S. Alinhac

Paracomposition et application aux équations non-linéaires

Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique) (1984-1985), exp. n° 11, p. 1-10

<http://www.numdam.org/item?id=SEDP_1984-1985____A11_0>

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

CENTRE DE MATHÉMATIQUES

91128 PALAISEAU CEDEX - FRANCE

Tél. (6) 941.82.00 - Poste N°
Télex : ECOLEX 691 596 F

SEMINAIRE BONY-SJÖSTRAND-MEYER 1984-1985

PARACOMPOSITION ET APPLICATION AUX EQUATIONS NON-LINEAIRES

par S. ALINHAC

Exposé n°XI

26 Février 1985

INTRODUCTION.

Le but des constructions que nous présentons ici est l'étude des singularités des solutions d'équations (ou de systèmes) non-linéaires, dans les zones où ces solutions ne présentent pas de discontinuités.

1. Depuis le travail fondamental de Bony [5] , on dispose d'un calcul pseudo-différentiel (que Bony nomme "paradifférentiel") qui permet d'obtenir, dans le cas d'équations non-linéaires générales, une analyse des singularités "basse-fréquence" des solutions :
Si l'on suppose $u \in H^{s+m}$, $s > n/2 + 1$, solution d'une équation

$$F(x,u,\ldots,\partial_x^\alpha u,\ldots) = 0 \quad , \quad |\alpha| \leqslant m,\ x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n \quad ,$$

les singularités "basse-fréquence" de u sont $WF_\sigma u$, où $\sigma \leqslant \sigma_o$, σ_o étant de l'ordre de $2s$.

On sait que les singularités ("haute-fréquence") correspondant à $\sigma > \sigma_o$ produisent en général, dans des fonctions non-linéaires de u , de nouvelles singularités [16] , [17] qui à leur tour se propagent, etc..., compliquant à l'extrême la description [18] .

L'étude de la propagation de ces singularités "haute-fréquence" suppose donc une "forte"localisation de celles-ci, empêchant la création de nouvelles singularités par fonctions non-linéaires ; en d'autres termes, il s'agit de définir des algèbres de fonctions à singularités "haute-fréquence" localisées.

Les plus simples de ces algèbres sont des espaces de distributions "conormales" par rapport à une ou plusieurs surfaces (cf. Bony [7], [8], Melrose et Ritter [14] , Rauch-Reed [17]). Dans le cas d'une surface $(C^\infty)\Sigma$, on note $(s > n/2)$,

$$H^{s,k}(\Sigma) = \{u \in H^s \ ,\ Z_1\ldots Z_\ell u \in H^s \ ;\ \ell \leqslant k\} \ ,$$

où les Z_i sont des champs (C^∞) tangents à Σ. Pour $u \in H^{s,k}$, on a la localisation $WF_{s+k}(u) \subset N^*(\Sigma)$ (fibré normal à Σ), mais, en fait, on connait bien plus, ("forte" localisation) à savoir le comportement uniforme des "morceaux" de u

au voisinage de $N^*(\Sigma)$: une telle information est appelée 2-microlocale, sous l'influence de Kashiwara, Bony [8], Lebeau [12], et Sjöstrand [19].

D'autres algèbres, dans le même esprit, ont été introduites par M. Beals [3], [4] pour l'étude des équations hyperboliques d'ordre 2.

L'étude de la propagation et de l'interaction des singularités conormales a été menée à bien par Bony [7], [8] dans le cas des équations semi-linéaires (voir également les résultats de Melrose-Ritter [14], Rauch-Reed [17][18]).

Ce cas présente en effet l'agrément que les (bi)caractéristiques des opérateurs considérés, qui permettent de décrire le lieu a priori des singularités des solutions, ne dépendent pas de ces solutions ; les algèbres convenables sont donc définies d'emblée.

