

SÉMINAIRE ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES – ÉCOLE POLYTECHNIQUE

V. M. PETKOV

Le comportement de la résolvante modifiée du laplacien pour des obstacles captifs

Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique) (1991-1992), exp. n° 18,
p. 1-9

http://www.numdam.org/item?id=SEDP_1991-1992___A18_0

© Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique)
(École Polytechnique), 1991-1992, tous droits réservés.

L'accès aux archives du séminaire Équations aux dérivées partielles (<http://sedp.cedram.org>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

*CENTRE
DE
MATHEMATIQUES*

Unité de Recherche Associée D 0169

ECOLE POLYTECHNIQUE

F-91128 PALAISEAU Cedex (FRANCE)

Tél. (1) 69 33 40 91

Fax (1) 69 33 30 19 ; Téléx 601.596 F

Séminaire 1991-1992

EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES

LE COMPORTEMENT DE LA RESOLVANTE MODIFIEE DU LAPLACIEN POUR DES OBSTACLES CAPTIFS

V.M. PETKOV

Exposé n° XVIII

19 Mai 1992

1. Introduction.

Soit $\Omega \subset \mathbf{R}^n, n \geq 3, n$ impair un domaine connexe ayant frontière C^∞ , notée $\partial\Omega$, et un complément borné

$$K = \overline{\mathbf{R}^n \setminus \Omega} \subset \{x \in \mathbf{R}^n : |x| \leq \rho_0\} .$$

Considérons le problème de Dirichlet

$$(1) \quad \begin{cases} (\partial_t^2 - \Delta_x)u = 0 & \text{dans } \mathbf{R} \times \Omega , \\ u = 0 & \text{sur } \mathbf{R} \times \partial\Omega , \\ u(0, x) = f_1(x), u_t(0, x) = f_2(x) . \end{cases}$$

L'opérateur de diffusion associé à (1) est un opérateur unitaire

$$S(\lambda) : L^2(\mathbf{R}^{n-1}) \rightarrow L^2(\mathbf{R}^{n-1}), \lambda \in \mathbf{R}$$

qui admet un prolongement méromorphe dans \mathbf{C} avec des pôles $\lambda_j, \text{Im } \lambda_j < 0$. On peut caractériser λ_j en examinant la résolvante du Laplacien

$$R(\lambda) : C_0^\infty(\bar{\Omega}) \ni f \mapsto u(x, \lambda) \in C^\infty(\bar{\Omega}), \text{Im } \lambda \geq 0 ,$$

où $u(x, \lambda)$ est la solution du problème

$$(2) \quad \begin{cases} (\Delta + \lambda^2)u(x, \lambda) = f & \text{dans } \Omega , \\ u(x, \lambda) = 0 & \text{sur } \partial\Omega , \\ u(x, \lambda) \text{ est } (-i\lambda) - \text{ sortante.} \end{cases}$$

La dernière condition dit que pour tout $\omega \in S^{n-1}$ et $|x| \rightarrow \infty$ nous avons

$$u(|x|\omega, \lambda) = \frac{e^{i\lambda|x|}}{|x|^{(n-1)/2}} (b(\omega, \lambda) + o(\frac{1}{|x|^{(n+1)/2}})) .$$

L'opérateur $R(\lambda)$ admet une extension méromorphe dans \mathbf{C} et ses pôles avec leurs multiplicités coïncident avec λ_j (cf.[LP]).

