

Astérisque

JEAN-FRANÇOIS BOUTOT

Uniformisation p -adique des variétés de Shimura

Astérisque, tome 245 (1997), Séminaire Bourbaki,
exp. n° 831, p. 307-322

<http://www.numdam.org/item?id=SB_1996-1997__39__307_0>

© Société mathématique de France, 1997, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Astérisque » (<http://smf4.emath.fr/Publications/Asterisque/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UNIFORMISATION P-ADIQUE DES VARIÉTÉS DE SHIMURA

par Jean-François BOUTOT

0. INTRODUCTION

Les premiers résultats d'uniformisation p -adique remontent à Tate [T] dans le cas des courbes elliptiques à réduction multiplicative. Il introduisit la notion d'espace analytique rigide, dont Raynaud [Ra1] donna par la suite une interprétation comme "fibre générique" de schémas formels. C'est de ce point de vue que Mumford [M] montra que les courbes de genre quelconque, en des places de mauvaise réduction semi-stable où la fibre spéciale est à composantes irréductibles rationnelles, peuvent être uniformisées par des ouverts convenables du "demi-plan p -adique" Ω^2 , le complémentaire dans $\mathbb{P}^1$ de l'ensemble des points $\mathbb{Q}_p$ -rationnels [Ra2].

Cherednik [Ch] découvrit que c'est le cas de la courbe de Shimura associée à une algèbre de quaternions B sur $\mathbb{Q}$ en les places où cette algèbre est ramifiée. Cherednik part de la courbe définie par uniformisation p -adique et montre en utilisant des travaux d'Ihara que c'est une courbe de Shimura. Cette approche a été généralisée récemment par Varshavsky [V] à certaines variétés de Shimura de dimension supérieure.

Peu après la découverte de Cherednik, Drinfeld [Dr2] en donne une explication naturelle. Soit $\widehat{\Omega}^2$ le modèle formel de Ω^2 , Drinfeld montre que $\widehat{\Omega}^2 \widehat{\otimes}_{\mathbb{Z}_p^{nr}}$ est un espace de modules pour des groupes p -divisibles d'un type particulier : les $\mathcal{O}_{B_p}$ -modules formels spéciaux (2.1). L'uniformisation p -adique provient alors de ce qu'en la place p considérée la courbe de Shimura paramètre des variétés abéliennes toutes isogènes dont le groupe p -divisible est de ce type (3.4).

Dans cet article, Drinfeld considère plus généralement une extension finie F de $\mathbb{Q}_p$, l'espace Ω_F^d complémentaire dans $\mathbb{P}^d$ des hyperplans F -rationnels et le modèle formel $\widehat{\Omega}_F^d$ défini par Deligne. Il montre que $\widehat{\Omega}_F^d \widehat{\otimes}_{\mathcal{O}_F} \widehat{\mathcal{O}}_F^{nr}$ est un espace de modules de $\mathcal{O}_D$ -modules formels spéciaux, pour D l'algèbre à division de centre F

et d'invariant $1/d$ (2.4).

Les sous-groupes finis du groupe p -divisible universel $\mathcal{X}$ sur $\hat{\Omega}_{\mathbb{F}}^d \hat{\otimes}_{\mathcal{O}_{\mathbb{F}}} \hat{\mathcal{O}}_{\mathbb{F}}^{nr}$ permettent de définir un système projectif Σ de revêtements étales $\mathrm{GL}_d(\mathbb{F})$ -équivariants de $\Omega_{\mathbb{F}}^d \otimes_{\mathbb{F}} \hat{\mathbb{F}}^{nr}$ de groupe de Galois le complété profini $\hat{\mathcal{O}}_{\mathbb{D}}^*$ de $\mathcal{O}_{\mathbb{D}}^*$. Drinfeld conjecture que toutes les représentations supercuspidales de $\mathrm{GL}_d(\mathbb{F})$ se réalisent dans la cohomologie étale l -adique à support compact de Σ . Mieux l'action du groupe $\mathrm{GL}_d(\mathbb{F}) \times \mathbb{D}^* \times \mathbb{W}_{\mathbb{F}}$ sur cette cohomologie devrait réaliser à la fois la correspondance de Jacquet-Langlands (entre représentations de $\mathrm{GL}_d(\mathbb{F})$ et de $\mathbb{D}^*$) et la correspondance de Langlands locale (entre représentations de $\mathrm{GL}_d(\mathbb{F})$ et de $\mathbb{W}_{\mathbb{F}}$).

Modulo les problèmes dus aux fondements de la cohomologie l -adique des espaces rigides, maintenant éclaircis par les travaux de Berkovich [B], cette conjecture a été vérifiée par Carayol [C] dans le cas $d = 2$. La preuve utilise l'uniformisation p -adique des courbes de Shimura et le calcul de la cohomologie de ces courbes. Harris [H] a étendu cette approche à d quelconque, toutefois il n'identifie pas complètement l'action du groupe $\mathbb{W}_{\mathbb{F}}$ à celle prédite par la conjecture. Faltings [F] a étudié cette cohomologie par une méthode purement locale, sa méthode ne donne pas de renseignements sur l'action du groupe $\mathbb{W}_{\mathbb{F}}$. La cohomologie des espaces $\Omega_{\mathbb{F}}^d$ eux-mêmes a été déterminée par Schneider et Stuhler [SS].

Rapoport et Zink [RZ] ont généralisé la construction de Drinfeld à toutes les classes d'isogénie de groupes p -divisibles (1.2). Les schémas formels $\check{\mathcal{M}}$ qu'ils définissent restent en général assez mystérieux. Cependant le groupe p -divisible universel au-dessus de $\check{\mathcal{M}}$ permet de définir une application de périodes de source l'espace analytique rigide $\check{\mathcal{M}}^{rig}$ à valeurs dans une grassmannienne. Cette application est étale et, sous réserve de la validité d'une conjecture de Fontaine [F], son image coïncide, d'après Totaro [To], avec le sous-espace de cette grassmannienne défini par Van der Put et Voskuil [VV] par analogie avec les sous-espaces Ω_d de $\mathbb{P}^d$. Dans le cas des groupes de Lubin-Tate [LT], cette application de périodes avait été étudiée auparavant par Gross et Hopkins ([GH1],[GH2],[Y]); c'est une application étale surjective du polydisque ouvert de dimension $d - 1$ sur $\mathbb{P}^{d-1}$.

Suivant la méthode de Drinfeld, Rapoport et Zink montrent comment les schémas formels $\check{\mathcal{M}}$ permettent d'uniformiser le voisinage formel de la classe d'isogénie la plus supersingulière dans la fibre en p d'une variété de Shimura de type (PEL), c'est-à-dire paramétrant des variétés abéliennes avec polarisations, endomorphismes et structures de niveau (3.3). Lorsqu'en la place p toutes les variétés abéliennes paramétrées par la variété de Shimura sont isogènes, il y a uniformisation

p -adique de la variété de Shimura toute entière comme dans le théorème de Cherednik (3.4).