2. L'étude des singularités "haute-fréquence" de solutions d'équations générales se heurte à la faible régularité a priori des surfaces caractéristiques de l'opérateur linéarisé. En effet, si $u \in H^{s+m}$ est solution de $F(x,u,\dots,\partial_x^\alpha u,\dots) = 0$, et si S est une surface caractéristique de $P = \Sigma \dfrac{\partial F}{\partial u^{(\alpha)}} \partial_x^\alpha$ $(u^{(\alpha)} = \partial_x^\alpha u)$ s'appuyant sur une sous-variété C^∞ de codimension 2, on ne peut guère espérer mieux que S de classe $H^{s-1/2}$ ($H^{s+1/2}$ en dimension un d'espace). Comme la régularité de S est trop faible pour pouvoir définir les espaces $H^{s+m,k}(S)$ utiles, et que, de toutes façons, il n'y a pas de bon calcul symbolique "à deux indices" (cf. Bony [8]) attaché à une surface "courbe" S, il apparaît indispensable de "redresser" S en la surface $\Sigma = \{x_1 = 0\}$ par un changement de variables. χ, de classe $H^{s-1/2}$. Mais, en général, un tel changement de variables n'a pas de sens dans l'opérateur P, si l'on n'a pas $s-1/2 > n/2 + m$, et de toutes façons la nouvelle inconnue $u \circ \chi$ n'est que $H^{s-1/2}$, etc...

Bien entendu, si l'on considère, au lieu d'une équation générale, un système quasi-linéaire du 1er ordre, en dimension 2, cette difficulté disparaît, car l'inconnue $\mathcal{U}$ appartient à H^s, et $\chi \in H^{s+1/2}$.

On peut donc chercher à réduire l'équation générale à un tel système, et l'on y parvient, en dimension 2 (dans le cas où $m = 2$, on peut aussi utiliser l'artifice de Lewy précisé par Godin [10]).

En dimension supérieure à deux, on ne peut guère éviter, en général, d'introduire des opérateurs pseudo-différentiels dans cette réduction, et le changement de variables χ conduit alors à des classes qui ont été étudiées par

Leichtnam [13] dans sa Thèse, et qui ne jouissent d'aucun calcul symbolique agréable.

3. L'ensemble de ces difficultés nous a conduit à introduire, à la place de la composition ordinaire $u \circ \chi$, une "paracomposition" $\chi^* u$, qui jouisse de propriétés analogues, mais qui préserve la régularité de u et les classes de pseudo-différentiels utilisées.

Les propriétés de cet opérateur χ^* , ainsi qu'une esquisse de sa construction, sont présentées au paragraphe un.

Les implications géométriques de cette construction sont curieuses : les propriétés de χ^* permettent en effet de définir, sur des sous-variétés de classe $C^{\rho+1}$ ($\rho > 0$), des "fonctions" de $C^\sigma/C^{\sigma+\rho}$, pour tout σ . L'identification intrinsèque de ces faisceaux n'est pas encore claire.

Au paragraphe deux, on énonce un théorème décrivant l'évolution d'une onde "simple" (i.e. conormale à une surface régulière), obtenu en utilisant la paracomposition χ^*, selon le programme décrit ci-dessus. Sans entrer dans les détails, nous indiquons le schéma de la démonstration, pour que le lecteur puisse saisir comment "fonctionne" la paracomposition.

1. LA PARACOMPOSITION.

1.1. Soit $\chi : \Omega_1 \to \Omega_2$ un difféomorphisme de classe $C^{\rho+1}_{loc}$ ($\rho > 0$) entre deux ouverts de $\mathbb{R}^n$.

Il existe alors un opérateur linéaire

$$\chi^* : \mathcal{D}'(\Omega_2) \to \mathcal{D}'(\Omega_1)\text{, dont on va expliquer les propriétés.}$$

Théorème 1. (Opérance) : L'opérateur χ^* applique $H^s_{loc}(\Omega_2)$ dans $H^s_{loc}(\Omega_1)$, et $C^\sigma_{loc}(\Omega_2)$ dans $C^\sigma_{loc}(\Omega_1)$, pour tous $s \in \mathbb{R}$ et $\sigma \neq 0$ ■

Dans tout cet article, C^σ désigne les classes usuelles de fonctions Höldériennes pour $\sigma > 0$, $\sigma \notin \mathbb{N}$; pour $\sigma \notin \mathbb{N}$, il s'agit des classes construites à partir de la classe C^1_* de Zygmund (voir Meyer [15]) ; enfin, l'extension à $\sigma < 0$ se fait à l'aide d'opérateurs pseudo-différentiels, comme en [5] .

Le théorème 1 est l'analogue, en ce qui concerne la composition, du théorème de Bony sur le "paraproduit" [5] :

T_a applique H^s dans H^s , pour $a \in L^\infty$.

La régularité de χ (ou celle de a) n'interviennent pas à ce stade.

