

# SÉMINAIRE DE PROBABILITÉS (STRASBOURG)

PAUL-ANDRÉ MEYER

## Une note sur la compactification de Ray

*Séminaire de probabilités (Strasbourg)*, tome 8 (1974), p. 289

<[http://www.numdam.org/item?id=SPS\\_1974\\_\\_8\\_\\_289\\_0](http://www.numdam.org/item?id=SPS_1974__8__289_0)>

© Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1974, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire de probabilités (Strasbourg) (<http://portail.mathdoc.fr/SemProba/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

UNE NOTE SUR LA COMPACTIFICATION DE RAY

par P.A.Meyer

Les auteurs de l'article Quelques applications des résolvantes de Ray ( Invent. Math. 14, 1971 ) se sont mis à deux pour déclarer ( bas de la page 154 ) que rien ne permet d'affirmer que E soit universellement mesurable dans (son compactifié de RAY)  $F$ . Effectivement, ces Messieurs avaient raison de ne pas affirmer ce qu'ils ne savaient pas démontrer ! Voici une démonstration de ce fait. Plus précisément, J.F. MERTENS dans un article récent , a montré que  $E$  est presque-borélien dans  $F$ , mais sa démonstration est plus compliquée.

D'abord, soit  $\mu$  une mesure bornée sur E :  $\mu$  est portée par un ensemble  $A_\mu$  borélien dans  $E$  ( donc lusinien métrisable ) sur lequel toutes les fonctions  $f_n$  définissant la compactification sont boréliennes. D'après le th. de Lusin,  $A_\mu$  ( image d'un lusinien par une injection borélienne ) est borélien dans  $F$ . Alors  $\mu$  a une mesure image  $\bar{\mu}$  dans  $F$ , portée par  $A_\mu$ , donc par  $E$ , et  $E$  est  $\bar{\mu}$ -mesurable.

Ensuite, soit  $\lambda$  une mesure bornée sur F, et soit  $G$  un borélien de  $F$ , contenant  $E$  et de mesure minimale pour  $\lambda$ . Alors tout borélien  $H$  de  $E$  est trace d'un borélien  $H'$  de  $F$ , et  $\lambda(G \cap H') = \mu(H)$  ne dépend que de  $H$ , non du choix de  $H'$  :  $\mu$  est une mesure sur  $E$ . Il existe alors comme ci-dessus  $A_\mu$  borélien dans  $E$  et dans  $F$  portant  $\mu$ , donc  $\lambda(A_\mu) = \mu(A_\mu) = \mu(E) = \lambda(G)$ ,  $G \setminus A_\mu$  est  $\lambda$ -négligeable, et  $E$  est  $\lambda$ -mesurable.

( Cette démonstration est empruntée à un travail non publié de L. SCHWARTZ sur les mesures de Radon ).