Séminaire Équations aux dérivées partielles – École Polytechnique

J. M. Bismut

Formules de Lefschetz délocalisées

Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique) (1984-1985), exp. nº 7, p. 1-12

<http://www.numdam.org/item?id=SEDP_1984-1985____A7_0>

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

CENTRE DE MATHÉMATIQUES

91128 PALAISEAU CEDEX - FRANCE

Tél. (6) 941.82.00 - Poste N°
Télex : ECOLEX 691 596 F

SEMINAIRE BONY-SJÖSTRAND-MEYER 1984-1985

FORMULES DE LEFSCHETZ DÉLOCALISÉES

par J. M. BISMUT

Exposé n° VII

27 Novembre 1984

L'objet de cet exposé est de donner une brève présentation des résultats de notre article [9] sur la preuve des formules de Lefschetz délocalisées, en utilisant l'équation de la chaleur.

Soit en effet M une variété riemannienne compacte orientée, munie d'une structure spin. Soit F_+, F_- les fibrés des spineurs positifs, et négatifs, éventuellement twistés par un fibré auxiliaire ξ .

Soit D l'opérateur de Dirac, qui échange les sections de F_+ et F_-. On note par D_+, D_- la restriction de D aux sections de F_+, F_- .

Soit T une isométrie de M , qui se relève en une action unitaire sur F_+ , F_- . T commute avec D_+, D_- , et agit sur $\operatorname{Ker} D_+$, $\operatorname{Ker} D_-$.

Rappelons que le nombre de Lefschetz $L(T)$ est défini par

$$L(T) = \operatorname{Tr}_{\operatorname{Ker} D_+} T - \operatorname{Tr}_{\operatorname{Ker} D_-} T \ . \tag{0.1}$$

La méthode classique de l'équation de la chaleur (voir Gilkey [11]) consiste à étendre la méthode de Atiyah - Bott - Patodi [2] au calcul de $L(T)$. Par Gilkey [11] , on a en effet, pour tout $t > 0$:

$$L(T) = \operatorname{Tr}_+\left[T e^{-t \frac{D_- D_+}{2}}\right] - \operatorname{Tr}_-\left[T e^{-t \frac{D_+ D_-}{2}}\right] \tag{0.2}$$

où Tr_+ , Tr_- sont les traces des opérateurs considérés sur les sections de F_+ , F_- .

Soit $P_t(x,y)$ le noyau C^∞ de l'opérateur $e^{\frac{-t D^2}{2}}$. $P_t(x,y)$ est une application linéaire de $F_{\pm,y}$ dans $F_{\pm,x}$. L'action de T sur M se relève en une application linéaire $A(T)$ de $F_{\pm,x}$ dans $F_{\pm,Tx}$ (qui elle-même relève la différentielle dT).

(0.2) s'écrit alors :

$$(0.3)\qquad L(T) = \int_M [\mathrm{Tr}_+(A(T)\,P_t(x,Tx)) - \mathrm{Tr}_-(A(T)\,P_t(x,Tx))]\,dx \quad .$$

Dans (0.3) $\mathrm{Tr}_\pm A(T)\ P_t(x,Tx)$ est la trace de $A(T)\ P_t(x,Tx)$ calculée dans $F_{\pm,Tx}$.

La méthode classique de l'équation de la chaleur consiste à montrer que quand $t\downarrow\downarrow 0$, le membre de droite a une limite "naturelle".

Notons tout de suite que quand $x \neq Tx$, quand $t\downarrow\downarrow 0$, $P_t(x,Tx)$ décroît très vite vers 0. Quand $t\downarrow\downarrow 0$, l'intégrale à droite de (0.3) se localise sur les points fixes de T .

Dans [7], on a mené les calculs jusqu'au bout dans le membre de droite de (0.3) et obtenu les formules de points fixes de Lefschetz d'Atiyah - Bott [1] et Atiyah - Singer [4] , qui calculent $L(T)$ par intégration sur les points fixes de T de certaines classes de cohomologie. La différence essentielle par rapport à Gilkey [11] est la suppression de tout argument "algébrique". Pour une autre approche de la formule de l'indice équivariant, nous renvoyons à Berline - Vergne [6].

En théorie des représentations des groupes compacts, il est bien connu que les formules de caractères des représentations du groupe peuvent se calculer de deux manières :

• soit par des formules de Lefschetz, qui calculent le caractère par des sommes calculées à l'aide du groupe de Weyl d'un tore maximal H .