Soit $\varphi, \psi \in C_0^\infty(\mathbf{R}^n)$ deux fonctions telles que $\varphi \equiv 1$ dans un voisinage de K et $\psi \equiv 1$ sur $\text{supp } \varphi$. On appelle

$$R_{\varphi, \psi}(\lambda) = \varphi(x)R(\lambda)\psi(x)$$

résolvante modifiée. De plus, $R_{\varphi, \psi}(\lambda)$ a les mêmes pôles que $R(\lambda)$ pour chaque choix de φ et ψ . Supposons que $(\text{supp } \varphi) \cup (\text{supp } \psi) \subset \{x \in \mathbf{R}^n : |x| \leq a\}, a > \rho_0$. Si

l'obstacle K est non-captif, il existe $\varepsilon > 0$ et $d > 0$ tels que $R_{\varphi,\psi}(\lambda)$ est analytique dans le domaine

$$\mathcal{U}_{\varepsilon,d} = \{z \in \mathbf{C} : d - \varepsilon \log(1 + |z|) \leq \operatorname{Im} z < 0\}$$

et pour $\lambda \in \mathcal{U}_{\varepsilon,d}$ l'estimation

$$(3) \quad \|R_{\varphi,\psi}(\lambda)f\|_{H^1(\bar{\Omega})} \leq C e^{\alpha|\operatorname{Im}\lambda|} \|f\|_{L^2(\bar{\Omega})}$$

est satisfaite. Les constantes $C > 0, \alpha \geq 0$ ne dépendent que de a . On renvoie à [V] pour la preuve de (3).

Dans le cas $K = K_1 \cup K_2$, où $K_1 \cap K_2 \neq \emptyset$ et K_1 et K_2 sont strictement convexes, pour tous $\varepsilon > 0, d > 0$ il y a des pôles λ_j dans $\mathcal{U}_{\varepsilon,d}$ [BGR]. De plus, Ikawa [I 1] et Gérard [G] ont obtenu des résultats assez précis concernant la distribution de pôles. Ikawa [I2], [I3] a examiné ainsi le cas

$$(4) \quad K = \bigcup_{j=1}^N K_j, \quad K_i \cap K_j = \emptyset, i \neq j,$$

(5) $K_j, j = 1, \dots, N$ sont strictement convexes sous l'hypothèse

(H) $\operatorname{convexhull}(K_i \cup K_j) \cap K_\nu = \emptyset$ pour chaque triple $(i, j, \nu) \in \{1, 2, \dots, N\}^3, i \neq j, j \neq \nu, \nu \neq i$.

Finalement, le cas quand K_j sont dans une position générique a été examiné dans [PS1]. Dans ces travaux l'existence de pôles dans $\mathcal{U}_{\varepsilon,d}$ a été liée avec l'apparition des géodésiques périodiques réfléchissants non-dégénérées et le comportement des rayons réfléchissants sortants près des géodésiques périodiques.

En général, pour des obstacles captifs K l'existence de rayons réfléchissants captifs implique que pour tout $t > 0$ le rayon spectral du semi-groupe de Lax-Phillips $Z(t)$ est égal à 1 (cf. [R]). Cela permet de prouver que pour tout $\delta > 0$ on a

$$(6) \quad \sup_{\substack{-\delta \leq \operatorname{Im} \lambda \leq 0 \\ \|f\|_{L^2(\bar{\Omega})} = 1}} \|R_{\varphi,\psi}(\lambda)f\|_{H^1(\bar{\Omega})} = +\infty$$

si $R_{\varphi,\psi}(\lambda)$ est analytique pour $-\delta \leq \operatorname{Im} \lambda \leq 0$.

Soit $a(\lambda, \theta, \omega)$ le noyau de $S(\lambda)$ et soit $s(t, \theta, \omega) \in \mathcal{S}'(\mathbf{R})$ le noyau de diffusion qui sont liés par la formule

$$a(\lambda, \theta, \omega) = \left(\frac{2\pi}{i\lambda}\right)^{(n-1)/2} F_{t \rightarrow \lambda} s(t, \theta, \omega),$$

$F_{t \rightarrow \lambda}$ étant la transformation de Fourier. La fonction $a(\lambda, \theta, \omega)$ dépend analytiquement de $\omega \in S^{n-1}$ et $\theta \in S^{n-1}$ et $a(\lambda, \theta, \omega)$ admet une extension méromorphe dans \mathbf{C} avec des pôles λ_j indépendants de ω et θ .

