M. Kashiwara

Analyse micro-locale du noyau de Bergman

Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique) (1976-1977), exp. nº 8, p. 1-10

<http://www.numdam.org/item?id=SEDP_1976-1977____A24_0>

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

CENTRE DE MATHÉMATIQUES

PLATEAU DE PALAISEAU - 91128 PALAISEAU CEDEX

Téléphone : 941.82.00 - Poste N°

Télex : ECOLEX 691 596 F

S E M I N A I R E   G O U L A O U I C - S C H W A R T Z   1 9 7 6 - 1 9 7 7

ANALYSE MICRO-LOCALE DU NOYAU DE BERGMAN

par M. KASHIWARA

Exposé n° VIII

14 Décembre 1976

§ 0. INTRODUCTION

Soit Ω un domaine borné, strictement pseudo-convexe dans $\mathbb{C}^n$. Rappelons que le noyau de Bergman $B(z,\bar{w})$ est défini de la façon suivante : $B(z,\bar{w})$ est une fonction holomorphe sur $\Omega \times \bar{\Omega}$ ($\bar{\Omega}$ le conjugué complexe de Ω) qui satisfait

$$\int_{\Omega} B(z,\bar{w})u(w)|dw|^2 = u(z)$$

pour toute fonction $u(z) \in \mathcal{O}(\Omega) \cap L^2(\Omega)$.

Fefferman [2], Boutet de Monvel-Sjöstrand [1] ont démontré que ce noyau avait un développement asymptotique sur le bord $\partial\Omega$ de Ω dans le cas où celui-ci est C^∞ ; supposons que Ω soit défini par $\{z; f > 0\}$ avec f une fonction C^∞ telle que $df \neq 0$ sur $\partial\Omega$. Alors on a une série asymptotique

$$B(z,\bar{z}) \sim \sum_{j=o}^{\infty} a_j\, f^{-n-1+j} + \sum_{j=o}^{\infty} b_j\, f^j \log f \ .$$

Si le bord de Ω est analytique, cette série asymptotique converge au noyau $B(z,\bar{z})$.

<u>Théorème 0</u> : Supposons que f soit analytique. Alors il existe deux fonctions analytiques a et b définies dans un voisinage de $\partial\Omega$ telles qu'on ait $B(z,\bar{z}) = af^{-n-1} + b \log f$.

En plus, $B(z,\bar{w})$ satisfait le système holonome simple d'équations microdifférentielles, qui détermine $B(z,\bar{z})$ modulo une fonction analytique définie dans un voisinage de $\partial\Omega$.

<u>Théorème 1</u> : Le noyau de Bergman $B(z,\bar{w})$ satisfait le système holonome simple d'équations microdifférentielles : si deux opérateurs micro-différentiels $P(z,D_z)$ et $Q(\bar{w},D_{\bar{w}})$ satisfont $P(z,D_z)Y(f(z,\bar{z})) = Q(\bar{z},D_{\bar{z}})Y(f(z,\bar{z}))$, alors $B(z,\bar{w})$ satisfait $P^*(z,D_z)B(z,\bar{w}) = Q^*(\bar{w},D_{\bar{w}})B(z,\bar{w})$ où Y est la fonction de Heaviside.

§ 1. OPERATEURS MICRO-DIFFERENTIELS (voir [3]).

Soient X une variété complexe de dimension n, T^*X le fibré vectoriel cotangent de X. On va définir le faisceau d'anneaux $\mathcal{E}_X$ des opérateurs micro-différentiels ; soient $(x_1,\dots,x_n)$ un système de coordonnées locales de X, $(x_1,\dots,x_n;\xi_1,\dots,\xi_n)$ le système de coordonnées locales de T^*X tel que $\omega = \Sigma\, \xi_j\, dx_j$ soit la forme canonique. Pour tout ouvert Ω de T^*X, $\mathcal{E}_X(\Omega)$ est défini de la manière suivante :

$$\mathcal{E}_X(\Omega) = \{(p_j(x,\xi))_{j\in Z} \; ; \; 0) p_j(x,\xi)$$

sont des fonctions holomorphes définies sur Ω, homogènes de degré j par rapport à ξ.

1) On a localement $p_j(x,\xi) = 0$ pour $j \gg 0$

2) Pour tout compact K de Ω, il existe une constante C_K telle que $\sup\limits_K |p_j| \leq (-j)!\, C_K^{-j}$ pour $j < 0\}$.

