

SÉMINAIRE CHOQUET. INITIATION À L'ANALYSE

STEPHEN SIMONS

**Deux essais de généralisation du critère de Grothendieck
(compacité faible des ensembles de mesures)**

Séminaire Choquet. Initiation à l'analyse, tome 15 (1975-1976), exp. n° 22, p. 1-8

http://www.numdam.org/item?id=SC_1975-1976__15__A8_0

© Séminaire Choquet. Initiation à l'analyse
(Secrétariat mathématique, Paris), 1975-1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Séminaire Choquet. Initiation à l'analyse » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DEUX ESSAIS DE GÉNÉRALISATION DU CRITÈRE DE GROTHENDIECK

(Compacité faible des ensembles de mesures)

par Stephen SIMONS

GROTHENDIECK a démontré dans [4], théorème 2, le résultat suivant : soit $\mathcal{M}$ l'espace de Banach de mesures de Radon bornées sur un espace localement compact S , et soit A un sous-ensemble borné non vide de $\mathcal{M}$, alors les deux conditions (1) et (2) sont équivalentes.

(1) A est relativement $\sigma(\mathcal{M}, \mathcal{M}')$ -compact,

(2) $\mu(G_n) \rightarrow 0$ uniformément pour $\mu \in A$ quand $\{G_n\}_{n \geq 1}$ est une suite d'ouverts disjoints dans S .

Nous allons discuter deux tentatives de généralisation de ce résultat ; d'abord dans le cadre des ELC, et ensuite dans le cadre des espaces de Riesz.

Plus précisément, nous allons donner pour les ELC une condition analogue à (2) qui est nécessaire (mais malheureusement pas suffisante) pour qu'un sous-ensemble soit faiblement relativement compact (voir Théorème 3 et Remarques 4). Nous donnerons ensuite une condition analogue à (2) pour les espaces de Riesz, et nous démontrerons que cette condition équivaut à dire que A est "presque" contenu dans un intervalle (voir théorème 7). On peut utiliser nos résultats pour démontrer, et même généraliser l'implication (2) $\Rightarrow$ (1) pour certains espaces de Riesz localement convexes. Ces résultats comportent aussi des applications à la théorie des mesures vectorielles.

Soit $N = \{n : n \geq 1\}$ et $\mathcal{F} = \{F : F \subset N, F \text{ est fini}\}$. Si $\{x_n\}_{n \geq 1}$ est une suite dans un espace vectoriel, et $F \in \mathcal{F}$, nous mettons $x_F = \sum_{n \in F} x_n$.

1. Condition pour les ELC.

Soit E un ELC avec dual E' et bidual fort E'' . $\{a_n\}_{n \geq 1}$ et $\{b_n\}_{n \geq 1}$ représenteront toujours des suites dans E' .

LEMME 1. - Les quatre conditions de (3) à (6) sont équivalentes et impliquent (7).

(3) L'ensemble $\{a_F : F \in \mathcal{F}\}$ est équicontinu dans E' ,

(4) Il existe une semi-norme continue p sur E telle que

$$\forall x \in E \text{ et } F \in \mathcal{F}, \quad |\langle x, a_F \rangle| \leq p(x).$$

(5) Il existe une semi-norme continue q sur E telle que

$$\forall x \in E \text{ et } F \in \mathcal{F}, \quad \sum_{n \in F} |\langle x, a_n \rangle| \leq q(x).$$

(6) L'application T , définie par $T(x) = \{\langle x, a_n \rangle\}_{n \in \mathbb{N}}$, est une application continue de E dans b_1 .

$$(7) \quad \forall \xi \in E'', \quad \sum_{n \in \mathbb{N}} |\langle a_n, \xi \rangle| < \infty.$$

Nous dirons alors que la suite $\{a_n\}_{n \geq 1}$ a les sommes partielles équi continues (SPE), si les conditions de (3) à (6) sont satisfaites.