<u>Théorème 2</u> (composition) : Soient $\chi_o : \Omega_o \to \Omega_1$ et $\chi_1 : \Omega_1 \to \Omega_2$ deux difféomorphismes de classe $C^{\rho+1}(\rho > 0)$. On a alors $\chi_o^* \chi_1^* u = (\chi_1 \chi_o)^* u + R u$, où R applique $H^s_{loc}(\Omega_2)$ dans $H^{s+\rho}_{loc}(\Omega_o)$, et $C^\sigma_{loc}(\Omega_2)$ dans $C^{\sigma+\rho}_{loc}(\Omega_o)$, pour tous $s \in \mathbb{R}$, et $\sigma \neq 0$. ■

Nous verrons en 1.2 que χ^* n'est "bien défini" qu'à un opérateur ρ-régularisant près (tel que R) ; cela explique la présence d'un reste dans la formule du théorème 2. Bien entendu, $(\mathrm{id})^* u = u$ modulo une fonction C^∞.

Les théorèmes 1 et 2 suffisent pour définir les faisceaux $C^\sigma / C^{\sigma+\rho}$ dont on a parlé dans l'introduction.

Pour énoncer le résultat suivant, rappelons la définition de la classe de symboles Σ^m_α de Bony [5] :

$$\ell(x,\xi) \in \Sigma^m_\alpha \text{ si } \alpha > 0 \text{ et}$$
$$\ell(x,\xi) = \ell_m(x,\xi) + \ell_{m-1}(x,\xi) + \ldots + \ell_{m-[\alpha]}(x,\xi), \text{ où}$$

ℓ_{m-k} est homogène de degré m-k en ξ, de classe C^∞ en ξ et $C^{\alpha-k}_{loc}$ en x ($[\alpha]$ = partie entière de α).

<u>Théorème 3</u> (conjugaison d'opérateurs paradifférentiels) : Soit $h(x,\xi) \in \Sigma^m_\alpha(\Omega_2)$. Alors, avec $\varepsilon = \inf(\alpha,\rho)$, $\chi^* T_h u = T_{h^*} \chi^* u + Ru$, où $h^* \in \Sigma^m_\varepsilon(\Omega_1)$, et R applique $H^s_{loc}(\Omega_2)$ dans $H^{s-m+\varepsilon}_{loc}(\Omega_1)$, et $C^\sigma_{loc}(\Omega_2)$ dans $C^{\sigma-m+\varepsilon}_{loc}(\Omega_1)$, pour tous $s \in \mathbb{R}$, $\sigma \neq 0$. ■

Ici, T_h désigne (par abus) un opérateur (bien défini modulo un opérateur α-m régularisant) de symbole h, au sens de Bony [5]. Compte-tenu des approximations dans les définitions des opérateurs, on ne peut espérer mieux pour le reste R du théorème 3. Bien entendu, le symbole h^* se calcule en faisant le changement de variables "comme d'habitude" dans h, à ceci-près qu'on ne garde dans h^* que les termes dans lesquels les dérivées de χ ont un sens (i.e. jusqu'à l'ordre $[\rho] + 1$), et qui ne sont pas plus régularisant que le reste R.

En particulier, si l'on prend $h = \rho \in C^\infty_o(\Omega_2)$, on a $h^* = \varphi \circ \chi$, ce qui montre que χ^* est "local".

Enfin, remarquons que la construction de χ^* permet une linéarisation complète de la composée $u \circ \chi$ usuelle de deux fonctions peu régulières u et χ.

<u>Théorème 4</u> (Linéarisation de la composition) : Soit

$$u \in C^\sigma_{loc},\ \chi \in C^{\rho+1}_{loc} \ (\text{resp. } u \in H^s_{loc},\ \chi \in H^{r+1}_{loc}), \text{ avec}$$

$\sigma > 1$, $\rho > 0$ (resp. $s > n/2+1$, $r > n/2$). On a alors

$u \circ \chi = \chi^* u + T_{u' \circ \chi} \chi + R$, où $R \in C^{\rho+1+\varepsilon}_{loc}$, avec

$\varepsilon = \inf(\sigma-1, \rho+1)$ (resp. $R \in H^{r+1+\varepsilon}_{loc}$, $\varepsilon = \inf(s-n/2-1, r-n/2+1)$). ■

Ici, $T_{u'\circ\chi}$ désigne un opérateur de symbole $u'\circ\chi \in \Sigma^{o}_{\varepsilon}$. Dans le cas où $u \in C^{\infty}$, on retrouve naturellement le théorème de "paralinéarisation" de Bony [5] et Meyer [15] ; si au contraire $\chi \in C^{\infty}$, $u\circ\chi - \chi^{*}u$ est infiniment régularisant. Le terme $u\circ\chi$, de régularité inf(régularité de u , régularité de χ), apparaît comme la somme d'un terme aussi régulier que u et d'un terme aussi régulier que χ . Cette formule est notamment utile pour résoudre certaines équations non-linéaires de la forme

$G(x,u,\ldots,\partial^{\alpha}_{x}u,\ldots) = 0$, où G est donnée et non C^{∞} , qui apparaissent dans divers contextes (voir 2.2.c. notamment).

