pendules. L'erreur intrinsèque d'une détermination de l'heure d'après 18 étoiles horaires est $M_1 = \pm 0^s,005_0$ (M. P. Engi). L'erreur d'une soirée de comparaison des pendules par T. S. F. est $M_{\Delta u} = \pm 0^s,006_0$. Ainsi l'erreur d'une soirée de détermination de longitude, d'après M. P. Engi, est

$$(86) \quad m_l = \pm \sqrt{2 M_1^2 + M_{\Delta u}^2} = \pm 0^s,010_3.$$

En moyenne, dans notre cas, nous avons six soirées par mois de déterminations astronomiques de l'heure, c'est-à-dire une détermination de l'heure tous les 5 jours. Pour calculer l'erreur d'une détermination de longitude unilatérale, on peut utiliser deux méthodes :

1° L'erreur E_1 est l'erreur d'une réception des signaux horaires par rapport à la moyenne de 5 jours. Comme on détermine l'heure en moyenne tous les 5 jours, il faut compter pour l'erreur d'une détermination de l'heure $\frac{E_1}{\sqrt{5}}$ et pour l'erreur d'une détermination de longitude,

$$m_l = E_1 \sqrt{\frac{2}{5}} = E_1 \sqrt{0,4}.$$

Ainsi, nous avons

$$m_l = \pm 0^s,011_8 \text{ et } \pm 0^s,008_3.$$

Ces résultats sont comparables aux résultats de M. P. Engi (86).

2° La variation moyenne E_a caractérise, en quelque sorte, la précision

d'une détermination de l'heure. Alors l'erreur d'une détermination de longitude unilatérale sera $m_{l_2} = E_a \sqrt{2}$. Ainsi, nous avons

$$m_{l_1} = \pm 0^s, 015_2 \quad \text{et} \quad \pm 0^s, 010_7.$$

En prenant la moyenne de m_{l_1} et m_{l_2} , nous avons respectivement

$$m_{l_3} = \pm 0^s, 013_5 \text{ et } \pm 0^s, 009_5,$$

qui sont d'accord avec (86).

28. Erreur extrinsèque d'une soirée de longitude. — L'erreur d'une soirée de détermination de longitude de poids 1 par rapport à la longitude conclue est, d'après M. P. Engi,

$$(87) \quad m'_l = \pm \sqrt{\frac{[pvp]}{n_a - 2}} = \pm 0^s, 019_4,$$

où n_a représente le nombre des soirées d'observations. Cette erreur est plus grande que l'erreur intrinsèque m_l . Alors l'erreur extrinsèque d'une longitude de poids 1 sera égale à

$$(88) \quad m_y = \sqrt{m_l'^2 - m_l^2} = \pm 0^s, 016_6 \quad (\text{M. P. Engi}).$$

En moyenne, la détermination complète d'une longitude dure deux mois. Ainsi l'erreur d'une soirée de détermination de longitude unilatérale par rapport à la moyenne de deux mois sera

$$(89) \quad m'_{l_4} = \sqrt{2 E_{cm}^2 + \frac{E_s^2}{6}},$$

où E_{cm} est l'écart moyen des moyennes de 5 en 5 jours par rapport aux moyennes mensuelles et E_s l'erreur saisonnière (Tableau VII). Nous avons, dans le cas qui nous occupe,

$$m'_{l_4} = \pm 0^s, 025_9 \text{ et } \pm 0^s, 017_4.$$

L'erreur extrinsèque est

$$(90) \quad m_{y_1} = \sqrt{m'_{l_4}^2 - m_{l_4}^2} = \pm 0^s, 022_1 \text{ et } \pm 0^s, 014_6.$$

Ces valeurs sont d'accord avec celles de M. P. Engi (88).

29. Erreur intrinsèque de la longitude complète. — L'erreur intrinsèque

de la longitude complète, d'après M. P. Engi, est

$$(91) \quad M_l = \frac{m'_l}{\sqrt{n_a}} = \pm 0,0068$$

et dans notre cas

$$(92) \quad M_{l_i} = \frac{m'_{l_i}}{\sqrt{12}} = \pm 0,0075 \text{ et } \pm 0,0051.$$

Ces valeurs sont comparables entre elles.

50. Erreur extrinsèque de la longitude complète. — Pendant les années 1912-1929, il a été fait 16 déterminations directes ou indirectes de longitude entre Zurich et Genève. Par rapport à la moyenne de ces longitudes M. P. Engi trouve que l'erreur moyenne d'une longitude de poids 1 est égale à $M_l = 0,0138$, et par suite l'erreur extrinsèque d'une détermination bilatérale de la longitude, de poids 1, est égale à

$$(93) \quad M_{\lambda} = \sqrt{M_l^2 + M_l^2} = \pm 0,0190.$$

Puisqu'on détermine une longitude complète en moyenne pendant deux mois, nous pouvons écrire que l'erreur d'une longitude unilatérale d'après deux mois d'observations, est égale à

$$(94) \quad M'_{l_i} = \sqrt{\frac{E_s^2}{2} + V_a^2} = \pm 0,0151 \text{ et } \pm 0,0114,$$

en tenant compte de l'influence d'erreur saisonnière (E_s) et de la variation annuelle de longitude (V_a).

L'erreur extrinsèque est égale à

$$(95) \quad M_{\lambda_i} = \sqrt{M'_{l_i}^2 + M'_{l_i}^2} = \pm 0,0131 \text{ et } \pm 0,0101.$$

Ainsi, on voit que les erreurs trouvées par M. P. Engi, d'après l'étude des longitudes bilatérales, sont comparables à celles des longitudes unilatérales.

51. Variation des constantes instrumentales et des équations personnelles pendant la détermination de longitude. — Quatre groupes d'astronomes ont travaillé pendant la période 1912-1929 à la détermination des longitudes en Suisse. Chaque groupe a fait de 2 à 13 déterminations complètes de lon-

gitude. Les équations personnelles et instrumentales moyennes (E_{qpi}), les écarts moyens par rapport aux équations moyennes personnelles et instrumentales (E_{mpi}) ainsi que le nombre (n) des longitudes de comparaison, sont données ci-dessous.

	E_{qpi}	E_{mpi}	n
Trümpler-Kubli.....	$+0,005^s$	$\pm 0,002_5^s$	2
Trümpler-Bottlinger.....	$-0,020$	$\pm 0,016_2$	4
Hunziker-Brunner.....	$0,000$	$\pm 0,005_0$	13
Hunziker-Engi.....	$-0,026$	$\pm 0,012_5$	10

Trümpler a utilisé l'instrument n° 8803, Kubli, Bottlinger et Hunziker, l'instrument n° 8804, et Brunner et Engi l'instrument n° 13999. La valeur moyenne de E_{mpi} est égale à $\pm 0,009_0$.

En général on fait une longitude complète pendant deux mois, avec échange des instruments et des observateurs au milieu de la période. Ainsi, dans le cas que nous étudions, il faut chercher les écarts entre les moyennes mensuelles consécutives. Des Tableaux XX, XXII et XXV nous tirons pour E_{mpi} .

Paris.	Greenwich.	Washington.
$p_2..... \pm 0,010_5^s$	B..... $\pm 0,009_3^s$	$p_3..... \pm 0,006_5^s$
$j..... \pm 0,008_0$	TC..... $\pm 0,012_5$	TC ₆ $\pm 0,006_9$
$b'..... \pm 0,009_4$	Moyenne... $\pm 0,010_9$	Moyenne... $\pm 0,006_7$
$b..... \pm 0,008_8$		
Moyenne... $\pm 0,009_4$		

La moyenne pondérée donne $E_{mpi} = \pm 0,009_0$. Ainsi, les variations des constantes instrumentales et des équations personnelles pendant les mesures de longitudes bilatérales sont les mêmes que les variations mensuelles des longitudes unilatérales. L'influence de cette variation sur la longitude sera donc égale à $\frac{0,009}{\sqrt{2}} = 0,006_4$. Cette erreur entre dans l'erreur extrinsèque M_r de la longitude. En l'éliminant, il reste encore l'erreur $M'_x = 0,010_2$, comme erreur inexpliquée (d'après M. P. Engi) des déterminations de la longitude bilatérale d'après les travaux exécutés en Suisse. Cette erreur, comme nous l'avons montré (94), peut s'expliquer par les variations saisonnières et annuelles dans la détermination d'heure et de longitude.

32. Jusqu'ici nous n'avons pas tenu compte de l'existence des erreurs systématiques dans la détermination des longitudes unilatérales; on a étudié seulement leurs variations. Pour connaître la précision absolue des longitudes unilatérales, il faut calculer l'écart moyen systématique entre les divers instruments. Nous avons trouvé que l'écart moyen systématique entre les instruments pris deux à deux est égal à $0,024_0$ à l'Observatoire de Paris. L'écart moyen systématique entre les deux instruments de Washington est égal à $0,006_0$. La moyenne pour Paris et Washington est donc $E_1 = 0,015_0$.

Dans le cas de la détermination des longitudes bilatérales, nous connaissons aussi l'écart systématique instrumental et personnel. D'après les travaux faits en Suisse il est de $0,016_4$; d'après la détermination de longitude Greenwich-Poukovo [28] il est de $0,012_0$ et d'après les travaux italiens [29] il est de $0,025_2$, en moyenne de $0,017_0$.

On voit que la moyenne des écarts systématiques instrumentaux et personnels d'après les travaux récents est $E_1 = 0,016_4$. Par suite, l'erreur de la détermination d'une longitude unilatérale durant deux mois d'observations est égale à

$$(96) \quad M'_1 = \sqrt{\frac{E_1^2}{2} + E_1^2} = 0,020, \text{ et } 0,019_5.$$

Ainsi la précision absolue d'une détermination *unilatérale* de longitude durant *deux mois* est égale à $0,020$, tandis que l'erreur absolue d'une longitude bilatérale est $0,013_8$ (M. P. Engi). Si l'on déterminait les équations personnelles des observateurs et si l'on utilisait des instruments méridiens et des appareils de réception des signaux horaires de même type dans toutes les stations, si de plus on tenait compte de toutes les erreurs possibles dans la détermination de l'heure et dans la réception des signaux horaires, on pourrait abaisser la valeur ($0,020$) de l'erreur de détermination des longitudes unilatérales durant deux mois jusqu'à la valeur de l'erreur de détermination des longitudes bilatérales.



CHAPITRE VI.

VITESSE DE PROPAGATION DES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES.

55. Quand on fait une détermination de longitudes au moyen de signaux horaires radiotélégraphiques, on doit tenir compte de la durée de propagation des ondes qui n'est pas constante. Il en est de même quand on se sert de ces signaux, pour étudier les variations périodiques de marche des pendules dans divers observatoires. Dans l'un et l'autre cas, il est donc important de connaître les variations de la durée de propagation des ondes.

On détermine la durée de propagation des ondes en comparant, par l'intermédiaire de deux stations émettrices de signaux horaires, deux stations réceptrices de ces mêmes signaux. Il est nécessaire que l'émission d'une station soit, dans le temps, très proche d'une émission de l'autre pour que l'influence des variations de marche des pendules soit aussi faible que possible. Connaissant la durée, on calcule la vitesse *apparente* de propagation des ondes en utilisant les distances, qui séparent les stations entre elles, mesurées sur les lignes géodésiques.

Les formules suivantes établies par H. Andoyer ont été utilisées pour le calcul des distances :

$$(97) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \frac{d_0}{2a} = \sin^2 \varphi_2 \cos^2 \lambda + \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \lambda = S, \\ \cos^2 \frac{d_0}{2a} = \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \lambda + \sin^2 \varphi_1 \sin^2 \lambda = C, \\ R = \sqrt{SC} : \frac{d_0}{2a}, \\ d = d_0 + \alpha d_0 \sin^2 \varphi_1 \cos^2 \varphi_2 \frac{3R-1}{2C} - \alpha d_0 \cos^2 \varphi_1 \sin^2 \varphi_2 \frac{3R+1}{2S}. \end{array} \right.$$

où

$$\varphi_1 = \frac{\varphi + \varphi'}{2}, \quad \varphi_2 = \frac{\varphi - \varphi'}{2}, \quad \lambda = \frac{L - L'}{2}, \quad \alpha = 6378,388 \text{ km}, \quad \alpha = \frac{1}{297,0},$$

φ et L , φ' et L' étant les coordonnées de deux stations.

Dans l'étude qui suit, nous avons utilisé les résultats obtenus par la réception de quatre années (de 1926 à 1929) des signaux horaires de Bordeaux (FYL) à 20^h T. M. G. et de Saigon (FZA) à 19^h T. M. G. à Paris (Pa) et à Tokyo (T). Nous avons utilisé également deux années de réception (1929 et 1930) des signaux horaires de Bordeaux (FYL) à 8^h T. M. G., de Rugby (GBR) à 18^h T. M. G. et d'Annapolis (NSS) à 8^h et 17^h T. M. G. à Pa et W (Washington). Les distances entre les stations ci-dessus indiquées sont données dans le Tableau XXVI.

TABLEAU XXVI. — *Distances entre les stations émettrices des signaux et les observatoires.*

	<i>d.</i>		<i>d.</i>		<i>d.</i>
	km		km		km
Pa-FYL.....	518,7	T-FYL.....	10254,0	W-FYL.....	6134,2
Pa-FZA.....	10142,6	T-FZA.....	4309,1	W-GBR.....	5815,7
Pa-GBR.....	401,1			W-NSS.....	53,9
Pa-NSS.....	6135,1				

34. Paris-Tokyo. — Le Tableau XXVII donne les moyennes mensuelles (D) des durées de propagation des ondes dans le sens

$$T_{FYL} - Pa_{FYL} - T_{FZA} + Pa_{FZA}$$

(T_{FYL} représente la durée de propagation des ondes de FYL à T, ...) et le nombre (n) de réception par mois pour chaque année séparément. Dans les deux dernières colonnes, on donne la moyenne des moyennes mensuelles respectives, ainsi que le nombre total de réceptions par mois.

TABEAU XXVII. — *Durée de propagation des signaux de FZA et FYL à Pa et T.*

	1926.		1927.		1928.		1929.		Moyenne.	
	D.	n.	D.	n.	D.	n.	D.	n.	D.	n.
Janvier.....	^s 0,066 ₁	21	^s 0,062 ₃	23	^s 0,061 ₉	28	^s 0,055 ₃	24	^s 0,061 ₂₉	96
Février.....	0,066 ₉	21	0,059 ₇	20	0,070 ₉	22	0,054 ₇	22	0,063 ₀₈	85
Mars.....	0,048 ₃	18	0,057 ₂	18	0,067 ₀	25	0,055 ₂	23	0,057 ₆₆	84
Avril.....	0,058 ₇	16	0,068 ₁	15	0,057 ₇	19	0,060 ₈	11	0,061 ₀₈	61
Mai.....	0,065 ₈	12	0,067 ₉	14	0,054 ₃	14	»	»	0,062 ₅₀	40
Juin.....	0,055 ₂	10	0,070 ₂	4	0,061 ₃	6	»	»	0,060 ₄₀	20
Juillet.....	0,065 ₉	10	0,056 ₀	7	0,054 ₀	1	0,060 ₇	3	0,061 ₃₀	21
Août.....	0,054 ₇	18	0,063 ₃	15	0,056 ₇	3	0,054 ₈	4	0,058 ₀₁	40
Septembre...	0,065 ₇	10	0,061 ₉	15	0,057 ₁	7	0,048 ₀	1	0,061 ₆₇	33
Octobre.....	0,052 ₅	26	0,069 ₀	20	0,059 ₁	18	0,045 ₀	1	0,059 ₂₈	65
Novembre...	0,060 ₆	14	0,057 ₁	17	0,057 ₈	20	0,058 ₀	1	0,058 ₂₉	52
Décembre....	0,059 ₇	22	0,067 ₉	22	0,051 ₄	21	0,061 ₁	9	0,059 ₉₆	74
Moyenne...	0,059 ₁₄	198	0,063 ₃₆	190	0,060 ₁₂	184	0,056 ₂₂	99	0,060 ₃₄	671
E'.....	0,014 ₁₈		0,012 ₂₃		0,011 ₁₇		0,009 ₁₇		0,012 ₁₂	
E ^m	0,005 ₂₅		0,004 ₇₆		0,004 ₆₆		0,004 ₁₀		0,004 ₈₂	
E' ^m	0,005 ₂₃		0,004 ₁₆		0,004 ₆₈		0,002 ₈₃		0,004 ₃₉	

Au bas des colonnes nous donnons, pour chaque année et pour la moyenne de quatre années : la moyenne annuelle (Moyenne) de la durée de propagation des ondes, l'erreur moyenne d'une réception (E') par rapport à la moyenne de 4 ans, l'erreur moyenne mensuelle (E^m) par rapport à la moyenne de 4 ans et par rapport à l'année correspondante (E'^m).

La détermination de la durée de propagation des ondes est affectée des erreurs suivantes :

1° L'erreur accidentelle de réception E_i, laquelle représente la somme des erreurs accidentelles de quatre réceptions de signaux : deux pour chaque station.

2° L'erreur saisonnière moyenne E_{sc} due à la variation, d'un mois à l'autre, de la durée de propagation des ondes.

3° L'erreur saisonnière résiduelle E_s par rapport à E_{sc}.

4° L'erreur annuelle E_a, qui a sa source dans la variation de la durée de propagation des ondes d'une année à l'autre.

Chacune des erreurs E' , E^m , E'^m dont les valeurs sont données dans le Tableau XXVII, est une fonction des quatre erreurs précédentes, soit

$$(98) \quad E^s = \alpha E_1^2 + \beta E_2^2 + \gamma E_{sc}^2 + \delta E_a^2.$$

Outre les erreurs E' , E^m , E'^m nous avons calculé les autres qui peuvent être exprimées par la formule (98) : l'erreur d'un mois moyen par rapport à la moyenne générale

$$E^{mm} = 0^s, 001_{71};$$

l'erreur d'un mois par rapport à la moyenne des mois correspondants

$$E''^m = 0^s, 004_{41},$$

et l'erreur d'une année par rapport à la moyenne de 4 ans

$$E^a = 0^s, 001_{81}.$$

Ainsi, nous avons pu former six équations de la forme (98). Leur résolution par la méthode des moindres carrés nous donne

$$(99) \quad E_1 = 0^s, 011_{58}, \quad E_2 = 0^s, 002_{53}, \quad E_{sc} = 0^s, 001_{98}, \quad E_a = 0^s, 001_{21}.$$

La racine carrée des résidus moyens des équations (98) est $0^s, 00015$.

On voit qu'il existe non seulement des erreurs accidentelles, mais aussi des erreurs saisonnières et annuelles dans la durée de propagation des ondes et que ces erreurs ne sont pas tout à fait négligeables.

53. Une des causes principales des variations saisonnière et annuelle de la durée de propagation des ondes réside probablement dans les variations des conditions électriques de l'atmosphère. Comme l'état électrique de l'atmosphère est lui-même principalement conditionné par le Soleil, nous avons étudié, en premier lieu, l'influence directe du Soleil sur ladite propagation.

En d'autres termes, nous avons cherché quelle variation subit la durée de propagation (ou la vitesse apparente), lorsque les ondes passent d'une région de l'atmosphère éclairée par le Soleil à une région qui ne l'est pas.

Il nous a fallu, pour cela, déterminer, pour tous les mois de l'année, quelles sont, sur les divers trajets compris entre les stations émettrices et réceptrices des signaux, les parties éclairées par le Soleil. Nous l'avons fait ainsi : sur les cartes de l'hémisphère nord nous avons tracé les lignes corres-

pendant, sur la Terre, aux lieux géométriques des points pour lesquels, le 15 de chaque mois et aux heures 19 et 20 T. M. G., le Soleil se trouve : d'une part, à l'horizon; d'autre part, à $17^{\circ}14',3$ au-dessous de l'horizon. Cette dernière position du Soleil correspond au coucher de l'astre au niveau de la couche d'Heaviside, la hauteur adoptée pour celle-ci étant égale à 300^{km} . Les ondes qui se propagent dans cette zone (entre $h_0 = 0^{\circ}0'$ et $h_0 = -17^{\circ}14',3$) ne sont éclairées que si elles passent à une hauteur déterminée. Nous avons calculé quelle est, pour cette zone, la partie du trajet qui est éclairée en supposant que les ondes se propagent indifféremment à toutes les hauteurs entre 0 et 300^{km} .

TABLEAU XXVIII. — *Parcours du jour et de la nuit pour diverses émissions de signaux horaires.*

	$d_{\text{TPa.}}$		$d_{\text{WPa.}}^s$		$d_{\text{WPa.}}^{17-18}$	
	d_n	d_j	d_n	d_j	d_n	d_j
Janvier.....	15569	»	8633	3064	730	10766
Février.....	15569	»	7182	4515	20	11476
Mars.....	15436	133	5438	6259	»	11496
Avril.....	11289	4280	3187	8510	»	11496
Mai.....	5655	9914	1467	10230	»	11496
Juin.....	3994	11575	794	10903	»	11496
Juillet.....	4619	10950	1178	10519	»	11496
Août.....	7937	7632	2538	9159	»	11496
Septembre.....	14329	1240	4039	7658	»	11496
Octobre.....	15569	»	5463	6234	33	11463
Novembre.....	15569	»	7126	4571	838	10658
Décembre.....	15519	»	8401	3296	1399	10097

Le Tableau XXVIII donne, pour le 15 de chaque mois, les longueurs (d_j) des parties éclairées sur le chemin des ondes et les longueurs (d_n) des parties non éclairées pour le trajet $d_{\text{TPa}} = 15569^{\text{km}}$ compris entre les stations d'émission FYL et FZA et de réception T et Pa des signaux horaires.