Dans cet exposé on se propose d'examiner la liaison entre les singularités de $s(t, \theta, \omega)$ et le comportement de $R_{\varphi, \psi}(\lambda)$ dans $\mathcal{U}_{\varepsilon, d}$. Pour cela on considère une suite de (ω_m, θ_m) -rayons réfléchissants γ_m avec temps de séjour $T_{\gamma_m} \rightarrow \infty$ (cf. [PS2], [PS3] pour la définition de (ω, θ) -rayons et le temps de séjour).

2. Le comportement de la résolvante modifiée.

En utilisant les résultats dans [P2], [P3] pour $\varphi, \psi \in C_0^\infty(\mathbf{R}^n)$, introduites dans §1, on obtient

Théorème 1.— *Supposons qu'il existe une suite de (ω_m, θ_m) -rayons réfléchissants γ_m avec temps de séjour T_m tels que*

$$(7) \quad T_m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} +\infty .$$

Supposons que le noyau de diffusion $s(t, \omega_m, \theta_m)$ près de $-T_m$ a la forme

$$(8) \quad s(t, \omega_m, \theta_m) = A_m \delta^{(n-1)/2}(t + T_m) + L_{loc}^1(\mathbf{R})$$

avec $A_m \neq 0$. Alors il y a deux possibilités :

(i) *pour tout $\varepsilon > 0$ et tout $d > 0$, $R_{\varphi, \psi}(\lambda)$ and $S(\lambda)$ ont des pôles dans le domaine $\mathcal{U}_{\varepsilon, d}$.*

(ii) *il existe $\varepsilon > 0, d > 0$ tels que $R_{\varphi, \psi}(\lambda)$ soit analytique dans $\mathcal{U}_{\varepsilon, d}$, mais pour tout $\alpha \geq 0$, tout $p \in \mathbf{N}$ et tout $k \in \mathbf{N}$ nous avons*

$$(9) \quad \sup_{\substack{\lambda \in \mathcal{U}_{\varepsilon, d} \\ \|f\|_{H^k(\Omega)}=1}} (1 + |\lambda|)^{-p} e^{-\alpha |\operatorname{Im} \lambda|} \|R_{\varphi, \psi}(\lambda) f\|_{H^1(\Omega)} = +\infty .$$

Remarque 2 : On peut faire la conjecture que pour des obstacles captifs génériques on a toujours le cas (i).

Remarque 3 : Les cas (i), (ii) ne dépendent pas du choix de φ et ψ .

Soit $G^\infty(K) \subset \partial K$ l'ensemble de points $z \in \partial K$ tels qu'il existe $\xi_z \in T_z(\partial K)$ et la courbure de ∂K en direction ξ_z s'annule d'ordre infini en z . Sous l'hypothèse $G^\infty(K) = \emptyset$, nous allons montrer dans §3 que pour tout obstacle captif K il existe une suite de (ω'_m, θ'_m) -rayons réfléchissants δ_m avec temps de séjour

$$(10) \quad T_{\delta_m} \xrightarrow{m \rightarrow \infty} +\infty .$$

L'étude de $\text{sing supp } s(t, \theta'_m, \omega'_m)$ repose sur les techniques développées dans [P1], [CPS],[PS3]. Pour cela il faut que les rayons δ_m et les directions (ω'_m, θ'_m) aient les propriétés suivantes :

- (a) si δ et γ sont (ω'_m, θ'_m) -rayons réfléchissants, alors $\delta \neq \gamma$ implique $T_\delta \neq T_\gamma$,
- (b) chaque rayon δ_m est non-dégénéré, c'est-à-dire la section différentielle de δ_m ne s'annule pas (cf. [PS2]),
- (c) il n'y a pas des (ω'_m, θ'_m) -rayons du type mixte qui contiennent des segments glissants sur ∂K ou segments tangents à ∂K .

Remarquons que le résultat de [S2] rend possible d'utiliser une approximation par des directions convenables afin d'arranger (a) si on dispose de la propriété (b). La condition (c) concerne la géométrie globale de ∂K et sa vérification est beaucoup plus délicate.