Démonstration. - Il est trivial que (3) $\Leftrightarrow$ (4) et (5) $\Leftrightarrow$ (6). L'inégalité

$$\sup_F \sum_{n \in F} |\langle x, a_n \rangle| \leq 4 \sup_F |\langle x, a_F \rangle|$$

implique que (4) $\Leftrightarrow$ (5). Finalement, si $\xi \in E''$, il existe un borné B dans E tel que $\forall a \in E', \quad |\langle a, \xi \rangle| \leq \sup |\langle B, a \rangle|$. Nous choisissons p comme dans (4). Alors

$$\forall F \in \mathcal{F}, \quad \left| \sum_{n \in F} \langle a_n, \xi \rangle \right| = |\langle a_F, \xi \rangle| \leq \sup |\langle B, a_F \rangle| \leq \sup p(B),$$

d'où

$$\forall F \in \mathcal{F}, \quad \sum_{n \in F} |\langle a_n, \xi \rangle| \leq 4 \sup p(B),$$

donc (7) est satisfait.

LEMME 2. - Soit $\emptyset \neq A \subset E$. Les deux conditions (8) et (9) sont alors équivalentes.

(8) Si la suite $\{a_n\}_{n \geq 1}$ a SPE, alors les séries $\sum_{n \in \mathbb{N}} |\langle x, a_n \rangle|$ convergent uniformément pour $x \in A$.

(9) Si la suite $\{b_m\}_{m \geq 1}$ a SPE, alors $\langle x, b_m \rangle \rightarrow 0$ uniformément pour $x \in A$.

Démonstration. - Il est trivial que (8) $\Rightarrow$ (9). D'autre part, si (8) est faux, il existe une suite $\{a_n\}_{n \geq 1}$ avec SPE,

$$\varepsilon > 0, \quad n_0 < n_1 < n_2 < \dots \in \mathbb{N} \quad \text{et} \quad x_1, x_2, \dots \in A$$

tels que

$$\forall m \in \mathbb{N}, \quad \sum_{n_{m-1} \leq n < n_m} |\langle x_m, a_n \rangle| > \varepsilon.$$

Puisque chaque a_n n'apparaît qu'une seule fois, en multipliant chaque a_n par un scalaire de valeur absolue 1, nous pouvons donc supposer que

$$\forall m \in \mathbb{N}, \quad \sum_{n_{m-1} \leq n < n_m} \langle x_m, a_n \rangle \quad (\text{est réel et}) \quad > \varepsilon.$$

De plus, d'après (5), $\{a_n\}_{n \geq 1}$ a toujours SPE. Mettons

$$b_m = \sum_{n_{m-1} \leq n < n_m} a_n$$

alors, $\forall m \in \mathbb{N}, \quad \langle x_m, b_m \rangle > \varepsilon$. Comme $\{b_m\}_{m \geq 1}$ a SPE, nous avons démontré que (9) est faux.

THÉOREME 3. - Soit $\emptyset \neq A \subset E$. Si A satisfait à l'une des conditions (10) ou (11)

suivantes, alors (8) et (9) sont satisfaits. En particulier, (8) et (9) sont satisfaits si A est relativement $\sigma(E, E')$ -compact.

(10) Toute suite extraite de A a une valeur d'adhérence pour $\sigma(E, E')$.

(11) Toute suite extraite de A a une sous-suite Cauchy pour $\sigma(E, E')$.

Démonstration. — Soit $\{a_n\}_{n \geq 1}$ une suite dans E' avec SPE. Définissons

$$T : E \mapsto \mathcal{L}_1$$

comme dans (6). Puisque T est continu, T est aussi (uniformément) continu pour $\sigma(E, E')$ et $\sigma(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_\infty)$. Si (10) est vrai alors toute suite extraite de $T(A)$ a une valeur d'adhérence pour $\sigma(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_\infty)$. Si (11) est vrai, alors toute suite extraite de $T(A)$ a une sous-suite $\sigma(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_\infty)$ -Cauchy, donc $\sigma(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_\infty)$ -convergente (puisque $\mathcal{L}_1$ est faiblement complet pour les suites). Dans chacun des deux cas, $T(A)$ est relativement $\sigma(\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_\infty)$ -compact et nous déduisons donc des critères bien connus pour la compacité relative dans $(\mathcal{L}_{1,\sigma}(\mathcal{L}_{1,(\infty)}))$ (voir par exemple [2], IV, 13.3) que (8) est vrai.