1. ESPACES DE MODULES DE GROUPES P -DIVISIBLES

On fixe un nombre premier p et un corps algébriquement clos k de caractéristique p . Soient $W(k)$ l'anneau des vecteurs de Witt à coefficients dans k , K_0 son corps des fractions et σ l'automorphisme de Frobenius de K_0 .

Pour tout anneau de valuation discrète complet $\mathcal{O}$ de caractéristique résiduelle p , on note $Nilp_{\mathcal{O}}$ la catégorie des schémas localement noethériens S sur $\mathcal{O}$ tels que l'idéal $p\mathcal{O}_S$ soit localement nilpotent. On note $\bar{S}$ le sous-schéma fermé de S défini par $p\mathcal{O}_S$.

1.1. Classes d'isogénie

Si X et Y sont des groupes p -divisibles sur S , une *isogénie* $f : X \rightarrow Y$ est un épimorphisme (de faisceaux f.p.p.f) dont le noyau est un schéma en groupes finis localement libre. Une *quasi-isogénie* est, localement sur S , un élément f de $\text{Hom}(X, Y) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{Q}$ tel que $p^n f$ soit une isogénie pour n convenable.

Soit $\mathbf{X}$ un groupe p -divisible fixé sur $\text{Spec } k$. On considère le foncteur $\mathcal{M}$ sur $Nilp_{W(k)}$ qui à S associe l'ensemble des classes d'isomorphisme de couples (X, ρ) consistant en :

- 1) un groupe p -divisible X sur S ,
- 2) une quasi-isogénie $\rho : \mathbf{X}_{\bar{S}} \rightarrow X_{\bar{S}}$.

THÉORÈME 1.— *Le foncteur $\mathcal{M}$ est représentable par un schéma formel formellement localement de type fini sur $\text{Spf}(W(k))$.*

La difficulté technique pour démontrer ce résultat ([RZ], th. 2.16) est de contrôler l'entier n tel que $p^n \rho$ soit une isogénie.

1.2. Structures supplémentaires

On va considérer des variantes du foncteur $\mathcal{M}$ pour des groupes p -divisibles munis de structures supplémentaires de type (E) : endomorphismes ou de type (PE) : polarisations et endomorphismes.

Cas (E): On se donne une $\mathbb{Q}_p$ -algèbre semi-simple de dimension finie D et un ordre maximal $\mathcal{O}_D$ de D . On suppose que $\mathbf{X}$ est muni d'une action de $\mathcal{O}_D$ et se relève,

ainsi que l'action de $\mathcal{O}_D$, en un groupe p -divisible $\tilde{\mathbf{X}}$ sur l'anneau des entiers $\mathcal{O}_K$ d'une extension finie K de K_0 . Soit E l'extension finie de $\mathbb{Q}_p$, corps de définition de la classe d'isomorphisme de $\text{Lie}(\tilde{\mathbf{X}}_K)$ comme représentation de D . Soient $\check{E} = EK_0$ et $\mathcal{O}_{\check{E}}$ l'anneau des entiers de $\check{E}$.

On considère le foncteur $\check{\mathcal{M}}$ sur $\text{Nilp}_{\mathcal{O}_{\check{E}}}$ qui à S associe l'ensemble des classes d'isomorphisme de couples (X, ρ) consistant en :

1) un groupe p -divisible X sur S muni d'une action de $\mathcal{O}_D$, tel que, pour tout S -schéma S' et tout $a \in \mathcal{O}_D \otimes \mathcal{O}_{S'}$, on ait :

$$\det_{\mathcal{O}_{S'}}(a, \text{Lie}(X_{S'})) = \det_K(a, \text{Lie}(\tilde{\mathbf{X}}_K)).$$

2) une $\mathcal{O}_D$ -quasi-isogénie $\rho : \mathbf{X}_{\check{S}} \rightarrow X_{\check{S}}$.

Remarque 1. La condition d'égalité des déterminants est introduite par Kottwitz dans [K3]. La fonction $a \mapsto \det_K(a, \text{Lie}(\tilde{\mathbf{X}}_K))$ pour $a \in \mathcal{O}_D$ est à valeurs dans $\mathcal{O}_{\check{E}}$, mieux elle définit un polynôme à coefficients dans $\mathcal{O}_{\check{E}}$ sur le $\mathbb{Z}_p$ -module libre $\mathcal{O}_D$. On note encore $\det_K(a, \text{Lie}(\tilde{\mathbf{X}}_K))$ la valeur de ce polynôme pour $a \in \mathcal{O}_D \otimes \mathcal{O}_{S'}$.

Remarque 2. Supposons que le centre F de D soit une extension non ramifiée de $\mathbb{Q}_p$. Soit $\tilde{F}$ une extension non ramifiée de F contenue dans D déployant D . Alors il revient au même de demander que, pour tout point fermé s de S de corps résiduel $k(s)$, $\text{Lie}(X_s)$ et $\text{Lie}(\mathbf{X}) \otimes_k k(s)$ soient isomorphes comme $\mathcal{O}_{\tilde{F}} \otimes_{\mathbb{Z}_p} k(s)$ -modules.

Cas (PE) : On suppose $p \neq 2$ et D munie d'une involution $*$ qui laisse $\mathcal{O}_D$ stable. Si X est un groupe p -divisible avec action $i : \mathcal{O}_D \rightarrow \text{End}(X)$, on munit le dual $\hat{X}$ de X de l'action de $\mathcal{O}_D$ donnée par $b \mapsto i(b^*)$. On appelle $*$ -polarisation de X une $\mathcal{O}_D$ -quasi-isogénie symétrique $X \rightarrow \hat{X}$. On suppose $\mathbf{X}$ muni d'une $*$ -polarisation λ .

On considère le foncteur $\check{\mathcal{M}}$ défini comme ci-dessus, mais en imposant aux couples (X, ρ) la condition : il existe un $\mathcal{O}_D$ -isomorphisme $\lambda_X : X \rightarrow \hat{X}$ et une constante $c_X \in \mathbb{Q}_p^\times$ tels que $\hat{\rho} \circ \lambda_X \circ \rho = c_X \lambda$.

THÉORÈME 2.— *Le foncteur $\check{\mathcal{M}}$ est représentable par un schéma formel formellement localement de type fini sur $\text{Spf}(\mathcal{O}_{\check{E}})$.*

Ce résultat ([RZ], th. 3.25) se déduit facilement du théorème 1. Le schéma formel $\check{\mathcal{M}}$ est mal connu en général; Rapoport et Zink conjecturent qu'il est plat sur $\text{Spf}(\mathcal{O}_{\check{E}})$. On prendra garde qu'en général $\check{\mathcal{M}}$ n'est pas un schéma formel p -adique.