On écrit $\Sigma\, p_j(x,D_x)$ pour $(p_j(x,\xi))_j$. $\Omega \mapsto \mathcal{E}_X(\Omega)$ définit un faisceau sur T^*X qui possède une structure d'anneaux pour la loi de composition bien connue : pour $P = \Sigma P_j(x,D_x)$ et $Q = \Sigma\, Q_j(x,D_x)$, $R = PQ = \Sigma R_j(x,D_x)$ est donné par

$$R_\ell(x,\xi) = \sum_{\substack{\alpha \in \mathbb{Z}_+^n \\ \ell = j+k-|\alpha|}} \frac{1}{\alpha!} (D_\xi^\alpha P_j)\,(D_x^\alpha Q_k) \quad .$$

On note par $\mathcal{E}_X(m)$ le sous-faisceau de $\mathcal{E}_X$ formé des $P = \Sigma\, P_j(x,D_x)$ tels que $P_j = 0$ pour $j > m$. Si $\mathcal{O}(m)$ est un faisceau des fonctions holomorphes homogènes de degré m, on a un homomorphisme canonique $\sigma_m : \mathcal{E}_X(m) \to \mathcal{O}(m)$ donné par $P \mapsto P_m$, qui définit un isomorphisme, par passage au quotient, $\mathcal{E}_X(m)/\mathcal{E}_X(m-1) \xrightarrow{\sim} \mathcal{O}(m)$. $\mathcal{E}_X$ contient $\pi^{-1}\mathcal{D}_X$ comme un sous-faisceau où $\mathcal{D}_X$ est un faisceau d'anneaux des opérateurs différentiels et π la projection de T^*X sur X.

Considérons un Idéal $\mathcal{J}$ à gauche de $\mathcal{E}_X$. <u>L'Idéal des symboles</u> $\bar{\mathcal{J}}$ de $\mathcal{J}$ est, par définition, l'Idéal de $\mathcal{O}_{T^*X}$ engendré par les

$\sigma_m(\mathcal{J} \cap \mathcal{E}_X(m))$. $\mathcal{J}$ est un Idéal cohérent si et seulement si $\bar{\mathcal{J}}$ est un Idéal cohérent de $\mathcal{O}_{T^*X}$. Considérons le système d'équations micro-différentielles : $Pu = 0$ pour tout $P \in \mathcal{J}$. On dit que ce système est holonome simple si l'ensemble Λ des zéros de l'Idéal des symboles (appelé la variété caractéristique) est une sous-variété lisse de codimension n de T^*X et si $\bar{\mathcal{J}}$ coïncide avec l'Idéal des fonctions qui s'annulent sur Λ. Pour un opérateur micro-différentiel $P(x,D) = \sum P_j(x,D_x)$ (i.e. une section de $\mathcal{E}_X$), l'opérateur $Q(x,D) = \sum Q_\ell(x,D_x)$ défini par

$$Q_\ell(x,\xi) = \sum_{\ell=j-|\alpha|} \frac{1}{\alpha!}(D_\xi^\alpha D_x^\alpha P_j)(x,-\xi)$$

est dit un opérateur adjoint de P et noté par $P^*(x,D_x)$. Si on note a l'isomorphisme $(x,\xi) \mapsto (x,-\xi)$ de T^*X sur lui-même, $P \mapsto P^*$ définit un anti-isomorphisme $\mathcal{E}_X \overset{\sim}{\to} a^{-1}\mathcal{E}_X$, i.e. si P est défini sur Ω, alors P^* est défini sur Ω^a et $(PQ)^* = Q^*P^*$, $(P^*)^* = P$.

§ 2. MICRO-FONCTIONS HOLOMORPHES

Soit Y une hypersurface lisse de X, T_Y^*X le fibré conormal de Y. Supposons que Y soit définie par $f = 0$. Considérons le faisceau $\mathcal{F}$ sur Y défini de la manière suivante : pour tout ouvert U de Y, $\mathcal{F}(U)$ est l'ensemble des fonctions multi-valuées ψ dans un voisinage de U dans X de la forme $\psi = af^{-N} + b \log f$ avec a et b des fonctions holomorphes définies dans un voisinage de U dans X et N un entier. Cette définition ne dépend pas de choix de f. On note par Y(f) la classe d'équivalence de $\log f$ dans $\mathcal{F}' = \mathcal{F}/\mathcal{O}_X|_Y$). Y(f) ne dépend pas du choix de f et de la branche de log. En notant par π la projection de T^*X sur X, on définit $\mathcal{C}_{Y|X} = (\pi^{-1}\mathcal{F}')|_{T^*X - T_X^*X}$.