Pour la période avril-septembre nous pouvons former les équations du type

$$(100) \quad d_n \frac{1}{v_n} + d_j \frac{1}{v_j} = D,$$

où v_n et v_j sont les vitesses apparentes respectives durant la nuit et durant le jour. La résolution des équations (100) par la méthode de Cauchy, en

utilisant les données des Tableaux XXVII et XXVIII, nous donne, pour chaque année et pour la moyenne de 2,3 et 4 années respectivement, les valeurs de la durée de propagation des ondes pour 10000^{km} et celles de la vitesse apparente qui figurent dans le Tableau XXIX.

TABLEAU XXIX.

	1926.	1927.	1928.	1929.	1926-1927.	1926-1928.	1926-1929.
10000 $\frac{1}{v_n}$	0 ^s ,040 ₀₄₂	0 ^s ,042 ₀₄₆	0 ^s ,037 ₁₈₉	0 ^s ,042 ₁₁₇	0 ^s ,041 ₂₉₁	0 ^s ,039 ₅₃₂	0 ^s ,039 ₆₂₃
10000 $\frac{1}{v_j}$	0 ^s ,037 ₈₈₃	0 ^s ,040 ₉₄₀	0 ^s ,035 ₉₁₈	0 ^s ,030 ₂₆₆	0 ^s ,039 ₁₁₀	0 ^s ,038 ₆₁₉	0 ^s ,038 ₄₈₇
v_n	247434	237835	268900	237433	242186	252830	252376
v_j	263971	244258	278416	330403	255691	259613	259830

On voit que la vitesse apparente des ondes est systématiquement plus faible la nuit que le jour. Cette différence de vitesses correspond à une différence de 0^s,00114 entre les durées de propagation des ondes durant la nuit et durant le jour pour une distance de 10000^{km}.

Pour vérifier cette conclusion, nous avons résolu les équations (100) par la méthode des moindres carrés, et nous avons trouvé des valeurs qui concordent avec les résultats ci-dessus énoncés (Tableau XXIX).

Les réceptions des mois d'hiver nous ont permis de déterminer la vitesse apparente et la durée de propagation des ondes durant la nuit. Le Tableau XXX donne les valeurs obtenues pour chaque année et pour la moyenne de 2, 3 et 4 années respectivement. Il résulte du calcul que la vitesse de propagation (v_{nh}) des ondes durant la nuit serait plus grande en hiver qu'en été.

TABLEAU XXX.

	1926.	1927.	1928.	1929.	1926-1927.	1926-1928.	1926-1929.
v_{nh}	264204	248948	252352	279697	256397	254939	259600
10000 $\frac{1}{v_{nh}}$	0 ^s ,037 ₈₄₉	0 ^s ,040 ₁₇₄	0 ^s ,039 ₆₂₇	0 ^s ,035 _{7,3}	0 ^s ,039 ₀₀₂	0 ^s ,039 ₂₂₃	0 ^s ,038 ₀₀₉
v_n	255819	243376	260626	258565	249292	253884	253691

La ligne v_n du Tableau XXX donne la vitesse moyenne annuelle de propagation des ondes durant la nuit. En supposant qu'en hiver la vitesse de jour augmente dans la même proportion que la vitesse de nuit, nous avons pour

la vitesse moyenne annuelle de jour : $v_j = 263445^{\text{km}}$ et pour la durée correspondante :

$$10000 \frac{1}{v_j} = 0^{\text{s}}, 038_{002}.$$

La moyenne pondérée donne, pour la vitesse moyenne annuelle : $v_m = 258021 \pm 1609^{\text{km}}$ et pour la durée correspondante :

$$10000 \frac{1}{v_m} = 0^{\text{s}}, 038_{737} \pm 0^{\text{s}}, 000_{237}.$$

36. Variation saisonnière de la durée de propagation des ondes. — Pour étudier la variation saisonnière de la durée de propagation des ondes indépendamment de l'influence directe du Soleil, nous avons réduit tous les résultats du Tableau XXVII au trajet de nuit en introduisant les corrections

$$(101) \quad \Delta D = d_j \left[\frac{1}{v_n} - \frac{1}{v_j} \right] = \frac{d_j}{10^4} \times 0^{\text{s}}, 001_{108}.$$

Nous donnons dans le Tableau XXXI les durées (D_n) de propagation des ondes ainsi corrigées et les écarts (Δ) par rapport à leur moyenne. Au bas du tableau figurent les moyennes des valeurs absolues des colonnes correspondantes.

TABLEAU XXXI. — *Variations saisonnières de la durée de propagation des ondes « Tokyo-Paris ».*

	D_n .	Δ .	Δ' .	$\Delta - \Delta_c$.	$\Delta' - \Delta_c$.	$\Delta - \Delta'_c$.	$\Delta' - \Delta'_c$.
	^s						
Janvier.....	0,061 ₂₉	+0 ₄₉	+0 ₆₀	+0 ₄₄	+0 ₃₅	+0 ₅₇	+0 ₆₈
Février.....	0,063 ₀₈	+2 ₂₈	+0 ₄₈	+2 ₂₃	+0 ₄₃	+2 ₂₄	+0 ₄₄
Mars.....	0,057 ₆₇	-3 ₁₃	-0 ₈₀	-3 ₁₂	-0 ₇₉	-3 ₂₄	-0 ₉₁
Avril.....	0,061 ₅₅	+0 ₇₅	+0 ₃₂	+0 ₃₉	-0 ₀₄	+0 ₂₈	-0 ₁₅
Mai.....	0,063 ₆₀	+2 ₈₀	+1 ₈₁	+1 ₆₆	+0 ₆₇	+1 ₇₃	+0 ₇₄
Juin.....	0,061 ₆₈	+0 ₈₈	+1 ₅₂	-0 ₇₈	-0 ₁₄	-0 ₅₅	+0 ₀₉
Juillet.....	0,062 ₅₁	+1 ₇₁	+0 ₅₉	+0 ₄₀	-0 ₇₂	+0 ₆₉	-0 ₄₉
Août.....	0,058 ₈₆	-1 ₉₄	-0 ₂₉	-2 ₀₅	-0 ₄₀	-2 ₀₂	-0 ₃₇
Septembre.....	0,061 ₈₁	+1 ₀₁	-0 ₃₆	+2 ₂₀	+0 ₈₃	+2 ₀₀	+0 ₆₃
Octobre.....	0,059 ₂₈	-1 ₅₂	-1 ₁₄	+0 ₂₀	+0 ₅₈	-0 ₀₅	+0 ₃₃
Novembre.....	0,058 ₂₉	-2 ₅₁	-1 ₈₄	-1 ₂₁	-0 ₅₄	-1 ₃₂	-0 ₆₅
Décembre.....	0,059 ₉₆	-0 ₈₄	-0 ₉₂	-0 ₃₈	-0 ₄₆	-0 ₂₉	-0 ₃₇
Moyenne.....	0,060 ₈₀	1 ₆₆	0 ₈₉	1 ₂₅	0 ₅₁	1 ₂₅	0 ₄₉

On voit qu'il existe dans la marche de Δ une périodicité qui est en partie

cachée par des erreurs accidentelles. Pour éliminer une partie de ces erreurs accidentelles, nous avons remplacé Δ par Δ' en posant

$$(102) \quad \Delta'_n = \frac{\Delta_{n-1} + 2\Delta_n + \Delta_{n+1}}{4},$$

où les indices $n-1$, n et $n+1$ indiquent les mois successifs.

Sur les valeurs Δ' on voit plus-nettement la périodicité saisonnière qui affecte la durée de propagation des ondes. Ainsi, nous pouvons représenter Δ et Δ' par une fonction périodique de la forme

$$(103) \quad b \sin t + c \cos t + d \sin 2t + e \cos 2t = A \sin(t + \alpha) + B \sin 2(t + \beta),$$

où $t=0$ pour le 15 janvier. En résolvant les équations du type (103) par la méthode des moindres carrés, nous avons

$$(104) \quad \Delta_c = +0^s,001_{22} \sin(t - 2^h 1) + 0^s,000_{74} \sin 2(t + 3^h 8),$$

d'après Δ et

$$(105) \quad \Delta'_c = +0^s,001_{13} \sin(t - 2^h 1) + 0^s,000_{33} \sin 2(t + 3^h 8),$$

d'après Δ' . Les phases dans ces deux formules sont identiques, mais les amplitudes de Δ'_c sont plus faibles que celles de Δ_c . Les résidus de Δ et Δ' par rapport à Δ_c et Δ'_c sont donnés dans les colonnes du Tableau XXXI. On voit que les deux formules (104) et (105) représentent Δ et Δ' de la même façon.

Le terme annuel a son maximum vers le mois de mai et son minimum vers le mois de novembre. Les maximums du terme semi-annuel correspondent aux mois de janvier et de juillet et les minimums aux mois d'avril et d'octobre. Ainsi il y a une dissymétrie par rapport aux solstices. Pour la différence automne moins printemps nous avons, pour la moyenne de 1926 à 1929 : $-0^s,001_{29}$ d'après Δ et $-0^s,001_{09}$ d'après Δ' . Pour la vérification et la confirmation de cette dissymétrie, nous avons fait la même étude pour chaque année séparément. Nous avons trouvé

	1926.	1927.	1928.	1929.
(106) { Moyenne pond.....	$-0^s,002_6$	$-0^s,000_2$	$-0^s,005_1$	$-0^s,000_7$
{ Moyenne simple.....	$-0^s,000_9$	$-0^s,001_8$	$-0^s,005_4$	$-0^s,005_0$

On voit que cette dissymétrie existe pour toutes les années sans exception.

Les phénomènes de la propagation des ondes étant étroitement liés aux conditions électriques de l'atmosphère, nous avons cherché la corrélation qui pouvait exister entre ces phénomènes et le champ électrique de l'atmosphère. Pour cette étude nous avons utilisé les résultats de mesures du champ électrique de l'atmosphère faites à l'Observatoire d'Ebro [30]. Nous avons trouvé que le gradient du champ électrique est égal à 101,57 volts en automne et à 99,46 volts au printemps. La différence automne moins printemps, égale à +2,11 volts, montre qu'à une augmentation du gradient correspond une diminution de la durée de propagation des ondes. Nous avons trouvé la même corrélation entre la durée de propagation des ondes et le champ électrique de l'atmosphère pour l'hiver et l'été et pour le jour et la nuit. La durée (D) de propagation des ondes diminue quand le gradient (G) du champ électrique augmente. Les valeurs trouvées sont les suivantes :

	D.	G.		D.	G.
Hiver.....	^s 0,059 ₉₃	^v 105,0	Jour.....	^s 0,059 ₁₇	^v 101,1
Été.....	0,061 ₆₇	87,2	Nuit.....	0,060 ₈₉	81,4
$h-e$	-0,001 ₇₄	+ 17,8	$j-n$	-0,001 ₇₂	+ 19,7

La même corrélation se retrouve dans les moyennes annuelles : la différence entre les durées moyennes pour les années 1926-1927 et 1928-1929 est +0,003₀₁ et la différence correspondante entre les valeurs du gradient du champ électrique est -3,7 volts.

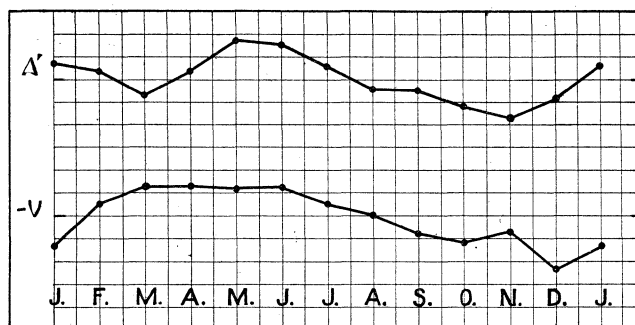
L'Observatoire d'Ebro publie les valeurs du champ électrique de l'atmosphère pour chaque heure de la journée. Les ondes de FYL et de FZA se propagent vers Pa et T en traversant des régions dont l'heure locale est comprise entre 19^h et 5^h. Nous avons pris les moyennes mensuelles du gradient du champ électrique pour l'intervalle de 19^h à 5^h et pour la moyenne de 5 ans. Pour diminuer les erreurs accidentelles dans ces valeurs du gradient nous avons fait un polissage préalable d'après la formule (102). Les écarts des moyennes mensuelles par rapport à la moyenne (97,3 v) sont :

	J.	F.	M.	A.	M.	J.	J.	A.	S.	O.	N.	D.
(107)	+2,6	-1,2	-2,4	-2,6	-2,4	-2,5	-1,1	0	+1,9	+2,3	+1,5	+4,8

Nous avons représenté graphiquement (*fig. 2*) les écarts Δ' du

Tableau XXXI et les écarts du gradient d'après (107), en prenant $6^{\text{mm}} = 1$ mois sur l'axe des abscisses et $3^{\text{mm}} = 0^{\text{s}},001$ ou -2 volts respecti-

Fig. 2.



vement sur l'axe des ordonnées. Il existe un parallélisme assez net entre les deux courbes compte tenu de l'influence des erreurs accidentelles.

Nous n'avons pas ici une proportionnalité complète entre la durée de propagation des ondes et les valeurs du champ électrique de l'atmosphère; car il convient de remarquer que les résultats que nous avons utilisés se rapportent à la surface de la Terre et à une station éloignée du trajet parcouru par les ondes.

37. Paris-Washington. — Le Tableau XXXII contient les moyennes mensuelles des durées (D) de propagation des ondes dans le sens $W_{\text{FYL}} - Pa_{\text{FYL}} - W_{\text{NSS}} + Pa_{\text{NSS}}$ pour 8^h T. M. G. et dans le sens $W_{\text{GBR}} - Pa_{\text{GBR}} - W_{\text{NSS}} + Pa_{\text{NSS}}$ pour 17^h-18^h T. M. G., ainsi que le nombre de réceptions par mois. Dans la colonne (M) nous donnons la moyenne des moyennes mensuelles correspondantes. Au bas des colonnes figurent pour chaque année et pour la moyenne de deux années, la moyenne annuelle (Moyenne) de la durée de propagation des ondes; l'erreur moyenne d'une réception par rapport à la moyenne de 2 ans (E'); l'erreur moyenne mensuelle par rapport à la moyenne de 2 ans (E^m) et par rapport à l'année correspondante (E'^m).

TABLEAU XXXII. — Durées de propagation des ondes entre Paris et Washington des signaux de FYL, GBR et NSS.

	8 ^h .					17 ^h -18 ^h .				
	1929.		1930.		M.	1929.		1930.		M.
	D.	n.	D.	n.		D.	n.	D.	n.	
Janvier.....	^s 0,047 ₄	21	^s 0,043 ₀	15	^s 0,045 ₃₉	^s 0,042 ₆	8	^s 0,046 ₉	17	^s 0,045 ₅₂
Février.....	0,036 ₅	17	0,043 ₀	16	0,039 ₆₅	0,033 ₄	8	0,046 ₅	14	0,041 ₇₄
Mars.....	0,036 ₈	15	0,043 ₉	18	0,040 ₆₇	0,044 ₇	14	0,052 ₇	23	0,049 ₆₇
Avril.....	0,045 ₆	13	0,038 ₈	18	0,041 ₆₅	0,038 ₈	14	0,058 ₇	17	0,049 ₄₄
Mai.....	0,042 ₈	15	0,046 ₇	18	0,044 ₉₃	0,041 ₆	4	0,056 ₉	23	0,054 ₆₃
Juin.....	0,043 ₃	12	0,052 ₀	10	0,047 ₂₅	0,058 ₇	2	0,046 ₂	9	0,048 ₄₇
Juillet.....	0,050 ₀	17	0,049 ₅	10	0,049 ₈₁	0,030 ₄	2	0,049 ₅	10	0,046 ₃₂
Août.....	0,046 ₆	18	0,046 ₀	16	0,046 ₃₂	0,047 ₉	8	0,044 ₄	14	0,045 ₆₂
Septembre...	0,048 ₉	15	0,042 ₃	9	0,046 ₄₃	0,051 ₅	12	0,055 ₅	4	0,052 ₅₀
Octobre.....	0,050 ₆	15	0,040 ₀	13	0,045 ₆₈	0,058 ₇	17	0,039 ₀	8	0,052 ₄₀
Novembre...	0,052 ₉	17	0,044 ₂	10	0,049 ₆₈	0,058 ₄	15	0,049 ₅	16	0,053 ₈₁
Décembre...	0,051 ₆	17	0,045 ₈	16	0,048 ₇₉	0,055 ₀	11	0,050 ₈	22	0,052 ₂₀
Moyenne...	0,046 ₂₂	192	0,044 ₃₄	169	0,045 ₃₃	0,048 ₇₁	115	0,050 ₄₄	177	0,049 ₇₆
E'.....	0,012 ₉₆		0,012 ₂₆		0,012 ₆₃	0,012 ₇₂		0,011 ₁₇		0,011 ₇₈
E ^m	0,004 ₄₁		0,002 ₈₄		0,003 ₆₅	0,007 ₉₁		0,004 ₁₃		0,005 ₈₀
E ^m	0,004 ₁₉		0,002 ₇₁		0,003 ₄₇	0,007 ₈₂		0,004 ₂₀		0,005 ₇₉

En outre, on a calculé l'erreur moyenne de M par rapport à la moyenne générale : E^{mm} est égale à 0^s,002₉₅ pour 8^h et à 0^s,003₁₃ pour 17^h-18^h; l'erreur d'un mois par rapport à la moyenne des mois correspondants : E^{mm} est égale à 0^s,002₈₄ pour 8^h et à 0^s,004₈₅ pour 17^h-18^h et l'erreur d'une année par rapport à la moyenne générale : E^a est égale à 0^s,001₀₁ pour 8^h et à 0^s,000₈₇ pour 17^h-18^h. La résolution des équations du type (98), en utilisant les valeurs précédentes, nous donne :

		8 ^h .	17 ^h -18 ^h .	Moyenne.
(108)	E ₁	^s 0,012 ₅₈	^s 0,010 ₉₅	^s 0,011 ₇₆
	E _s	0,001 ₈₃	0,003 ₄₂	0,002 ₆₂
	E _{sc}	0,000 ₆₅	0,002 ₅₆	0,001 ₆₀

Ces nombres sont comparables aux nombres (99) trouvés pour « Paris-Tokyo ». Dans le cas « Paris-Tokyo » le chemin parcouru par les ondes est 2 fois plus grand que dans le cas « Paris-Washington », mais l'erreur d'une

détermination de la vitesse de propagation est la même dans les deux cas. Ainsi, la précision de réception des signaux ne dépend pas directement du chemin parcouru par les ondes, et les perturbations dans la propagation des ondes ne sont pas proportionnelles aux distances.

38. Pour calculer la longueur du trajet qui, sur le chemin suivi par les ondes, est éclairé par le Soleil, nous avons opéré comme dans le cas « Paris-Tokyo », mais, ici, les lignes tracées sur les cartes, pour marquer, le 15 de chaque mois, les zones correspondant aux deux positions du Soleil : horizon et $17^{\circ}14',3$ au-dessous de l'horizon, l'ont été pour les heures 8, 17 et 18 T. M. G. Les distances relevées sur les cartes pour les parties de parcours éclairées et les parties plongées dans l'ombre se trouvent dans le Tableau XXVIII : colonnes d_{WPa}^8 pour les signaux du matin et les colonnes d_{WPa}^{17-18} pour les signaux du soir. Comme dans le cas « Paris-Tokyo », nous avons formé les équations du type (100) en utilisant les données des Tableaux XXVIII et XXXII. Leur résolution nous donne

$$(109) \quad \begin{cases} 8^{\text{h}} \dots\dots\dots & 0^{\text{s}},037_{602} & 0^{\text{s}},039_{700} & 265944 & 251890 \\ 17^{\text{h}}-18^{\text{h}} \dots\dots\dots & 0^{\text{s}},039_{195} & 0^{\text{s}},042_{937} & 256132 & 232901 \end{cases}$$

On voit que la vitesse apparente (v_j) est systématiquement plus faible pour la région de la Terre éclairée par le Soleil. Pour une distance de 10000^{km} , la différence entre les durées de propagation des ondes le jour et la nuit est égale à $+0,002_{183}$ (moyenne pondérée). Ce résultat est contraire au résultat de « Paris-Tokyo ». On a recherché plus loin (voir § 42) une explication de cette contradiction. Les conclusions qu'on a tirées du cas « Paris-Washington » et du cas « Paris-Tokyo » ont pour assise des résultats du même poids : nous avons utilisé respectivement 653 et 671 réceptions des signaux horaires.

En ne tenant pas compte de l'influence du jour et de la nuit sur la propagation des ondes, nous avons trouvé pour les vitesses apparentes : $v_8 = 258041^{\text{km}}$ et $v_{17-18} = 232901^{\text{km}}$ et, pour les durées correspondant à un parcours de 10000^{km} , $0^{\text{s}},038_{734}$ et $0^{\text{s}},042_{937}$.

