

SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

CLAUDE DELLACHERIE

Une propriété des ensembles semi-polaires

Séminaire de probabilités (Strasbourg), tome 9 (1975), p. 495

http://www.numdam.org/item?id=SPS_1975__9__495_0

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1975, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UNE PROPRIÉTÉ DES ENSEMBLES SEMI-POLAIRES

par C. Dellacherie

Soit (P_t) un semi-groupe fortement markovien vérifiant l'hypothèse de continuité absolue et soit $(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t), (X_t), \dots)$ sa réalisation canonique. Nous entendrons ici par changement de temps un changement de temps par rapport à une fonctionnelle additive strictement croissante.

On sait que beaucoup de notions sont invariantes par changement^{de} temps : fonctions excessives, topologie fine, opérateurs de balayage, ensembles polaires, ensembles semi-polaires, etc. D'autres notions ne sont pas invariantes : fonctions surmédianes, potentiels de fonction, ensembles de potentiel nul.

Nous allons démontrer ici le résultat suivant

THEOREME. Soit B un ensemble presque-borélien de potentiel nul pour (P_t) . Si B est de potentiel nul pour tout semi-groupe obtenu par changement de temps à partir de (P_t) , alors B est semi-polaire.

DEMONSTRATION. En effet, si B n'est pas semi-polaire, il contient un finement parfait K qui n'est pas semi-polaire (cf Dellacherie "Ensembles aléatoires II" Volume III du séminaire, Lecture Notes n°88), et K est alors le support fin d'une fonctionnelle additive continue (A_t) (cf Azéma "Une remarque sur les temps de retour. Trois applications" Volume VI du séminaire, Lecture Notes n°258). Mais alors K, et a fortiori B, n'est pas de potentiel nul pour le semi-groupe obtenu à l'aide du changement de temps défini par la fonctionnelle additive $(A_t + t)$.

La démonstration est courte, mais fait appel à deux résultats difficiles. Cependant, il serait illusoire d'en chercher une élémentaire car on peut déduire aisément les deux résultats difficiles de l'énoncé du théorème.