1.2. Esquisse de la construction. Elle repose sur les idées et les résultats de Coifman et Meyer [9] , et en particulier sur un usage systématique des décompositions "en couronnes dyadiques" (voir aussi Bony [5])

$$u = \Sigma\, u_p \text{ , support de } \hat{u}_p \subset c_p = \{\xi,\ \frac{1}{c}\, 2^{p} \leqslant |\xi| \leqslant c2^{p+1}\} \ .$$

Une remarque formelle due à Bony, qui note que l'on peut faire opérer dans H^{s} toute application $L : L^{2} \to L^{2}$ par la formule

$$\tilde{L}u = \sum_p (Lu_p)_p \quad ,$$

suugère l'idée d'une expression de χ^{*} (L étant alors la composition avec χ). Malheureusement, $\tilde{L}$ n'a pas, en général, de sens intrinsèque, et dépend fortement des décompositions choisies pour les fonctions.

Ici, on procède de la façon suivante : soit $K \subset \Omega_2$ un compact, et $u \in \mathcal{E}'(\Omega_2)$, supp $u \subset K$. On pose

$$\chi^{*}u = \sum_p \,[\psi(u_p\circ\chi)]_p \quad , \quad \text{où} \quad \psi \in C^{\infty}_{o}(\Omega_1) \quad ,$$

$\psi = 1$ au voisinage de $\chi^{-1}(K)$.
Si la décomposition $u = \Sigma\, u_p$ est effectuée relativement à un système de couronnes $c_p = \{\xi\ ,\ \frac{1}{c}\, 2^{p} \leqslant |\xi| \leqslant c2^{p+1}\}$ défini par une constante c , on définira $[v]_p$ par $\widehat{[v]}_p(\xi) = \psi\ (2^{-p}\xi)\hat{v}(\xi)$, où ϕ est supportée dans une couronne, avec $\phi = 1$ sur une couronne C_o définie par une constante $C \gg c$.
La raison du choix de la "recoupe" $[\ ]_p$ tient à ceci : bien que $\widehat{\psi(u_p\circ\chi)}$ ne soit pas supportée par une couronne,on sait bien (par l'expérience des opérateurs intégraux de Fourier, par exemple), que la "partie intéressante" du support de

$\widehat{\psi(u_p \circ \chi)}$ est l'image par ${}^t\chi'$ du support de $\hat{u}_p$. On choisit donc C en sorte que $\phi(2^{-p}\xi)$ vaille 1 pour $\xi = {}^t\chi'(y)\eta$, $\eta \in C_p$, y voisin de $\chi^{-1}(K)$. Ces contraintes géométriques étant respectées, on peut alors prouver que les modifications de ψ , de la décomposition $u = \Sigma\, u_p$ de u , et de la recoupe $[\ ]_p$, ne changent χ^* que par un opérateur ρ-régularisant.

Pour définir χ^* sur $\mathcal{D}'(\Omega_2)$, on procède comme d'habitude à l'aide d'une partition de l'unité $\Sigma\, \varphi_i = 1$ subordonnée à un recouvrement localement fini (U_i) de Ω_2 (cf. par exemple [5]) :

$$\chi^* u = \sum_i \psi_i\, \chi^*_{(i)} \varphi_i u, \text{ où } \quad \psi_i \in C_o^\infty(\chi^{-1} U_i) \ ,$$

$\psi_i = 1$ près du support de $\varphi_i \circ \chi$, et $\chi^*_{(i)}$ est un choix de χ^* pour $K = \mathrm{supp}\varphi_i$.

La vérification des propriétés énoncées aux théorèmes 1-4 est malheureusement assez technique , et nous renvoyons, pour tout détail, le lecteur à l'article à paraître [1] .