39. Variations saisonnières. — Pour étudier les variations saisonnières

dans le cas « Paris-Washington », nous avons réduit les résultats du Tableau XXXII au trajet de jour (celui-ci étant plus grand que le trajet de nuits) en appliquant la correction

$$(110) \quad \Delta D = d_n \left(\frac{1}{v_j} - \frac{1}{v_n} \right) = \frac{d_n}{10^4} \times 0^s, 002_{183},$$

où les valeurs d_n ont été tirées du Tableau XXVIII. Les résultats ainsi réduits sont donnés dans le Tableau XXXIII, colonne D_j et les écarts par rapport à la moyenne dans la colonne Δ . Dans la colonne Δ' figurent les valeurs Δ trouvées après polissage (form. 102). En représentant Δ et Δ' d'après la formule (103), nous avons trouvé pour 8^h et pour 17^h-18^h respectivement :

$$(111) \quad \begin{cases} \Delta_{c8} &= -0^s, 003_{08} \sin(t + 0^h 9) + 0^s, 002_{69} \sin 2(t + 5^h 0), \\ \Delta'_{c8} &= -0^s, 002_{89} \sin(t + 0^h 8) + 0^s, 002_{06} \sin 2(t + 5^h 0), \end{cases}$$

$$(112) \quad \begin{cases} \Delta_{c17-18} &= -0^s, 001_{47} \sin(t + 1^h 1) + 0^s, 004_{51} \sin 2(t + 7^h 7), \\ \Delta'_{c17-18} &= -0^s, 001_{33} \sin(t + 1^h 2) + 0^s, 003_{42} \sin 2(t + 7^h 7), \end{cases}$$

en adoptant $t = 0$ pour le 15 janvier.

Les résidus de Δ et Δ' par rapport aux Δ_c et Δ'_c correspondants sont donnés dans le Tableau XXXIII. En utilisant les valeurs Δ'_c au lieu de Δ_c , on a une diminution de résidus pour le terme Δ' seulement. Les phases pour 8^h et 17^h-18^h étant semblables, on peut supposer que la différence des amplitudes provient des erreurs accidentelles. En prenant la moyenne de Δ'_c de (111) et (112), nous avons

$$(113) \quad \Delta'_c = +0^s, 002_{13} \sin(t + 13^h 0) + 0^s, 002_{72} \sin 2(t + 6^h 8).$$

On voit que dans le cas « Paris-Washington » nous avons des amplitudes de variations saisonnières plus grandes que dans le cas « Paris-Tokyo ». Dans le cas « Paris-Tokyo » le chemin parcouru par les ondes est deux fois plus grand en longitude et les ondes rencontrent des régions beaucoup plus différentes que dans le cas « Paris-Washington ». Les influences saisonnières de ces différentes régions peuvent se compenser en partie dans le cas « Paris-Tokyo ». Dans le cas « Paris-Washington » les ondes se propagent au-dessus de l'océan sans traverser de régions de diverses latitudes et les influences saisonnières ne peuvent se compenser.

TABLEAU XXXIII. — *Variations saisonnières de la durée de propagation des ondes « Paris-Washington ».*

8 ^h .	D _j .	Δ.	Δ'.	Δ — Δ'.	Δ' — Δ'.	Δ — Δ'.	Δ' — Δ'.
	^s						
Janvier.....	0,047 ₂₇	+0 ₆₅	—0 ₀₂	+0 ₀₃	—0 ₆₄	—0 ₆₆	—0 ₇₃
Février.....	0,041 ₂₂	—5 ₄₀	—3 ₄₈	—1 ₉₂	0 ₀₀	—2 ₄₃	—0 ₅₁
Mars.....	0,042 ₈₆	—3 ₇₆	—4 ₃₀	+1 ₈₇	+1 ₃₃	+1 ₀₆	+0 ₅₂
Avril.....	0,042 ₃₅	—4 ₂₇	—3 ₄₂	+0 ₀₄	+0 ₈₉	—0 ₄₀	+0 ₄₅
Mai.....	0,045 ₂₅	—1 ₃₇	—1 ₅₅	—0 ₅₀	—0 ₆₈	—0 ₂₅	—0 ₄₃
Juin.....	0,047 ₄₂	+0 ₈₀	+0 ₉₂	—0 ₉₉	—0 ₈₇	—0 ₃₉	—0 ₂₇
Juillet.....	0,050 ₀₇	+3 ₄₅	+1 ₉₉	+1 ₄₅	—0 ₀₁	+1 ₇₇	+0 ₃₁
Août.....	0,046 ₈₇	+0 ₂₅	+1 ₁₆	—0 ₄₇	+0 ₄₄	—0 ₆₉	+0 ₂₂
Septembre.....	0,047 ₃₁	+0 ₆₉	+0 ₄₇	+0 ₄₃	+0 ₂₁	—0 ₀₁	—0 ₂₃
Octobre.....	0,046 ₈₇	+0 ₂₅	+1 ₄₅	—1 ₄₄	—0 ₂₄	—1 ₅₃	—0 ₃₃
Novembre.....	0,051 ₂₄	+4 ₆₂	+3 ₃₇	+0 ₉₉	—0 ₂₆	+1 ₄₇	+0 ₂₂
Décembre.....	0,050 ₆₂	+4 ₀₀	+3 ₃₂	+0 ₄₁	—0 ₁₇	+1 ₀₇	+0 ₃₉
Moyenne.....	0,046 ₆₂	2 ₄₆	2 ₁₂	0 ₈₈	0 ₄₈	0 ₉₃	0 ₃₈
17 ^h -18 ^h .	D _j .	Δ.	Δ'.	Δ — Δ'.	Δ' — Δ'.	Δ — Δ'.	Δ' — Δ'.
	^s						
Janvier.....	0,045 ₆₈	—3 ₆₉	—3 ₀₄	+0 ₂₄	+0 ₉₁	—0 ₅₈	+0 ₀₇
Février.....	0,041 ₇₄	—7 ₆₃	—4 ₆₆	—2 ₃₅	+0 ₆₂	—3 ₄₅	—0 ₄₈
Mars.....	0,049 ₆₇	+0 ₃₀	—1 ₇₄	+2 ₄₂	+0 ₃₈	+2 ₁₀	+0 ₀₆
Avril.....	0,049 ₄₄	+0 ₀₇	+1 ₄₂	—2 ₀₄	—0 ₆₉	—1 ₃₅	0 ₀₀
Mai.....	0,054 ₆₃	+5 ₂₆	+2 ₄₂	+2 ₀₆	—0 ₆₈	+2 ₉₆	+0 ₁₂
Juin.....	0,048 ₄₇	—0 ₉₀	+0 ₁₀	—1 ₂₅	—0 ₂₅	—1 ₁₃	—0 ₁₃
Juillet.....	0,046 ₃₂	—3 ₀₅	—2 ₆₉	+0 ₀₄	+0 ₄₀	—0 ₇₉	—0 ₄₃
Août.....	0,045 ₆₂	—3 ₇₅	—1 ₈₆	—0 ₆₅	+1 ₂₆	—1 ₅₇	+0 ₄₂
Septembre.....	0,052 ₅₀	+3 ₁₃	+1 ₃₈	+2 ₃₇	+0 ₆₂	+2 ₃₂	+0 ₅₇
Octobre.....	0,052 ₄₀	+3 ₀₃	+3 ₄₁	—1 ₉₀	—1 ₅₂	—0 ₉₁	—0 ₅₃
Novembre.....	0,053 ₈₁	+4 ₄₄	+3 ₆₈	—0 ₇₆	—1 ₅₂	+0 ₃₈	—0 ₃₈
Décembre.....	0,052 ₂₀	+2 ₈₃	+1 ₆₀	+1 ₇₂	+0 ₄₉	+2 ₀₈	+0 ₈₄
Moyenne.....	0,049 ₃₇	3 ₁₇	2 ₃₃	1 ₄₈	0 ₇₈	1 ₆₄	0 ₃₄

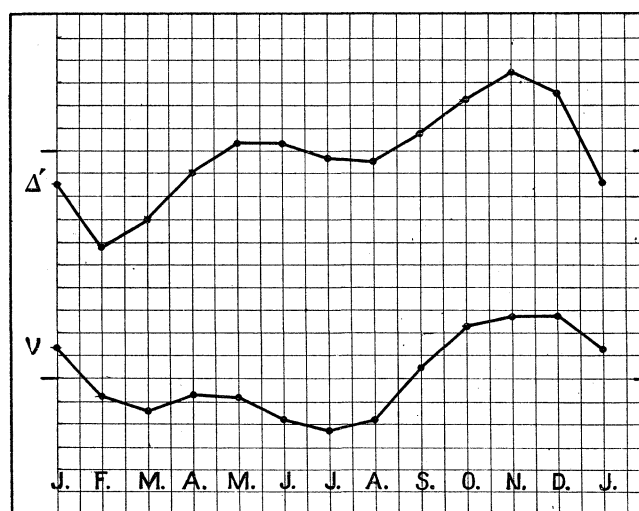
Nous avons également cherché, si les résultats obtenus pour le cas « Paris-Washington » pouvaient mettre en évidence la relation entre les variations de la durée de propagation des ondes et les variations du champ électrique de l'atmosphère [30]. En réduisant la durée D₁₇₋₁₈ au chemin de 8^h, nous avons

$$(114) \quad D_{17-18} - D_8 = 0^s,050_{28} - 0^s,046_{62} = +0^s,003_{66}.$$

Le gradient du champ électrique de l'atmosphère pour l'intervalle de 3^h à 8^h T. M. local qui correspond à 8^h T. M. G. entre Paris et Washington,

est égal à 85,8 volts, et à 103,7 volts pour l'intervalle de 12^h à 18^h T. M. local (17^h-18^h T. M. G.). La différence entre les valeurs du gradient, soir moins matin, est égale à + 17,9 volts. Ici à l'augmentation du champ électrique correspond une augmentation de la durée de propagation des ondes.

Fig. 3.



Pour vérifier cette conclusion, nous avons comparé les résultats d'automne et de printemps pour la durée (D) et le gradient (G) du champ électrique, ainsi que les Δ' positifs et négatifs avec les valeurs correspondantes de G, et nous avons trouvé :

	ΔD_8	ΔD_{17-18}	ΔG_8	ΔG_{17-18}
(115) { Automne — printemps	+0 ^s ,004 ₂₂	+0 ^s ,001 ₉₀	+1 ^v ,5	+0 ^v ,2
{ $\Delta'_+ - \Delta'_-$	+0 ^s ,004 ₁₃	+0 ^s ,004 ₈₀	+3 ^v ,3	+2 ^v ,7

nombre qui confirment la conclusion précédente.

En calculant les valeurs du champ électrique pour chaque mois et pour les heures locales correspondant à 8^h et à 17^h-18^h T. M. G. entre Pa et W, nous avons trouvé les écarts suivants des moyennes mensuelles par rapport à la moyenne générale :

	J.	F.	M.	A.	M.	J.	J.	A.	S.	O.	N.	D.
(116) { 8 ^h T. M. G.	-1,4	-7,4	-5,4	+1,3	+3,5	+1,4	+0,2	-0,3	+1,8	+2,0	+1,7	+3,0
{ 17 ^h -18 ^h T. M. G. . . .	+6,6	+4,7	-0,4	-4,8	-7,2	-8,5	-9,0	-6,6	+0,4	+7,4	+9,2	+7,8
{ Moyenne	+2,6	-1,4	-2,9	-1,7	-1,8	-3,6	-4,4	-3,5	+1,1	+4,7	+5,4	+5,4

Nous avons représenté graphiquement (*fig. 3*) les moyennes de Δ' du Tableau XXXIII et de (116), en prenant $6^{\text{mm}} = 1$ mois sur l'axe des abscisses et $3^{\text{mm}} = 0^{\text{s}}, 001$ ou 2 volts respectivement sur l'axe des ordonnées. On voit qu'il existe un parallélisme satisfaisant entre les deux courbes.

40. Variations journalières. — Pour déterminer les variations journalières de la durée de propagation des ondes, nous avons utilisé des procédés différents :

1° Nous avons trouvé qu'il existe une corrélation entre le champ électrique de l'atmosphère et la durée de propagation des ondes pour les variations saisonnières. Nous avons supposé que cette corrélation existait pour la période du jour moyen. D'après la moyenne de 10 ans [30], nous avons trouvé pour le terme journalier du champ électrique la valeur

$$(117) \quad +13,72 \sin(t_m + 14^{\text{h}}2) \text{ volts.}$$

En conservant la phase de (117) et en calculant l'amplitude d'après (114), nous avons

$$(118) \quad +0^{\text{s}}, 001_{95} \sin(t_m + 14^{\text{h}}2),$$

pour le terme du jour moyen, où t_m est la moyenne des heures locales entre les stations émettrice et réceptrice au moment de passage des signaux.

2° Nous avons trouvé d'après 1924-1929 que

$$(\text{WPa})_{3\text{NSS}} - (\text{WPa})_{17\text{NSS}} = +0^{\text{s}}, 002_{72},$$

$$(\text{WPa})_{8\text{NSS}} - (\text{WPa})_{17\text{NSS}} = +0^{\text{s}}, 002_{66},$$

$$(\text{WPa})_{8\text{FYL}} - (\text{WPa})_{18\text{GBR}} = -0^{\text{s}}, 000_{81}.$$

$(\text{WPa})_{3\text{NSS}}$ représente la différence entre les heures de W et de Pa d'après la réception des signaux de NSS à 3^h, etc., tous les parcours étant réduits à une même distance. En représentant ces différences par la formule $a \sin(t_m + \alpha)$, nous avons trouvé, pour le terme journalier,

$$(119) \quad +0^{\text{s}}, 001_{53} \sin(t_m + 17^{\text{h}}4).$$

3° Nous avons trouvé, en comparant Pa avec T, que

$$(\text{TPa})_{8\text{FYL}} - (\text{TPa})_{12\text{DFY}} = +0^{\text{s}}, 000_{91},$$

$$(\text{TPa})_{12\text{DFY}} - (\text{TPa})_{20\text{FYL}} = -0^{\text{s}}, 002_{84},$$

d'où nous tirons le terme journalier

$$(120) \quad + 0^s,001_{87} \sin(t_m + 13^h 5)$$

après avoir changé le signe d'après l'étude précédente.

On voit que les formules (118)-(120) donnent presque le même résultat, compte tenu de l'erreur. En prenant leur moyenne, nous avons

$$(121) \quad + 0^s,001_{78}^{\pm 8} \sin(t_m + 15^h 0)^{\pm 8}.$$

41. Vitesse moyenne. — D'après l'étude précédente, nous avons trouvé pour la vitesse des ondes le jour (v_j) et la nuit (v_n), séparément les valeurs données dans le Tableau XXXIV

TABLEAU XXXIV.

	v_a .	v_j .	v_m .	v_n .	Poids.
(TPa) ₁₉₋₂₀	255691	263145	259418	254090	1
(PaW) ₈	265944	251890	258917	251065	0,5
(PaW) ₁₇₋₁₈	245375	232901	239138	248355	0,5

En prenant leur moyenne (v_m) et en corrigeant d'après la formule (121), nous avons les vitesses moyennes apparentes (v_a). Leur moyenne pondérée est 251900^{km} par seconde de temps sidéral et 252550^{km} par seconde de temps moyen.

Pour la période des longitudes mondiales (octobre-novembre 1926), M. A. Lambert [31] a trouvé pour la vitesse apparente des ondes 247000^{km}, et MM. F. Littel et J. Hammond [32] ont trouvé 235800^{km}, en moyenne 241400^{km}, M. Hasimoto [33] a trouvé d'après la réception de FZA et FYL à Pa et T 254500^{km} et nous, dans une étude préliminaire [34], 260885^{km}. La moyenne nous donne 251928^{km}, valeur qui est d'accord avec le résultat précédent. Ainsi on peut adopter pour la vitesse apparente moyenne des ondes 252000^{km}.

42. On peut supposer que la vitesse *vraie* des ondes est égale à la vitesse de la lumière et que les variations de la vitesse apparente proviennent de ce que les ondes ne se propagent pas en suivant la surface de la Terre, mais qu'elles sont réfléchies par une couche ionisée de l'atmosphère située à une hauteur d'environ 300^{km}. Dans ce cas, à chaque vitesse apparente corres-

pond un angle de départ déterminé des ondes avec l'horizon. Nous avons calculé les vitesses apparentes correspondant aux divers angles (i) que peuvent former les rayons des ondes avec l'horizon et pour une hauteur de 300^{km} de la couche réfléchissante (Tableau XXXV)

TABLEAU XXXV.

i .	0°.	6°.	12°.	18°.	24°.	30°.	36°.	42°.	48°.	54°.	60°.
$v_a \cdot 10^{-3}$	291	287	281	273	262	248	232	213	192	168	143

Pour avoir la vitesse apparente qui correspond à chacun des angles (i) pour une hauteur de 200^{km} de la couche réfléchissante, il suffit d'ajouter 3 aux valeurs du Tableau XXXV, et 6 à ces mêmes valeurs pour une hauteur de 100^{km} de la couche réfléchissante. Comme nous avons trouvé que les vitesses apparentes des ondes peuvent varier entre 300000^{km} et 200000^{km}, les angles (i) des ondes avec l'horizon doivent varier de 0° à 45°, 4.

On voit qu'on ne peut pas expliquer la variation de la vitesse apparente des ondes par une simple variation de la hauteur de la couche réfléchissante attendu que les variations de la vitesse apparente dépassent de beaucoup 6000^{km}. Il faut supposer que l'ionisation de la couche réfléchissante varie pour que la réflexion sous différents angles soit possible.

Au lieu d'une réflexion sur une couche ionisée, il peut exister une réfraction ionique. Dans ce cas nous avons [35] que la vitesse des ondes

$$(122) \quad v = (\mu \varepsilon)^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{2} \gamma \right),$$

μ est la perméabilité et ε la constante diélectrique de l'air;

$$\gamma = 4 \pi N e^2 : \varepsilon m p^2,$$

expression dans laquelle N est le nombre d'ions par centimètre cube, m la masse, e la charge d'un ion et p la pulsation de l'onde. L'indice de réfraction $n = \sqrt{1 - \gamma}$ diminue avec l'augmentation de la longueur d'onde et de l'ionisation de l'air et l'angle limite des ondes revenant vers le sol augmente en même temps. Ainsi, avec l'augmentation de l'ionisation de l'air, la vitesse apparente diminue et la durée augmente. Ceci est d'accord avec les résultats trouvés pour la variation de la durée de propagation des ondes entre Pa et W. Dans le cas de la propagation des ondes des stations FYL

et FZA vers Pa et T, nous avons trouvé que la variation de la durée de propagation des ondes est de sens contraire par rapport à la variation du champ électrique de l'atmosphère des régions tempérées. Cela peut provenir des causes suivantes :

1. La station FZA est située dans des régions tropicales pour lesquelles la loi de variation du champ électrique n'est pas la même que pour les régions tempérées.

2. Les chemins parcourus par les ondes ne sont pas symétriques dans le sens O-E et E-O : le chemin parcouru par les ondes dans le sens O-E est une fois et demie plus grand que dans le sens E-O, et tandis que les ondes qui vont de FYL à T traversent des régions polaires, les ondes qui viennent de FZA à Pa et à T traversent en partie des régions tropicales. La longueur du chemin polaire dans le sens O-E est égale à 10254^{km} et celle du chemin tropical dans le sens E-O seulement à 5833^{km} (FZA — Pa moins FZA — T). De plus le chemin parcouru par les ondes est au-dessus du continent. Tout ceci pourrait expliquer la différence dans la loi de propagation des ondes qui a été trouvée pour les deux cas étudiés.



CHAPITRE VII.

VARIATIONS DE COURTE PÉRIODE DANS LA MARCHÉ DES PENDULES.

43. Jusqu'à ces derniers temps, l'étude des variations journalières dans la marche des pendules reposait presque uniquement sur la détermination astronomique de l'heure locale [36, 37]. L'erreur d'une détermination de l'heure est assez grande (0,025) par rapport aux amplitudes cherchées, et ces déterminations de l'heure ne sont pas réparties régulièrement dans le temps. Les déterminations astronomiques de l'heure sont influencées par les mêmes causes d'erreurs que la marche des pendules, telles que l'attraction luni-solaire, la dissymétrie de l'espace, etc., et, en plus, par d'autres causes, telles que la réfraction latérale, l'équation de crépuscule, etc. Ainsi, la séparation entre les variations périodiques dans la marche des pendules et les variations dans la détermination de l'heure est presque impossible.

C'est grâce à la T. S. F. qu'on peut étudier directement les variations périodiques dans la marche des pendules en comparant deux pendules éloignées qui se trouvent dans des phases différentes par rapport à la périodicité cherchée. Il faut faire ces comparaisons de pendules au moins deux fois par jour, pour qu'on puisse éliminer l'influence des erreurs dans la détermination de l'heure sur la marche des pendules.

Les causes extérieures qui peuvent influencer la marche journalière des pendules à pression et à température constantes sont : l'attraction luni-solaire [38] et la dissymétrie de l'espace due à la vitesse absolue de la Terre [39]. Il faut tenir compte aussi de la variation de la durée de propagation des ondes sous l'influence de la dissymétrie de l'espace, attendu que l'on compare les pendules par T. S. F.