• soit à l'aide de formules dites de Kirillov qui calculent la trace de e^Y (pour $\|Y\|$ assez petit) comme des intégrales sur les orbites entières de la représentation coadjointe du groupe.

Par ailleurs, dans le cas des groupes compacts, il est bien connu que les représentations du groupe peuvent se réaliser sur les noyaux de certains opérateurs de Dirac sur les orbites, ce qui relie le calcul de $L(e^Y)$ au calcul des caractères des représentations du groupe.

Notons enfin que Berline - Vergne [5] ont montré que les formules de Weyl et les formules de Kirillov sont liées par un argument de pure "géométrie différentielle", qui repose sur un principe de localisation en cohomologie équivariante.

Alors que les formules de Lefschetz ne s'étendent en général pas pour d'autres groupes que les groupes compacts, les formules de Kirillov restent vraies sous des hypothèses très faibles.

N. Berline et M. Vergne nous ont suggéré de donner une preuve directe, par l'équation de la chaleur, de l'analogue des formules de Kirillov, l'idée étant que l'équation de la chaleur, conservant un sens "naturel" dans certaines situations non compactes, permettrait l'obtention de telles formules par des voies plus naturelles que les méthodes existant actuellement.

Nous présentons ici les principales idées de la preuve par l'équation de la chaleur des formules de Lefschetz délocalisées dans le cas compact, la méthode indiquée semblant pouvoir s'étendre au cas non compact. On utilise essentiellement une déformation homotopique de l'opérateur de Dirac, pour obtenir la délocalisation souhaitée. Notons que Witten [12] a utilisé des déformations de certains opérateurs de Dirac (du type $d+\delta$) pour obtenir une localisation de certains calculs.

I - DÉFORMATION DE L'OPERATEUR DE DIRAC

M désigne une variété riemannienne compacte orientée de dimension $n = 2\ell$. On suppose que M est spin.

Soit N le $SO(n)$ fibré des repères orthonormaux orientés de TM, N' le $Spin(n)$ fibré correspondant, σ la projection $N' \xrightarrow[\sigma]{} N$ qui induit l'application de revêtement $Spin(n) \xrightarrow[\sigma]{} SO(n)$ sur chaque fibre.

F_+ F_- désignent les $Spin(n)$ fibrés de spineurs positifs et négatifs. $\Gamma(F_\pm)$ est l'ensemble des sections C^∞ de $F_\pm$.

On munit N de la connexion de Levi-Civita qui se relève naturellement en une connexion sur N'. Les fibrés TM, $F_\pm$ sont donc naturellement munis de la connexion de Levi-Civita.

Pour simplifier l'exposé, nous considèrerons l'opérateur de Dirac agissant sur $\Gamma(F_\pm)$. Naturellement, pour un résultat bien connu de Atiyah-Hirzebruch [3] , le nombre de Lefschetz est constant sur la composante connexe de l'identité dans le groupe des isométries (et même nul s'il existe un champ de vecteurs de Killing non trivial). Toutefois, comme notre but est d'exposer un calcul local, nous pourrons nous limiter à $\Gamma(F_\pm)$. Pour le cas général nous renvoyons à [9] .

D désigne l'opérateur de Dirac sur $\Gamma(F_\pm)$ associée à la connexion de Lévi-Civita. Rappelons que si $\nabla_{\cdot}$ est l'opérateur de dérivation covariante pour la connexion de Lévi-Civita, si $e_1,\dots,e_n$ est une base orthogonale de T_xM , alors en x , on a

$$D = \sum_1^n e_i \ \nabla_{e_i} \tag{1.1}$$

Dans (1.1), $e_1,\dots,e_n$ agissent par multiplication de Clifford sur $F_\pm$. D échange donc $\Gamma(F_+)$ et $\Gamma(F_-)$.

Rappelons la formule de Lichnerowicz

$$D^2 = - \Delta^H + \frac{K}{4} \tag{1.2}$$

Dans (1.2), Δ^H est le laplacien horizontal (pour la connexion ∇) et K est la courbure scalaire.

La formule (1.2) joue un rôle essentiel dans les preuves probabilistes [7] du théorème d'Atiyah-Singer et des formules de points fixes.