Remarque 4. — Il suit du théorème 3 que (1) $\Rightarrow$ (2), car si $\{G_n\}_{n \geq 1}$ est une suite d'ouverts disjoints dans S , et si $a_n \in \mathbb{R}^+$ est défini par $\langle \mu_1, a_n \rangle = \mu(G_n)$, alors la suite $\{a_n\}_{n \geq 1}$ a SPE ($\forall F \in \mathfrak{F}, \|a_F\| \leq 1$).

Il peut arriver que (8) et (9) soient satisfaits, mais que (10) et (11) soient faux. Soit

$$E = C[0, 1] \text{ et } A = \{x : x \in E, \|x\| \leq 1\}.$$

Pour voir que (10) et (11) sont faux, il suffit de considérer la suite $\{x_n\}_{n \geq 1}$ extraite de A , où $x_n(t) = \sin 2\pi n t$. D'autre part, E' est un espace $\mathcal{L}_1$, donc faiblement complet (pour les suites), d'où E' ne contient pas de sous-espace isomorphe à C_0 . Si $\{b_m\}_{m \geq 1}$ a SPE, nous déduisons de (7) et d'un résultat de BES-SAGA et PELCZYNSKI (voir [1]) que $\|b_m\| \rightarrow 0$, d'où $\langle x, b_m \rangle \rightarrow 0$ uniformément pour $x \in A$. Alors (9) est vrai.

Nous remarquons aussi que si $E = C_0$ et $A = \{x : x \in E, \|x\| \leq 1\}$, alors (10) est faux, mais (11) est vrai.

2. Condition pour les espaces de Riesz.

Soit E un espace de Riesz (pas nécessairement archimédien), et soit I un sous-ensemble non vide de $E_+^* = \{a : a \text{ est une forme linéaire positive sur } E\}$.

Nous allons démontrer que si $\emptyset \neq A \subset E$ et A est borné dans un sens qui sera précisé plus tard, alors les conditions (12) et (13) sont équivalentes.

(12) $\forall a \in I$ et $\varepsilon > 0$, $\exists y \in E$ tel que $\forall x \in A$, $\langle (|x| - y)^+, a \rangle < \varepsilon$.

(13) $\langle x, a_n \rangle \rightarrow 0$ uniformément pour $x \in A$ quand $\{a_n\}_{n \geq 1}$ est une suite dis-

jointe dans E_+^* majorisée dans I (c'est-à-dire que $\forall n \neq m$,

$$a_n \in E_+^*, \quad a_n \wedge a_m = 0$$

et $\exists a \in I$ tel que $\forall n, a_n \leq a$).

Nous commençons par des faits élémentaires sur les espaces de Riesz.

LEMME 5.

(a) $\forall x, y \in E_+$ et $\alpha, \beta > 0$, $(x - \beta z)^+ \wedge \alpha z \leq [\alpha/(\alpha + \beta)]z$;

(b) $\forall x, y, z \in E_+$, $(x - y)^+ \wedge z = (x - y)^+ - (x - z)^+ + (x - z)^+ \wedge y$;

(c) $\forall z \in E_+$ et $a \in E_+^*$, $\exists a_z \in E_+^*$ tel que

(i) $\forall x \in E_+$, $\langle x, a_z \rangle = \sup_{\lambda \geq 0} \langle x \wedge \lambda z, a \rangle$,

(ii) $a_z \leq a$,

(iii) Si $x \in E_+$, $\alpha \geq 0$ et $x \leq \alpha z$, alors $\langle x, a - a_z \rangle = 0$,

(iv) Si $x \in E_+$ et $x \wedge z = 0$, alors $\langle x, a_z \rangle = 0$;

(d) Si $y \in E$, $a \in E_+^*$ et $z = y^+$, alors $\langle y, a_z \rangle = \langle z, a \rangle$;

(e) $\forall x \in E$ et $a \in E_+^*$, $\exists b \in E_+^*$ tel que $b \leq a$ et $|\langle x, b \rangle| \geq \frac{1}{2} \langle |x|, a \rangle$.

Démonstration.

(a) Posons $u = (x - \beta z) \wedge \alpha z$. Alors $(\alpha + \beta)u \leq \alpha(x - \beta z) + \beta(\alpha z) = \alpha x$, d'où $u \leq [\alpha/(\alpha + \beta)]x$, donc $u^+ \leq [\alpha/(\alpha + \beta)]x$. Ceci implique le résultat recherché car $u^+ = (x - \beta z)^+ \wedge \alpha z$.