44. *Attraction luni-solaire.* — La composante verticale de l'influence d'un astre sur l'accélération (g) de la pesanteur est

$$(123) \quad f_{\nu} = fM' \left(\frac{\cos z'}{\rho'^2} - \frac{\cos z}{\rho^2} \right).$$

où f est la constante de Gauss, M' la masse de l'astre attirant, ρ , ρ' les distances géocentrique et topocentrique de l'astre, z et z' les distances zénithales correspondantes. En exprimant ρ' et z' en fonction de ρ , z et du rayon de la Terre R , nous avons

$$(124) \quad f_\nu = \frac{fM'R}{\rho^3} (3 \cos^2 z - 1) + \frac{3}{2} \frac{fM'R^2}{\rho^4} (5 \cos^3 z - 3 \cos z) + \dots$$

Si l'accélération non troublée de la pesanteur est $g = fM/R^2$, l'accélération troublée est $g' = g - f_\nu$ et la période troublée d'une pendule est

$$T + \Delta T = \pi \sqrt{\frac{l}{g - f_\nu}} = T + \frac{1}{2} T \frac{f_\nu}{g},$$

où T est la période non troublée. Alors

$$(125) \quad \frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \frac{f_\nu}{g} = \frac{1}{2} \frac{M'}{M} \left(\frac{R}{\rho} \right)^3 (3 \cos^2 z - 1),$$

en négligeant les termes d'ordres supérieurs. L'intégration de (125) nous donne

$$(126) \quad \Delta t = \frac{1}{2} \frac{M'}{M} \int \left(\frac{R}{\rho} \right)^3 (3 \cos^2 z - 1) dt.$$

La fonction sous le signe « somme » est une fonction connue de la théorie des marées comme l'est son développement aux composantes harmoniques. En conservant les termes principaux luni-solaires, nous avons [59]

$$(127) \quad \left\{ \begin{aligned} \Delta t_l = & \frac{3}{4} \frac{M'}{M} \frac{1}{a^3} \sin 2\varphi \left\{ \begin{aligned} & \sin I \cos^2 \frac{I}{2} \left(1 - \frac{5}{2} e^2 \right) (1 + n_1 - 2n)^{-1} \sin [O_1 + (1 + n_1 - 2n)t] \\ & + \sin I \cos I \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right) (1 + n_1)^{-1} \sin [K_1 + (1 + n_1)t] \end{aligned} \right\} & \begin{array}{l} \text{Ondes} \\ O_1 \\ K_1 \end{array} \\ & + \frac{3}{8} \frac{M'}{M} \frac{1}{a^3} \cos^2 \varphi \left(1 - \frac{5}{2} e^2 \right) \cos^2 \frac{I}{2} (1 + n - n)^{-1} \sin [M_2 + 2(1 + n_1 - n)t] & M_2 \\ & + \frac{3}{4} \frac{M'_0}{M} \frac{1}{a'^3} \sin 2\varphi \left\{ \begin{aligned} & \sin \varepsilon \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} \left(1 - \frac{5}{2} e'^2 \right) (1 - n_1)^{-1} \sin [O'_1 + (1 - n_1)t] \\ & + \sin \varepsilon \cos \varepsilon \left(1 + \frac{3}{2} e'^2 \right) (1 + n_1)^{-1} \sin [K'_1 + (1 + n_1)t] \end{aligned} \right\} & \begin{array}{l} O'_1 \\ K'_1 \end{array} \\ & + \frac{3}{8} \frac{M'_0}{M} \frac{1}{a'^3} \cos^2 \varphi \left(1 - \frac{5}{2} e'^2 \right) \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin (m'_2 + 2t), & M'_2 \end{aligned} \right.$$

où M' est la masse de la Lune, a , I et e le demi-grand axe, l'inclinaison et l'excentricité de l'orbite de la Lune; M'_0 est la masse du Soleil, a' , ε et e' le demi-grand axe, l'inclinaison et l'excentricité de l'orbite de la Terre; o_1 , k_1 , m_2 , o'_1 , k'_1 et m'_2 sont les phases des ondes correspondantes; $n_1 = 0,002738$ et $n = 0,036601$. En posant

$$\begin{aligned} \frac{M'}{M} &= \frac{1}{81,45}, & a &= 60,27, & e &= 0,055, & I &= 21^\circ 6'. \\ \frac{M'_0}{M} &= 333432, & \frac{1}{a'} &= \sin 8'',80, & e' &= 0,017, & \varepsilon &= 23^\circ 27', \end{aligned}$$

nous avons

$$\begin{aligned} (128) \quad \Delta t_{ls} = & 0^s,0002195 \sin 2\varphi \sin(o_1 + 0,929536t) \\ & + 0^s,0001981 \sin 2\varphi \sin(k_1 + 1,002738t) \\ & + 0^s,0002700 \cos^2\varphi \sin(m_2 + 1,932274t) \\ & + 0^s,0001025 \sin 2\varphi \sin(o'_1 + 0,997262t) \\ & + 0^s,0000990 \sin 2\varphi \sin(k'_1 + 1,002738t) \\ & + 0^s,0001236 \cos^2\varphi \sin(m'_2 + 2t). \end{aligned}$$

On peut réunir les termes K_1 , O'_1 et K'_1 sous la forme

$$(129) \quad A_1 \cos(\theta_0 + n_1 t) + B_1 \sin(\theta_0 + n_1 t),$$

en posant

$$\begin{aligned} A_1 &= -0^s,0001910 \cos t - 0^s,0000375 \sin t. \\ B_1 &= +0^s,0003960 \sin t - 0^s,0000375 \cos t. \end{aligned}$$

Jusqu'à présent nous avons supposé que la Terre était un corps indéformable. A cause de la déformation de la Terre sous l'influence de l'attraction luni-solaire, il faut apporter à Δt_{ls} une correction $k \Delta t_{ls}$, où k est un coefficient qui dépend de la rigidité de la Terre. La déformation de la Terre produit une variation de la distance du lieu d'observation au centre de la Terre. Ainsi, il faut introduire une deuxième correction $-h \Delta t_{ls}$. La valeur totale de la variation périodique de marche de pendule est $(1 + k - h) \Delta t_{ls}$. La valeur de k que l'on tire de l'étude de la variation de la période du déplacement du pôle est égale à 0,27. Les observations de pendules horizontaux donnent la valeur $1 + k - h$ qui, en moyenne, est égale à 0,71 [40].

43. Influence de la dissymétrie de l'espace sur la marche des pendules.

— D'après l'hypothèse de Lorentz tous les corps subissent, sous l'influence

de la vitesse absolue du mouvement, une contraction dans la direction du mouvement. Soient l la longueur d'un objet en repos, V sa vitesse absolue, c la vitesse de la lumière, alors la longueur du même objet en mouvement est $l' = l\sqrt{1-\beta^2}$ où $\beta = V/c$. Si la direction de la longueur de l'objet forme un angle γ avec la direction de la vitesse V , alors

$$(130) \quad \beta = \frac{V}{c} \cos \gamma.$$

Soient A, D les coordonnées équatoriales de la direction du mouvement absolu de la Terre, φ la latitude du lieu d'observation et θ le temps sidéral local, le cosinus de l'angle entre la direction de l'apex et de la verticale du lieu est

$$(131) \quad \cos \gamma = \sin \varphi \sin D + \cos \varphi \cos D \cos(\theta - A).$$

La période d'oscillation du pendule qui est égale à $T = \pi\sqrt{l/g}$, la Terre étant en repos, devient, à cause du mouvement de la Terre, égale à

$$T' = T + \Delta T = \pi\sqrt{\frac{l'}{g'}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}(1-\beta^2)^3} = T - \frac{3}{4}\beta^2 T + \dots,$$

d'où en tenant compte de (130) et (131), nous avons

$$\frac{dT}{T} = -\frac{3}{4}\beta^2 = -\frac{3}{8}\frac{V^2}{c^2} [2 \sin^2 \varphi \sin^2 D + \sin 2\varphi \sin 2D \cos(\theta - A) + 2 \cos^2 \varphi \cos^2 D \cos^2(\theta - A)],$$

en négligeant les termes d'ordre supérieur.

Après transformations, nous avons

$$(132) \quad \frac{dT}{T} = -\frac{3}{16}\frac{V^2}{c^2} [2 \cos^2 \varphi - 2(1 - 3 \sin^2 \varphi) \sin^2 D + 2 \sin 2\varphi \sin 2D \cos(\theta - A) + 2 \cos^2 \varphi \cos^2 D \cos 2(\theta - A)].$$

Il faut considérer deux cas différents : 1. le mouvement absolu du système solaire dans l'espace : A et D sont constantes; 2. le mouvement de la Terre autour du Soleil : A et D sont variables.

1. Dans le cas où A et D sont constantes, nous avons, en intégrant (132) :

$$(133) \quad \Delta t_{t_1} = \text{const.} + \frac{3}{16}\frac{V^2}{c^2} \times \{ -2 \cos^2 \varphi \cdot t + 2(1 - 3 \sin^2 \varphi) \sin^2 D \cdot t - 2(1 + n_1)^{-1} \sin 2\varphi \sin 2D \sin [\theta_0 - A + (1 + n_1)t] - (1 + n_1)^{-1} \cos^2 \varphi \cos^2 D \sin 2[\theta_0 - A + (1 + n_1)t] \}.$$

2. Dans le cas du mouvement de la Terre autour du Soleil, nous pouvons négliger l'excentricité de l'orbite de la Terre, c'est-à-dire poser que la vitesse V_0 est une constante égale à $29^{\text{km}},76$. Dans le calcul des coordonnées de l'apex nous avons négligé aussi l'excentricité de l'orbite. Alors, en tenant compte que la longitude dans l'orbite de l'apex du mouvement de la Terre est $l_1 = 90^\circ + l_0 = 90^\circ + \theta_0 + n_1 t$, nous avons

$$(134) \quad \begin{cases} \cos D \cos A = -\sin(\theta_0 + n_1 t), \\ \cos D \sin A = \cos(\theta_0 + n_1 t) \cos \varepsilon, \\ \sin D = \cos(\theta_0 + n_1 t) \sin \varepsilon. \end{cases}$$

D'où, en négligeant les termes périodiques du second ordre par rapport à $\sin \varepsilon$, nous tirons

$$(135) \quad \begin{cases} \sin^2 D = \frac{1}{2} \sin^2 \varepsilon, \\ \sin 2 D \cos(\theta - A) = \frac{1}{2} \sin 2 \varepsilon \sin[\theta_0 + (1 + n_1) t] \\ \quad - \sin \varepsilon \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin[\theta_0 - (1 - n_1) t], \\ \cos^2 D \cos 2(\theta - A) = -\cos^4 \frac{\varepsilon}{2} \cos 2 t. \end{cases}$$

Alors

$$\frac{dT}{T} = -\frac{3}{16} \frac{V_0^2}{c^2} \left\{ 2 \cos^2 \varphi - (1 - 3 \sin^2 \varphi) \sin^2 \varepsilon + \sin 2 \varepsilon \sin 2 \varphi \sin[\theta_0 + (1 + n_1) t] \right. \\ \left. - 2 \sin \varepsilon \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2 \varphi \sin[\theta_0 - (1 - n_1) t] - 2 \cos^4 \frac{\varepsilon}{2} \cos^2 \varphi \cos 2 t \right\},$$

d'où, en intégrant, nous avons

$$(136) \quad \Delta t_{cl} = \frac{3}{16} \frac{V_0^2}{c^2} \left[-2 \cos^2 \varphi \cdot t + (1 - 3 \sin^2 \varphi) \sin^2 \varepsilon \cdot t \right. \\ + \frac{\sin 2 \varepsilon \sin 2 \varphi}{1 + n_1} \cos[\theta_0 + (1 + n_1) t] \\ + \frac{2 \sin \varepsilon \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin 2 \varphi}{1 - n_1} \cos[\theta_0 - (1 - n_1) t] \\ \left. + \cos^4 \frac{\varepsilon}{2} \cos^2 \varphi \sin 2 t \right] + \text{const.}$$

On peut réunir ensemble les deux termes journaliers sous la forme

$$\sin \varepsilon (1 + 3 \cos \varepsilon) \sin 2 \varphi \cos (\theta_0 + n_1 t) \cos t$$

en négligeant ceux dont les coefficients sont n_1 ou $\sin^2 \frac{\varepsilon}{2}$.

En laissant de côté les termes séculaires, nous avons

$$(137) \quad \Delta t_{ct_3} = + 0^s,0000379 \sin 2 \varphi \cos (\theta_0 + n_1 t) \cos t + 0^s,0000233 \cos^2 \varphi \sin 2 t.$$

46. Influence de la dissymétrie de l'espace sur la propagation des ondes. —

Soient S_E (fig. 4), avec les coordonnées $\varphi_E, \lambda_E, \theta_E$, la station émettrice des signaux horaires et S_R , avec les coordonnées $\varphi_R, \lambda_R, \theta_R$, la station réceptrice des mêmes signaux. Si V est la vitesse absolue de la Terre dans l'espace, v_m la vitesse moyenne apparente de propagation des ondes, c la vitesse de la lumière, d_s l'élément du chemin suivant le grand cercle, ξ l'angle entre les tangentes au grand cercle, passant par S_E, S_R et le centre O de la Terre, et la direction de la vitesse V (coordonnées A, D), la durée de propagation des ondes sera

$$(138) \quad D = \int_{S_E}^{S_R} \frac{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2} \cos^2 \xi}}{v_m - k V \cos \xi} ds \\ = \int_{S_E}^{S_R} \left(1 + \frac{k V \cos \xi}{v_m} - \frac{1}{2} \frac{V^2}{c^2} \cos^2 \xi + \frac{k^2 V^2}{v_m^2} \cos^2 \xi + \dots \right) \frac{ds}{v_m}.$$

Devant le terme $V \cos \xi$ en dénominateur nous avons mis un coefficient k en se basant sur l'étude de la variation de la vitesse apparente des ondes (Chap. VI). Dans cette étude nous avons trouvé qu'il existe de grandes variations dans la durée de propagation des ondes sous l'influence directe ou indirecte du Soleil. Ces variations sont parfois très importantes par rapport aux causes agissantes connues, puisque non seulement la vitesse absolue des ondes varie, mais aussi leur chemin. Si sous l'influence de la dissymétrie de l'espace la vitesse absolue (v_a) des ondes variait seule, nous devrions avoir un dénominateur $v_a - V \cos \xi$. Comme il existe une variation du chemin apparent des ondes et que les ondes ne suivent pas un grand cercle, nous écrirons au dénominateur $v_m - k V \cos \xi$.

En négligeant les termes du second ordre par rapport à $\frac{V}{v_m}$ ou $\frac{V}{c}$ dans la formule (138), nous trouvons que l'accroissement de la durée de propa-

Alors

$$\begin{aligned} \int \cos \xi \, dm &= \sin D \sin i \sin m + \cos D \cos (A - \theta_c) \cos m + \cos D \sin (A - \theta_c) \cos i \sin m \\ &= \sin D \sin \varphi + \cos D \cos \varphi \cos (\theta - A) = \cos \eta, \end{aligned}$$

où η est l'angle entre la direction OS et V. Ainsi

$$\int_{m_E}^{m_R} \cos \xi \, dm = \cos \eta_R - \cos \eta$$

et

$$(143) \quad \delta = \frac{akV}{\varphi_m^2} (\cos \eta_R - \cos \eta_E).$$

En remplaçant $\cos \eta_R$ et $\cos \eta_E$ par leurs valeurs en fonction de φ , θ , A et D , nous avons

$$(144) \quad \delta = \frac{akV}{\varphi_m^2} \left\{ \sin D (\sin \varphi_R - \sin \varphi_E) \right. \\ \left. + \cos D [\cos \varphi_R - \cos \varphi_E \cos (\lambda_R - \lambda_E)] \cos (\theta_R - A) \right. \\ \left. + \cos D \cos \varphi_E \sin (\lambda_R - \lambda_E) \sin (\theta_R - A) \right\}.$$

Nous avons ici un terme constant et un terme périodique ayant pour période le jour sidéral.

47. Détermination des termes du jour sidéral. — Les termes ayant pour périodes le jour et le demi-jour sidéral sont les plus importants, comme on peut le voir d'après les formules (128), (132), (136) et (144). Pour calculer ces termes sidéraux, nous avons utilisé les résultats de réceptions de diverses émissions de signaux horaires aux observatoires L, O, Pa, T et W durant la période 1924-1930. Les émissions utilisées sont celles de NSS (3^h, 8^h et 17^h), de FYL (8^h et 20^h), de DFY (12^h) et de GBR (18^h). Nous avons pris pour chaque jour les différences entre les résultats de réception des signaux horaires du matin et du soir dans le sens *Observatoire*-Pa. Pour diminuer, autant que possible, l'influence des erreurs dans la détermination astronomique de l'heure sur la détermination de la marche de pendules, nous avons pris la moyenne des différences entre les résultats du matin et du soir d'un même jour et entre les résultats du matin du même jour et

du soir de la veille. Les moyennes mensuelles et annuelles de ces valeurs sont données dans le Tableau XXXVI pour chaque année et pour la moyenne des années.

TABLEAU XXXVI. — *Différences mensuelles et annuelles des heures « Observatoire-Pa ».*
(Les nombres expriment des 1/10000 de seconde.)

	O — Pa par NSS _{3h} — NSS _{17h} .										W — Pa par NSS _{3h} — NSS _{17h} .					
	1924.		1925.		1926.		1927.		Moyenne.		1929.		1930.		Moyenne.	
	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.
Janvier.....	»	»	+162	33	— 44	26	+120	11	+ 78 ₉	70	—21	18	+57	26	+25 ₁	44
Février.....	— 70	3	+173	38	+ 64	8	— 73	6	+117 ₁	55	— 7	21	—12	26	— 9 ₈	47
Mars.....	+ 95	18	+188	35	+ 74	19	+108	27	+127 ₄	99	+74	40	+38	38	+56 ₃	78
Avril.....	+ 48	12	+ 76	46	+ 52	8	+105	23	+ 77 ₆	89	+49	38	+18	40	+33 ₁	78
Mai.....	+102	3	— 50	32	+143	26	+ 63	19	+ 45 ₃	80	+34	14	+18	47	+21 ₇	61
Juin.....	+140	4	+ 28	33	+ 52	12	+161	10	+ 63 ₀	59	+37	24	+16	14	+29 ₃	38
Juillet.....	+141	9	— 12	32	+197	3	+ 88	5	+ 39 ₁	49	+80	5	+16	33	+24 ₄	38
Août.....	+147	10	— 58	36	+ 37	12	—225	2	— 10 ₄	60	—30	17	+37	41	+17 ₄	58
Septembre...	+178	6	+ 45	42	+ 80	16	+117	6	+ 70 ₆	70	+19	30	+ 8	23	+14 ₂	53
Octobre.....	+ 95	21	»	»	+ 82	35	+ 74	22	+ 83 ₂	78	+ 2	24	+55	24	+28 ₅	48
Novembre...	+127	6	— 98	4	+ 93	14	+122	15	+ 89 ₈	39	+ 2	25	+95	20	+43 ₃	45
Décembre....	+ 91	21	+ 21	9	+ 87	11	+ 53	15	+ 62 ₀	56	+92	32	+70	43	+79 ₄	75
Moyenne...	+101 ₀	113	+ 59 ₄	340	+ 68 ₃	190	+ 86 ₆	161	+ 72 ₈₀	804	+31 ₈	288	+34 ₂	375	+33 ₁₆	663

	W — Pa par FYL _{3h} — GBR _{18h} .						W — Pa par NSS _{3h} — NSS _{17h} .									
	1929.		1930.		Moyenne.		1924.		1925.		1926.		1927.		1928.	
	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.
Janvier.....	+31	16	— 21	42	— 6 ₆	58	»	»	+33	34	— 6	27	+ 86	10	+ 41	25
Février.....	+39	24	— 60	24	—10 ₈	48	—128	2	+56	39	— 20	8	—112	10	— 66	14
Mars.....	—12	19	— 98	46	—72 ₀	65	— 75	20	+52	43	+ 69	27	+ 74	35	+ 11	22
Avril.....	+50	15	—104	31	—53 ₈	46	— 8	14	»	»	—100	11	+ 47	27	— 13	12
Mai.....	+40	15	— 59	36	—29 ₉	51	+ 64	3	— 1	33	+ 90	26	+ 39	23	— 66	12
Juin.....	+78	5	+ 30	27	+37 ₅	32	+167	4	+49	36	+ 55	13	+ 4	8	+ 44	16
Juillet.....	+64	21	— 40	14	+22 ₄	35	+ 56	8	+49	33	+ 77	3	+206	8	+100	17
Août.....	+ 1	32	+ 42	26	+19 ₄	58	— 7	12	+14	30	+ 14	13	— 88	5	+130	2
Septembre...	+10	21	+ 5	2	+ 9 ₆	23	— 45	6	+73	44	+ 42	17	— 23	7	+104	11
Octobre.....	—15	39	+ 22	13	— 5 ₈	52	+ 90	22	»	»	+ 23	38	+ 88	22	+ 44	19
Novembre....	—10	46	— 11	42	—10 ₅	88	+165	6	+11	6	+ 54	16	+ 73	15	+ 60	32
Décembre....	+51	29	+ 59	43	+55 ₈	72	+ 57	26	—52	10	+119	17	+ 53	13	+ 43	32
Moyenne....	+17 ₆	282	— 24 ₅	346	— 5 ₆₀	628	+ 28 ₈	123	+38 ₅	317	+ 38 ₈	216	+ 50 ₈	183	+ 34 ₃	214

TABLEAU XXXVI. — *Differences mensuelles et annuelles des heures « Observatoire-Pa » (suite).*

(Les nombres expriment des 1/10000 de seconde.)