Dans cet exposé on prouve que si $K \subset \mathbf{R}^3$ a la forme (4) avec $K_j, j = 1, \dots, N$, convexes et $G^\infty(K) = \emptyset$ on peut construire une suite de rayons γ_m qui satisfait (7) et (8). Par conséquent, le résultat du Théorème 1 est valable. De plus, on n'impose aucune condition sur les positions de K_j . Dans le cas où K a la forme (4) et (5) est satisfaite on peut appliquer les résultats de [PS2] pour la construction de (ω'_m, θ'_m) et δ_m .

3. Existence de (ω, θ) -rayons γ_m avec $T_{\gamma_m} \rightarrow \infty$.

Soit $Q = \mathbf{R} \times \Omega$ et soit (τ, ξ) les variables duales de $(t, x) \in T^*(Q)$. Soit

$$\Sigma = \{(t, x, \tau, \xi) \in T^*(\bar{Q}) \setminus 0 : \tau^2 = |\xi|^2\}$$

la variété caractéristique de l'opérateur $\square = \partial_t^2 - \Delta_x$. Etant donné $z = (t, x) \in \mathbf{R} \times \partial\Omega$, soit

$$\tilde{T}_z^*(\bar{Q}) = T_z^*(\bar{Q})/N_z(\partial Q) \cong T_z^*(\partial Q)$$

le fibré cotangent compressé. Posons

$$\tilde{T}^*(\bar{Q}) = T^*(\overset{\circ}{Q}) \cup T^*(\partial Q)$$

et introduisons l'application

$$\sim: T^*(\bar{Q}) \rightarrow \tilde{T}^*(\bar{Q}) .$$

Sur $\overset{\circ}{Q}$ cette application coïncide avec l'identité, tandis que pour $(z, \zeta) \in T^*(\bar{Q}), z \in \partial Q$ on pose

$$\widetilde{(z, \zeta)} = (z, \eta) \in T_z^*(\partial Q), \eta = \zeta|_{T_z(\partial Q)} .$$

On appelle $\Sigma_b = \tilde{\Sigma}$ la variété caractéristique compressée de \square (cf. [MS], [H]) et l'image $\tilde{\gamma}$ d'une bicaractéristique généralisée γ de \square est une bicaractéristique compressée. Dans la suite on suppose que $G^\infty(K) = \emptyset$ et cela rend possible l'utilisation de la continuité du flot Hamiltonien généralisé de \square . De plus, chaque bicaractéristique généralisée γ est déterminée uniquement par un point sur γ .

Si $\nu = (0, x, 1, \xi) \in \Sigma_b, (x, \xi) \in T^*(\partial\Omega)$, soit

$$\gamma_\nu(t) = (t, x(t), 1, \xi(t)) \in \tilde{T}^*(\overline{Q})$$

la bicaractéristique compressée passant par ν pour $t = 0$. On désigne par $T(\nu) \in \mathbf{R}^+$ ou $T(\nu) = +\infty$ le maximal $T > 0$ tel que pour $0 \leq t \leq T(\nu)$ nous avons

$$x(t) \in B_{\rho_0} = \{x \in \mathbf{R}^n : |x| \leq \rho_0\} .$$

Introduisons l'ensemble

$$\Sigma_\infty = \{\nu = (0, x, 1, \xi) \in \Sigma_b : (x, \xi) \in T^*(\partial\Omega), T(\nu) = +\infty\} .$$

L'obstacle K est captif si et seulement si $\Sigma_\infty = \emptyset$. En effet, supposons que $\Sigma_\infty = \emptyset$ et qu'il existe une suite $\nu_m = (0, x_m, 1, \xi_m) \in \Sigma_b, (x_m, \xi_m) \in T^*(\partial\Omega)$, telle que $T(\nu_m) \rightarrow +\infty$. En utilisant la continuité du flot Hamiltonien généralisé [MS] on peut trouver une sous-suite $\{\nu_{m_k}\}$ telle que les bicaractéristiques généralisées compressées γ_{m_k} passant par ν_{m_k} convergent vers une bicaractéristique généralisée γ_0 passant par ν_0 . Alors on doit avoir $\nu_0 \in \Sigma_\infty$ et cela donne une contradiction.