2. APPLICATION AUX EQUATIONS NON-LINEAIRES GENERALES : EVOLUTION D'UNE ONDE SIMPLE.

2.1. Soit $u \in H^{s+m}_{loc}(\Omega)$ une solution réelle de l'équation

$$F(y,u,\dots,\partial_y^\alpha u,\dots) = 0 \quad , \quad |\alpha| \leqslant m,\ y \in \Omega \subset \mathbb{R}^n \quad . \ F \text{ réelle et } C^\infty \ .$$

On note $y = (x_1,t,x')$, et l'on fait les hypothèses suivantes :

a) Hyperbolicité.

On suppose $0 \in \Omega$, et l'on note $\Omega_\pm = \{y \in \Omega,\ \pm\, t > 0\}$.

On suppose que l'opérateur P linéarisé de F ,

$$P = \sum_{|\alpha| \leqslant m} \frac{\partial F}{\partial u^{(\alpha)}}(y,\dots,u^{(\alpha)},\dots)\,\partial_y^\alpha \qquad (u^{(\alpha)} = \partial_y^\alpha u)$$

est strictement hyperbolique dans Ω par rapport aux surfaces $t = $ cte , et que Ω_+ est un domaine d'influence de Ω_- (toute bicaractéristique réelle nulle de P issue d'un point où $t > 0$ atteint un point où $t < 0$, dans Ω).

b) Caractère conormal de la solution dans le passé.

On considère une surface S , d'équation $x_1 = \varphi(t,x')$ dans Ω , $\varphi \in C^1$, passant par l'origine, caractéristique pour P .

On suppose que, localement dans Ω_- , $\varphi \in C^\infty$ et $u \in H^{s+m,\infty}(S)$.

Nous appelons une telle solution une onde simple (le front de l'onde étant, à l'instant t_o , la surface $x_1 = \varphi(t_o,x')$).

Théorème 5 (Evolution d'une onde simple) : Supposons, dans les conditions décrites en a), b) ci-dessus, $u \in H^{s+m}_{loc}$ avec $s > n/2 + 7/2$, et $\chi \in H^{\sigma}$, $\sigma > n/2 + 3/2$. Alors S est C^{∞} dans tout Ω, et $u \in H^{s+m,\infty}_{loc}(S)$ ■ .

Le théorème indique deux choses : d'une part, aucune singularité nouvelle n'apparaît pour u, ce qui avait été établi par Bony [7] dans le cas semi-linéaire ; d'autre part, le front de l'onde ne se "désagrège" pas, l'onde gardant, dans son évolution, sa structure simple.

Remarquons que l'hypothèse $\varphi \in H^{\sigma}$, $\sigma > n/2+3/2$ correspond à la régularité Hõldérienne $\varphi \in C^{\sigma'}$, $\sigma' > 2$ (mais on ne sait pas démontrer qu'une telle régularité suffit).

Bien entendu, le théorème n'est local qu'en apparence, l'énoncé global correspondant étant obtenu, sous des hypothèses convenables, par applications répétées du résultat mentionné.

2.2. Schéma de la preuve.

a) On définit le changement de variables χ par

$$\chi(x_1,t,x') = (x_1+\varphi(t,x'),\ t,x'),\ \text{en sorte que}$$

$$\chi^{-1}(S) = \Sigma = \{x_1 = 0\}\ ,\ \text{et}\ \chi \in H^{\sigma}\ .$$

Pour établir une équation en χ^*u, on utilise la formule (qui découle des théorèmes 3 et 4)

$\chi^*G(v) = T_{G'(v\circ\chi)}\,\chi^*v + R(v)$, avec, à la place de $G(v)$, l'expression $F(y,u,\dots,u^{(\alpha)},\dots)$.

On obtient

$$0 = \sum_{\alpha} T_{\frac{\partial F}{\partial u^{(\alpha)}}\circ\chi}\,\chi^*u^{(\alpha)} + R_1 = T_{p*}\chi^*u + R_2\ ,$$

où P^* est le symbole du transporté de P par χ, comme expliqué au théorème 3.

b) on montre d'abord qu'en fait, $\varphi, \chi \in H^{s-1/2}$.

Ensuite, on va prouver, par récurrence sur k, que $\chi^*u \in H^{s+m,k}(\Sigma)$ (ce qui est vrai dans le passé, pour tout k) : ceci s'obtient en calculant la forme d'un commutateur

$[Z^I, T_{p*}]$, où $Z^I = Z_0^{i_0}\dots Z_{n-1}^{i_{n-1}}$, $Z_0 = x_1\dfrac{\partial}{\partial x_1}$, $Z_1 = \dfrac{\partial}{\partial t}$, $Z_j = \dfrac{\partial}{\partial x_j}$ $(2\leqslant j\leqslant n-1)$, $|I| = i_0 + \dots + i_{n-1} = k$. Ce calcul suppose que R_2 et les coefficients de p^*

se comportent "bien" sous l'action des champs Z , ce qui ne peut être obtenu que si la régularité de χ augmente avec k .

c) Le lemme crucial est donc le suivant :

Si $\chi^*u \in H^{s+m,k}(\Sigma)$, alors $\varphi, \chi \in H^{s-1/2+k}$.