T — Pa par FYL _{8h} — FYL _{20h}										L — Pa par FYL _{8h} — FYL _{20h} .				
1926.		1927.		1928.		1929.		Moyenne.		1927.	1928.	1929.	1930.	Moy.
E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	E _s .	E _s .	E _s .	E _s .
Janvier.....	— 6 35	+ 1 40	+ 35 18	— 44 7	+ 1 ₅ 100	—28	0	— 1	+11	— 4 ₅				
Février.....	+ 9 19	—120 6	— 66 25	» »	—44 ₀ 50	—18	—14	+10	+30	+ 2 ₀				
Mars.....	+100 2	— 19 25	— 16 29	— 54 22	—24 ₇ 78	—59	—30	—18	—14	—30 ₂				
Avril.....	— 83 6	+ 20 6	+ 44 16	—129 29	—59 ₉ 57	+ 8	— 7	—28	—51	—19 ₅				
Mai.....	— 50 9	+ 20 15	— 29 11	— 49 16	—24 ₆ 51	—53	—22	— 5	—79	—39 ₈				
Juin.....	+183 3	» »	— 77 6	— 29 8	— 8 ₅ 17	—38	—31	— 5	—11	—21 ₂				
Juillet.....	» »	» »	—120 2	+138 5	+64 ₃ 7	— 5	—27	—19	—26	—19 ₂				
Août.....	» »	+ 7 3	— 11 8	— 84 8	—38 ₉ 19	—38	— 5	+12	—22	—13 ₂				
Septembre...	— 90 5	— 5 4	— 36 27	— 37 19	—39 ₀ 55	—67	— 7	—14	+ 1	—21 ₈				
Octobre....	— 3 20	— 95 25	— 17 34	+ 11 25	—26 ₃ 104	—19	—22	— 4	—53	—24 ₅				
Novembre..	—108 35	+ 23 28	+ 1 32	0 28	—25 ₂ 123	—10	—20	+ 4	+37	+ 2 ₈				
Décembre..	— 92 54	+ 17 45	— 11 10	— 59 29	—43 ₇ 138	—61	— 5	+22	—15	—14 ₈				
Moyenne..	— 50 ₅ 188	— 8 ₆ 197	— 16 ₂ 218	— 42 ₈ 196	—28 ₉₂ 799	—32 ₃	—15 ₈	— 3 ₈	—16 ₀	—17 ₀₀				

T — Pa par DFY _{12h} — FYL _{20h} .									
1926.		1927.		1928.		1929.		Moyenne.	
E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.	E _s .	n.
Janvier.....	+ 82 40	— 86 53	— 83 47	—128 42	— 58 ₀ 182				
Février.....	+ 34 34	— 12 34	—137 54	—131 36	— 71 ₉ 158				
Mars.....	—295 4	— 61 56	—141 59	— 40 39	— 91 ₆ 158				
Avril.....	— 25 6	— 71 29	—126 35	+ 18 17	— 79 ₆ 87				
Mai.....	— 43 6	— 78 25	—258 16	— 75 4	—130 ₁ 51				
Juin.....	— 84 8	—220 1	— 83 3	— 75 4	— 90 ₁ 16				
Juillet.....	» »	» »	—213 7	+100 5	— 82 ₆ 12				
Août.....	+105 2	—200 5	—104 29	— 66 14	— 94 ₆ 50				
Septembre.....	—103 23	—233 22	—123 38	— 11 47	— 97 ₆ 130				
Octobre.....	— 11 61	—192 44	—197 45	—103 47	—115 ₉ 197				
Novembre.....	—106 44	— 69 37	—144 53	— 73 58	— 99 ₄ 192				
Décembre.....	— 98 44	—104 45	—132 55	— 85 54	—105 ₃ 198				
Moyenne.....	— 35 ₄ 272	— 98 ₀ 351	—139 ₂ 441	— 72 ₃ 367	— 92 ₂₁ 1431				

Les résultats moyens corrigés de la variation de la durée de propagation des ondes due à la lumière solaire [formules (101) et (110)] et de la différence de distances des stations émettrices aux observatoires correspon-

dants, dans le cas de comparaison par l'intermédiaire de deux stations différentes, sont donnés dans le Tableau XXXVII.

TABLEAU XXXVII. — *Differences moyennes mensuelles reduites au trajet de jour et aux distances egales.*

(Les nombres expriment des 1/100000 de seconde.)

	O — Pa.	W — Pa.			T — Pa.		L — Pa.
	— 3 ^b -17 ^b .	8 ^b -17 ^b .	8 ^b -18 ^b .	3 ^b -17 ^b .	8 ^b -20 ^b .	12 ^b -20 ^b .	— 8 ^b -20 ^b .
Janvier.....	+ 68 ₅	+13 ₇	— 5 ₈	+17 ₅	+10 ₆	+ 8 ₆	— 2 ₁
Février.....	+105 ₅	—18 ₅	— 9 ₇	—17 ₁	—34 ₃	— 4 ₃	+ 4 ₄
Mars.....	+115 ₈	+50 ₀	—75 ₀	+23 ₆	—14 ₁	—22 ₈	—27 ₈
Avril.....	+ 66 ₀	+29 ₀	—57 ₂	—14 ₈	+53 ₂	—13 ₃	—17 ₁
Mai.....	+ 34 ₄	+19 ₈	—35 ₅	+14 ₂	—23 ₀	—67 ₈	—38 ₈
Juin.....	+ 54 ₉	+28 ₃	+30 ₉	+40 ₇	— 7 ₁	—28 ₇	—21 ₀
Juillet.....	+ 30 ₀	+23 ₁	+16 ₂	+71 ₇	+64 ₉	—20 ₉	—18 ₁
Août.....	— 21 ₈	+14 ₅	+14 ₈	— 6 ₅	—35 ₃	—30 ₉	—11 ₆
Septembre.....	+ 59 ₀	+ 9 ₃	+ 6 ₈	+41 ₃	—29 ₃	—28 ₈	—19 ₄
Octobre.....	+ 71 ₆	+20 ₈	— 5 ₆	+42 ₄	—15 ₅	—47 ₇	—22 ₁
Novembre.....	+ 78 ₈	+34 ₀	— 9 ₇	+53 ₁	—15 ₁	—32 ₄	+ 5 ₂
Décembre.....	+ 51 ₀	+70 ₀	+56 ₆	+40 ₅	—35 ₁	—39 ₀	—12 ₄
Moyenne.....	+ 59 ₈	+26 ₆	— 8 ₁	+27 ₂	—19 ₃	—28 ₄	—15 ₀

Nous avons fait le polissage des valeurs du Tableau XXXVII d'après la formule (102), pour éliminer, autant que possible, l'influence des erreurs accidentelles et nous avons enlevé les valeurs systématiques données au bas du tableau. Les résultats ainsi corrigés sont donnés dans le Tableau XXXVIII. Ces résultats peuvent être utilisés pour la détermination des termes sidéraux.

D'après les formules (129), (133), (136) et (144), nous trouvons, en gardant seulement les termes dépendant du jour sidéral, que

$$\begin{aligned}
 (145) \quad H_0 = & H_0 + \cos(\theta_0 + n_1 t) \\
 & \times [A_1(1 + k - h) + A_2 + V^2 \sin 2D \cos A \cdot B_1 - V^2 \sin 2D \sin A \cdot B_2 \\
 & \quad + kV \cos D \cos A \cdot C_1 + kV \cos D \sin A \cdot C_2] \\
 & + \sin(\theta_0 + n_1 t) \\
 & \times [A'_1(1 + k - h) + V^2 \sin 2D \cos A \cdot B_2 + V^2 \sin 2D \sin A \cdot B_1 \\
 & \quad - kV \cos D \cos A \cdot C_2 + kV \cos D \sin A \cdot C_1],
 \end{aligned}$$

où

$$(146) \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1 = (+191.10^{-6} \cos t + 38.10^{-6} \sin t) \sin 2\varphi, \\ A'_1 = (-396.10^{-6} \sin t + 38.10^{-6} \cos t) \sin 2\varphi, \\ A_2 = -38.10^{-6} \sin 2\varphi \cos t, \\ B_1 = 0,578.10^{-7} \sin 2\varphi \sin t, \\ B_2 = 0,578.10^{-7} \sin 2\varphi \cos t, \\ C_1 = 1,023.10^{-7} [\cos \varphi \cos t - \cos \varphi_E \cos (t + \lambda - \lambda_E)], \\ C_2 = 1,023.10^{-7} [\cos \varphi \sin t - \cos \varphi_E \sin (t + \lambda - \lambda_E)], \end{array} \right.$$

où θ_0 est le temps sidéral de Greenwich à 0^h (minuit) à la date initiale et t le temps moyen local.

TABLEAU XXXVIII. — *Differences moyennes mensuelles affranchies des erreurs systematique et accidentelle.*

(Les nombres expriment des 1/100000 de seconde.)

	O — Pa.	W — Pa.			T. — Pa.		L — Pa.
	—	—			—		—
	3 ^h -17 ^h .	8 ^h -17 ^h .	8 ^h -18 ^h .	3 ^h -17 ^h .	8 ^h -20 ^h .	12 ^h -20 ^h .	8 ^h -20 ^h .
Janvier.....	+13 ₃	0 ₀	+20 ₅	-10 ₄	+ 7 ₉	+ 21 ₁	+12 ₀
Février.....	+40 ₁	-13 ₃	-25 ₁	-20 ₄	+ 6 ₈	+ 23 ₂	+ 9 ₇
Mars.....	+41 ₄	+ 6 ₁	-49 ₃	-16 ₂	- 7 ₁	+12 ₃	- 2 ₁
Avril.....	+12 ₉	+ 6 ₁	-49 ₃	-19 ₃	-15 ₀	- 3 ₉	-10 ₂
Mai.....	-12 ₃	- 2 ₄	-21 ₁	-12 ₄	-12 ₀	-13 ₂	-13 ₉
Juin.....	-16 ₅	- 2 ₄	+13 ₀	+12 ₂	+ 8 ₈	-20 ₃	- 9 ₇
Juillet.....	-37 ₄	- 5 ₃	+26 ₇	+16 ₇	+21 ₅	+ 0 ₆	- 1 ₃
Août.....	-47 ₃	-11 ₉	+22 ₁	- 1 ₇	- 5 ₇	- 0 ₉	- 0 ₂
Septembre.....	-14 ₇	-13 ₃	+13 ₇	+ 4 ₅	- 4 ₃	- 8 ₀	- 3 ₁
Octobre.....	+ 9 ₁	- 5 ₉	+ 2 ₁	+17 ₅	+ 2 ₀	-11 ₄	+ 0 ₄
Novembre.....	+ 9 ₀	+17 ₁	+15 ₀	+19 ₃	- 1 ₅	- 9 ₅	+ 9 ₀
Décembre.....	+ 1 ₆	+26 ₇	+32 ₁	+ 9 ₉	- 1 ₇	+ 2 ₃	+ 9 ₆
E_m	21 ₃	9 ₂	24 ₂	13 ₄	7 ₉	10 ₆	6 ₈

Posons, dans (145),

$$(147) \quad \left\{ \begin{array}{l} 1 + k - h = l, \quad V^2 \sin 2D \sin A = m, \quad V^2 \sin 2D \cos A = n, \\ V^2 \cos D \cos A = p, \quad V^2 \cos D \sin A = q. \end{array} \right.$$

Les deux comparaisons journalières nous donnent les équations suivantes :

$$(148) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta A_1 l + \Delta B_1 m - \Delta B_2 n + \Delta C_1 p + \Delta C_2 q = \Delta A - \Delta A_2, \\ \Delta A'_1 l + \Delta B_2 m + \Delta B_1 n - \Delta C_2 p + \Delta C_1 q = \Delta B, \end{array} \right.$$

où les l , m , n , p et q sont les cinq inconnues. Les coefficients de ces inconnues sont calculés d'après les formules (146) pour les observatoires du Tableau XXXVIII.

Les ΔA et ΔB sont les coefficients de $\cos(\theta_0 + n_1 t)$ et de $\sin(\theta_0 + n_1 t)$ de la formule (145). Ils ont été calculés en représentant les valeurs du Tableau XXXVIII par la formule

$$\Delta A \cos(\theta_0 + n_1 t) + \Delta B \sin(\theta_0 + n_1 t).$$

En introduisant les valeurs trouvées dans les équations (148), nous avons

$$(149) \quad \left\{ \begin{array}{l} - 908 l - 1,297 m - 0,529 n + 0,866 p - 1,604 q = + 16800, \\ + 3392 - 0,676 - 1,156 + 1,591 - 0,712 = - 1983, \\ + 3943 - 0,524 - 1,293 + 1,771 - 0,495 = + 29762, \\ + 1019 - 1,279 - 0,559 + 0,709 - 1,522 = - 22256, \\ + 138 - 2,035 - 0,444 + 0,460 - 2,764 = + 3426, \\ + 3152 - 1,332 - 1,213 + 1,544 - 1,874 = - 7587, \\ - 1137 - 0,474 + 0,250 - 0,162 - 0,632 = + 915, \\ + 9254 + 0,529 - 1,297 + 1,604 + 0,866 = + 9, \\ + 5417 + 1,156 - 0,676 + 0,712 + 1,591 = + 7530, \\ + 4471 + 1,293 - 0,524 + 0,495 + 1,771 = + 4845, \\ + 9147 + 0,559 - 1,279 + 1,522 + 0,709 = + 22896, \\ + 14251 + 0,444 - 2,035 + 2,764 + 0,460 = - 68, \\ + 9940 + 1,213 - 1,332 + 1,874 + 1,544 = + 9575, \\ + 3092 - 0,250 - 0,474 + 0,632 - 0,162 = + 9880, \end{array} \right.$$

En première approximation, puisque les termes dus à l'attraction luni-solaire sont les plus importants, nous pouvons considérer les autres inconnues comme des erreurs accidentelles. En déterminant la valeur de l dans cette hypothèse, nous avons

$$(150) \quad l = 1 + k - h = 0,83 \pm 0,34.$$

Les divers auteurs donnent pour l , d'après les observations de pendules horizontaux, des valeurs qui varient entre 0,91 et 0,33. L'onde lunaire (O) donne pour l la valeur 0,82 d'après Schweydar [41] et 0,80 d'après A. Orloff [40].

M. L. Eblé [60] a trouvé l égal à 0,91 (lune) et 0,66 (soleil) pour la composante Est et 0,62 (lune) et 0,33 (soleil) pour la composante Nord. On voit que les résultats donnés par les services de l'heure par T. S. F. peuvent déjà servir à déterminer le coefficient ι , qui est relié aux propriétés élas-

tiques de la Terre, avec une précision égale à celle que l'on obtient par les observations de pendules horizontaux.

Dans les calculs suivants nous avons pris pour l la valeur 0,71, qui est la moyenne de diverses déterminations. La résolution des équations (149) par la méthode des moindres carrés nous donne

$$(151) \quad m = V^2 \sin 2D \cos A = -26112, \quad n = V^2 \sin 2D \sin A = +14545,$$

$$(152) \quad p = kV \cos 2D \cos A = +11517, \quad q = kV \cos D \sin A = +20870.$$

Les équations (151) nous donnent

$$(153) \quad A = 150^{\circ}53', \quad V^2 \sin 2D = +29865$$

et (152) nous donnent

$$(152') \quad A = 61^{\circ}7', \quad kV \cos D = +23837.$$

En adoptant d'après M. L. Courvoisier $D = 40^{\circ}$, nous trouvons d'après (153) pour la vitesse absolue V la valeur 174,1 km/sec. et d'après (152') pour k la valeur 172,8.

48. Termes demi-journaliers. — Dans ce cas, les termes dus à l'attraction lunisolaire sont très faibles et il reste seulement les termes dus à la dissymétrie de l'espace. D'après la formule (133), nous avons

$$(154) \quad H_0 = H_0 + \sin 2(\theta_0 + n_1 t) [\quad B \cos^2 \varphi \cos 2t \cos^2 D \cos 2A \\ + B \cos^2 \varphi \sin 2t \cos^2 D \sin 2A] \\ + \cos 2(\theta_0 + n_1 t) [\quad B \cos^2 \varphi \sin 2t \cos^2 D \cos 2A \\ - B \cos^2 \varphi \cos 2t \cos^2 D \sin 2A],$$

en posant $B = \frac{3}{16} \cdot \frac{V^2}{c^2 \sin^4(1 + n_1)}$. La résolution des équations du type

$$\Delta A \sin 2(\theta_0 + n_1 t) + \Delta B \cos 2(\theta_0 + n_1 t)$$

par la méthode des moindres carrés, en utilisant les données du Tableau XXXVIII, nous donne les coefficients de la formule (154). En posant

$$B \cos^2 D \cos 2A \times 10^7 = x, \quad B \cos^2 D \sin 2A \times 10^7 = y,$$

nous avons les équations suivantes :

$$(155) \quad \left\{ \begin{array}{ll} -0,6953x - 0,7473y = + 4766, & -0,7473x + 0,6953y = - 7908, \\ -0,7653 + 1,1359 = + 8164, & + 1,1359 + 0,7653 = - 6538, \\ -0,7996 + 1,1066 = - 9386, & + 1,1066 + 0,7996 = - 23527, \\ -0,6044 - 0,6524 = + 4945, & -0,6524 + 0,6044 = + 11768, \\ + 0,1130 + 1,0128 = + 3028, & + 1,0128 - 0,1130 = + 12789, \\ -0,1130 - 1,0128 = - 12490, & - 1,0128 + 0,1130 = + 1828, \end{array} \right.$$

La résolution des équations (155) par la méthode des moindres carrés nous donne

$$(156) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3 \cdot 10^7}{16} \frac{V^2}{c^2(1+n_1) \sin 1^s} \cos^2 D \cos 2A = - 3811,3, \\ y = \frac{3 \cdot 10^7}{16} \frac{V^2}{c^2(1+n_1) \sin 1^s} \cos^2 D \sin 2A = - 2195,6, \end{array} \right.$$

d'où nous tirons

$$(156') \quad A = 104^\circ 58', \quad V^2 \cos^2 D = + 15220.$$

En adoptant $D = +40^\circ$, nous trouvons pour la vitesse absolue $V = 161 \text{ km/sec}$. On voit que ces résultats sont d'accord avec les résultats déduits des variations journalières des pendules. En combinant les formules (153), (152') et (156'), nous trouvons

$$(157) \quad A = 105^\circ 39' \pm 14^\circ 42', \quad D = +44^\circ 27' \pm 1^\circ 52', \quad V = 172^{\text{km}}, 8 \pm 2^{\text{km}}, 1.$$

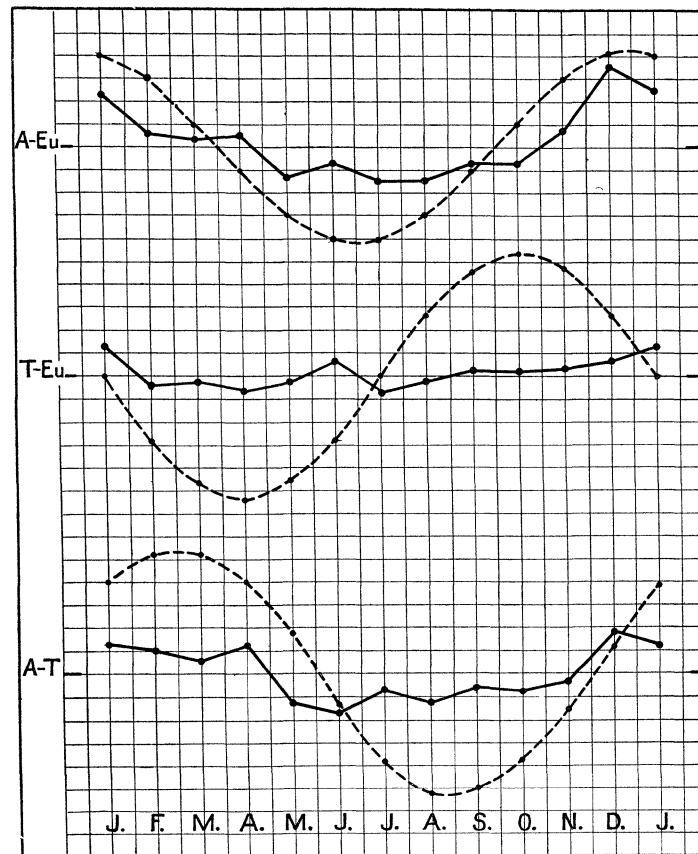
En 1929 nous avons trouvé indépendamment d'après les résultats de réception des signaux durant la période 1924-1928, que $A = 63^\circ \pm 2^\circ$, $V = 126^{\text{km}}, 3 \pm 7^{\text{km}}, 7$. Dans ce calcul nous n'avions pas encore tenu compte de la variation de la vitesse de propagation des ondes et nous l'avons fait en utilisant seulement les termes journaliers. Ce résultat, si l'on tient compte qu'on a négligé certaines valeurs, s'accorde assez bien avec le résultat définitif (157).

49. M. L. Courvoisier [39] a utilisé les réceptions de signaux horaires pour la détermination de la vitesse absolue de la Terre d'après l'hypothèse de Lorentz. Il a tenu compte des réceptions de signaux horaires de NSS (17^h) et de FYL (20^h) à Pt d'un côté et à W et O de l'autre. Il a trouvé d'après la période 1924-1927

$$(158) \quad A = 98^\circ, \quad D = 23^\circ, \quad V = 725^{\text{km}}.$$

Les coordonnées de l'apex sont en assez bon accord avec nos résultats (157), mais la vitesse est 4,2 fois plus grande que la nôtre. L'influence de cette vitesse sur la marche des pendules est 18 fois plus grande que celle trouvée par nous. Les variations journalières de la marche des pendules sous

Fig. 5.



l'influence de la vitesse trouvée par M. L. Courvoisier atteignent 0',04 et 0',002 seulement sous l'influence de la vitesse de 172,8 km/sec, c'est-à-dire qu'elles sont presque à la limite de précision des résultats.