Proposition 4.— *Supposons que $G^\infty(K) = \emptyset, \Sigma_\infty \neq \emptyset$. Alors il existe une suite de (ω'_m, θ'_m) -rayons réfléchissants ayant temps de séjour $T_m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} \infty$.*

Preuve : On voit facilement que l'ensemble Σ_∞ est fermé dans Σ_b . D'autre part, $\Sigma_\infty \neq \Sigma_b$. En effet, soit Π un hyperplan tangent à $\partial\Omega$ tel que K est situé dans un demi-espace déterminé par Π . Prenons $(x_0, \xi_0) \in T^*(\partial K)$ avec $x_0 \in \partial K \cap \Pi$, $\nu_0 = (0, x_0, 1, \xi_0) \in \Sigma_b$. Alors on aura $T(\nu_0) < +\infty$ parce que $\gamma_{\nu_0}(t)$ quitte B_{ρ_0} pour $t > 2\rho_0$.

Soit $\hat{\nu} \in \partial\Sigma_\infty \subset \Sigma_\infty$. Alors il existe une suite

$$\gamma_{\nu_n}(t) = (t, x_n(t), 1, \xi_n(t))$$

de bicaractéristiques généralisées compressées passant par ν_n telles que

$$\nu_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \hat{\nu}, T(\nu_n) < +\infty, T(\nu_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} +\infty .$$

Posons

$$y_n = x_n(T(\nu_n)) \in \partial B_{\rho_0}, \omega_n = \xi_n(T(\nu_n)) \in S^{n-1}$$

et choisissons une sous-suite

$$(y_{n_k}, \omega_{n_k}) \longrightarrow (z, \omega) \in \partial B_{\rho_0} \times S^{n-1} .$$

Soit $\gamma_\mu(t) = (t, y(t), 1, \xi(t))$ la bicaractéristique généralisée passant par $\mu = (0, z, 1, \omega)$. On voit aisément que $T(\mu) = +\infty$, $y(t) \in B_{\rho_0}$ pour $t \geq 0$. Soit Z_ω l'hyperplan orthogonal à ω et passant par z . Soit $Z_\infty \subset Z_\omega$ l'ensemble de points $y \in Z_\omega$ tels que les bicaractéristiques généralisées passant par $\mu_y = (0, y, 1, \omega)$ ont la propriété

$$T(\mu_y) = +\infty .$$

On obtient facilement que Z_∞ est fermé et ainsi que $Z_\infty \neq Z_\omega$. Par conséquent, il existe une suite

$$z_m \xrightarrow{m \rightarrow \infty} y_0, \quad z_m \in Z_\omega \setminus Z_\infty$$

telle que

$$T(\mu_{z_m}) < \infty, \quad T(\mu_{z_m}) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} +\infty .$$

En général, les bicaractéristiques γ_{μ_z} peuvent avoir des segments glissants ou tangents à ∂K . L'hypothèse $G^\infty(K) = \emptyset$ permet d'approximer (z_m, ω) par (z'_m, ω'_m) et d'obtenir (ω'_m, θ'_m) -rayons réfléchissants γ_m avec $T_{\gamma_m} \rightarrow +\infty$. Cela achève la preuve de Proposition 4.

Si K a la forme (4) avec K_j strictement convexes, chaque rayon γ_m satisfait (b).