Lemme 2.1 : Soit $\Theta_{Y|X}$ le faisceau des champs de vecteurs tangents à Y. Alors $\mathcal{C}_{Y|X}$ est isomorphe à $\mathcal{E}_X/\mathcal{E}_X\Theta_{Y|X}$ (voir [3]).

On donne ici seulement l'explication de l'action de $\mathcal{E}_X$ sur $\mathcal{C}_{Y|X}$. Soit p un point de $T_Y^*X - T_X^*X$. Choisissons des coordonnées locales $(x_1,\ldots,x_n)$ tel que $p = (o;dx_1)$. Posons $\Sigma = \{x_1 = \varepsilon\}$. Un opérateur micro-différentiel $P(x,D_x)$ défini dans un voisinage de p s'exprime

$$P(x,D) = \sum_{\substack{\alpha \in \mathbb{Z}^n \\ \alpha_2,\dots,\alpha_n \geq 0}} a_\alpha(x) D^\alpha$$

où $D^\alpha = D_1^{\alpha_1},\dots,D_n^{\alpha_n}$.

On définit $(D_1^{-1})_\Sigma u(x) = \int_\varepsilon^{x_1} u(t,x_2,\dots,x_n)dt$, $(D_1^\nu)_\Sigma = D_1^\nu$ pour $\nu \geq 0$ et $(D_1^{-1})_\Sigma^{-\nu}$ pour $\nu < 0$, $(D^\alpha)_\Sigma = (D_1^{\alpha_1})_\Sigma D_2^{\alpha_2},\dots,D_n^{\alpha_n}$ et $P_\Sigma = \Sigma\, a_\alpha(x)(D^\alpha)_\Sigma$. Alors, pour $u(x) \in \mathcal{F}$, $P_\Sigma u$ converge et définit un germe de $\mathcal{F}$ pour $0 < |\varepsilon| << 1$. Si on considère $P_\Sigma u$ comme un germe de $\mathcal{F}/\mathcal{O}_X$, il ne dépend pas du choix de $\varepsilon \neq 0$ assez petit, et il définit un homomorphisme $\mathcal{C}_{Y|X,p} \to \mathcal{C}_{Y|X,p}$.

L'homomorphisme $\mathcal{E}_X \to \mathcal{C}_{Y|X}$ défini par $P \mapsto PY(f)$ devient un isomorphisme de $\mathcal{E}_X/\mathcal{E}_X\Theta_{Y|X}$ sur $\mathcal{C}_{Y|X}$ (si $v \in \Theta_{Y|X}$, $v \log f = (vf)/f$ est holomorphe sur Y et donc $\Theta_{Y|X}\, Y(f) = 0$).

§ 3. TRANSFORMATIONS CANONIQUES QUANTIFIEES

Soient X_1, X_2 deux variétés de même dimension n, Ω_1(resp.Ω_2) un ouvert de T^*X_1(resp. T^*X_2).

<u>Définition 3.1</u> : Le couple (Φ,ψ) est dit <u>transformation canonique quantifiée</u> s'il satisfait les conditions suivantes

a) Φ est une transformation symplectique homogène de Ω_1 sur Ω_2 (i.e. si ω_{X_ν} ($\nu = 1,2$) est la forme canonique sur T^*X_ν, $\Phi^*\omega_{X_2} = \omega_{X_1}$).

b) ψ est un isomorphisme de $\mathcal{E}_{X_2}$ sur $\Phi_*\mathcal{E}_{X_1}$.

<u>Proposition 3.2</u> : Si (Φ,ψ) est une transformation canonique quantifiée, $\sigma(P) \circ (\Phi) = \sigma(\psi(P))$ pour tout $P \in \mathcal{E}_{X_2}$.

Soit Φ une transformation symplectique homogène de Ω_1 sur Ω_2, Λ un graphe de Φ (i.e. $\{(p,\Phi(p)^a) \in T^*(X_1 \times X_2)\ ;\ p \in \Omega_1\}$). Alors on a la proposition suivante .