M. L. Courvoisier a utilisé chaque fois dans ses calculs les résultats de réception d'une *seule* émission de signaux horaires par jour dans deux stations (Pt et W ou Pt et O); ainsi il n'a pas éliminé l'influence des erreurs

saisonnnières dans la détermination de l'heure. Pour voir dans quelles limites ses résultats satisfont aux observations, nous avons représenté graphiquement (*fig. 5*) les moyennes des différences mensuelles entre les observatoires d'Amérique (O, W), d'Asie (T) et d'Europe (G, H, N, Pa, Pt, U) d'après les signaux de FYL (20^h T. M. G.). Nous avons tenu compte de l'influence du déplacement du pôle. Sur les mêmes graphiques nous avons représenté les variations correspondantes d'après M. L. Courvoisier (lignes pointillées). On voit qu'il y a accord entre les courbes Am — Eu, tandis que pour les autres courbes l'accord n'existe pas.

Dans la formule représentant l'influence du terme journalier intervient la fonction $\sin[\theta_0 - A + (1 + n_1)t]$, où θ_0 est l'heure sidérale de l'émission correspondant au moment initial (15 janvier) et $\theta_0 - A$ la phase initiale. Le terme ayant la période annuelle peut être mis sous la forme $a \sin(\psi_a + n_1 t)$, où ψ_a est la phase initiale. Si l'on utilise la réception d'une émission par jour dans deux stations, les termes journalier et annuel ont une même période annuelle ($n_1 t$) et ne peuvent être séparés l'un de l'autre. En prenant une seconde émission par jour on change θ_0 sans changer ψ_a .

Si le terme annuel est beaucoup plus important que le terme journalier, en cherchant la phase initiale du terme journalier ($\theta_0 - A$), on trouve celle du terme annuel (ψ_a) et en posant $\theta_0 - A = \psi_a$, on aura $A = \theta_0 - \psi_a$. Comme θ_0 est différent pour diverses émissions de signaux horaires, on voit que la variation de A est proportionnelle à θ_0 .

Dans son étude, M. L. Courvoisier n'élimine pas et néglige le terme annuel devant le terme journalier et, en comparant Pt et O *séparément* par l'intermédiaire des signaux horaires de 17^h et 20^h, il trouve pour A les valeurs 134° et 175° respectivement. La différence entre ces deux valeurs de A est égale à 41°, ce qui correspond presque à la variation de θ_0 (3^h) entre les deux émissions. Ainsi la cause des variations entre les observatoires ne dépend que pour une part très faible des variations journalières probables dans la marche des pendules. Dans tous les cas, le terme du jour sidéral dans la marche des pendules n'a pas l'amplitude trouvée par M. L. Courvoisier, ce qu'on voit nettement d'après les Tableaux XXVI-XXXVIII.

50. La dissymétrie de l'espace [42] qui provient de la vitesse absolue

de la Terre, celle-ci étant égale à 750^{km} [43], n'influe pas sur la marche des pendules conformément à la théorie de Lorentz. Cette influence est 4^{e} plus petite comme s'il y avait un entraînement de l'éther égal aux trois quarts de la vitesse absolue.

Les résultats précédents montrent que dans le cas actuel, il est possible de tirer des résultats de comparaisons de pendules par T. S. F. des conclusions qu'on pouvait penser se trouver au delà des limites de précision. Tout cela a été possible grâce à l'élimination de l'heure absolue de nos résultats, c'est-à-dire de l'heure déterminée astronomiquement.

Il est désirable que tous les observatoires reçoivent les signaux horaires avec une précision aussi grande que possible et donnent les résultats de leurs réceptions au $\frac{1}{1000}$ de seconde. En plus, il est nécessaire qu'on reçoive toutes les stations et qu'on fasse toutes les réductions de la même façon. Une erreur systématique *constante* pour *toutes* les réceptions n'a aucune importance dans les études précédentes.

La précision de la réception des signaux et de la conservation de l'heure ayant augmenté ces dernières années (Chapitre II) on peut espérer que les années prochaines permettront d'étudier, avec une précision plus grande encore, les questions envisagées dans ce Chapitre.



CHAPITRE VIII.

VARIATIONS SAISONNIÈRES DANS LA DÉTERMINATION DES LONGITUDES.

§1. Nous avons vu dans les Chapitres II-V qu'en plus des erreurs accidentelles dans la détermination des longitudes unilatérales, il existe des erreurs saisonnières [47].

Dans le Tableau XXXIX sont donnés les écarts moyens (E_m) d'un mois moyen (1922-1929) par rapport à la moyenne générale, ainsi que les erreurs accidentelles (E_a) et saisonnières (E_s) correspondantes. Nous avons calculé ces erreurs après avoir tenu compte de l'influence du déplacement du pôle sur les longitudes. On voit qu'une moitié des écarts mensuels provient des erreurs accidentelles et l'autre des erreurs saisonnières.

TABLEAU XXXIX. — *Erreurs moyennes mensuelles de la moyenne de 1922-1929.*

	E_m .	E_a .	E_s .		E_m .	E_a .	E_s .
E.....	^s 0,010 ₉	^s 0,009 ₂	^s 0,005 ₈	Pa.....	^s 0,007 ₇	^s 0,004 ₆	^s 0,006 ₂
G.....	0,011 ₆	0,006 ₁	0,009 ₉	Pt.....	0,004 ₁	0,003 ₈	0,001 ₅
H.....	0,005 ₈	0,005 ₂	0,002 ₅	Pu.....	0,007 ₀	0,006 ₀	0,003 ₆
L.....	0,007 ₂	0,004 ₆	0,005 ₆	T.....	0,004 ₀	0,003 ₅	0,001 ₈
N.....	0,006 ₉	0,006 ₀	0,003 ₄	U.....	0,009 ₉	0,007 ₉	0,006 ₀
O.....	0,010 ₇	0,006 ₁	0,008 ₈	W.....	0,006 ₈	0,002 ₈	0,006 ₂

Pour diminuer l'influence des erreurs accidentelles, nous avons pris les moyennes des valeurs fournies par des observatoires voisins. On a formé les cinq groupes suivants :

1. Amérique (A) d'après O et W.
2. Grande-Bretagne (Gb) d'après E et G.
3. Europe (Eu) d'après H, N, Pa et Pt.
4. Europe orientale (R) d'après L et Pu.
5. Tokyo (T).

Nous donnons dans le Tableau XI les écarts mensuels des observatoires

fictifs A, Gb, Eu, R et T par rapport à l'observatoire moyen. Au bas des colonnes figurent les moyennes (E_m) des valeurs absolues des écarts mensuels, ainsi que les erreurs accidentelles (E_a) et saisonnières (E_s) correspondantes. On voit que pour tous les observatoires, sauf Eu, les erreurs accidentelles sont plus petites que les erreurs saisonnières. L'anomalie relative à l'observatoire fictif Eu provient du fait que les quatre observations qui le composent prédominent dans l'observatoire moyen.

TABLEAU XL. — *Corrections saisonnières de longitudes par rapport à l'observatoire moyen.*

(Les nombres expriment des 1/100000 de seconde.)

	A.	$\Delta\lambda_p$.	Z.	R'.	ΔP .	ΔN .	ΔV .	ΔV_A .	A_n .
Janvier.....	-189	+674	+364	+137	+004	+000	-010	+009	-597
Février.....	-116	+760	+211	+138	+003	+007	-029	+143	+063
Mars.....	-99	+639	+048	+071	+002	+009	-027	+162	-083
Avril.....	-68	+360	-182	+003	+002	+001	-011	+126	-378
Mai.....	+22	+005	-373	-025	000	000	-001	+032	-142
Juin.....	+100	-264	-421	-062	-001	000	-002	-086	+164
Juillet.....	+143	-415	-373	-055	-001	000	-008	-167	+411
Août.....	+141	-478	-192	-035	000	000	-006	-179	+520
Septembre.....	+100	-381	+048	-005	+001	000	+011	-130	+544
Octobre.....	+66	-116	+220	+050	+002	+001	+031	-057	+791
Novembre.....	-44	+176	+421	+105	+003	+002	+036	+004	+308
Décembre.....	-193	+476	+431	+151	+003	+003	+017	+084	-795
E_m	1067								400
E_a	205								
E_s	1047								343

	Gb.	Δ .	Gb _n .	Eu.	Δ .	Eu _n .	R.	Δ .	R _n .	T.	Δ .	T _n .
Janvier.....	+176	-522	+1238	+11	-315	-235	-33	-849	-1179	-39	+799	+409
Février.....	+201	-373	+1637	-13	-97	-427	-21	-990	-1200	+09	+590	+680
Mars.....	+115	-178	+972	-20	-208	-408	+53	-884	-354	+41	+210	+630
Avril.....	+12	+123	+243	-18	-014	-194	+96	-411	+549	+55	-325	+225
Mai.....	-82	+395	-425	+01	+183	+193	+90	+032	+932	+44	-674	-234
Juin.....	-121	+495	-715	+20	+261	+461	+42	+326	+746	+71	-781	-071
Juillet.....	-110	+475	-625	+10	+285	+385	+03	+531	+561	+81	-671	+139
Août.....	-88	+308	-572	+04	+219	+259	-11	+597	+487	+22	-396	-176
Septembre...	-84	+066	-774	+10	+095	+195	-28	+454	+175	-36	-058	-418
Octobre.....	-50	-534	-654	+09	+151	+244	-66	+182	-478	-53	+266	-264
Novembre....	+14	-404	-264	+08	-192	-112	-53	-259	-789	-57	+604	+034
Décembre....	+79	-466	+324	+15	-246	-096	-21	-605	-815	-58	+744	+164
E_m	943		704	116		268	431		605	472		289
E_a	338			152			231			217		
E_s	880		617	»		221	370		563	419		191

Les causes possibles et calculables des variations saisonnières dans la détermination des longitudes sont :

- 1° Le déplacement du pôle;
- 2° Le terme z de Kimura;
- 3° La réfraction latérale;
- 4° La variation saisonnière de pression au-dessus des continents et des océans, ainsi que l'accumulation sur les continents de neige pendant l'hiver et de végétation pendant l'été;
- 5° La variation de la vitesse apparente des ondes;
- 6° La dissymétrie de l'espace.

En plus de ces causes calculables de variations saisonnières dans la détermination des longitudes il existe des causes inconnues. Nous allons examiner successivement les effets produits par les causes que nous venons d'énumérer.

52. 1° Les influences saisonnières du déplacement du pôle sur les longitudes ont été calculées d'après la formule

$$\Delta\lambda_p = (x \sin \lambda - y \cos \lambda) \tan \varphi.$$

Les valeurs de x et y sont régulièrement publiées par M. H. Kimura [44]. L'amplitude moyenne de 8 ans de variations saisonnières de longitudes dues au déplacement du pôle atteint $\frac{1}{100}$ de seconde et par suite n'est pas négligeable.

53. 2° M. H. Kimura a trouvé que les latitudes de tous les observatoires de l'hémisphère nord varient d'une même quantité z . On peut supposer que les continents (sial) se déplacent en bloc de cette quantité z , en conservant leurs dimensions, puisqu'ils se comportent, d'après les hypothèses géologiques, comme s'ils flottaient sur un support liquide (sima). Il doit en résulter une variation pour la différence entre les longitudes de stations situées dans la partie est et ouest du continent. Si la longitude d'une station par rapport au méridien du milieu du continent est l , la variation de sa longitude sous l'influence du terme z sera

$$(159) \quad \Delta\lambda_z = l \tan \varphi \sin z.$$

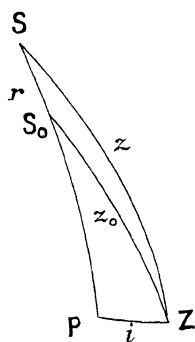
Pour les observatoires fictifs A, Gb, Eu et R les valeurs des variations des longitudes sous l'influence du terme z sont respectivement :

$$-0^s,030z, \quad +0^s,139z, \quad +0^s,116z \quad \text{et} \quad +0^s,120z,$$

où z est exprimé en secondes d'arc. Pour l'observatoire T l'influence du terme z est nul, puisque ses déplacements saisonniers ne dépendent pas directement du mouvement du continent asiatique et que les dimensions propres de l'île sont relativement petites. Dans nos calculs nous avons utilisé les valeurs moyennes de z données par Przybyllok [45].

54. 3° Réfraction latérale [48]. — Supposons que les couches d'air d'égale densité ne sont pas parallèles à l'horizon, mais qu'elles forment un petit

Fig. 6.



angle i avec lui. Soient P (fig. 6) le pôle de ces plans inclinés, Z le zénith du lieu d'observation O, S(α, δ) la position vraie de l'astre, S₀ sa position apparente sous l'influence de la réfraction, A_v l'azimut vrai de l'astre et A₀ son azimut apparent; soit PZS = B l'azimut de l'astre avec le plan vertical PZO. Le triangle sphérique ZSS₀ nous donne, en négligeant les petites quantités du second ordre :

$$(160) \quad A_v - A_0 = a \tan z \frac{\sin S_0 SZ}{\sin Z},$$

en posant S₀S = $r = a \tan z$. Du triangle sphérique SPZ nous tirons, en négligeant les termes du second ordre

$$(161) \quad \sin PSZ = \sin S_0 SZ = \sin i \frac{\sin B}{\sin Z}.$$

En introduisant cette valeur dans (160), il vient

$$(162) \quad A_\nu - A_0 = a \sin i \frac{\sin B}{\sin z \cos z}.$$

La différence des angles horaires au méridien sera donc, en négligeant un terme de l'ordre de $A_\nu \cdot r$:

$$H_\nu - H_0 = \frac{a}{15} \sin i \sin B \sec z \sec \delta$$

et la différence des heures de passage de l'astre au méridien sera

$$(163) \quad t_\nu - t_0 = \mp \frac{a}{15} \sin i \sin B \sec z \sec \delta,$$

où le signe $\mp$ correspond au passage inférieur des étoiles. Posons

$$R_l = \frac{a}{15} \sin i \sin B,$$

alors nous avons

$$(164) \quad t_\nu - t_0 = \mp R_l \sec z \sec \delta \begin{matrix} \text{sup.} \\ \text{inf.} \end{matrix}$$

En comparant cette formule avec les formules relatives aux équations personnelles dans la détermination de l'heure (Chap. III), on voit que l'influence de la réfraction latérale est analogue à celle de l'équation d'éclairement. En posant dans les formules (45, 46, 49) $e_s = -R_l$ et en remplaçant $\sec \delta$ par $\sec(\varphi - \delta) \sec \delta$ (passage supérieur) ou par $\sec[180^\circ - (\varphi + \delta)] \sec \delta$ (passage inférieur), nous avons

$$(165) \quad C_{p_\nu} - C_{p_0} = R_l \left\{ [\sec(\varphi - \delta_h) \sec \delta_h]_m - \frac{S' + I'}{2} (\tan \delta_m - \tan \varphi) \right\},$$

où

$$S' = \frac{\sec(\varphi - \delta_s) \sec \delta_s - \sec(\varphi - \delta_h) \sec \delta_h}{\tan \delta_s - \tan \delta_h}$$

et

$$I' = \frac{\sec[180^\circ - (\varphi + \delta_i)] \sec \delta_i + \sec(\varphi - \delta_h) \sec \delta_h}{\tan \delta_i + \tan \delta_h}.$$

Les valeurs approchées de S' et I' pour Paris sont respectivement 1,2 et 1,6. Dans le cas où l'on observe des étoiles zénithales, on peut poser pour Paris

$$(166) \quad C_{p_\nu} - C_{p_0} = R_l [\sec(\varphi - \delta_h) \sec \delta_h]_m = 1,6 R_l.$$

Il reste à calculer R_l en fonction de la variation de pression et de température. Si A_1 est un lieu d'observation ayant comme température absolue $T_1 = 273^\circ + t_1$ et comme pression p_1 , et si A_2 est un lieu situé à la distance d du premier, de température $T_2 = 273^\circ + t_2$ et de pression p_2 , la formule de Clapeyron nous donne

$$p_1 v_1 = RT_1, \quad p_2 v_2 = RT_2,$$

où v_1 et v_2 les volumes en A_1 et A_2 des colonnes de l'atmosphère ayant une même section horizontale. Ainsi

$$\frac{p_2 h_2 - p_1 h_1}{p_2 h_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

puisque

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{h_2}{h_1},$$

où h_1 et h_2 les hauteurs réduites de l'atmosphère en A_1 et A_2 . Alors

$$(167) \quad h_2 - h_1 = \frac{p_1 - p_2}{p_1} h_2 + \frac{T_2 - T_1}{T_2} \frac{p_2}{p_1} h_2.$$

Comme les différences entre p_2 et p_1 , T_2 et T_1 sont petites, nous pouvons poser

$$(168) \quad h_2 - h_1 = \frac{p_1 - p_2}{p_0} \times 8000 + \frac{t_2 - t_1}{273 + t_0} \times 8000,$$

où p_0 et t_0 sont les moyennes de la pression et de la température dans les deux stations; 8000^m est la hauteur réduite de l'atmosphère. Dans le cas général, il y a égalisation de température et de pression à une hauteur réduite inférieure à 8000^m. Il faut alors multiplier chacun des termes du second membre de la formule (168) par les coefficients convenables α_p et α_t .

Puisque

$$\tan i = \frac{h_2 - h_1}{d},$$

et l'angle i est petit, nous avons en tenant compte de (168)

$$(169) \quad R_l = \frac{\alpha}{15} \left[\frac{8}{p_0} \frac{p_1 - p_2}{d_p} \sin B_p + \frac{8}{273 + t_0} \frac{t_2 - t_1}{d_t} \sin B_t \right],$$

où nous supposons qu'on a mesuré les pressions et les températures dans les stations différentes; la distance est exprimée en kilomètres.

Sur les cartes météorologiques on trace les isobares ou les isothermes à des distances qui correspondent à des variations déterminées de la pression ou de la température. Sur les cartes françaises les isobares sont tracées de 5 en 5 millibars et les isothermes de 5 en 5 degrés centigrades (sur les cartes anglaises de 10 en 10 degrés Fahrenheit).

Si l'on mesure la distance entre deux isobares (d'_p) ou deux isothermes (d'_t) consécutives en suivant les parallèles, on a, dans les cas des observations méridiennes :

$$\frac{\sin B_p}{d'_p} = \frac{1}{d'_p}, \quad \frac{\sin B_t}{d'_t} = \frac{1}{d'_t}.$$

En posant

$$\frac{a}{15} \frac{8}{p_0} = A_p, \quad \frac{a}{15} \frac{8}{273 + t_0} = A_t$$

et en adoptant

$$a = 60'', 15, \quad p_0 = 1000, \quad t_0 = 0^\circ,$$

il vient

$$A_p = + 0^s, 0321, \quad A_t = + 0^s, 1175$$

et

$$(170) \quad R_l = \frac{0^s, 160}{\pm d'_p} + \frac{0^s, 587}{\mp d'_t}$$

pour les cartes françaises. Le signe supérieur correspond au cas de pression et de température plus grandes dans le lieu d'observation que dans les stations situées à l'Ouest. Pour Paris l'influence de la réfraction latérale sur la correction de la pendule est égale approximativement à

$$(171) \quad \Delta C_p = C_{p_v} - C_{p_0} = \frac{0^s, 257}{\pm d'_p} + \frac{0^s, 940}{\mp d'_t}.$$

Nous avons relevé les valeurs d'_p et d'_t pour les observatoires considérés sur les cartes mensuelles d'isobares et d'isothermes [46] et nous les avons introduites dans les formules (170) et (166) afin de calculer les influences de la réfraction latérale sur la correction du pendule.

§5. 4° Influence de pression. — Si la pression atmosphérique est plus grande au-dessus du continent qu'au-dessus de l'océan, il y a un enfoncement du continent dans le sima et, comme résultat, une variation de longitude. En vérité, si le continent s'enfonce, sans changer de dimensions, de $dh = \frac{P_c - P_0}{3}$ cm, en supposant que sa densité moyenne est égale à 3, les

longitudes Est diminuent et les longitudes Ouest augmentent d'une quantité Δl . Si la longitude d'une station par rapport au milieu du continent est l , la variation de la longitude est égale à

$$(172) \quad \Delta l = l \frac{dh}{a} = \frac{l}{3a} (p_c - p_0) = 1^s,881 \cdot 10^{-6} (p_c - p_0) l^h.$$

Pour les stations A, Eu et R cette formule prend les formes

$$- 3,6 \cdot 10^{-6} (p_c - p_0), \quad + 10,3 \cdot 10^{-6} (p_c - p_0), \quad + 7,5 \cdot 10^{-6} (p_c - p_0).$$

Les valeurs saisonnières des différences $p_c - p_0$ sont celles de Napier Shaw [46].

Un effet semblable peut être produit par l'accumulation des neiges sur les continents Nord Américain et Asiatique pendant l'hiver. Leur influence sur les longitudes se fait surtout sentir vers l'équinoxe du printemps. Pour A l'influence maximum est $-0^s,000_{09}$ et pour R elle est $+0^s,000_{08}$. L'influence due à la végétation a son maximum vers l'automne, mais elle atteint à peine $0^s,000_{01}$.

§6. 5° Variation saisonnière de propagation des ondes. — Nous avons déjà étudié cette variation (Chap. VI). Son influence est en partie affaiblie puisqu'on a reçu des émissions de signaux horaires provenant de diverses stations.

W. On a comparé W avec Eu plus souvent par l'intermédiaire de NSS que de FYL. En moyenne on a utilisé deux fois plus souvent les signaux de NSS que de FYL. Ainsi la correction qu'il faut appliquer à l'heure de W pour éliminer l'influence de l'erreur saisonnière dans la propagation des ondes est égale à

$$+ 0^s,000_{47} \sin(t + 13^h 0) + 0^s,000_{47} \sin 2(t + 6^h 8)$$

d'après la formule (113).