(b) Nous remarquons que, puisque $z \geq 0$,

$$(x - y - z)^+ = (x - y) \vee z - z = (x - y)^+ \vee z - z = (x - y)^+ - (x - y)^+ \wedge z.$$

De même, $(x - y - z)^+ = (x - z)^+ - (x - z)^+ \wedge y$. Nous obtenons donc le résultat voulu.

(c) Nous utilisons (i) pour définir a_z , et vérifions facilement les propriétés (ii), (iii) et (iv). (Voir par exemple [3], 318, p. 83).

(d) $\langle y, a_z \rangle = \langle y^+, a_z \rangle - \langle y^-, a_z \rangle$. Nous obtenons le résultat voulu en remarquant (d'après (c) (iv)) que $\langle y^-, a_z \rangle = 0$.

(e) Comme $\langle |x|, a \rangle = \langle x^+, a \rangle + \langle x^-, a \rangle$, soit $\langle x^+, a \rangle \geq \frac{1}{2} \langle |x|, a \rangle$ ou $\langle x^-, a \rangle > \frac{1}{2} \langle |x|, a \rangle$, le résultat découle de (d) avec soit $y = x$, soit $y = -x$.

Nous allons montrer maintenant que a_z est toujours "complémenté" par rapport à a .

THÉORÈME 6. - $\forall z \in E_+$ et $a \in E_+^*$, $a_z \wedge (a - a_z)^+ = 0$.

Démonstration. - Puisque $a_z \wedge (a - a_z)^+ = [a_z \wedge (a - a_z)]^+$, il suffira de montrer

que

$$(14) \quad a_z \wedge (a - a_z) \leq 0.$$

Soit $x \in E_+$ et $\varepsilon > 0$. Puisque la fonction $\lambda \mapsto \langle (x - \lambda z)^+, a \rangle$ est positive et décroissante, il existe $\alpha > 0$ tel que

$$(15) \quad \forall \lambda \geq \alpha, \quad \langle (x - \lambda z)^+, a \rangle > \langle (x - \alpha z)^+, a \rangle - \varepsilon.$$

Nous choisissons $\beta \geq \alpha$ tel que $[\alpha/(\alpha + \beta)] \langle x, a \rangle < \varepsilon$ et alors, d'après le lemme 5(a), $\langle (x - \beta z)^+ \wedge \alpha z, a \rangle < \varepsilon$. Nous déduisons de ceci que

$$(16) \quad \forall \lambda \geq \beta, \quad \langle (x - \lambda z)^+ \wedge \alpha z, a \rangle < \varepsilon.$$

Nous déduisons donc de (15), (16) et du lemme 5(b) que

$$\forall \lambda \geq \beta, \quad \langle (x - \alpha z)^+ \wedge \lambda z, a \rangle < 2\varepsilon.$$

Il est évident que cette dernière inégalité reste valable pour tout $\lambda \geq 0$; nous déduisons donc du lemme 5(c)(i) et (iii) que

$$\langle (x - \alpha z)^+, a_z \rangle \leq 2\varepsilon \quad \text{et} \quad \langle x \wedge \alpha z, a - a_z \rangle = 0,$$

donc

$$\begin{aligned} \langle x, a_z \wedge (a - a_z) \rangle &= \langle (x - \alpha z)^+ + x \wedge \alpha z, a_z \wedge (a - a_z) \rangle \\ &\leq \langle (x - \alpha z)^+, a_z \rangle + \langle x \wedge \alpha z, a - a_z \rangle \\ &\leq 2\varepsilon + 0 = 2\varepsilon. \end{aligned}$$

Comme ceci reste vrai pour tout $x \in E_+$ et $\varepsilon > 0$, nous avons établi (14), ce qui démontre le théorème.