<u>Proposition 3.3</u> : Si $\psi : \mathcal{E}_{X_2}|_{\Omega_2} \to \Phi_*(\mathcal{E}_{X_1}|_{\Omega_1})$ est un isomorphisme, l'Idéal $\mathcal{J}$ de $\mathcal{E}_{X_1 \times X_2}$ engendré par $\{P^* - \psi(P) ; P \in \mathcal{E}_{X_2}\}$ définit un système holonome simple de variété caractéristique Λ. Réciproquement, si $\mathcal{J}'$ est un système holonome simple de variété caractéristique Λ, alors, pour tout $P \in \mathcal{E}_{X_2}$, il existe un et un seul opérateur $Q \in \mathcal{E}_{X_1}$ tel que $P^* - Q \in \mathcal{J}'$ et $P \mapsto Q$ donne un isomorphisme de $\mathcal{E}_{X_2}$ sur $\Phi_*(\mathcal{E}_{X_1})$.

Donc, il y a une équivalence entre l'ensemble des ψ et l'ensemble des systèmes holonomes simples $\mathcal{J}u = 0$ de variété caractéristique Λ.

§ 4. Soient X_1, X_2 comme dans la dernière section, Y une hypersurface lisse de $X_1 \times X_2$. Soit p_1 et p_2^a les projections de $T^*(X_1 \times X_2) = T^*X_1 \times T^*X_2$ sur T^*X_1 et T^*X_2 définies par $(x_1, x_2 ; \xi_1, \xi_2) \mapsto (x_1 ; \xi_1)$ et $(x_2 ; -\xi_2)$ respectivement. Posons $\Lambda = T^*_Y(X_1 \times X_2) - T^*_{X_1 \times X_2}(X_1 \times X_2)$ et soit $p = (x_1^o, x_2^o ; \xi_1^o, -\xi_2^o)$ un point de Λ. Supposons que Y soit défini par $f(x_1, x_2) = 0$.

<u>Lemme 4.1</u> : Les conditions suivantes sont équivalentes .

a) $p_1 : \Lambda \to T^*X_1$ est un isomorphisme local au voisinage du p.

b) $p_2^a : \Lambda \to T^*X_2$ est un isomorphisme local au voisinage de p.

c) $\begin{vmatrix} 0 & d_{x_1} f \\ d_{x_2} f & d_{x_1} d_{x_2} f \end{vmatrix} (x_1^o, x_2^o) \neq 0$

§ 5. Revenons à la situation du noyau de Bergman. Soit Ω un domaine dans $\mathbb{C}^n = X$ à bord réel analytique, strictement pseudo-convex, z_o un point de $\partial\Omega$. Soit $X_{\mathbb{R}}$ la variété réel analytique sous-jacente à X, $\overline{X}$ le conjugué complexe de X. Alors $X_{\mathbb{R}} \to X \times \overline{X}$ est un complexifié de X. Soit Y un complexifié de $\partial\Omega$. Alors Y est une hypersurface de $X \times \overline{X}$. Soit

$f(z,\bar{w}) = 0$ une équation de Y. On peut supposer que f est positive sur Ω. Comme $\partial\Omega$ est strictement pseudo-convexe, $\begin{vmatrix} 0 & \partial_z f \\ \partial_{\bar{z}} f & \partial_z \partial_{\bar{z}} f \end{vmatrix} (z_o) \neq 0$ et, donc, $\Lambda = T^*_Y(X \times \bar{X})$ définit une transformation canonique entre T^*X et $T^*\bar{X}$ dans un voisinage de $\partial_z f(z_o,\bar{z}_o)$ et $\partial_{\bar{z}} f(z_o,\bar{z}_o)$ (Lemme 4.1).

Considérons le système holonome $\mathcal{E}_{X\times\bar{X}} \mathcal{B}_{Y|X}$. Alors il définit une transformation canonique quantifiée ψ, qui est donnée par $Q(\bar{w},D_{\bar{w}}) \mapsto P(z,D_z)$ avec la relation

$$Q^*(\bar{w},D_{\bar{w}})Y(f) = P(z,D_z)Y(f) .$$

Comme $Q \mapsto Q^*$ est un anti-isomorphisme, $\tilde{\Psi} : \mathcal{E}_{\bar{X}} \to \mathcal{E}_X$ défini par $\tilde{\Psi}(Q) = (\Psi(Q^*))^*$ est un isomorphisme, et il définit, donc, un système holonome simple

$$\mathcal{J} : Q^*(\bar{w},D_{\bar{w}})u = \tilde{\Psi}(Q)u$$

(autrement dit, $P(z,D_z)u = Q(\bar{w},D_{\bar{w}})u$ si $P^*(z,D_z)Y(f) = Q^*(\bar{w},D_{\bar{w}})Y(f)$).