O. On a comparé quatre fois plus souvent O avec Eu par l'intermédiaire de FYL que de NSS. Alors la correction saisonnière de O due à la variation de propagation des ondes sera

$$- 0^s,000_{86} \sin(t + 13^h 0) - 0^s,000_{86} \sin 2(t + 6^h 8).$$

Pour leur moyenne (station A) la correction est

$$- 0^s,000_{20} [\sin(t + 13^h 0) + \sin 2(t + 6^h 8)].$$

T. On a comparé T avec Eu plus souvent (77 pour 100) par l'intermédiaire des stations Européennes que par l'intermédiaire de FZA. La correction saisonnière de T en utilisant la formule (105) sera

$$- 0^s,000_{60} \sin(t - 2^h 1) - 0^s,000_{29} \sin 2(t + 3^h 8).$$

57. 6° Dissymétrie de l'espace. — L'influence du mouvement absolu de la Terre dans l'espace et l'influence de l'attraction luni-solaire [form. (145), (154), Chap. VIII] sur la variation saisonnière apparente des longitudes sont diminuées dans le cas qui nous occupe, puisqu'on a utilisé les émissions des signaux horaires qui correspondent aux diverses heures de la journée. Ces influences pour les stations A, R et T sont respectivement

$$\begin{aligned} \text{A} \quad & \left\{ \begin{array}{l} + 0^s,001_{70} \cos(\theta_0 + n_1 t) - 0^s,000_{61} \sin(\theta_0 + n_1 t) \\ - 0^s,000_{34} \sin 2(\theta_0 + n_1 t) - 0^s,000_{29} \cos 2(\theta_0 + n_1 t), \end{array} \right. \\ \text{R} \quad & \left\{ \begin{array}{l} - 0^s,000_{38} \cos(\theta_0 + n_1 t) + 0^s,000_{94} \sin(\theta_0 + n_1 t) \\ - 0^s,000_{13} \sin 2(\theta_0 + n_1 t) - 0^s,000_{08} \cos 2(\theta_0 + n_1 t), \end{array} \right. \\ \text{T} \quad & \left\{ \begin{array}{l} + 0^s,001_{59} \cos(\theta_0 + n_1 t) + 0^s,002_{34} \sin(\theta_0 + n_1 t) \\ + 0^s,000_{07} \sin 2(\theta_0 + n_1 t) - 0^s,000_{18} \cos 2(\theta_0 + n_1 t). \end{array} \right. \end{aligned}$$

Dans le calcul des coefficients qui entrent dans les formules précédentes on a pris la moyenne pondérée des valeurs correspondant aux diverses émissions des signaux. θ_0 est le temps sidéral de Greenwich à minuit de la date choisie comme origine.

58. Nous donnons dans le Tableau XL pour la station moyenne A, et séparément pour chaque mois, les valeurs des corrections provenant du déplacement du pôle ($\Delta\lambda_p$), du terme de Kimura (Z), de la réfraction latérale (R'_l), de la variation de pression (ΔP), de l'épaisseur de la couche de neige (ΔN), de la variation saisonnière de la vitesse apparente des ondes (ΔV), de la vitesse absolue de la Terre dans l'espace et de l'attraction luni-solaire (ΔV_A). Dans la colonne A_n nous donnons les corrections saisonnières de longitude après avoir tenu compte de l'influence des corrections 1-6 (§ 52-57). Au bas de la colonne A_n figurent la moyenne (E_m) des valeurs absolues de A_n et l'erreur saisonnière (E_s) correspondante, affranchie de l'erreur accidentelle (E_a).

Pour Gb, Eu, R et T nous donnons seulement la somme des corrections

(col. Δ , Tableau XI.) dues aux causes 1 — 6 (§ 52-57), et dans les colonnes Gb_n , Eu_n , R_n et T_n , les résidus tels que $Gb - \Delta$ ainsi que les E_m et les E_s correspondantes. On voit que pour toutes les stations, sauf celles de l'Europe continentale (Eu , R), nous avons une diminution sensible des erreurs saisonnières; toutefois les erreurs résiduelles sont encore assez sensibles, surtout pour A , Gb et R . Vu que chacune de ces stations fictives représente la moyenne de deux observatoires, une partie des variations saisonnières peut provenir de causes locales propres aux observatoires et l'autre partie de causes communes aux deux observatoires.

Les variations saisonnières locales peuvent provenir de la réfraction anormale de la salle d'observation ou de la localité environnante ainsi que des erreurs saisonnières instrumentales. Les causes communes peuvent provenir du déplacement périodique réel ou apparent du continent dû à des causes inconnues. Nous avons trouvé que les erreurs dues aux causes locales pour A , G et R sont respectivement $0^s,000_{,6}$, $0^s,002_{,1}$ et $0^s,000_{,7}$. Ainsi les variations saisonnières résiduelles des longitudes deviennent $0^s,003_{,8}$, $0^s,005_{,4}$ et $0^s,005_{,8}$; elles sont encore assez fortes.

59. La variation saisonnière résiduelle de A correspond à un mouvement progressif lent vers l'Ouest, à partir du mois de décembre jusqu'au mois d'octobre, et à un mouvement assez brusque vers l'Est à partir du mois d'octobre jusqu'au mois de décembre. Cette variation peut être expliquée par un déplacement de 2^m du continent par rapport à sa position moyenne.

La variation saisonnière de Gb correspond à un mouvement sinusoïdal: pendant le premier semestre il y a un mouvement vers l'Est et pendant le second vers l'Ouest. Cette variation de longitude peut provenir d'un déplacement saisonnier des Iles Britanniques égal à 3^m .

La variation saisonnière de R correspond à un mouvement lent vers l'Est (de mai à février) et à un mouvement plus brusque vers l'Ouest (de février à mai). Cette variation peut être expliquée par un déplacement du continent égale à $2^m,5$.

Le mouvement de Eu est analogue à celui de R , mais son amplitude est plus petite.

Les variations saisonnières de Tokyo sont faibles. Il y a un mouvement assez bref vers l'Est (de février à mai) avec une stabilité relative (de mars

à septembre) et un mouvement vers l'Ouest (de septembre à février). Or, nous avons vu que, s'il y a enfoncement ou déplacement d'un continent vers le Nord, il en résulte une variation relative des longitudes des stations. Quand les longitudes des stations Est, par rapport au milieu du continent, augmentent, les longitudes des stations Ouest diminuent et inversement. Cet effet est moins marqué pour T et pour Eu, car ces deux stations ne sont pas étroitement reliées avec la masse principale du continent asiatique. Ainsi, on voit qu'en plus du déplacement du continent asiatique dû aux causes 2 et 4 ci-dessus mentionnées (§ 53, 55), il existe d'autres causes saisonnières, comme, par exemple, une influence directe possible du Soleil sur la croûte terrestre.

Dans notre étude des variations saisonnières dans la détermination des longitudes nous n'avons pas tenu compte de quelques influences qui peuvent provenir de termes sidéraux dans la détermination astronomique de l'heure [43]. Comme dans le plus grand nombre des stations on effectue les déterminations astronomiques de l'heure dans la première partie de la nuit, la différence moyenne entre les heures locales d'observations dans les divers observatoires est nulle et par suite l'influence des causes périodiques reliées au temps sidéral, comme la dissymétrie de l'espace, le ΔR_z des catalogues, etc., est aussi nulle.



CHAPITRE IX.

VARIATIONS SÉCULAIRES ET PÉRIODIQUES DES LONGITUDES.

60. Nous avons donné dans le Tableau III du Chapitre I les corrections annuelles des longitudes par rapport à l'observatoire moyen. D'après ce tableau nous avons calculé les erreurs moyennes annuelles pour 10 observatoires par rapport à la moyenne de 8 ans (E_8). On a calculé en outre les erreurs moyennes annuelles pour les trois premières années (E_{3p}) et pour les trois dernières années (E_{3d}) par rapport à la moyenne des années correspondantes (Tableau XLI).

TABLEAU XLI.

	G.	H.	L.	N.	Pa.	Pt.	Pu.	T.	U.	W.	Moyenne.
E_8	$0,008_8^s$	21 ₈	5 ₃	21 ₀	8 ₇	17 ₇	16 ₇	16 ₉	21 ₂	12 ₇	$0,015_2^s$
E_{3p}	$0,002_9$	5 ₆	4 ₇	15 ₂	7 ₁	9 ₂	3 ₃	17 ₀	11 ₃	5 ₀	$0,008_1$
E_{3d}	$0,008_0$	10 ₉	1 ₆	10 ₈	4 ₉	7 ₁	4 ₅	9 ₂	18 ₆	10 ₉	$0,008_6$

Les erreurs moyennes d'après la moyenne de 8 ans sont deux fois plus grandes que d'après la moyenne de 3 ans. Cela peut provenir du fait qu'il existe, en plus des erreurs accidentelles de longitudes, des erreurs séculaires et périodiques. Si l'erreur annuelle accidentelle est E_a et l'erreur annuelle séculaire et périodique E_{va} , nous avons d'après le Tableau XLI, les équations suivantes :

$$(173) \quad E_a^2 - \frac{E_a^2}{3} + \frac{2}{3} E_{va}^2 = \overline{0,008_4^2}, \quad E_a^2 - \frac{E_a^2}{8} + \frac{42}{8} E_{va}^2 = \overline{0,015_2^2}$$

qui donnent

$$E_a = 0,008_6, \quad E_{va} = 0,005_7.$$

Ainsi on voit qu'il existe en plus des erreurs accidentelles annuelles dans la détermination de longitudes, des termes séculaires ou périodiques.

61. Wegener [50] a émis une hypothèse de translations continentales d'après laquelle les continents se déplacent non seulement par rapport aux océans, mais encore les uns par rapport aux autres. D'après la théorie de l'isostasie l'écorce terrestre (sial) se comporte comme si elle flottait sur un support liquide (sima), la quantité dont elle est immergée étant déterminée d'après le principe d'Archimède. Une des forces agissant sur l'écorce terrestre est celle qui tend à écarter les continents des pôles. En adoptant le coefficient de viscosité de 10^{16} gr/cm-sec, Wegener trouve 25^m par an comme déplacement vers l'équateur. Étant donnée la résistance de front qui arrête complètement les petits morceaux et par suite doit gêner de façon sensible les gros, on ne doit s'attendre pour le déplacement qu'à une fraction de la valeur indiquée.

L'autre composante est celle qui tend à déplacer les continents vers l'Ouest. On attribue la rotation vers l'Ouest de l'ensemble de l'écorce terrestre autour du noyau à l'action retardatrice des marées (Schwarz, Wetstein) ou à la différence de la précession de l'axe de révolution des continents et de l'axe de rotation de l'ensemble du globe terrestre (Schweydar).

C'est pour le Groenland et Madagascar que Wegener trouve les plus grands déplacements. Pour l'Amérique du Nord il trouve des déplacements vers l'Ouest de $1^m,2$ à $0^m,6$ par an, ce qui correspond à $0^s,003$ et $0^s,002$ de variation annuelle dans les longitudes.

E. W. Brown [49] a émis l'idée que, peut-être, la Terre est le siège de dilatations ou de contractions qui font varier son rayon et éloignent ou rapprochent de son axe les particules qui la constituent; on expliquerait ainsi le phénomène de la variation de la durée du jour. Si ces contractions et ces dilatations ne sont pas symétriques par rapport au centre de la Terre, on doit avoir en même temps des variations relatives de longitudes entre diverses parties du globe terrestre. Si les dilatations et les contractions n'atteignent pas le noyau de la Terre, mais seulement la couche externe jusqu'à une profondeur de 80^{km} , il serait nécessaire que les variations du rayon terrestre soient de l'ordre de $3^m,5$ pour expliquer les phénomènes de variations du jour. Ce changement de rayon fait varier la longueur du grand cercle de 22^m . Si cette variation de longueur n'est pas distribuée régulièrement sur tout le parcours, on peut avoir des variations de longitudes attei-

gnant à l'équateur $0^s,05$. Pour des latitudes plus hautes les variations de longitudes peuvent être respectivement plus grandes.

62. Les résultats des réceptions régulières des signaux horaires dans les divers observatoires pendant la période 1922-1929 (Tableau III, § 5) et les résultats de 1930 peuvent servir comme base de détermination de la variation des longitudes. Les corrections de différences de longitudes pour chaque année entre les observatoires W, O, G, T d'un côté et l'Europe moyenne (moyenne pondérée de L, N, Pa, Pt, Pu et U) de l'autre sont données dans le Tableau XLII. Dans le cas $Eu_0 - R$ on a pris pour Eu_0 la moyenne pondérée de N, Pa et U.

TABLEAU XLII.

	1922.	1923.	1924.	1925.	1926.	1927.	1928.	1929.	1930.
W-Eu.....	$+0^s,005_9$	$+ 2_1$	$+17_9$	$+26_2$	$+10_5$	$- 0_8$	-33_1	-28_7	-20_0
O-Eu.....	$-0^s,005_1$	$+27_1$	$- 0_1$	$- 8_8$	$- 2_5$	$+10_2$	»	»	»
G-Eu.....	$+0^s,013_4$	$+17_6$	$+13_4$	-12_3	$+ 9_0$	$+ 0_7$	$- 8_9$	-23_2	-32_6
Eu_0-R	»	-12_2	$- 6_1$	-12_8	$+10_4$	$+16_4$	$+ 9_9$	$+ 5_1$	$- 7_9$
Eu-T.....	»	»	-46_1	$- 2_1$	$- 2_7$	$+16_6$	$+34_2$	$+43_9$	»

Aux résultats du Tableau XLII on a ajouté pour W-Eu les valeurs de 1920 et 1921 qui sont respectivement

$$- 0^s,030_9 \text{ et } -0^s,013_9.$$

Nous avons calculé la variation séculaire des longitudes entre les observatoires et l'Europe moyenne en prenant toutes les différences possibles des résultats relatifs à chaque année avec les résultats des années précédentes.

On a formé ainsi des équations du type

$$(174) \quad n \Delta_\lambda = \Delta L,$$

où Δ_λ est la variation annuelle progressive des longitudes, n le nombre des années et ΔL la différence correspondante. En résolvant les équations (174) pour les observatoires du Tableau XLII on trouve pour Δ_λ les valeurs suivantes :

$$(175) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta_\lambda \dots \\ \pm \end{array} \right. \begin{array}{ccccc} W-Eu. & O-Eu. & G-Eu. & Eu_0-R. & Eu-T. \\ -0^s,001_{18} & -0^s,000_{60} & -0^s,005_{63} & +0^s,001_{92} & +0^s,016_{35} \\ \pm 0^s,000_{78} & \pm 0^s,001_{25} & \pm 0^s,000_{47} & \pm 0^s,000_{83} & \pm 0^s,001_{26} \end{array}$$

On voit que pour la période étudiée il y a un rapprochement de l'Amérique vers l'Europe, mais l'erreur probable de cette quantité est de l'ordre de sa valeur elle-même.

Pour voir s'il existe une vraie variation séculaire de longitude entre l'Amérique et l'Europe, nous avons utilisé les résultats d'anciennes déterminations de longitudes transatlantiques [51-54] qui sont donnés dans la colonne λ_{ob} du Tableau XLIII et rapportés à W — Pa. E est l'erreur probable du résultat correspondant. Puisque les déterminations de longitudes ont été faites chaque fois pendant des mois différents, il faut tenir compte des influences des variations saisonnières qui figurent dans la colonne $\Delta\lambda_s$ du Tableau XLIII. Dans la colonne λ_c nous donnons les valeurs conclues des longitudes, affranchies de l'erreur saisonnière et dans la colonne *Poids* les poids adoptés pour les valeurs des longitudes respectives.

Pour avoir les longitudes W — Eu pour la période 1920-1930, il suffit d'ajouter $5^h 17^m 36^s,691_s$ aux valeurs du Tableau XLII. La période 1870-1930 nous donne pour le déplacement séculaire de l'Amérique par rapport à l'Europe

$$(176) \quad \Delta\lambda = -0^s,000_{03} \pm 0^s,000_{19}.$$

Ainsi on voit que la variation séculaire des longitudes entre l'Amérique et l'Europe est nulle.

TABLEAU XLIII.

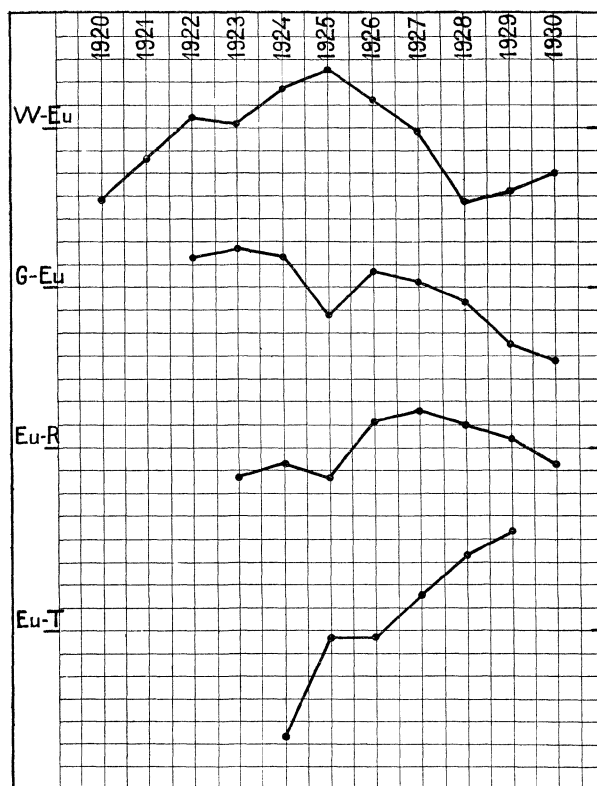
	λ_{ob}	E.	$\Delta\lambda_s$	λ_c	Poids.
	^h ^m ^s	^s	^s	^s	
1866.....	5.17.36,561	$\pm 0,090$	$+0,008$	36,569	0
1870.....	36,735	$\pm 0,056$	$+0,014$	36,749	0,25
1872.....	36,687	$\pm 0,033$	$-0,010$	36,677	0,50
1892.....	36,702	$\pm 0,024$	$-0,007$	36,695	0,50
1914.....	36,658	$\pm 0,003$	$+0,010$	36,668	1,00

63. Sur la figure 7 nous avons représenté graphiquement les valeurs du Tableau XLII sauf celles de O, puisqu'on a déterminé l'heure à O à l'aide d'un grand instrument rarement retournable et qu'on a fait la réception des signaux horaires à l'oreille; il nous manque en outre les trois dernières années de réception des signaux. D'après la figure 7 on soupçonne une variation périodique de longitudes entre W et Eu. On a presque une période complète qui est égale à 10 ans environ. N'avons-nous pas ici une période

de l'ordre de 11 ans qu'on retrouve dans les autres manifestations de la vie terrestre (météorologie, magnétisme terrestre, sismologie, etc.)?

Puisque la courbe pour W-Eu (fig. 7) est analogue à la courbe des

Fig. 7.



taches solaires, nous avons supposé que cette corrélation a existé pendant les périodes précédentes. En superposant le graphique W-Eu (fig. 7) avec des graphiques de taches solaires [55], on peut déduire les corrections périodiques de longitudes pour des années 1866-1914. Dans le Tableau XLIV, nous donnons dans la colonne λ_c les résultats de longitudes W-Pa corrigés des erreurs saisonnières, dans la colonne Δ les réductions à la longitude moyenne, compte tenu des variations périodiques de longitudes. Les longitudes de l'année calculées en partant de la longitude moyenne $\lambda_m = 5^h 17^m 36^s,691$ se trouvent dans la colonne λ_p . Dans les colonnes Δ ,

et Δ_2 , on donne respectivement les écarts de longitudes λ_c par rapport à la longitude moyenne (λ_m) et par rapport à la longitude de l'année (λ_p).

TABLEAU XLIV.

	λ_c	Δ	λ_p	Δ_1	Δ_2
	^h ^m ^s	^s	^s	^s	^s
1866.....	5.17.36,569	+0,027	36,664	+0,122	+0,095
1870.....	36,749	—0,019	36,710	—0,058	—0,039
1872.....	36,677	—0,015	36,706	+0,014	+0,029
1892.....	36,695	—0,005	36,696	—0,004	+0,001
1914.....	36,668	+0,029	36,662	+0,023	—0,006

La somme des valeurs absolues de Δ_1 est 221 et des Δ_2 , 170. On voit qu'en tenant compte de l'influence périodique des longitudes, on améliore les résultats des déterminations individuelles des longitudes.

Ainsi, nous pouvons refaire le calcul de la variation séculaire des longitudes en introduisant les influences des déplacements périodiques des continents. On trouve les valeurs suivantes pour les corrections de longitudes :

1866....	—0,095	1914....	+0,006	1923....	—0,007	1927....	+0,006
1870....	+0,039	1920....	—0,002	1924....	0,000	1928....	—0,009
1872....	—0,029	1921....	—0,001	1925....	+0,008	1929....	+0,004
1892....	—0,001	1922....	—0,001	1926....	+0,001	1930....	+0,002

d'où pour la valeur du déplacement séculaire des continents

$$(177) \quad \Delta_k = + 0^s,000_{086} \pm 0^s,000_{046},$$

c'est-à-dire un faible éloignement avec une erreur probable deux fois plus petite que le déplacement même. En comparant ce résultat avec le résultat (176) qui a été trouvé en partant des mêmes données, mais non corrigées de l'influence des variations périodiques des longitudes, on voit que l'erreur probable du résultat est diminuée 4 fois. Ainsi l'introduction des influences dues à un déplacement périodique des continents améliore les résultats du calcul du déplacement séculaire. Il y a un éloignement séculaire du continent américain avec une vitesse égale seulement à 3^{cm} par an ; cet éloignement est 40 fois plus petit que celui trouvé par Wegener.