1.3. Groupe d'automorphismes

Le groupe $J(\mathbb{Q}_p)$ des $\mathcal{O}_D$ -quasi-isogénies de $\mathbf{X}$ (resp. $(\mathbf{X}, \mathbb{Q}_p^\times \lambda)$) dans le cas (PE) agit sur $\check{\mathcal{M}}$ via

$$g.(X, \rho) = (X, \rho \circ g^{-1}).$$

1.4. Donnée de descente

Soit τ l'automorphisme de Frobenius de $\text{Spec}(\mathcal{O}_{\mathbb{E}})$ au-dessus de $\text{Spec}(\mathcal{O}_{\mathbb{E}})$ et $\bar{\tau}$ l'automorphisme correspondant de $\text{Spec}(k)$. Pour $S \in \text{Nilp}_{\mathcal{O}_{\mathbb{E}}}$ de morphisme structural φ , on note S_τ le schéma S muni du morphisme structural $\tau \circ \varphi$. Une puissance convenable du morphisme de Frobenius de $\mathbf{X}$ définit un morphisme $\text{Frob}_{\mathbb{E}} : \mathbf{X} \rightarrow \bar{\tau}^* \mathbf{X}$. Le schéma formel $\check{\mathcal{M}}$ est muni de la donnée de descente :

$$\begin{aligned} \alpha : \check{\mathcal{M}}(S) &\longrightarrow \check{\mathcal{M}}(S_\tau) \\ (X, \rho) &\mapsto (X, \varphi^*(\text{Frob}_{\mathbb{E}}^{-1}) \circ \rho). \end{aligned}$$

Cette donnée de descente n'est pas effective sur $\check{\mathcal{M}}$ lui-même, mais le devient sur un système projectif convenable de quotients de $\check{\mathcal{M}}$ par des sous-groupes de $J(\mathbb{Q}_p)$, système projectif qui provient donc par changement de base d'un pro-schéma formel $\mathcal{M}$ sur $\text{Spf}(\mathcal{O}_{\mathbb{E}})$ ([RZ], th. 3.49). L'action de $J(\mathbb{Q}_p)$ sur $\check{\mathcal{M}}$ commute à α et définit donc une action de $J(\mathbb{Q}_p)$ sur $\mathcal{M}$.

2. ESPACES DE DRINFELD

Drinfeld a étudié dans [Dr2] le cas où D est une algèbre à division de centre F et d'invariant $1/d$ sur son centre. On note $\tilde{F}$ une extension non ramifiée de degré d de F contenue dans D et τ l'homomorphisme de Frobenius de $\tilde{F}$ au-dessus de F . Enfin soit π une uniformisante de $\mathcal{O}_F$, q le cardinal du corps résiduel de F et Π un élément de $\mathcal{O}_D$ tel que:

$$\mathcal{O}_D = \mathcal{O}_{\tilde{F}}[\Pi], \quad \Pi^d = \pi, \quad \Pi a = \tau(a)\Pi \quad \text{pour } a \in \tilde{F}.$$

2.1. $\mathcal{O}_D$ -modules formels spéciaux

Soit S un $\mathcal{O}_F$ -schéma sur lequel p est nilpotent et X un groupe p -divisible sur S .

DÉFINITION 1.— On dit que X est un $\mathcal{O}_F$ -module formel s'il est connexe et muni d'une action de $\mathcal{O}_F$ telle que l'action induite sur $\text{Lie}(X)$ coïncide avec celle provenant de la structure de $\mathcal{O}_S$ -module de $\text{Lie}(X)$ via l'homomorphisme structural $\mathcal{O}_F \rightarrow \mathcal{O}_S$.

On appelle F -hauteur d'un $\mathcal{O}_F$ -module formel X le quotient par $[F : \mathbb{Q}_p]$ de la hauteur du groupe p -divisible X . C'est l'entier h tel que $\text{Ker}(\pi : X \rightarrow X)$ soit un schéma en groupes fini de rang q^h .

DÉFINITION 2.— On dit que X est un $\mathcal{O}_D$ -module formel spécial s'il est connexe et muni d'une action de $\mathcal{O}_D$ telle que:

- (i) l'action induite de $\mathcal{O}_F$ en fait un $\mathcal{O}_F$ -module formel,
- (ii) l'action induite de $\mathcal{O}_{\tilde{F}}$ sur $\text{Lie}(X)$ en fait un $\mathcal{O}_S \otimes_{\mathcal{O}_F} \mathcal{O}_{\tilde{F}}$ -module localement libre de rang un.

Dans les propositions suivantes, on suppose que S est le spectre d'un corps algébriquement clos k .

PROPOSITION 1.— Un $\mathcal{O}_D$ -module formel spécial est de F -hauteur multiple de d^2 .

Démonstration : Supposons pour simplifier $F = \mathbb{Q}_p$. Soit (M, V) le cristal de Dieudonné de X : M est un $W(k)$ -module libre dont le rang est la hauteur h de X , muni d'un opérateur σ^{-1} -linéaire V tel que $M/VM = \text{Lie}(X)$. Notons $i : \mathcal{O}_D \rightarrow \text{End}(X)$ l'action de $\mathcal{O}_D$. Soit

$$M_j = \{m \in M \mid i(a)m = \sigma^{-j}(a)m \text{ pour } a \in \tilde{F}\}, \quad j \in \mathbb{Z}/d\mathbb{Z}.$$

On a

$$M = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}/d\mathbb{Z}} M_j.$$

Les opérateurs Π et V sont de degré 1. L'entier $r = \text{long}(M_j/\Pi M_{j-1})$ est indépendant de j et $h = \text{long}(M/\pi M) = d \text{ long}(M/\Pi M) = d^2 r$. ■

Soit également, pour $j \in \mathbb{Z}/d\mathbb{Z}$:

$$\begin{aligned} \text{Lie}(X)_j &= \{t \in \text{Lie}(X) \mid i(a)t = \sigma^{-j}(a)t \text{ pour } a \in \tilde{F}\}, \\ &= M_j/VM_{j-1}. \end{aligned}$$

L'action de Π sur $\text{Lie}(X)$ est de degré 1. On dit que j est *critique* si l'application $\Pi : \text{Lie}(X)_j \rightarrow \text{Lie}(X)_{j+1}$ est nulle.

PROPOSITION 2.— Il n'existe qu'une seule classe de $\mathcal{O}_D$ -isogénies de $\mathcal{O}_D$ -modules formels spéciaux de F -hauteur d^2 . Le groupe des $\mathcal{O}_D$ -quasiisogénies d'un tel $\mathcal{O}_D$ -module formel spécial est isomorphe à $\text{GL}_d(F)$.

Démonstration (lorsque $F = \mathbb{Q}_p$): La classe de $\mathcal{O}_D$ -isogénie de X est déterminée par l'isocrystal $(M \otimes \mathbb{Q}_p, V)$ avec action de D , lui-même déterminé par l'isocrystal $(M_j \otimes \mathbb{Q}_p, V^{-1}\Pi)$, qui est indépendant de j (via les isomorphismes induits par Π).