Le théorème 0 signifie que $B(z,\bar{w})$ détermine une section de $\mathcal{C}_{Y|X\times\bar{X}}$, et le théorème 1 signifit que $B(z,\bar{w})$ satisfait le système holonome simple $\mathcal{J}$ en tant que section de $\mathcal{C}_{Y|X\times\bar{X}}$. Comme il existe une et une seule solution à un multiple constant près, on peut déterminer $B(z,w)$ modulo une fonction holomorphe définie dans un voisinage de Y.

§ 6 On donne le raisonnement <u>heuristique</u> du théorème 1. Supposons que $P(z,D_z)$ et $Q(\bar{w},D_{\bar{w}})$ satisfassent $P(z,D_z)Y(f) = Q(\bar{w},D_{\bar{w}})Y(f)$. Alors on a, pour toute fonction $u(z)$,

$$P^*(z,D_z)u(z) = P^*(z,D_z) \int_\Omega B(z,\bar{w})u(w)\,|dw|^2$$

$$= \int_\Omega [P^*(z,D_z)B(z,\bar{w})]\,u(w)\ |dw|^2.$$

D'autre part, on a

$$P^*(z,D_z)u(z) = \int_\Omega B(z,\bar{w})[P^*(w,D_w)u(w)]\,|dw|^2$$

$$= \int B(z,\bar{w})Y(f(w,\bar{w}))[P^*(w,D_w)u(w)]\,|dw|^2$$

Par intégration par partie, on trouve

$$\int [P(w,D_w)\{B(z,\bar{w})Y(f(w,\bar{w}))\}]u(w)\,|dw|^2$$

$$= \int B(z,\bar{w})[P(w,D_w)Y(f(w,\bar{w}))]u(w)\,|dw|^2$$

$$= \int B(z,\bar{w})[Q(\bar{w},D_{\bar{w}})Y(f(w,\bar{w}))]u(w)\,|dw|^2$$

$$= \int [Q^*(\bar{w},D_{\bar{w}})\{B(z,\bar{w})u(w)\}]Y(f(w,\bar{w}))\,|dw|^2$$

$$= \int_\Omega [Q^*(\bar{w},D_{\bar{w}})B(z,\bar{w})]u(w)\,|dw|^2.$$

On obtient, donc,

$$\int_\Omega [P^*(z,D_x)B(z,\bar{w}) - Q^*(\bar{w},D_{\bar{w}})B(z,\bar{w})]u(w)\,|dw|^2 = 0$$

pour tout u , qui entraîne $P^*(z,D_z)B(z,\bar{w}) = Q^*(\bar{w},D_{\bar{w}})B(z,\bar{w})$.

§ 7. Considérons une famille $\{\Omega_t\}_{t\in \mathbb{R}}$ de domaines bornés strictement pseudo-convexes à bord réel analytique et comparons les noyaux de Bergman B_o de Ω_o et B_t de Ω_t modulo t^2.

Supposons que le bord de Ω_t soit donné par $f_t(z,\bar{z}) = 0$; on a $f_t(z,\bar{z}) \equiv f(z,\bar{z}) + th(z,\bar{z})$ modulo t^2 avec $f = f_o$ et $h = \partial f_t/\partial t|_{t=o}$.
On obtient donc

$$Y(f_t) \equiv Y(f) + th\,\delta(f) \text{ modulo } t^2.$$

Soit $R(z,D_z)$ un opérateur micro-différentiel en z qui satisfait $RY(f) = h\delta(f)$. Alors on a :

$$Y(f_t) \equiv Y(f) + tR\,Y(f) \equiv e^{tR}\,Y(f) \text{ modulo } t^2.$$

Proposition 7.1 : $B_t \equiv e^{-tR^*}B_o \equiv B_o - t\, R^* B_o$ modulo t^2.