Soit $\{a_n\}_{n \geq 1}$ une suite extraite de E_+^* . Nous dirons que les sommes partielles de $\{a_n\}_{n \geq 1}$ sont majorisées dans I s'il existe $a \in I$ tel que,

$$\forall F \in \mathcal{F}, \quad a_F \leq a.$$

THÉORÈME 7. - Soit $B \neq A \subset E$. Nous allons considérer les quatre conditions suivantes :

$$(12) \quad \forall a \in I \text{ et } \varepsilon > 0, \quad \exists \gamma \in E_+ \text{ tel que, } \forall x \in A, \quad \langle (|x| - \gamma)^+, a \rangle < \varepsilon.$$

(17) Les séries $\sum_{n \geq 1} \langle |x|, a_n \rangle$ convergent uniformément pour $x \in A$ quand $\{a_n\}_{n \geq 1}$ est une suite dans E_+^* dont les sommes partielles sont majorisées dans I .

$$(18) \quad \langle |x|, a_n \rangle \rightarrow 0 \text{ uniformément pour } x \in A \text{ quand } \{a_n\}_{n \geq 1} \text{ est une suite disjointe dans } E_+^* \text{ majorisée dans } I.$$

$$(13) \quad \langle x, a_n \rangle \rightarrow 0 \text{ uniformément pour } x \in A \text{ quand } \{a_n\}_{n \geq 1} \text{ est une suite disjointe dans } E_+^* \text{ majorisée dans } I.$$

Alors $(12) \Rightarrow (17) \Rightarrow (18) \Leftrightarrow (13)$. Or si

$$(19) \quad \forall a \in I, \quad \sup \langle |A|, a \rangle < \infty,$$

alors les quatre conditions sont équivalentes.

Démonstration. - Il est trivial que $(12) \Rightarrow (17) \Rightarrow (18)$, et il est évident, grâce au lemme 5(c), que $(18) \Leftrightarrow (13)$. Pour la dernière partie, nous supposons que (19) est vrai, mais que (12) est faux. Nous allons donc démontrer que (18) est faux. Choisissons $a \in I$ et $\varepsilon > 0$ tels que $\forall y \in E_+$, $\exists x \in A$ tel que

$$\langle |x| - y \rangle^+, a \rangle \geq \varepsilon$$

et soit $M = \sup \langle |A|, a \rangle < \infty$.

Construisons inductivement une suite $\{x_n\}_{n \geq 1}$ d'éléments de A tels que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \langle (|x_n| - \alpha_n(|x_1| \vee \dots \vee |x_{n-1}|)) \rangle^+, a \rangle \geq \varepsilon,$$

où $\alpha_n = 2^n M/\varepsilon$. $\forall n \in \mathbb{N}$, mettons

$$y_n = |x_n| - \alpha_n(|x_1| \vee \dots \vee |x_{n-1}|), \quad z_n = y_n^+ \quad \text{et} \quad b_n = a_{z_n}.$$

L'inégalité ci-dessus peut s'écrire

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \langle x_n, a \rangle \geq \varepsilon,$$

alors, d'après le lemme 5(d), $\langle y_n, b_n \rangle \geq \varepsilon$, c'est-à-dire que

$$\langle |x_n|, b_n \rangle \geq \varepsilon + \alpha_n \langle |x_1| \vee \dots \vee |x_{n-1}|, b_n \rangle.$$

Ceci implique, premièrement, que

$$(20) \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad \langle |x_n|, b_n \rangle \geq \varepsilon$$

et, deuxièmement, que $\alpha_n \langle |x_1| \vee \dots \vee |x_{n-1}|, b_n \rangle \leq \langle |x_n|, b_n \rangle$, par conséquent :

$$(21) \quad \forall m < n, \quad \langle |x_m|, b_n \rangle \leq \varepsilon/2^n.$$

Pour tout $m \geq 1$, mettons $a_m = \bigwedge_{p > m} (b_m - b_p)^+$. Si $1 \leq m < n$, alors

$$a_n \leq (b_n - b_{n+1})^+ \leq b_n \quad \text{et} \quad a_m \leq (b_m - b_n)^+ \leq (a - b_n)^+$$

donc, d'après le théorème 6, $a_m \wedge a_n = 0$. D'autre part, $\forall m \geq 1$,

$$\langle |x_m|, a_m \rangle = \langle |x_m|, b_m - \bigvee_{p > m} b_p \wedge b_m \rangle \geq \varepsilon/2$$

d'après (20) et (21). Nous avons donc démontré que (18) est faux.