Montrons que cet isocrystal est de pente zéro. Soit j un indice critique; il en existe car $\Pi^d = 0$ sur $\text{Lie}(X)$ et chaque $\text{Lie}(X)_j$ est un espace vectoriel de dimension 1. Alors $\Pi M_j = VM_j$; ainsi M_j est un réseau stable par $V^{-1}\Pi$ dans $M_j \otimes \mathbb{Q}_p$ et, d'après Dieudonné, $\eta_j = (M_j)^{V^{-1}\Pi}$ est un $\mathbb{Z}_p$ -module libre de rang d et $(M_j \otimes \mathbb{Q}_p, V^{-1}\Pi) \simeq (\eta_j \otimes W(k), id \otimes \sigma^{-1})$.

De plus $\text{Aut}_D(M \otimes \mathbb{Q}_p, V) = \text{Aut}(M_j \otimes \mathbb{Q}_p, V^{-1}\Pi) = \text{Aut}(\eta_j)$. ■

2.2. Le foncteur de Drinfeld

On choisit une clôture algébrique $\varepsilon : F \hookrightarrow \overline{\mathbb{Q}_p}$ de F . On identifie $k = \overline{\mathbb{F}_p}$ au corps résiduel de $\overline{\mathbb{Q}_p}$ et du même coup le corps des fractions K_0 de $W(k)$ à un sous-corps de $\overline{\mathbb{Q}_p}$. On pose $E = F$ et $\check{E} = EK_0$. Enfin soit X un $\mathcal{O}_D$ -module formel spécial fixé sur $\text{Spec}(k)$.

Drinfeld [Dr2] considère le foncteur $\check{\mathcal{M}}$ sur $\text{Nilp}_{\mathcal{O}_{\check{E}}}$ qui à S associe l'ensemble des classes d'isomorphisme de couples (X, ρ) consistant en:

- 1) un $\mathcal{O}_D$ -module formel spécial X sur S de F -hauteur constante d^2 .
- 2) une $\mathcal{O}_D$ -quasi-isogénie $\rho : X_{\check{S}} \rightarrow X_S$.

Remarque. La condition pour X d'être un $\mathcal{O}_D$ -module formel spécial de F -hauteur d^2 pourrait s'exprimer comme une condition sur le déterminant de l'action de $\mathcal{O}_D$ sur $\text{Lie}(X)$ comme en (1.2) (cf. [RZ] 3.58).

Drinfeld identifie explicitement le schéma formel qui représente $\check{\mathcal{M}}$.

2.3. L'immeuble de Bruhat-Tits de $\text{GL}_d(F)$

L'immeuble de Bruhat-Tits $\mathcal{B}$ de $\text{GL}_d(F)$ est un complexe simplicial dont les sommets sont les classes d'homothétie de $\mathcal{O}_F$ -réseaux dans F^d . Il sera plus commode ici de considérer $\mathcal{B} \times \mathbb{Z}$ dont les sommets sont les réseaux eux-mêmes. Pour $h \in \mathbb{Z}$, un simplexe de $\mathcal{B} \times \{h\}$ est un ensemble $\Delta = (\eta_{i_0}, \dots, \eta_{i_r})$, $0 \leq i_0 < i_1 < \dots < i_r < d$, de $\mathcal{O}_F$ -réseaux dans F^d tels que:

$$\pi\eta_{i_r} \subset \eta_{i_0} \subset \dots \subset \eta_{i_r} \quad \text{et} \quad [\eta_{i_k} : \mathcal{O}_F^d] = i_k - h \quad \text{pour} \quad k = 0, \dots, r,$$

où, si η et η' sont deux $\mathcal{O}_F$ -réseaux dans F^d , on note:

$$[\eta : \eta'] = \text{long}_{\mathcal{O}_F}(\eta/\eta \cap \eta') - \text{long}_{\mathcal{O}_F}(\eta'/\eta \cap \eta').$$

Le groupe $GL_d(F)$ agit sur $\mathcal{B} \times \mathbb{Z}$ via $\eta \mapsto g\eta$ et $h \mapsto h + \text{ord}_F(\det g)$ pour $g \in GL_d(F)$.

2.4. Le schéma formel $\widehat{\Omega}_F^d \times \mathbb{Z}$

Pour Δ un simplexe de $\mathcal{B} \times \mathbb{Z}$, soit $\mathcal{F}_\Delta$ le foncteur sur $Nilp_{\mathcal{O}_F}$ qui à S associe l'ensemble des classes d'isomorphisme de diagrammes commutatifs :

$$\begin{array}{ccccccc} \eta_{i_0} & \subset & \eta_{i_1} & \subset & \dots & \subset & \eta_{i_r} & \xrightarrow{\pi} & \eta_{i_0} \\ \varphi_{i_0} \downarrow & & \varphi_{i_1} \downarrow & & & & \varphi_{i_r} \downarrow & & \varphi_{i_0} \downarrow \\ \mathcal{L}_{i_0} & \rightarrow & \mathcal{L}_{i_1} & \rightarrow & \dots & \rightarrow & \mathcal{L}_{i_r} & \rightarrow & \mathcal{L}_{i_0} \end{array}$$

où les $\mathcal{L}_{i_k}$ sont des $\mathcal{O}_S$ -modules inversibles et les φ_{i_k} des applications $\mathcal{O}_F$ -linéaires telles que, pour tout $n \in \eta_{i_k} \setminus \eta_{i_{k-1}}$, la section $\varphi_{i_k}(n)$ de $\mathcal{L}_{i_k}$ ne s'annule en aucun point de S . Le foncteur $\mathcal{F}_\Delta$ est représentable par un ouvert $\widehat{\Omega}_\Delta$ du schéma formel :

$$\text{Spf}(\mathcal{O}_F[T_0, \dots, T_r, U_{r+1}, \dots, U_d, U_{r+1}^{-1}, \dots, U_d^{-1}]) / (T_0 \dots T_r - \pi)^\wedge, \quad ,$$

où $^\wedge$ dénote la complétion π -adique.

Si $\Delta' = \Delta \setminus \{\eta_{i_k}\}$, on définit une immersion ouverte $\widehat{\Omega}_{\Delta'} \hookrightarrow \widehat{\Omega}_\Delta$ en complétant un diagramme de type Δ' en le diagramme de type Δ :

$$\begin{array}{ccccccc} \dots & \subset & \eta_{i_k} & \rightarrow & \eta_{i_{k+1}} & \subset & \dots \\ & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \dots & \rightarrow & \mathcal{L}_{i_{k+1}} & = & \mathcal{L}_{i_{k+1}} & \rightarrow & \dots \end{array}$$

On note $\widehat{\Omega}_F^d \times \mathbb{Z}$ le schéma formel π -adique localement de type fini sur $\text{Spf}(\mathcal{O}_F)$ obtenu par recollement des $\widehat{\Omega}_\Delta$ le long de ces immersions ouvertes pour Δ parcourant les simplexes de $\mathcal{B} \times \mathbb{Z}$. La fibre spéciale au-dessus du corps résiduel κ de $\mathcal{O}_F$ d'une composante $\widehat{\Omega}_F^d$ s'identifie à la réunion d'une infinité d'espaces projectifs $\mathbb{P}_{\kappa}^{d-1}$ recollés le long de leurs hyperplans κ -rationnels en un agencement dual de celui des simplexes de $\mathcal{B}$.