Fixons $z'_m = x_0, \omega'_m = \omega_0$ et déterminons l'hyperplan Z_{ω_0} comme ci-dessus. Pour ω suffisamment près de ω_0 et pour y assez près de x_0 les (ω, θ) -rayons passant par y en direction ω peuvent être considérés comme (ω, θ) -rayons passant par $x(y) \in Z_{\omega_0}$. On obtient une application C^∞ :

$$\mathcal{O} \times \Gamma \ni (x, \omega) \mapsto f(x, \omega) \in S^{n-1} ,$$

$f(x, \omega)$ étant la direction sortante de $(\omega, f(x, \omega))$ -rayon passant par $x = x(y)$. Ici $\mathcal{O} \subset Z_{\omega_0}$ est un petit voisinage de x_0 et $\Gamma \subset S^{n-1}$ est un petit voisinage de ω_0 . Le fait que γ_m satisfait (b) implique

$$(11) \quad \det f'_x(x_0, \omega_0) \neq 0 .$$

Soit $\theta_0 = f(x_0, \omega_0)$ et soit

$$\Gamma_\delta = \{\xi \in \Gamma : |\xi - \omega_0| < \delta\} ,$$

$$W_{\delta_1} = \{\theta \in S^{n-1} : |\theta - \theta_0| < \delta_1\} .$$

La condition (11) rend possible de choisir $\delta > 0$ et $\delta_1 > 0$ assez petits de telle manière que pour tout $\omega \in \Gamma_\delta$ et tout $\theta \in W_{\delta_1}$ il existe $x_{(\omega, \theta)} \in \mathcal{O}$ tel que $f(x_{(\omega, \theta)}, \omega) = \theta$.

Cette conséquence de (b) est très utile quand on cherche de construire une approximation de (ω_0, θ_0) par des directions $(\omega''_m, \theta''_m) \in S^{n-1} \times S^{n-1}$ pour lesquelles la propriété (c) est satisfaite. Pour cette raison introduisons la suivante

Conjecture : Il existe un ensemble dense $\Xi \subset S^{n-1} \times S^{n-1}$ tel que pour tout $(\omega, \theta) \in \Xi$ il n'y a pas des (ω, θ) -rayons du type mixte dans Ω ayant des segments glissants ou tangents.

Dans le cas où K est l'union d'obstacles convexes on a le résultat suivant :

Théorème 5.— Supposons que K a la forme (4) avec $K_j, j = 1, \dots, N$, convexes et $G^\infty(K) = \emptyset$. Soit $\omega \in S^{n-1}$ fixé. Il existe un ensemble $\mathcal{G}(\omega) \subset S^{n-1}$ ayant mesure zéro sur S^{n-1} tel que si $\theta \in S^{n-1} \setminus \mathcal{G}(\omega)$ il n'y a pas des (ω, θ) -rayons du type mixte dans Ω .

La démonstration de ce théorème repose sur le fait que dans ce cas le flot Hamiltonien généralisé ϕ^t de \square est Lipschitzien pour $0 \leq t \leq T$. Récemment, Stoyanov [S3] a examiné la régularité de ϕ^t dans le cas général sous l'hypothèse $G^\infty(K) = \emptyset$. Alors le flot ϕ^t n'est pas Lipschitzien et nous ne savons pas si le résultat du Théorème 5 serait satisfait.

Afin de traiter la propriété b) on utilise la

Proposition 6.— Supposons que K satisfait les mêmes hypothèses que dans le Théorème 5. Soit γ un rayon réfléchissant ayant un nombre fini de réflexions sur ∂K . S'il existe au moins un point réfléchissant $z \in \partial K$ de γ où la courbure de Gauss $G(z)$ de ∂K ne s'annule pas, le rayon γ est non-dégénéré.

Pour la démonstration on utilise les mêmes arguments que dans la preuve de Proposition 2.4.3 dans [PS3]. Dans le cas $K \subset \mathbf{R}^3$ on peut appliquer la Proposition 6 pour la construction d'une suite de (ω''_m, θ''_m) -rayons réfléchissants non-dégénérés δ''_m avec temps de séjours $T_{\delta''_m} \rightarrow \infty$. Pour cela il faut approximer un (ω, θ) -rayon réfléchissant par des rayons réfléchissants ayant au moins un point de réflexion où la courbure de Gauss ne s'annule pas.