Soit Y un champ de vecteurs de Killing. Rappelons que $\nabla.Y$ est alors un (1,1) tenseur antisymétrique. En identifiant Y à une 1-forme par la métrique de M, si dY est la différentielle extérieure de Y ,on a :

$$dY(U,V) = 2 < \nabla_U Y,V > \tag{1.3}$$

Soit L_Y l'opérateur de dérivée de Lie associé à Y . L_Y agit sur l'algèbre tensorielle de M par la formule

$$L_Y = \nabla_Y - \nabla_{\cdot Y} \tag{1.4}$$

Classiquement, le tenseur antisymétrique dY agit sur $F_\pm$ par la formule

$$dY = - \frac{1}{4} \sum_{i,j} dY(e_i,e_j)\ e_i e_j \tag{1.5}$$

Par (1.3) et (1.4), L_Y agit sur $\Gamma(F_\pm)$ par la formule

$$L_Y = \nabla_Y + \frac{dY}{2} \ . \tag{1.6}$$

On veut calculer $L(e^Y)$. On peut sans inconvénient (par restriction à un tore maximal du groupe des isométries) supposer que Y induit une action de S_1 sur $\Gamma(F_\pm)$.

La fonction $z \in R \longrightarrow L(e^{zY})$ est une combinaison finie à coefficients entier des caractères $\{e^{2i\pi nz}\}_{n\in N}$ et a donc un prolongement holomorphe sur C .

Définition 1.1. Pour $z' \in C$, $D^{z'Y}$ désigne l'opérateur

(1.7) $$D^{z'Y} = D + z'Y$$

Dans (1.7), Y agit par multiplication de Clifford sur $\Gamma(F_\pm)$. Si $z' \in iR$, D est formellement autoadjoint.

Pour $z, z' \in C$, $t > 0$, considérons l'opérateur

(1.8) $$B_t^{z,z'} = -\frac{t}{2}(D^{z'Y})^2 - z\, L_Y$$

Il n'est pas difficile de montrer - par exemple en utilisant une représentation probabiliste - que l'opérateur $e^{B_t^{z,z'}}$ est donné par un noyau $S_t^{z,z'}(x,y)$ C^∞ en (x,y) et holomorphe en z,z' .

On a alors un résultat d'invariance de $L(e^{zY})$ par déformation homotopique de D .

Théorème 1.2 : Pour tout $t > 0$, $z,z' \in C$, on a

(1.9) $$L(e^{zY}) = \int_M [\mathrm{Tr}_+(S_t^{z,z'}(x,x)) - \mathrm{Tr}_-(S_t^{z,z'}(x,x))]\, dx$$

Preuve : Les deux membres étant holomorphes en z,z' il suffit d'établir (1.9) pour $z \in R$, $z' \in iR$. Alors $D^{z'Y}$ est autoadjoint et commute avec L_Y . (0.3) montre que le membre de droite de (1.9) est le nombre de Lefschetz $L_{z'}(e^{zY})$ de e^{zY} pour l'opérateur $D^{z'Y}$. Le membre de droite de (1.9) est continu en z' . Comme $L_{z'}(e^{zY})$ est une combinaison à coefficients entiers des $\{e^{2i\pi nz}\}_{n\in N}$, $L_{z'}(e^{zY})$ est constant en z' . On obtient (1.9) pour $z' = 0$. □

L'idée va être de calculer l'asymptotique du membre de droite de (1.9) avec z' dépendant de t .

Pour $z' \in C$, soit $\nabla_.^{z'Y}$ la connexion sur $\Gamma(F_\pm)$ donnée par

(1.10) $$\nabla_.^{z'Y} = \nabla_. + z' \langle Y,. \rangle$$

$\nabla.^{z'Y}$ est une connexion unitaire pour $z' \in i\mathbb{R}$. Elle induit la connexion de Levi-Civita sur TM .

Soit $\Delta^{H,z'Y}$ le laplacien horizontal correspondant.

On a la formule essentielle de [9] .

<u>Théorème 1.3</u> : <u>Pour tout</u> $t > 0$, $z \in \mathbb{C}$, <u>on a</u> :

$$B_t^{z,\frac{z}{zt}} = \frac{t}{2}\,\Delta^{-\frac{zY}{2t}} - t\,\frac{K}{8} \tag{1.11}$$

<u>Preuve</u> : La preuve résulte d'un calcul très simple dans [9] . □ .

La formule (1.11) est remarquable, car elle a la même structure que (1.2), qui nous l'avons dit, joue un rôle clé dans [7] . Le choix de $z' = \frac{z}{2t}$ n'est pas accidentel. Il s'explique formellement par la cohomologie équivariante de l'espace des lacets [8].