Le groupe $GL_d(F)$ agit sur $\widehat{\Omega}_F^d \times \mathbb{Z}$ de manière compatible à son action sur $\mathcal{B} \times \mathbb{Z}$. L'action de $g \in GL_d(F)$ est définie par les applications de $\mathcal{F}_\Delta(S) \rightarrow \mathcal{F}_{g\Delta}(S)$ qui, à $\{\varphi_{i_k} : \eta_{i_k} \rightarrow \mathcal{L}_{i_k}\}$ font correspondre $\{\varphi_{i_k} \circ g^{-1} : g\eta_{i_k} \rightarrow \mathcal{L}_{i_k}\}$.

2.5. Le théorème de Drinfeld

Le résultat principal de l'article de Drinfeld [Dr2] est le théorème suivant :

THÉORÈME 3.— *Il existe un isomorphisme de schémas formels :*

$$\check{\mathcal{M}} \xrightarrow{\sim} (\hat{\Omega}_{\mathbb{F}}^d \times \mathbb{Z}) \times_{\mathrm{Spf}(\mathcal{O}_{\mathbb{F}})} \mathrm{Spf}(\mathcal{O}_{\mathbb{E}}),$$

équivariant pour les actions de $\mathrm{GL}_d(\mathbb{F})$ sur $\hat{\Omega}_{\mathbb{F}}^d \times \mathbb{Z}$ et sur $\check{\mathcal{M}}$ (pour un choix convenable de l'isomorphisme $\mathrm{GL}_d(\mathbb{F}) \simeq \mathrm{J}(\mathbb{Q}_p)$).

La donnée de descente sur $\check{\mathcal{M}}$ induit sur le membre de droite le composé de la donnée de descente canonique avec la translation par $+1$ sur $\mathbb{Z}$.

Décrivons explicitement la flèche $\check{\mathcal{M}}(k) \rightarrow (\hat{\Omega}_{\mathbb{F}}^d \times \mathbb{Z})(k)$ en reprenant les notations de (2.1). Soit (X, ρ) un point de $\check{\mathcal{M}}(k)$. Pour tout indice critique j de X , la quasi-isogénie ρ et l'opérateur Π^{-j} permettent d'identifier $\eta_j = M_j^{V^{-1}\Pi}$ à un réseau dans $F^d = (M_0(\mathbf{X}) \otimes_{W(k)} K_0)^{V^{-1}\Pi}$. Alors, si $0 \leq i_0 < i_1 < \dots < i_r < d$ sont les indices critiques de X et Δ le simplexe $(\eta_{i_0}, \dots, \eta_{i_r})$ de $\mathcal{B} \times \mathbb{Z}$ défini par ces réseaux, on associe à (X, ρ) le point de $\hat{\Omega}_{\Delta}(k)$ correspondant au diagramme:

$$\begin{array}{ccccccc} \eta_{i_0} & \subset & \eta_{i_1} & \subset & \dots & \subset & \eta_{i_r} & \xrightarrow{\pi} & \eta_{i_0} \\ \downarrow & & \downarrow & & & & \downarrow & & \downarrow \\ \mathrm{Lie}(X)_{i_0} & \rightarrow & \mathrm{Lie}(X)_{i_1} & \rightarrow & \dots & \rightarrow & \mathrm{Lie}(X)_{i_r} & \rightarrow & \mathrm{Lie}(X)_{i_0} \end{array}$$

où les applications verticales sont obtenues en composant les inclusions de $\eta_j = M_j^{V^{-1}\Pi}$ dans M_j avec les applications $M_j \rightarrow M_j/\mathrm{VM}_j = \mathrm{Lie}(X)_j$.

On vérifie facilement que l'on obtient ainsi une bijection $\check{\mathcal{M}}(k) \rightarrow (\hat{\Omega}_{\mathbb{F}}^d \times \mathbb{Z})(k)$. La partie la plus délicate de la démonstration de Drinfeld consiste à définir la flèche $\check{\mathcal{M}} \rightarrow \hat{\Omega}_{\mathbb{F}}^d \times \mathbb{Z}$ au niveau des foncteurs (cf. [Dr2],[BC],[RZ]). La comparaison des théories de déformation permet ensuite de conclure. ■

COROLLAIRE — *Le pro-schéma formel $\mathcal{M}$ s'identifie au système projectif des $\hat{\Omega}_{\mathbb{F}}^d \times_{\mathrm{Spf}(\mathcal{O}_{\mathbb{F}})} \mathrm{Spf}(\mathcal{O}_{F_n})$, où les F_n sont les extensions non ramifiées de F .*

Remarque. Drinfeld adopte une présentation légèrement différente en se restreignant aux quasi-isogénies de hauteur zéro. Nous avons suivi ici le point de vue de Rapoport et Zink.

3. UNIFORMISATION DES VARIÉTÉS DE SHIMURA

3.1. Variétés de Shimura de type PEL

Soient B une $\mathbb{Q}$ -algèbre simple de dimension finie et $*$ une involution positive de B . Soient V un B -module à gauche de type fini et $(\cdot, \cdot)$ une $\mathbb{Q}$ -forme bilinéaire alternée non dégénérée telle que $(bv, w) = (v, b^*w)$ pour $v, w \in V$ et $b \in B$.

Soit $h : \mathbb{C} \rightarrow \text{End}_B(V_{\mathbb{R}})$ un homomorphisme de $\mathbb{R}$ -algèbres tel que

$$(h(z)v, w) = (v, h(\bar{z})w) \quad \text{pour } v, w \in V_{\mathbb{R}} \quad \text{et } z \in \mathbb{C},$$

et que la forme bilinéaire symétrique $(v, h(i)w)$ sur $V_{\mathbb{R}}$ soit définie positive.