En adoptant la longitude W-Pa, d'après les années 1920-1930, soit : 5^h 17^m 36^s,691, on trouve + 0^s,006 pour la correction systématique des longitudes 1870-1914, sans tenir compte des variations périodiques de longi-

tudes, et seulement $-0^s,000_3$ (c'est-à-dire nulle) en tenant compte des déplacements périodiques des continents.

Ainsi les erreurs accidentelles et systématiques des anciennes longitudes et l'erreur de calcul du déplacement séculaire des continents Amérique-Europe diminuent quand on introduit les corrections dues au déplacement périodique des continents, dans l'hypothèse d'une période égale à 11 ans.

64. Bien que la distance de G par rapport à l'Europe continentale ne soit pas grande, il est possible qu'il existe pour cet observatoire des variations appréciables de longitude à cause de sa situation sur une île. D'après (175) on voit qu'il y a une assez forte variation de la longitude de G par rapport à Eu. En se rapportant à la figure 7, on remarque que cette variation n'est pas progressive : il y a une courbure analogue à W-Eu. Seulement à cause du nombre restreint d'années de comparaison, on trouve dans le calcul un terme séculaire assez important.

Nous pouvons tirer la même conclusion relativement à la variation séculaire et périodique des longitudes de R et de T par rapport à Eu : le terme séculaire n'apparaît dans le calcul qu'à cause du nombre restreint d'années de comparaison. Les courbes (*fig. 7*) semblent indiquer un caractère périodique qu'une longue accumulation de matériaux pourra seule prouver. Les déplacements des stations orientales par rapport à Eu sont de signe contraire aux déplacements des stations occidentales. L'amplitude du déplacement périodique de T par rapport à Eu est plus grande que celle de R, c'est-à-dire qu'elle dépend aussi de la distance des stations.

65. Deux causes peuvent produire la variation périodique des longitudes :

- 1° Des pulsations de la Terre avec une période égale environ à 11 ans;
- 2° Des contractions et des dilatations sur la surface de la Terre dues à la différence des rotations du noyau et de la couche superficielle.

1. La Terre représente une sorte d'ellipsoïde élastique en vibrations périodiques (pulsations) sous l'influence de diverses causes externes et internes. Ces vibrations de la masse de la Terre ou seulement de sa couche superficielle peuvent faire varier la forme de l'équateur et des parallèles.

En supposant qu'au début l'équateur et les parallèles ont eu la forme de cercles, ils prennent après quelques années une forme elliptique. Du côté où il y a une augmentation du rayon, il se produit une augmentation des longitudes relatives et de l'autre côté une diminution.

Un arc d'ellipse entre deux points de longitudes L et L' se représente par la formule

$$s = a(1 - e^2) \left[\left(1 + \frac{3}{4} e^2 \right) (L - L') \sin 1^s - \frac{3}{8} e^2 (\sin 2L - \sin 2L') + \dots \right].$$

En supposant que dans les déformations, le cercle qui s'est transformé en ellipse garde sa surface, nous avons $\pi ab = \pi r^2$, où r est le rayon du cercle avant sa déformation. Il vient ensuite

$$b = \frac{r^2}{a}, \quad e^2 = \frac{a^4 - r^4}{a^4}, \quad a(1 - e^2) = \frac{r^4}{a},$$

et

$$\frac{s}{r} = \frac{r^3}{a^3} \left[\frac{7a^4 - 3r^4}{4a^4} (L - L') \sin 1^s - \frac{3}{8} \left(\frac{a^4 - r^4}{a^4} \right) (\sin 2L - \sin 2L') \right].$$

Puisque la différence entre r et a est petite, on peut poser

$$\frac{r}{a} = 1 - \alpha$$

et, en négligeant les termes du troisième ordre par rapport à α , on trouve

$$\frac{s}{r} = \frac{1}{4} (4 - 9\alpha + 3\alpha^2) (L - L') \sin 1^s - \frac{3}{4} (2\alpha - 9\alpha^2) (\sin 2L - \sin 2L').$$

Avant la déformation aux extrémités de l'arc s correspondaient les longitudes L_0 et L'_0 . En posant $L'_0 = L' = 0$ (sommet du grand axe) et $L = \frac{\pi}{4}$, on a

$$\left(\frac{27}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{\pi}{4} \right) \alpha^2 - \left(\frac{9}{4} \times \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2} \right) \alpha + \frac{\pi}{4} - L_0 \sin 1^s = 0.$$

En prenant $\frac{\pi}{4} - L_0 \sin 1^s = 0^s, 025 \sin 1^s$, il vient $\alpha = 0,00000055$ et $a = r + 3^m, 5$ (équateur).

Pour avoir à l'équateur d'un côté ou de l'autre de la position moyenne une variation de longitudes égale à $0^s, 05$, la différence de longitude étant 6^h , il suffit de faire varier le rayon de l'équateur de $3^m, 5$ en l'aug-

mentant ou en le diminuant. Pour W-Eu la demi-amplitude de la variation de longitude est $0^{\circ},03$, et il suffit d'un changement de $1^m,5$ dans le rayon du parallèle correspondant pour l'expliquer. Les valeurs trouvées ici pour la variation du rayon de la Terre sont d'accord avec les valeurs données par E. W. Brown pour expliquer la variation de la durée du jour.

2° On suppose que le noyau de la Terre est en rotation avec une vitesse différente de celle de la couche superficielle isostatique dont l'épaisseur est de 80^{km} environ. Comme la profondeur de la couche isostatique n'est pas une constante, il doit exister une différence de résistance entre les diverses parties de cette couche et du noyau. Cette différence produit une série de contractions et de dilatations de l'écorce terrestre qui se nivellent avec le temps. On a, ainsi, une sorte d'onde qui se propage sur la surface de la Terre et qui produit des variations périodiques de longitudes.

Probablement les deux causes indiquées ci-dessus agissent en même temps et leur ensemble produit les variations périodiques observées dans les longitudes.

Vu et approuvé :

Paris, le 31 juillet 1931.

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES,
C. MAURAIN.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 31 juillet 1931.

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS,

Pour le Recteur :

L'INSPECTEUR DE L'ACADÉMIE,
BEAULAVON.



INDEX BIBLIOGRAPHIQUE.

ABRÉVIATIONS.

<i>C. S. S.</i>	Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes, Sciences.
<i>B. O. C. Pu</i>	Bulletin de l'Observatoire Central à Poulkovo.
<i>A. Ch. C. P. M.</i>	Annales de la Chambre Centrale des Poids et Mesures, Leningrad.
<i>B. H.</i>	Bulletin horaire du Bureau International de l'Heure.
<i>A. G. U. G. G.</i>	Assemblée Générale de l'Union Géodésique et Géophysique à Stockholm. Rapport à la Commission mixte des longitudes par T. S. F.
<i>C. R.</i>	Compte rendus des séances de l'Académie des Sciences, Paris.
<i>A. N.</i>	Astronomische Nachrichten.

1. N. STOYKO. — Sur la précision de la détermination de l'heure et sur les moyens de l'améliorer (*C. S. S.*, Lille, 1928, p. 41).
2. Astronomical Observations made at the Royal Observatory Greenwich (1922-1928).
3. H. KNOX-SHAW. — Observation of Wireless Time Signals. Helwan Observatory (Bulletins n^{os} 25, 28, 31 et 32).
4. N. PREPITCH. — Établissement et conservation de l'heure exacte [*A. Ch. C. P. M.*, 1, (13), 1926, p. 41-119].
5. N. PREPITCH et B. RAK. — Service de l'Heure de la Chambre Centrale des Poids et Mesures en 1923-1925 [*A. Ch. C. P. M.*, 2, (14), 1928, p. 232-259].
6. L. ARNDT. — Rapport du Directeur de l'Observatoire cantonal de Neuchâtel (1924-1926).
7. M. STEWART. — Wireless Time Signals observed at Ottawa (*Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, 1923, p. 79, 247, 383; 1924, p. 271; 1925, p. 118).
8. C. SMITH. — Wireless Time Signals observed at Ottawa 1921-1926 (*Publications of the Dominion Observatory at Ottawa*, vol. XI, 1, 1930, p. 1-57).
9. B. WANACH. — Der Zeitdienst des Geodatischen Instituts in den Jahren 1922 und 1923 (*Veröffentlichung des Preussischen Geodatischen Instituts*, Neue Folge, n^o 93, 1924, p. 1-72).
10. N. DNEPROVSKY. — Réception des signaux horaires à l'Observatoire de Poulkovo (*B. O. C. Pu.*, t. X, 1924, p. 156).
11. F. RENZ und J. BELJAJEFF. — Empfang der rhythmischen Zeitsignale der Radiostation Lyon (*B. O. C. Pu.*, t. X, 1924, p. 162).

12. Bulletin du Comité de l'heure à l'Observatoire de Poulkovo, n^{os} 1-9 (1925-1929).
13. N. STOYKO. — Correction définitive des pendules du B. I. H. en 1929 (*B. H.*, t. IV, 1930, p. 151).
14. A. LAMBERT. — Sur l'amélioration de l'heure déterminée dans divers observatoires en 1929 (*B. H.*, t. IV, 1930, p. 135).
15. W. ELCHELBERGER. — Positions and Proper Motions of 1504 Standard Stars for the Equinox 1925,0 (*Astronomical Papers*, vol. X, Part I, 1925, p. 1-166).
16. A. LAMBERT. — Sur le désaccord des corrections de pendule à l'instrument méridien suivant la position de l'instrument (*A. G. U. G. G.*, 1930, Annexe D).
17. J. WITKOWSKI. — Longitude Determinations made at Poznan and Riga (*Acta Astronomica*, série b, vol. I, 1930, p. 63-128).
18. N. STOYKO. — De l'influence des équations personnelles sur la détermination de l'heure par la lunette méridienne avec micromètre impersonnel (*C. R.*, t. 187, 1928, p. 713).
19. N. STOYKO. — Sur un cas particulier de la détermination de l'heure par la lunette méridienne (*C. S. S.*, Paris, 1927, p. 27).
20. A. LAMBERT. — Remarques sur l'équation personnelle absolue aux instruments munis de micromètre à fil entraîné mécaniquement (*A. G. U. G. G.*, 1930, Annexe C).
21. N. STOYKO. — Sur un cas d'équation d'éclairage dans les observations méridiennes de passages (*C. R.*, t. 187, 1928, p. 413).
22. F. RENZ. — Über den Einfluss der Bewegungsrichtung im Gesichtsfelde auf die Beobachtung von Sterndurchgängen (*A. N.*, 228, 1926, p. 151).
23. J. BELJAJEFF. — Catalogue of right ascensions of 201 stars for the epoch 1925, 0 from observations with Bamberg's transit instrument (*B. O. C. Pu.*, t. X, 1927, p. 505).
24. J. BELJAJEFF. — On the systematic difference of azimuths obtained from different culminations of polar stars with Bamberg's transt instrument (*B. O. C. Pu.*, t. XI 1927, p. 6).
25. G. BIGOURDAN. — Sur les équations d'origines diverses, qui peuvent affecter les corrections de pendule employées au B. I. H. (*C. R.*, t. 180, 1925, p. 1309, 1877, 1986; t. 183, 1926, p. 621).
26. Annual Report of the Naval Observatory for the fiscal year (1923-1926).
27. P. ENGL. — Sur la précision de longitudes de premier ordre (*Bulletin géodésique*, n^o 26, 1930, p. 50-90).
28. J. BELJAJEFF and N. DNEPROVSKY. — Determination of the difference of longitude between Pulkovo and Greenwich by Wireless (*Travaux de l'Observatoire central de Poulkovo*, série II, t. XXXIV, 1928, p. 18).
29. L. VOLTA. — Differenza di longitudine fra Genova, Milano et Napoli (*Istituto Idrografico della Regia Marina*, vol. XII, 1928, p. 20).
30. Bolletin mensual del Observatorio del Ebro (volumes X-XIX, 1919-1929).
31. A. LAMBERT. — La participation française à la révision des longitudes mondiales (Paris, 1928, p. 117).
32. F. LITTEL et J. C. HAMMOND. — Some results of the World longitude Work of 1926 (*Popular Astronomy*, vol. 36, 1928, p. 41).
33. M. HASIMOTO. — Second Note on the Transit Velocity of Long Radio Waves (*Tokyo Astronomical Bulletin*, 1927, n^o 3).

34. N. STOYKO. — La vitesse de propagation des ondes longues et des ondes courtes (*A. G. U. G. G.*, 1930, Annexe E).
35. W. H. ECCLES. — On the Diurnal Variations of the Electric Waves occurring in Nature and the Propagation of Electric Waves Round of the Earth (*Proceedings of the Royal Society of London*, t. 87, 1912, p. 79).
36. H. R. MORGAN. — Clock rates and rotation of the Earth (*Popular Astronomy*, vol. 36, 1928, p. 291).
37. R. H. TUCKER. — Periodic variation of the Riefler Clock and Meridian Circle Corrections (*Publications Astronomical Society of Pacific*, vol. 38, 1926, p. 395).
38. A. GAILLOT. — Sur la variation de l'intensité de la pesanteur due à l'attraction luni-solaire. Conséquences relatives à la marche des pendules (*Bulletin astronomique*, t. I, 1884, p. 217).
39. L. COURVOISIER. — Bestimmungsversuche der Erdbewegung relativ zum Lichtäther (*A. N.*, B. 226, 1925, p. 241; B. 230, 1927, p. 425).
40. A. ORLOFF. — Determination of the Mean Rigidity of the Earth from Observations at Yurief, Tomsk and Potsdam (*Travaux de l'Observatoire de l'Université Impériale d'Odessa*, n° 2, 1925, p. 1-281).
41. SCHWEYDAR. — Untersuchungen über die Gezeiten der festen Erde (Berlin, 1912).
42. E. ESCLANGON. — Sur la dissymétrie optique de l'espace et les lois de la réflexion (*C. R.*, t. 185, 1927, p. 1593).
43. E. ESCLANGON. — Sur la précision des observations méridiennes et des déterminations de longitude (*Annales de l'Observatoire de Strasbourg*, t. I, 1927, p. 373).
44. H. KIMURA. — Provisional result of the Work of the International Latitude Service in the North Parallel 39°8' (*Japanesse Journal of Astronomy and Geophysics*, vol. III, 1925, p. 153, ...).
45. PRZYBYLLOK. — Über den gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse von den Polhöhen-schwankungen (*Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft*, t. 54, 1919, p. 132).
46. NAPIER SHAW. — Manual of Meteorology (vol. II, 1928, p. 60, ..., 218, ...).
47. N. STOYKO. — Influences saisonnières sur la détermination de longitudes (*A. G. U. G. G.*, 1930, Annexe A).
48. RADAU. — Recherches sur la théorie des réfractions astronomiques (*Annales de l'Observatoire de Paris*, t. XVI, 1882, p. 102).
49. E. W. BROWN. — The evidence for changes in the rate of rotation of the Earth and their geophysical consequences, with a summary and discussion of the deviations of the moon and sun from their gravitational orbits (*Transactions of the astronomical observatory of Yale University*, 3, Part 6, 1926, p. 209-235).
50. WEGENER. — La genèse des Continents et des Océans (traduction d'après la troisième édition allemande, Paris, 1924, p. 1-161).
51. C. A. SHOTT. — The telegraphic longitude net of the United States and its connection with Europe, 1866-1895 (*United States Coast and Geodetic Survey, Report* 1897, Part I, p. 197).
52. W. CHRISTIE. — Determinations of Longitude 1888-1902 (*Royal Observatory Greenwich*, Part. II, p. 1).

53. F. LITTEL and G. HILL. — Washington-Paris Longitude by radio Signals (*Astronomical Journal*, n° 673, 1915, p. 1).
54. H. RENAN. — Détermination par T. S. F. en 1913-1914 de la différence de longitude entre les Observatoires de Paris et de Washington (*Bulletin astronomique*, t. 33, 1916, p. 209).
55. S. OPPENHEIM. — Über der Perioden der Sonnenflecken (*A. N.*, vol. 232, 1927, p. 369).
56. N. STOYKO. — Sur la précision de l'heure des signaux horaires et de la détermination des longitudes (*B. H.*, t. IV, 1930, p. 119).
57. N. STOYKO. — Étude d'une lunette installée à l'Observatoire de Paris (*C. S. S.*, Clermont-Ferrand, le 7 avril 1931).
58. M. SIMONIN. — Rapport du Service méridien (*Rapport annuel sur l'état de l'Observatoire de Paris pour l'année 1923*, p. 25).
59. M. LEVY. — Théorie des Marées (t. I, 1898).
60. L. ÉBLÉ. — Nouvelles observations des déviations périodiques de la verticale à Paris (*Annales de l'Institut de Physique du Globe*, t. VI, 1928, p. 58).



TABLE DES MATIÈRES.

	Pages.
PRÉFACE.....	I
<i>I. — Amélioration de l'heure de divers observatoires.</i>	
1. Nécessité d'amélioration de l'heure.....	3
2. Méthode employée pour l'amélioration de l'heure.....	3
3. Tableaux mensuels. Corrections de longitudes.....	6
<i>II. — Précision de l'heure.</i>	
4. Calcul de l'erreur moyenne.....	11
5. Séparation des erreurs accidentelles et saisonnières. Amélioration avec le temps.....	12
6. Comparaison de petits et grands instruments.....	15
7. Utilisation des corrections définitives.....	16
<i>III. — Équations personnelles.</i>	
8. Définition. Existence des équations de divers types.....	18
9. Équation de mouvement. Exemple.....	19
10. Equation de bissection. Son élimination.....	22
11. Influence simultanée des équations de mouvement et de bissection. Exemple...	25
12. Equation d'éclairage.....	26
13. Exemple de l'instrument Bouty.....	27
14. Equation de zénith.....	31
15. Cas général des équations.....	32
16. Exemples d'influences des équations personnelles sur les corrections de pendule.	32
17. Mesure des équations personnelles avec un appareil approprié.....	35
18. Influence des équations personnelles sur les ascensions droites des catalogues...	35
19. Etude de catalogues de Poulkovo.....	37
<i>IV. — Influence des catalogues et des instruments.</i>	
20. Comparaison des ascensions droites de catalogues.....	40
21. Influence des catalogues sur la détermination de l'heure et des longitudes.....	42
22. Influence des erreurs instrumentales sur la détermination de l'heure. Greenwich.	44
23. Paris.....	45
24. Washington.....	48
25. Conclusion.....	50

V. — *Longitudes unilatérales et bilatérales.*

	Pages.
26. Longitudes unilatérales et bilatérales. Leur définition.....	52
27. Erreur intrinsèque d'une soirée de détermination de longitude.....	53
28. Erreur extrinsèque d'une soirée de détermination de longitude.....	54
29. Erreur intrinsèque de la longitude complète.....	54
30. Erreur extrinsèque de la longitude complète.....	55
31. Variation des constantes instrumentales et des équations personnelles.....	55
32. Erreur systématique des longitudes bilatérales.....	57

VI. — *Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques.*

33. Vitesse apparente. Sa définition et calcul.....	58
34. <i>Paris-Tokyo</i> . Erreurs de divers types qui influencent la détermination de la vitesse.....	59
35. Influence du Soleil sur la propagation des ondes.....	61
36. Variation saisonnière de propagation des ondes. Corrélation avec le champ électrique.....	64
37. <i>Paris-Washington</i> . Les erreurs qui influencent la détermination de la vitesse..	67
38. Influence du Soleil.....	69
39. Variations saisonnières.....	69
40. Variations journalières de la vitesse.....	73
41. Vitesse moyenne.....	74
42. Hypothèses sur la propagation des ondes.....	74

VII. — *Variations de courte période dans la marche des pendules.*

43. Causes qui influencent la marche des pendules.....	77
44. Attraction luni-solaire.....	77
45. Influence de la dissymétrie de l'espace sur la marche des pendules.....	79
46. Influence de la dissymétrie de l'espace sur la propagation des ondes.....	82
47. Calcul des termes du jour sidéral dus aux influences ci-dessus.....	84
48. Termes demi-journaliers.....	90
49. Calcul de L. Courvoisier.....	91
50. Conclusion..	93

VIII. — *Variations saisonnières dans la détermination des longitudes.*

51. Existence des erreurs accidentelles et saisonnières.....	95
52. Déplacement du pôle.....	97
53. Terme ε de Kimura.....	97
54. Réfraction latérale.....	98
55. Influence de la pression atmosphérique et de la pression due à la neige et à la végétation.....	101
56. Variation saisonnière de la propagation des ondes.....	102
57. Dissymétrie de l'espace.....	103
58. Calcul et élimination des variations ci-dessus.....	103
59. Variation saisonnière résiduelle.....	104

IX. — *Variations séculaires et périodiques des longitudes.*

	Pages.
60. Existence des variations des longitudes.....	106
61. Théorie de Wegener. E. Brown.....	107
62. Calcul des variations séculaires des longitudes.....	108
63. Variations périodiques : Amérique-Europe.....	109
64. Greenwich, Europe Orientale, Tokyo.....	112
65. Hypothèses.....	112
INDEX BIBLIOGRAPHIQUE.....	115