Finalement, en combinant le Théorème 5 et la Proposition 6 on obtient

Théorème 7.— Supposons que $K \subset \mathbf{R}^3$ a la forme (4) avec $K_j, j = 1, \dots, N$, convexes et $G^\infty(K) = \emptyset$. Alors il existe une suite de (ω_m, θ_m) -rayons réfléchissants γ_m satisfaisant (7) et (8) et on a le résultat du Théorème 1 pour la résolvante modifiée $R_{\varphi, \psi}(\chi)$.

Bibliographie :

- [BGR] C. Bardos, J.C. Guillot, J. Ralston, La relation de Poisson pour l'équation des ondes dans un ouvert non-borné. Applications à la théorie de diffusion, *Comm. PDE*, 7 (1982), 905-958.
- [CPS] F. Cardoso, V. Petkov, L. Stoyanov, Singularities of the scattering kernel for generic obstacles, *Ann. Inst. H. Poincaré (Physique théorique)*, 53 (1990), 445-466.
- [G] C. Gérard, Asymptotique des pôles de la matrice de scattering pour deux obstacles strictement convexes, *Bulletin de S.M.F.*, Mémoire n° 31, 116 (1988).
- [H] L. Hörmander, *The Analysis of Linear Partial Differential Operators*, vol. III, Pseudo-differential operators, Berlin ; Springer, 1985.
- [I1] M. Ikawa, Precise information on the poles of the scattering matrix for two strictly convex obstacles. *J. Math. Kyoto Univ.*, 27 (1987), 69-102.
- [I2] M. Ikawa, Decay of solutions of the wave equation in the exterior of several strictly convex bodies, *Ann. Inst. Fourier*, 38 (1988), 113-146.
- [I3] M. Ikawa, On the existence of the poles of the scattering matrix for several convex bodies, *Proc. Japan Acad.*, 64, Ser. A (1988), 91-93.
- [LP] P. Lax and R. Phillips, *Scattering Theory*, New-York, Academic Press, 1967.
- [MS] R. Melrose, J. Sjöstrand, Singularities in boundary value problems, I, *Comm. Pure Appl. Math.*, 31 (1978), 593-617, II, 35 (1982), 129-168.
- [P1] V. Petkov, High frequency asymptotics of the scattering amplitude for non-convex bodies. *Comm. PDE*, 5 (1980), 293-329.
- [P2] V. Petkov, Les singularités du noyau de l'opérateur de diffusion pour des obstacles non-convexes, *Séminaire EDP, Exposé VIII*, Ecole Polytechnique, 1989-1990.
- [P3] V. Petkov, The behaviour of the modified resolvent of the Laplacian in the exterior of several convex obstacles, *Preprint 1992*.
- [PS1] V. Petkov, L. Stoyanov, Periods of multiple reflecting geodesics and inverse spectral results, *Amer. J. Math.*, 109 (1987), 619-668.
- [PS2] V. Petkov, L. Stoyanov, Singularities of the scattering kernel and scattering invariants for several strictly convex obstacles, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 312 (1989), 203-235.

- [PS3] V. Petkov, L. Stoyanov, *Geometry of Reflecting Rays and Inverse Spectral Problems*, John Wiley & Sons, Chichester, 1992.
- [R] J. Ralston, Solutions of the wave equation with localized energy, *Comm. Pure Appl. Math.*, 22 (1969), 807-823.
- [S1] L. Stoyanov, Nonexistence of generalized scattering rays and singularities of the scattering kernel for generic domains in \mathbf{R}^3 , *Proc. Amer. Math. Soc.*, 113 (1991), 847-856.
- [S2] L. Stoyanov, On the singularities of the scattering kernel, Preprint 1991.
- [S3] L. Stoyanov, Continuity properties of the generalized geodesic flow and singularities of the scattering kernel, in preparation.
- [V] B. Vainberg, *Asymptotic Methods in Equations of Mathematical Physics*, Gordon and Breach Sci. Publ. Ltd., 1988.

Université de Bordeaux I
Département de Mathématiques
351, Cours de la Libération
33405 Talence cedex