Soit G le groupe algébrique sur $\mathbb{Q}$ des B -similitudes symplectiques de V : pour une $\mathbb{Q}$ -algèbre R on a

$$G(R) = \{g \in \text{GL}_{B \otimes R}(V \otimes R) / (gv, gw) = c(g)(v, w), c(g) \in \mathbb{Q}\}.$$

Soit $\mathcal{M}_{\infty}$ l'ensemblé des conjugués de h sous l'action de $G(\mathbb{R})$. C'est de manière naturelle un espace analytique complexe dont les composantes connexes sont des domaines hermitiens symétriques. On considère le système projectif indexé par les sous-groupes compacts ouverts C de $G(\mathbb{A}_f)$ des quotients

$$\text{Sh}_C^{\text{an}} = G(\mathbb{Q}) \backslash \mathcal{M}_{\infty} \times G(\mathbb{A}_f) / C.$$

Soit $V_{\mathbb{C}} = V_{\mathbb{C}}^0 \oplus V_{\mathbb{C}}^1$ la graduation de $V_{\mathbb{C}}$ définie par h :

$$V_{\mathbb{C}}^0 = \{v \in V_{\mathbb{C}} / h(z)v = zv, z \in \mathbb{C}\} \quad \text{et} \quad V_{\mathbb{C}}^1 = \{v \in V_{\mathbb{C}} / h(z)v = \bar{z}v, z \in \mathbb{C}\}.$$

Ces sous-espaces sont munis d'une action de B , car B centralise h . Soit E le corps de définition de la classe d'isomorphisme de $V_{\mathbb{C}}^0$ comme représentation de B ; plus concrètement $E = \mathbb{Q} [\{ \text{Tr}(b|V_{\mathbb{C}}^0) \}, b \in B]$. D'après Shimura, les espaces Sh_C^{an} sont les espaces analytiques associés à des variétés algébriques Sh_C définies sur E , dites modèles canoniques (*cf.* [De]).

3.2. Modèles entiers en une place de E

Soit $\mathcal{O}_B$ un ordre de B , stable sous l'involution $*$ et tel que $\mathcal{O}_B \otimes \mathbb{Z}_p$ soit un ordre maximal dans $B \otimes \mathbb{Q}_p$. Soit Λ un $\mathbb{Z}_p$ -réseau dans $V_{\mathbb{Q}_p}$, stable sous $\mathcal{O}_B$ et autodual pour $(\cdot, \cdot)$. Soient C_p le stabilisateur de Λ dans $G(\mathbb{Q}_p)$, C^p un sous-groupe compact ouvert de $G(\mathbb{A}_f^p)$ et $C = C^p C_p$.

Soit ν une place de E au-dessus de p . On considère le foncteur Sh_C qui, à un $\mathcal{O}_{E_\nu}$ -schéma S , associe l'ensemble des classes d'isomorphisme de quadruplets $(A, i, \bar{\lambda}, \bar{\alpha})$ où :

- A est un schéma abélien sur S à quasi-isogénie première à p près,
- $i : \mathcal{O}_B \rightarrow \text{End}(A)$ est une action de $\mathcal{O}_B$ sur A telle que

$$\det(i(b), \text{Lie}(A)) = \det(b, V_0) \quad , \text{ pour } b \in \mathcal{O}_B \quad ,$$

égalité au sens des polynômes comme en (1.2),

- $\bar{\lambda}$ est une $*$ -polarisation $\mathbb{Q}$ -homogène principale de A ,
- $\bar{\alpha}$ une classe mod (C^p) de structures de niveau $\alpha : H_1(A, \mathbb{A}_f^p) \simeq V \otimes \mathbb{A}_f^p$, compatible aux actions de B et, à un facteur dans $\mathbb{A}_f^p$ près, aux formes bilinéaires sur les deux membres : la forme de Riemann induite par $\bar{\lambda}$ sur H_1 et la forme $(\cdot, \cdot)$ sur V .

Pour C^p assez petit, ce foncteur est représentable par un schéma quasi-projectif Sh_C sur $\text{Spec}(\mathcal{O}_{E_\nu})$. De plus la fibre générique de ce schéma est une réunion disjointe d'un nombre fini de copies de $Sh_C \otimes_{\mathcal{O}_E} \mathcal{O}_{E_\nu}$ (cf. [Ko3], par.8).

3.3. Uniformisation au voisinage d'une classe d'isogénie

Soit k la clôture algébrique du corps résiduel de $\mathcal{O}_{E_\nu}$. Soit $(A_0, i_0, \bar{\lambda}_0, \bar{\alpha}_0)$ un point de $Sh_C(k)$ fixé. Le groupe p -divisible $\mathbf{X}$ de A_0 , muni de l'action de $B_{\mathbb{Q}_p}$ induite par i_0 et de la polarisation $\mathbb{Q}_p$ -homogène induite par $\bar{\lambda}$, définit d'après (1.2) un pro-schéma formel $\mathcal{M}$ sur $\text{Spf}(\mathcal{O}_{E_\nu})$ équipé d'une action de $J(\mathbb{Q}_p) = \text{Aut}^0(\mathbf{X})$.

Soit $\mathbb{D}$ le pro-tore sur $\mathbb{Q}_p$ de groupe des caractères $\mathbb{Q}$. La décomposition isocline de $\mathbf{X}$ définit un homomorphisme $\mathbb{D}_{K_0} \rightarrow G_{K_0}$. On dit que $\mathbf{X}$ est *basique* si cet homomorphisme est central (cf. [Ko1]).

THÉORÈME 4.— *Supposons le groupe p -divisible $\mathbf{X}$ de $(A_0, i_0, \bar{\lambda}_0)$ basique. Alors l'ensemble des points $(A, i, \bar{\lambda}, \bar{\alpha})$ de $Sh_C(k)$ tels que $(A, i, \bar{\lambda})$ soit isogène à $(A_0, i_0, \bar{\lambda}_0)$ est un fermé Z de Sh_C .*

C'est une variante due à Rapoport et Richartz [RR] du théorème de spécialisation de Grothendieck [G] pour les groupes p -divisibles. ■

Soit $I(\mathbb{Q})$ le groupe des quasi-isogénies de $(A_0, i_0, \bar{\lambda}_0)$, c'est le groupe des points rationnels d'une forme intérieure I de G . L'action de $I(\mathbb{Q})$ sur $\mathbf{X}$ et sur $H_1(A_0, \mathbb{A}_f^p) = V \otimes \mathbb{A}_f^p$ définit des homomorphismes de $I(\mathbb{Q})$ dans $J(\mathbb{Q}_p)$ et $G(\mathbb{A}_f^p)$.

THÉORÈME 5.— *Supposons que $\mathbf{X}$ est basique et que le groupe G vérifie le principe de Hasse. Soit $\widehat{Sh}_{C/Z}$ le complété formel de Sh_C le long de Z . Alors on a un*

isomorphisme canonique de schémas formels sur $\mathrm{Spf}(\mathcal{O}_{\mathbb{E}_\nu})$:

$$\theta_C : I(\mathbb{Q}) \backslash \mathcal{M} \times G(\mathbb{A}_f^p) / C^p \xrightarrow{\sim} \widehat{Sh}_C / Z,$$

où $I(\mathbb{Q})$ agit sur $\mathcal{M}$ via $I(\mathbb{Q}) \rightarrow J(\mathbb{Q}_p)$ et sur $G(\mathbb{A}_f^p)$ via $I(\mathbb{Q}) \rightarrow G(\mathbb{A}_f^p)$.

Remarque 1. Si G ne vérifie pas le principe de Hasse, il faut remplacer le membre de gauche par une réunion disjointe de copies.