Ce lemme n'utilise que l'équation non-linéaire sur φ (dépendant de u) exprimant que S est caractéristique pour P . Une fois étabi ce lemme, il suffit d'utiliser un calcul paradifférentiel où les symboles sont de classe $C^{\rho,k}$ (au lieu de C^{ρ}), et où les opérateurs opérent sur des espaces $H^{s,k}$ (au lieu de H^s), pour obtenir

$$T_{p^*} Z^I (\chi^* u) \in H^{s+1} .$$

Le théorème de propagation des singularités de Bony [5] permet alors de conclure $Z^I(\chi^*u) \in H^{s+m}$.

La même méthode permet de décrire les interactions de plusieurs ondes. Nous renvoyons pour tout détail à [2] et à des publications ultérieures.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] S. Alinhac, Paracomposition et opérateurs paradifférentiels, Prépublication Orsay, 1985, et article à paraître.

[2] S. Alinhac, Evolution d'une onde simple pour des équations non-linéaires générales, Prépublication Orsay, 1985, et article à paraître.

[3] M. Beals, Spreading of singularities for a semilinear wave equation, Duke Math. J. 49 (1982), 275-286.

[4] M. Beals, Self-spreading and strength of singularities for solutions to semi-linear wave equations. Ann. of Math., 118 (1983), 187-214.

[5] J.M. Bony, Calcul symbolique et propagation des singularités pour les équations aux dérivées partielles non-linéaires, Ann. Scient. de l'Ecole Norm. Sup. 14 (1981), 209-246.

[6] J.M. Bony, Propagation des singularités pour les équations aux dérivées partielles non-linéaires. Sém. Goulaouic-Schwartz, 1979-80, n°22. Ecole Polytechnique Paris.

[7] J.M. Bony, Interaction des singularités pour les équations aux dérivées partielles non-linéaires, Sém. Goulaouic-Meyer-Schwartz, 1981-82, n°2.

[8] J.M. Bony, Interaction des singularités pour les équations de Klein-Gordon non-linéaires. Sém. Goulaouic-Meyer-Schwartz 1983-84, n°10, Ecole Polytechnique Paris, et article à paraître aux Proceed. Work shap and Symp. on hyp. eq., Kyoto, 1984.

[9] R. Coifman, Y. Meyer, Au-delà des opérateurs pseudo-différentiels, Astérisque, vol. 57, 1978.

[10] P. Godin, Propagation of C^{∞} regularity for fully non-linear second order strictly hyperbolic equations in two variables, à paraître aux Trans. A.M.S.

[11] B. Lascar, singularités des solutions d'équations aux dérivées partielles non-linéaires, C.R.A.S. Paris, t.287, série A, 1978, 527-529.

[12] G. Lebeau, Inégalités relatives aux deuxièmes microlocalisations et applications à la diffraction, Thèse d'Etat, Université Paris XI, Orsay 1983.

[13] E. Leichtnam, Front d'onde d'une sous-variété ; propagation des singularités pour des équations aux dérivées partielles non-linéaires. Thèse de 3ème cycle, Université Paris XI (France), 1984, et article à paraître.

[14] R. Melrose, N. Ritter, Interaction of non-linear progressing waves, Lecture at Notre-Dame Conference on Microlocal analysis (1984), et article à paraître.

[15] Y. Meyer, Remarque sur un théorème de J.M. Bony, Suppl. Rend. Circ. Mat. Palermo n°1, 1981, 1-20.

[16] J. Rauch, singularities of solutions to semilinear wave equations, J. Math. Pures et appl.,1979.

[17] J. Rauch, M. Reed, Propagation of singularities for semilinear hyperbolic equations in one space variable, Ann. of Maths III (1980), 531-552.

[18] J. Rauch, M. Reed, Jump discontinuities of semilinear strictly hyperbolic systems in two variables : Creation and propagation. Comm. Math. Phys. 81 (1984), 203-227.

[19] J. Sjöstrand, Singularités analytiques micorlocales, Astérisque 95, 1982.

*
* *
*