Remarques 8. - Il est intéressant de comparer le théorème 7 avec le résultat suivant de FREMLIN (voir [3], 81 H, p. 223-225) : soit F un espace de Riesz archimédéen, E un espace vectoriel réticulé de formes linéaires relativement bornées sur F , et A un sous-ensemble non vide $\sigma(E, F)$ -borné de E . Si

$$\langle x, a_n \rangle \rightarrow 0 \quad \text{uniformément pour } x \in A, \quad \text{quand } \{a_n\}_{n \geq 1}$$

est une suite disjointe dans F_+ majorisée dans F_+ , alors

$$\forall a \in F_+ \text{ et } \varepsilon > 0, \exists y \in F_+ \text{ tel que } \forall x \in A, \langle (|x| - y)^+, a \rangle < \varepsilon.$$

Il ne semble pas qu'il soit possible de déduire l'un de ces deux résultats de l'autre.

Cette question nous amène à considérer la version suivante affaiblie de (18) :

(22) $\langle |x|, a_n \rangle \rightarrow 0$ uniformément pour $x \in A$, quand $\{a_n\}_{n \geq 1}$ est une suite disjointe dans I majorisée dans I .

Il s'agit maintenant de trouver une condition sur I qui garantit que (19) et (22) $\Rightarrow$ (12).

THÉOREME 9. - Supposons que

$$b, c \in E_+^*, \quad b \wedge c = 0 \text{ et } b + c \in I \Rightarrow b \in I \text{ et } c \in I, \text{ et } \exists \neq A \subset E.$$

Alors (19 et (22) $\Rightarrow$ (12).

Démonstration. - Si $a \in E_+^*$, mettons

$$Ba = \{b : b \in E_+^*, b \leq a \text{ et } b \wedge (a - b)^+ = 0\}.$$

La distributivité de E_+ nous permet de voir aisément que Ba est fermé pour les inf et les sup. Si $b, c \in Ba$, alors

$$\begin{aligned} (b - c) \wedge (a - (b - c)) &= (b - c) \wedge (a - b + c) \leq (b - c) \wedge (b + c) \wedge (a - b + c) \\ &= (b - c) \wedge (b \wedge (a - b) + c) \leq (a - c) \wedge (b \wedge (a - b)^+ + c) \\ &\leq (a - c)^+ \wedge (0 + c) = 0. \end{aligned}$$

Nous avons donc démontré que

$$b, c \in Ba \Rightarrow (b - c)^+ \in Ba.$$

(En fait, Ba est un réseau booléen complet). Regardons maintenant la démonstration du théorème 7. Il découle du théorème 6 et de ce que nous venons de dire que $\forall n \in \mathbb{N}$, $b_n \in Ba$ et donc $\forall n \in \mathbb{N}$, $a_n \in Ba$. Cependant puisque $a \in I$, $Ba \subset I$ et donc $\forall n \in \mathbb{N}$, $a_n \in I$. Nous obtenons ainsi le résultat voulu.

Remarque 10. - Il y a d'autres résultats connus sur les suites disjointes dans les espaces de Riesz (En particulier, voir [3], 24 H, p. 56-58, et [5]).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BESSAGA (C.) et PELCZYNSKI (A.). - On bases and unconditional convergence of series in Banach spaces, *Studia Math.*, Warszawa, t. 17, 1958, p. 151-164.
- [2] DUNFORD (N.) et SCHWARTZ (J. T.). - Linear operators, Part I. - Wiley, Interscience, 1967 ; New York, Interscience Publishers, 1958 (Pure and applied mathematics, Interscience, 7).
- [3] FREMLIN (D. H.). - Topological Riesz spaces and measure theory. - London, Cambridge, University Press, 1974.

- [4] GROTHENDIECK (A.). - Sur les applications linéaires faiblement compactes d'espaces du type $C(K)$, Canadian J. Math., t. 5, 1953, p. 129-173.
- [5] MEYER-NIEBERG (P.). - Charakterisierung einiger topologischer und ordnungstheoretischer Eigenschaften von Banachverbänden mit Hilfe disjunkter Folgen, Arch. der Math., t. 24, 1973, p. 640-647.
- [6] MEYER-NIEBERG (P.). - Zur schwachen Kompaktheit in Banachverbänden, Math. Z., t. 134, 1973, p. 303-315.

(Texte reçu le 28 juin 1976)

Stephen SIMONS
Department of Mathematics
University of California
SANTA BARBARA Cal. 93106
(Etats-Unis)