Remarque 2. Le système projectif de ces isomorphismes lorsque C_p varie est équivariant pour l'action naturelle sur les deux membres des opérateurs de Hecke de $G(\mathbb{A}_f^p)$.

Esquisse de démonstration ([RZ], 6.30) : On montre d'abord l'énoncé analogue après changement de base à l'extension non ramifiée maximale $\mathcal{O}_{\mathbb{E}_\nu}$. Soit $\tilde{\mathbf{X}}$ un relèvement de $\mathbf{X}$ sur $\mathrm{Spf}(\mathcal{O}_{\mathbb{E}_\nu})$ et $\tilde{A}_0$ le relèvement correspondant de A_0 . Pour $S \in \mathrm{Ob}(\mathrm{Nilp}_{\mathcal{O}_{\mathbb{E}_\nu}})$ et (X, ρ) dans $\check{\mathcal{M}}(S)$, la quasi-isogénie $\rho : \mathbf{X}_S \rightarrow X_S$ se relève de manière unique en une quasi-isogénie $\tilde{\rho} : \tilde{\mathbf{X}}_S \rightarrow X$. Il existe un unique $\mathcal{O}_B$ -schéma abélien à isogénie première à p près $\rho_* \tilde{A}_0$ et une unique $\mathcal{O}_B$ -quasi-isogénie $\tilde{A}_{0S} \rightarrow \rho_* \tilde{A}_0$ induisant sur les groupes p -divisibles la quasi-isogénie $\tilde{\rho}$. De plus $\bar{\lambda}_0$ et $\bar{\alpha}_0$ induisent sur $\rho_* \tilde{A}_0$ une $*$ -polarisation $\rho_* \bar{\lambda}_0$ et une structure de niveau $\rho_* \bar{\alpha}_0$.

On définit un morphisme de foncteurs sur $\mathrm{Nilp}_{\mathcal{O}_{\mathbb{E}_\nu}}$:

$$\begin{aligned} \Theta : \check{\mathcal{M}} \times G(\mathbb{A}_f^p) &\longrightarrow Sh_C \\ ((X, \rho), g) &\mapsto (\rho_* \tilde{A}_0, \rho_* \bar{\lambda}_0, g^{-1} \rho_* \bar{\alpha}_0), \end{aligned}$$

et on vérifie facilement que Θ se factorise à travers :

$$\bar{\Theta} : I(\mathbb{Q}) \backslash \check{\mathcal{M}} \times G(\mathbb{A}_f^p) / C^p \longrightarrow Sh_C.$$

Si G vérifie le principe de Hasse, $\bar{\Theta}$ induit une bijection des points à valeurs dans k du membre de gauche avec $Z(k)$. De plus $\bar{\Theta}$ est formellement étale en ces points d'après le théorème de Serre-Tate selon lequel il revient au même de déformer une variété abélienne ou son groupe p -divisible. Il reste à vérifier la compatibilité des données de descente pour conclure. ■

Remarque 3. En passant aux espaces rigides analytiques associés à ces schémas formels, on déduit du théorème 5 sa variante rigide analytique où l'on uniformise un "voisinage tubulaire" de Z dans Sh_C^{an} .

3.4. Uniformisation p -adique des courbes de Shimura

Il peut arriver dans certains cas assez rares que Z soit toute la fibre spéciale en la place ν de la variété de Shimura ; on obtient alors une véritable uniformisation ν -adique. C'était en particulier le cas du théorème initial de Cherednik [Ch] pour les courbes de Shimura sur $\mathbb{Q}$.

Dans ce cas B est une algèbre de quaternions sur $\mathbb{Q}$ non ramifiée à l'infini, le groupe G est tel que $G(\mathbb{Q}) = B^*$ et $\mathcal{M}_\infty = \mathcal{H}^\pm = \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ avec l'action naturelle de $G(\mathbb{R}) = \mathrm{GL}(2, \mathbb{R})$. On a pour tout sous-groupe compact ouvert C de $G(\mathbb{A}_f)$ une courbe de Shimura Sh_C définie sur $E = \mathbb{Q}$ dont les points complexes sont

$$Sh_C(\mathbb{C}) = G(\mathbb{Q}) \backslash \mathcal{H}^\pm \times G(\mathbb{A}_f) / C.$$

Soit p un nombre premier en lequel B est ramifiée ; soient $D = \mathcal{O}_{B_p}$ et $C = C_p C^p$, où C_p est le sous-groupe compact maximal $\mathcal{O}_D^*$ de $G(\mathbb{Q}_p) = D^*$. Soit $\overline{B}$ l'algèbre de quaternions sur $\mathbb{Q}$ ayant mêmes invariants que B en toutes les places sauf en p et ∞ et $\overline{G}$ le groupe algébrique sur $\mathbb{Q}$ tel que $\overline{G}(\mathbb{Q}) = \overline{B}^*$.

THÉORÈME 6.— *On a un isomorphisme de schémas formels p -adiques sur $\mathrm{Spf}(\mathbb{Z}_p)$:*

$$\overline{G}(\mathbb{Q}) \backslash (\widehat{\Omega}_{\mathbb{Q}_p}^2 \times_{\mathrm{Spf}(\mathbb{Z}_p)} \mathrm{Spf}(\mathbb{Z}_p^{nr})) \times G(\mathbb{A}_f^p) / C^p \xrightarrow{\sim} Sh_C^\wedge,$$

où l'action de $\overline{G}(\mathbb{Q})$ est diagonale via l'action décrite en (2.4) de $\overline{G}(\mathbb{Q}_p) = \mathrm{GL}(2, \mathbb{Q}_p)$ sur

$$\widehat{\Omega}_{\mathbb{Q}_p}^2 \times_{\mathrm{Spf}(\mathbb{Z}_p)} \mathrm{Spf}(\mathbb{Z}_p^{nr})$$

et via l'isomorphisme $\overline{G}(\mathbb{A}_f^p) \simeq G(\mathbb{A}_f^p)$.

Démonstration ([Dr2],[BC],[RZ]) : Le problème de modules correspondant est a priori un problème de modules pour des surfaces abéliennes polarisées avec action de $\mathcal{O}_B$. Cependant on peut se débarrasser de la polarisation en montrant qu'une $*$ -polarisation principale est uniquement déterminée ([BC], 3.3). Le théorème de Tate-Honda montre qu'il n'y a qu'une seule classe d'isogénie de telles surfaces sur $\overline{\mathbb{F}}_p$, leurs groupes p -divisibles sont des $\mathcal{O}_D$ -modules formels spéciaux de hauteur 4 et dimension 2 isoclines de pente $1/2$, en particulier basiques. On conclut par application d'un cas particulier du théorème 5 (ici $I = \overline{G}$) et du théorème 3 (de Drinfeld) pour identifier $\mathcal{M}$. ■

Remarque 1. Cette situation se rencontre également pour certaines variétés de Shimura de type (PEL) pour des groupes unitaires en dimension supérieure ([R1],[RZ],[V]).