II - <u>ETUDE DE L'ASYMPTOTIQUE POUR</u> $t \downarrow\downarrow 0$.

Soit $x_\cdot$ un mouvement brownien dans M issu de x_o . On pose

$$x_s^t = x_{st} \quad (0 \leqslant s \leqslant 1).$$

Soit $\tau_o^{s,t}$ l'opérateur de transport parallèle pour la connexion $\nabla.$ de fibres au dessus de x_s^t dans des fibres au-dessus de x_o .

Soit h un élément de $\Gamma(F_\pm)$.

On a tout d'abord :

<u>Proposition 2.1</u> : On a

$$(e^{B\, z,\frac{z}{2t}}h)(x_o) = E[\exp\{-\frac{t\int_o^1 K(x_s^t)ds}{8} - \frac{z}{2t}\int_o^1 < Y(x_s^t), dx_s^t >\}\ \tau_o^{1,t}h(x_1^t)] \tag{2.1}$$

<u>Preuve</u> : La preuve résulte d'un calcul stochastique simple dans [9 Théorème 2.2].

Soit E_{x_o,x_o} l'opérateur d'espérance conditionnelle pour $x_\cdot^t$ sachant que $x_1^t = x_o$. Soit $p_t(x,y)$ le noyau de la chaleur de M pour l'opérateur de Laplace-Beltrami. Par désintégration de (2.1), on déduit :

Théorème 2.2 : On a

$$(2.2)\quad S_t^{z,\frac{z}{2t}}(x_o,x_o) = p_t(x_o,x_o)\, E_{x_o,x_o}\left[\exp\left\{-t\,\frac{\int_o^1 K(x_s^t)\,ds}{8} - \frac{z}{2t}\int_o^1 \langle Y(x_s^t),dx_s^t\rangle\right\}\tau_o^{1,t}\right]$$

Remarquons que pour $z \in i\,R$, $S_t^{z,\frac{z}{2t}}(x,x)$ reste uniformément borné. Comme $L(e^{zY})$ est combinaison linéaire des $\{e^{2i\pi nz}\}_{n\in N}$, $L(e^{zY})$ ne peut rester borné pour $z \in i\,R$ que si $L(e^{zY})$ est constant. (2.2) redonne une partie du résultat d'Atiyah-Hirzebruch [3] .

Posons

$$(2.3)\quad \mathcal{L}(z,t,x_o) = \mathrm{Tr}_+\, S^{z,\frac{z}{zt}}(x_o,x_o) - \mathrm{Tr}_-\, S^{z,\frac{z}{zt}}(x_o,x_o)\ .$$

On va montrer que quand $t\downarrow\downarrow 0$, $\mathcal{L}(z,t,x_o)$ a une limite. Notons que par rapport au cas où $Y = 0$, (2.2) ne diffère de la formule correspondante (pour l'indice lui-même) que par le terme $\exp\{-\frac{z}{2t}\int_o^1 \langle Y(x_s^t)\ ,\ dx_s^t\rangle\}$ qui est borné pour $z \in i\,R$.

Pour étudier l'asymptotique de $\mathcal{L}(z,t,x_o)$, on réalise sur l'espace de probabilité du pont Brownien plat $w.^1$ dans $T_{x_o}M$ toutes les trajectoires de x_s^t (pour t petit). En première approximation, si w^1 est un pont Brownien dans $T_{x_o}M$ (avec $w_o^1 = w_1^1 = 0$) alors

$$(2.4)\qquad x_s^t \sim \exp_{x_o} \sqrt{t}\, w_s^1\ .$$

Naturellement on donne un sens précis à (2.4) dans [7] , [10] . Alors quand $t\downarrow\downarrow 0$, si R_{x_o} est le tenseur de courbure de $T_{x_o}M$, si $\tau_o^{1,t}$ est considéré comme agissant sur $T_{x_o}M$, on a classiquement

$$(2.5)\qquad \tau_o^{1,t} = e - \frac{t}{2}\int_o^1 R_{x_o}(dw^1,w^1) + o(t)$$

De plus quand $t\downarrow\downarrow 0$

$$(2.6)\qquad p_t(x_o,x_o) \sim \frac{1}{(\sqrt{2\pi t})^n}$$

Une formule de caractères [7] montre que

$$(2.7)\quad \lim_{t\downarrow\downarrow 0} \frac{\mathrm{Tr}_+\,\tau_o^{1,t} - \mathrm{Tr}_-\tau_o^{1,t}}{t^{n/2}} = (-i)^{n/2}\,\mathrm{Pf}\left[\int_o^1 \frac{R_{x_o}(dw^1,w^1)}{2}\right]$$

où Pf désigne le Pfaffien d'une matrice antisymétrique.