En effet, si $P_z Y(f_t) = Q_{\bar{w}} Y(f_t)$, on a $P_z e^{tR} Y(f) = Q_{\bar{w}} e^{tR} Y(f)$ modulo t^2, et donc $e^{-tR} P_z e^{tR} Y(f) \equiv Q_{\bar{z}} Y(f)$. Comme B_o est un noyau de Bergman pour $f=0$, on a

$$(e^{-tR} P_z e^{tR})^* B_o = Q^*_{\bar{w}} B_o ,$$

ce qui entraîne que

$$P^*_z (e^{-tR^*} B_o) = Q^*_{\bar{w}} (e^{-tR^*} B_o).$$

§ 8. EXEMPLE

Considérons le cas classique

$$\Omega = \{ z \in \mathbb{C}^n ;\ \sum_{j=1}^{n} |z_j|^z < 1 \}$$

Posons $f(z,\bar{w}) = \sum_{j=1}^{n} z_j \bar{w}_j - 1$. Alors on a $D_{z_j} Y(f) = \bar{z}_j\, \delta(f)$,

$$D_{\bar{z}_j} Y(f) = z_j \delta(f) \text{ et donc}$$

$$(\Sigma z_k D_{z_k}) Y(f) = (\Sigma z_j \bar{z}_j) \delta(f) = (1+f)\delta(f) = \delta(f).$$

On obtient

$$D_{\bar{z}_j} Y(f) = z_j (\Sigma z_k D_{z_k}) Y(f)$$

$$\bar{z}_j Y(f) = (\Sigma z_k D_{z_k})^{-1} D_{z_j} Y(f) .$$

Le noyau de Bergman $B(z,\bar{w})$ de Ω satisfait donc le système holonome simple :

$$- D_{\bar{w}_j} B = (-\Sigma D_{z_k} z_k) z_j B$$

$$\bar{w}_j B = D_{z_j} (\Sigma D_{z_k} z_k)^{-1} B .$$

et $B = 1/f^{n+1}$ satisfait ces équations.

Par exemple, posons $h = \sum_j a_j |z_j|^4$ et considérons le noyau de Bergman B_t de $\Omega_t = \{f + th < 0\}$ modulo t^2. On a

$$h\,\delta(f) = -(\Sigma\, a_j\, z_j^2 D_{z_j}^2)(-\Sigma\, z_j\, D_{z_j} + 1)^{-1}\, Y(f)\,.$$

On a donc

$$B_t \equiv B + t(\langle D, z\rangle + 1)^{-1}(\Sigma\, a_j\, D_{z_j}^2\, z_j^2)\, B = B + t(\Sigma\, a_j\, D_{z_j}^2\, z_j^2)(\langle z, D\rangle + n + 1)^{-1} B\,.$$

Posons

$$a(\tau) = \frac{1}{(1+\tau)^{n+1}} \log \tau - \frac{1}{(1+\tau)^{n+1}} \sum_{k=1}^{n} \frac{n!}{k(n-k)!k!}\, \tau^{-k}\,.$$

Alors on a

$$(\langle z, D\rangle + n + 1)\, a(f) = 1/f^{n+1}\,.$$

Donc on a

$$B_t = f^{-n-1} + t(h\, a''(f) + 4\varphi\, a'(f) + 2\, c\, a(f))$$

avec $\varphi = \Sigma\, a_j\, z_j \bar{w}_j$, $c = \Sigma\, a_j$.

On trouve

$$\begin{aligned} B_t &= (f + th)^{-n-1} + \frac{t(n+1)\, h}{(f+th)^{n+2}} \\ &\quad + t\big[h\, a''(f + th) + 4\varphi\, a'(f + th) \\ &\quad + 2\, c\, a(f + th)\big] \\ &= \frac{g_t}{(f+th)^{n+1}} + t\, \psi\, \log(f + th) \end{aligned}$$

avec $\psi = (n+1)(n+2)\, h\, (1+f)^{-n-3} - 4(n+1)\varphi(1 + f)^{-n-2} - 2c(1 + f)^{-n-1}$.

Donc, si $h \not\equiv 0$, B_t contient un facteur logarithmique .

BIBLIOGRAPHIE

[1] L . Boutet de Monvel, J. Sjöstrand : Sur la singularité des noyaux de Bergman et de Szegö, Société Math. de France, Astérisque 34-35 (1976), 123-164.

[2] C . Fefferman : The Bergman kernel and biholómorphic mappings of pseudo-convex domains, Inventiones Math. 26 (1974), 1-66.

[3] M. Sato, T. Kawai, M. Kashiwara : Microfunctions and pseudo-differential equations, Lecture notes in Math. 287, Springer (1973), 265-529.