

# SÉMINAIRE DELANGE-PISOT-POITOU. THÉORIE DES NOMBRES

GEORGES GRAS

## Aspects numériques de la détermination du $\ell$ -groupe des classes d'idéaux des extensions cycliques de degré premier $\ell$

*Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres*, tome 14, n° 2 (1972-1973),  
exp. n° 18, p. 1-2

[http://www.numdam.org/item?id=SDPP\\_1972-1973\\_\\_14\\_2\\_A2\\_0](http://www.numdam.org/item?id=SDPP_1972-1973__14_2_A2_0)

© Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres  
(Secrétariat mathématique, Paris), 1972-1973, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

ASPECTS NUMÉRIQUES DE LA DÉTERMINATION DU  $\ell$ -GROUPE  
DES CLASSES D'IDÉAUX DES EXTENSIONS CYCLIQUES DE DEGRÉ PREMIER  $\ell$

par Georges GRAS

Cet exposé a eu pour but de préciser certains aspects algorithmiques (dont les fondements ont fait l'objet d'un exposé antérieur [6]), et d'en donner quelques illustrations numériques.

On trouvera une rédaction recouvrant à peu près cet exposé dans [20].

Pour clarifier un peu la situation, nous donnons ci-après une liste de travaux où sont abordées les questions de  $\ell$ -classes d'idéaux (au moins dans le cas où les résultats énoncés ont un caractère "effectif").

A. Résultats généraux

- [1] BAUER (H.). - Über die kubischen Klassenkörper zyklischer kubischer Zahlkörper, Dissertation, Karlsruhe Universität, 1970.
- [2] FRÖHLICH (A.). - On the absolute class-group of abelian fields, I., J. London math. Soc., t. 29, 1954, p. 211-217.
- [3] FRÖHLICH (A.). - The generalization of a theorem of L. Rédei's, Quart. J. of Math., Oxford, 2nd Series, t. 5, 1954, p. 130-140.
- [4] FRÖHLICH (A.). - On the absolute class-group of abelian fields, II., J. London math. Soc., t. 30, 1955, p. 72-80.
- [5] GRAS (G.). - Sur les  $\ell$ -classes d'idéaux dans les extensions cycliques relatives de degré premier  $\ell$ , Ann. Inst. Fourier, Grenoble (à paraître) (Thèse Sc. math., Grenoble 1972).
- [6] GRAS (G.). - Etude du  $\ell$ -groupe des classes des extensions cycliques de degré  $\ell$ , Séminaire Delange-Pisot-Poitou : Théorie des nombres, 13e année, 1971/72, n° 20, 12 p.
- [7] INABA (E.). - Über die Struktur der  $\ell$ -Klassengruppe zyklischer Zahlkörper von Primzahlgrad  $\ell$ , J. Fac. Sc. Univ. Tokyo, Sect I, t. 4, 1940, p. 61-115.
- [8] LEOPOLDT (H. W.). - Zur Geschlechtertheorie in abelschen Zahlkörpern, Math. Nachr., t. 9, 1953, p. 351-362.

B. Résultats concernant principalement les corps quadratiques

- [9] DAMEY (P.) et PAYAN (J.-J.). - Existence et construction des extensions galoisiennes et non abéliennes de degré 8 d'un corps de caractéristique différente de 2, J. für die reine und angew. Math., t. 244, 1970, p. 37-54.
- [10] HASSE (H.). - Über die Klassenzahl des Körpers  $P(\sqrt{-p})$  mit einer Primzahl  $p \equiv 1 \pmod{2^3}$ , Aequ. Math., Basel, t. 3, 1969, p. 165-169.
- [11] HASSE (H.). - Über die Klassenzahl des Körpers  $P(\sqrt{-2p})$  mit einer Primzahl  $p \neq 2$ , J. of Number Theory, t. 1, 1969, p. 231-234.

- [12] HASSE (H.). - Über die Teilbarkeit durch  $2^3$  der Klassenzahl imaginär-quadratischer Zahlkörper mit genau zwei verschiedenen Diskriminantenprimteilern, J. für die reine und angew. Math., t. 241, 1970, p. 1-6.
- [13] KAPLAN (P.). - Divisibilité par 8 du nombre des classes des corps quadratiques dont le 2-sous-groupe des classes est cyclique, et réciprocité bi-quadratique, J. Math. Soc. of Japan, t. 25, 1973.
- [14] KAPLAN (P.). - Sur le 2-groupe des classes d'idéaux des corps quadratiques (à paraître).
- [15] KUBOTA (T.). - Über den bizyklischen biquadratischen Zahlkörper, Nagoya math. J., t. 10-12, 1956, p. 65-85.
- [16] RÉDEI (L.) und REICHARDT (H.). - Die Anzahl der durch 4-teilbaren Invarianten der Klassengruppe eines beliebigen quadratischen Zahlkörpers, J. für die reine und angew. Math., t. 170, 1933, p. 69-74.
- [17] SHANKS (D.). - Gauss's ternary form reduction and the 2-Sylow subgroup, Math. of Computation, t. 25, 1971, p. 837-853.

C. Travaux comportant des algorithmes, exemples ou tables numériques

Outre [5] et [17] on peut citer :

- [18] BOUVIER (L.). - Table des 2-rang, 4-rang et 8-rang du 2-groupe des classes d'idéaux au sens restreint de  $\mathbb{Q}(\sqrt{m})$ ,  $m$  étant un entier relatif sans facteur carré tel que  $1 < |m| < 10.000$ , Enseignement mathématique, 2e série, t. 18, 1972, p. 37-45.
- [19] GRAS (M.-N.). - Méthodes et algorithmes pour le calcul numérique du nombre de classes et des unités des extensions cubiques cycliques de  $\mathbb{Q}$ , J. für die reine und angew. Math. (à paraître).
- [20] GRAS (G.). - Problèmes de  $\ell$ -classes d'idéaux dans les extensions cycliques relatives de degré premier  $\ell$ , Journées arithmétiques de Grenoble, février 1973.

D. Travaux voisins étudiant, notamment,  
le cas des extensions non cycliques de degré  $\ell$

- [21] FRÖHLICH (A.). - The genus field and genus group in finite Number fields, Mathematika, t. 6, 1959, p. 40-46, p. 142-146.
- [22] GRAS (G.). - Sur les  $\ell$ -classes d'idéaux des extensions non galoisiennes de  $\mathbb{Q}$  de degré premier impair  $\ell$  à clôture galoisienne diédrale de degré  $2\ell$  (à paraître).
- [23] HONDA (T.). - Pure cubic fields whose class numbers are multiples of 3, J. Number Theory, t. 3, 1971, p. 7-12.
- [24] KOBAYASHI (S.). - On the  $\ell$ -dimension of the ideal class groups of Kummer extensions of a certain type, J. Fac. Sc. Univ. Tokyo, Sect. I.A, t. 18, 1971, p. 399-404.
- [25] KOBAYASHI (S.). - On the 3-rank of the ideal class groups of certain pure cubic fields, J. Fac. Sc. Univ Tokyo (à paraître).
- [26] KOBAYASHI (S.). - On the  $\ell$ -class rank in some algebraic number fields (communication personnelle, à paraître).

Georges GRAS  
Institut de Mathématiques pures,  
Laboratoire C. N. R. S. associé n° 188  
Boîte postale 116  
38402 SAINT MARTIN D'HERES

(Texte reçu le 23 mai 1973)