Remarque 2. On peut en utilisant ces résultats, la loi de réciprocité des modèles canoniques et l'introduction de "modèles étranges" [De], obtenir des résultats analogues pour des variétés de Shimura qui ne sont pas de type (PEL), en particulier pour les courbes de Shimura sur les corps totalement réels [BZ].

BIBLIOGRAPHIE

- [B] V.G. BERKOVICH – *Etale cohomology for non-archimedean analytic spaces*, Publ. Math. I.H.E.S. **78** (1993), 5–161.
- [Be] P. BERTHELOT – *Cohomologie rigide et cohomologie à supports propres*, prépublication **96-03**, Inst. Rech. Math. Rennes, 1996.
- [BC] J.-F. BOUTOT, H. CARAYOL – *Uniformisation p -adique des courbes de Shimura: les théorèmes de Cherednik et de Drinfeld*, Astérisque **196-197** (1991), 45–158.
- [BZ] J.-F. BOUTOT, Th. ZINK – *The p -adic uniformisation of Shimura curves*, preprint **95-107**, Sonderforschungsbereich 343, Universität Bielefeld, 1995.
- [C] H. CARAYOL – *Non-abelian Lubin-Tate theory*, Automorphic forms, Shimura varieties and L-functions, vol. II, Perspectives in Math. **11**, Academic Press (1990), 15–39.
- [Ch] I.V. CHEREDNIK – *Uniformization of algebraic curves by discrete subgroups of $PGL_2(k_w)$ with compact quotients*, Math. USSR Sbornik **29** (1976), 55–78.
- [De] P. DELIGNE – *Travaux de Shimura*, Séminaire Bourbaki, vol. 1970/71, Exp. 389, Lecture Notes in Math. **244**, Springer Verlag (1971), 123–165.
- [Dr1] V. G. DRINFELD – *Elliptic Modules*, Math. USSR Sbornik **23** (1974), 561–592.
- [Dr2] V. G. DRINFELD – *Coverings of p -adic symmetric regions*, Funct. Anal. and Appl. **10** (1976), 107–115.
- [F] G. FALTINGS – *The trace formula and Drinfeld's upper halfplane*, Duke Math. J. **76** (1994), 467–482.
- [F] J.-M. FONTAINE – *Modules galoisiens, modules filtres et anneaux de Barsotti-Tate*, Astérisque **65** (1979), 3–80.
- [Ge] A. GENESTIER – *Espaces symétriques de Drinfeld*, Astérisque **234** (1996).
- [GH1] B. GROSS, M. HOPKINS – *The rigid analytic period mapping, Lubin-Tate space, and stable homotopy theory*, Bull. Amer. Math. Soc. **30** (1994), 76–86.

- [GH2] B. GROSS, M. HOPKINS – *Equivariant vector bundles on the Lubin-Tate moduli space*, Contemp. Math. **158** (1994), 23–88.
- [G] A. GROTHENDIECK – *Groupes de Barsotti-Tate et cristaux*, Actes du Congr. Internat. Math., Nice 1970, vol.1, Gauthier-Villars (1971), 431–436.
- [H] M. HARRIS – *Supercuspidal representations in the cohomology of Drinfeld upper half-spaces ; elaboration of Carayol’s program*, Inventiones Math. **129** (1997), 75–119.
- [Ko1] R.E. KOTTWITZ – *Isocrystals with additional structure*, Compositio Math. **56** (1985), 201–220.
- [Ko2] R.E. KOTTWITZ – *Shimura varieties and λ -adic representations*, Automorphic forms, Shimura varieties and L-functions, vol. I , Perspectives in Math. **10**, Academic Press (1990), 161–209.
- [Ko3] R.E. KOTTWITZ – *Points on some Shimura varieties over finite fields*, Journal Amer. Math. Soc. **5** (1992), 373–444.
- [L] G. LAFAILLE – *Constructions de groupes p -divisibles: le cas de dimension 1* , Astérisque **65** (1979), 103–124.
- [LT] J. LUBIN, J. TATE – *Formal moduli for one parameter formal Lie groups*, Bull. Soc. Math. France **94** (1966), 49–60.
- [Me] W. MESSING – *The crystals associated to Barsotti-Tate groups : with applications to abelian schemes*, Lecture Notes in Math. **264**, Springer Verlag (1972).
- [M] D. MUMFORD – *An analytic construction of degenerating curves over complete local rings*, Compositio Math. **24** (1972), 239–272.
- [Mu] G. A. MUSTAFIN – *Non archimedean uniformization*, Math. USSR Sbornik **34** (1978), 187–214.
- [R1] M. RAPOPORT – *On the bad reduction of Shimura varieties*, Automorphic forms, Shimura varieties and L-functions, vol. II, Perspectives in Math. **11**, Academic Press (1990), 15–39.
- [R2] M. RAPOPORT – *Non-archimedean period domains*, Proc. Internat. Congress Math., Zürich 1994, vol. **1**, Birkhäuser Verlag (1995), 423–434.
- [RR] M. RAPOPORT, M. RICHARTZ – *On the classification and specialization of F -isocrystals with additional structure*, Compositio Math. **103** (1996), 153–181.
- [RZ] M. RAPOPORT, Th. ZINK – *Period spaces for p -divisible groups*, Annals of Math. Studies **141**, Princeton University Press (1996).

- [Ra1] M. RAYNAUD – *Géométrie analytique rigide d'après Tate, Kiehl,...*, Bull. Soc. Math. France, Mém. **39-40** (1974), 319–327.
- [Ra2] M. RAYNAUD – *Construction analytique de courbes en géométrie non archimédienne (d'après David Mumford)*, Séminaire Bourbaki, vol. 1972/73, Exp. 427, Lecture Notes in Math. **383**, Springer Verlag (1974), 171–185.
- [SS] P. SCHNEIDER, U. STUHLER – *The cohomology of p -adic symmetric spaces*, Inventiones Math. **105** (1991), 47–122.
- [T] J. TATE – *Rigid analytic spaces*, Inventiones Math. **12** (1971), 257–289.
- [To] B. TOTARO – *Tensor products in p -adic Hodge theory*, Duke Math. Journal **83** (1996), 79–104.
- [VV] M. VAN DER PUT, H. VOSKUIL – *Symmetric spaces associated to split algebraic groups over a local field*, J. reine angew. Math. **433** (1992), 69–100.
- [Va] Y. VARSHAVSKY – *P -adic uniformization of unitary Shimura varieties*, preprint Jerusalem (1995).
- [Y] J.-K. YU – *On the moduli of quasi-canonical liftings*, Compositio Math. **96** (1995), 296–321.

Jean-François BOUTOT

Institut de Recherche Mathématique Avancée
Université Louis Pasteur et CNRS
7, rue René Descartes
F-67084 STRASBOURG CEDEX
boutot@math.u-strasbg.fr