

SÉMINAIRE DELANGE-PISOT-POITOU. THÉORIE DES NOMBRES

MARIE-NICOLE GRAS

Algorithmes numériques relatifs aux corps cubiques cycliques

Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres, tome 14, n° 2 (1972-1973),
exp. n° G15, p. G1-G2

http://www.numdam.org/item?id=SDPP_1972-1973__14_2_A21_0

© Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres
(Secrétariat mathématique, Paris), 1972-1973, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Séminaire Delange-Pisot-Poitou. Théorie des nombres » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ALGORITHMES NUMÉRIQUES RELATIFS AUX CORPS CUBIQUES CYCLIQUES

par Marie-Nicole GRAS

Les principaux résultats donnés dans cet exposé feront l'objet des publications [5] et [6], dont un résumé est constitué par [7].

Soit K/\mathbb{Q} une extension cubique cyclique de conducteur m . Le nombre de classes h de K est égal à l'indice, dans le groupe E des unités de norme 1 de K , du sous-groupe E' des unités cyclotomiques de K , et on connaît une formule explicite d'un générateur η de E' [9]. Dans [9], H. HASSE a donné un algorithme pour déterminer un générateur ε de E , qui consiste à chercher une solution d'une équation diophantienne en procédant par essais successifs, mais ce nombre d'essais n'est pas borné. Dans [2], H. COHN et S. GORN ont établi un autre algorithme pour déterminer des unités de K (non nécessairement génératrices) et ont donné des tables pour les conducteurs premiers $p < 500$.

Dans [5], nous établissons un algorithme permettant de déterminer le nombre de classes h de K et un générateur ε de E à partir de la seule connaissance de η . Pour cela, nous établissons une majoration effectivement calculable du nombre de classes h de K qui permet, grâce à des critères de divisibilité de h par un entier quelconque, de calculer h et ε pour les corps cubiques. Des calculs sur ordinateur nous ont permis de dresser des tables donnant h et ε pour les corps cubiques cycliques de conducteur $m < 4000$, ainsi que pour certains d'entre eux pour lesquels le conducteur est compris entre 4000 et 20000.

Dans [6], nous donnons différentes caractérisations des corps cubiques cycliques dont l'anneau des entiers est monogène (i. e. admettant une \mathbb{Z} -base d'entiers de la forme $\{1, \theta, \theta^2\}$ [10]). Nous en déduisons des méthodes permettant d'obtenir de nombreux exemples où une telle base existe. Un travail analogue en certains points a été fait indépendamment dans [1].

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ARCHINARD (G.). - Extensions cubiques cycliques de \mathbb{Q} dont l'anneau des entiers est monogène, Enseignement mathématique (à paraître).
- [2] COHN (J.) and GORN (S.). - A computation of cyclic cubic units, J. Research Nat. Bureau of Standards, t. 59, 1967, p. 155-168.
- [3] GODWIN (H. J.). - The determination of the class-number of totally real cubic fields, Proc. Cambridge philos. Soc., t. 57, 1961, p. 728-730.
- [4] GRAS (G.). - Sur les ℓ -classes d'idéaux dans les extensions cycliques relatives de degré premier ℓ , Ann. Inst. Fourier, Grenoble (à paraître) (Thèse Sc. math., Grenoble 1972).

- [5] GRAS (M.-N.). - Méthodes et algorithmes pour le calcul numérique du nombre de classes et des unités des extensions cubiques cycliques de \mathbb{Q} , J. für die reine und angew. Math. (à paraître).
- [6] GRAS (M.-N.). - Extensions cubiques cycliques de \mathbb{Q} dont l'anneau des entiers est monogène (à paraître).
- [7] GRAS (M.-N.). - Nombre de classes, unités et bases d'entiers des extensions cubiques cycliques de \mathbb{Q} , Journées arithmétiques de Grenoble, Février 1973.
- [8] GRAS (M.-N.), MOSER (N.) et PAYAN (J.-J.). - Approximation algorithmique du groupe des classes de certains corps cubiques cycliques, Acta Arithmetica (à paraître).
- [9] HASSE (H.). - Arithmetische Bestimmung von Grundeinheit und Klassenzahl in zyklischen kubischen und biquadratischen Zahlkörpern, Abhand. Deutschen Akad. Wissenschaft, Berlin, 1943, n° 2, p. 1-95.
- [10] PAYAN (J.-J.). - Sur les classes ambiges et les ordres monogènes d'une extension cyclique de degré premier impair sur \mathbb{Q} ou sur un corps quadratique imaginaire, Arkiv för matematik (à paraître).

(Texte reçu le 1er juin 1973)

Marie-Nicole GRAS
Institut de Mathématiques pures
Boîte postale 116
38402 SAINT-MARTIN-D'HÈRES