La formule de Stokes montre aussi que

$$(2.8)\qquad \int_0^1 \frac{<Y(x_s^t)dx_s^t>}{2t} \longrightarrow \int_0^1 < \nabla_{w^1} Y(x_o), dw^1 > \ .$$

En notant que $\exp\{-\frac{z}{2t}\int_0^1 <Y(x_s^t),dx_s^t>\}$ reste borné pour $z \in i\,R$ on en déduit sans difficulté :

<u>Théorème 2.3</u> : Pour $z \in i\,R$, quand $t{\downarrow\downarrow}0$, $\mathcal{L}(z,t,x_o)$ a une limite $\mathcal{L}(z,x_o)$ donnée par

$$(2.9)\ \mathcal{L}(z,x_o) = \int Pf[\tfrac{-i}{4\pi}\int_0^1 R_{x_o}(dw_s^1,w_s^1)]\ \exp\{-\tfrac{z}{2}\int_0^1 < \nabla_{w^1} Y(x_o),dw^1 >\}\ dP_1(w^1)$$

Il reste à mettre (2. 9) sous une forme acceptable pour des géometrès . Notons la formule qui indique que si A est une matrice anti-symétrique (n,n) identifiée à la 2-forme $X,Y \longrightarrow < X,AY >$, alors

$$(2.10)\qquad \frac{A^{\wedge n/2}}{(n/2)!} = (PfA)\ dx^1 \wedge \ldots \wedge dx^n \ .$$

En posant

$$(2.11)\qquad e^{\wedge A} = 1 + A + \frac{A^{\wedge 2}}{2!} + \ldots$$

$(PfA)\ dx'\wedge\ldots dx^n$ est donc la composante de degré n de e^A . On écrit

$$(2.12)\qquad (PfA)dx^1 \wedge \ldots \wedge dx^n \overset{n}{=} e^{\wedge A} \ .$$

Si η est la forme riemanienne d'orientation de M , on tire de (2.9)

$$(2.13)\ \mathcal{L}(z,x_o)\eta(x_o) = \int \exp^{\wedge}\{\tfrac{-i}{4\pi}\int_0^1 R_{x_o}(dw^1,w^1)\}\exp\{\tfrac{-z}{2}\int_0^1 <\nabla_{w^1} Y(x_o),dw^1>\}dP_1(w^1).$$

En notant que l'algèbre des formes paires est commutative, on en déduit

<u>Théorème 2.4</u> : Pour $x_o \in M$, $z \in i\,R$, on a

$$(2.14)\ \mathcal{L}(z,x_o)\eta(x_o) \overset{n}{=} \int \exp\ \{\tfrac{-i}{4\pi}\int_0^1 R(dw^1,w^1) - \tfrac{z}{2}\int_0^1 <\nabla_{w^1} Y(x_o),dw^1>\}dP_1(w^1)$$

La recombinaison des deux exponentielles dans (2.14) est typique de la manière dont fonctionne l'homomorphisme de Chern-Weil en cohomologie équivariante, tel qu'il a été décrit par Berline-Vergne [5] .

Il reste à calculer (2.14). Soit $\hat{A}$ la fonctionnelle ad $O(n)$ invariante définie sur les matrices antisymétriques telle que si B est faite de blocs diagonaux de la forme $\begin{bmatrix} 0 & x_i \\ -x_i & 0 \end{bmatrix}$ sur une base orthogonale (orientée ou non), alors

$$(2.15) \qquad \hat{A}(B) = \prod_1 \frac{\frac{x_i}{2}}{\operatorname{sh}\frac{x_i}{2}} .$$

On a

Théorème 2.5 : On a pour $z \in iR$

$$(2.16) \qquad \mathcal{L}(z.x_o)\eta(x_o) =^n \hat{A}\left(\frac{R_{x_o}}{2\pi} - i\, z\nabla.Y(x_o)\right)$$

Si $z \in C$ est tel que $|\mathrm{Re} z|$ est suffisamment proche de 0 , alors

$$(2.17) \qquad L(e^{zY}) = \int_\mu \hat{A}\left(\frac{R}{2\pi} x_o - iz\, \nabla.Y(x_o)\right) ,$$

Preuve : (2.16) résulte de (2.14) et d'une formule très classique de P. Lévy. (2.17) résulte de (1.9), (2.16) pour $z \in i\,R$ et d'un prolongement holomorphe dans le cas général. □

BIBLIOGRAPHIE :

[1] M.F. Atiyah and R. Bott : A Lefschetz fixed point formula for elliptic complexes. I. Ann. of Math. 86 (1967), 374-407. II 88 (1968), 451-491.

[2] M.F. Atiyah, R. Bott, and V.K. Patodi : On the heat equation and the index theorem. Invent. Math. 19 (1973), 279-330.

[3] M.F. Atiyah, F. Hirzebruch : Spin-manifolds and group actions. In Essays in Topology and related topics. Dedicated to G. de Rham p18-28. A. Haefliger and R. Narasimhan ed. Berlin-Springer 1970.

[4] M.F. Atiyah and I.M. Singer : The index of elliptic operators III Ann. of Math.87 (1968), 546-604.

[5] N. Berline, M. Vergne : Zéros d'un champ de vecteurs et classes caractéristiques équivariantes. Duke Math. Journ 50 (1983), 539-549.

[6] N. Berline, M. Vergne : Une démonstration simple de la formule de l'indice équivariant. A paraître.

[7] J.M. Bismut : The Atiyah-Singer Theorems : a probabilistic approach I. The index theorem. J. Funct. Anal. 57 (1984), p.56-99 II The Lefschetz fixed point formulas. Ibid. 57 (1984), 329-348.

[8] J.M. Bismut : Index theorem and equivariant cohomology on the loop space. A paraître dans Comm. Math. Physics (1984).

[9] J.M. Bismut : The infinitesimal Lefschetz formulas : A heat equation proof. A paraître dans J. Funct. Anal. (1985).

[10] J.M. Bismut : Large deviations and the Malliavin calculus. Progress in Math. n°45 : Birkhaüser 1984.

[11] P. Gilkey : Lefschetz fixed point formulas and the heat equation. In "Partial differential equations and geometry".Park City Conf.1977 (C. Byrne ed.) Lecture Notes in Pure and Appl. Math. n°48, 91-147. Dekker : New-York 1979.

[12] E. Witten : Supersymmetry and Morse theory.J. of Diff. Geom. 17 (1982) 661-692.

Séminaire Bony - Sjöstrand - Meyer Exposé n° VII du 27 Novembre 1984

ERRATA

page VII-5 ligne 3 :

au lieu de $\{e^{2i\pi nz}\}_{n\in N}$

lire $\{e^{2i\pi nz}\}_{n\in Z}$

page VII-6 ligne 3 :

au lieu de Soit $\Delta^{H,z'Y}$

lire Soit $\Delta^{z'Y}$

page VII-6 formule (1.11) :

au lieu de $B_t^{z,\frac{z}{zt}} =$

lire $B_t^{\frac{z}{2t}} =$

page VII-6 formule (2.1) :

au lieu de : $(e^{B\, z,\, \frac{z}{2t}}\, h)$

lire $(e^{B_t^{z,\frac{z}{2t}}}\, h)$

page VII-7 ligne 4 :

au lieu de $\{e^{2i\pi nz}\}_{n\in N}$

lire $\{e^{2i\pi nz}\}_{n\in Z}$

page VII-8 formule (2.8) :

au lieu de

$$\int_0^1 \frac{\langle Y(x_s^t), dx_s^t\rangle}{2t} \longrightarrow \int_0^1 \langle \nabla_{w^1} Y(x_o), dw^1 \rangle .$$

lire

$$\int_0^1 \frac{\langle Y(x_s^t), dx_s^t\rangle}{2t} \longrightarrow \frac{1}{2} \int_0^1 \langle \nabla_{w^1} Y(x_o), dw^1 \rangle .$$

page VII-8 ligne 15 :

au lieu de $(PfA)\ dx' \wedge \ldots dx^n$

lire $(PfA)\ dx^1 \wedge \ldots dx^n$

page VII-9 formule (2.17) :

au lieu de $L(e^{zY}) = \int_\mu \hat{A}(\frac{R}{2\pi} x_o - iz\ \nabla.Y(x_o)$,

lire $L(e^{zY}) = \int_M \hat{A}(\frac{R}{2\pi} x_o - iz\ \nabla.Y(x_o)$,