

RENDICONTI *del* SEMINARIO MATEMATICO *della* UNIVERSITÀ DI PADOVA

OPREA BERECHET

**Sur le problème de Cauchy pour les opérateurs
partiellement multiquasi-elliptiques**

Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova,
tome 61 (1979), p. 1-11

[<http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_1979__61__1_0>](http://www.numdam.org/item?id=RSMUP_1979__61__1_0)

© Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova, 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Rendiconti del Seminario Matematico della Università di Padova » (<http://rendiconti.math.unipd.it/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Sur le problème de Cauchy pour les opérateurs partiellement multiquasi-elliptiques.

OPREA BERECHET (*)

0. Introduction.

Soient m et n deux nombres naturels tels que $0 \leq m < n$. Nous désignerons par $\xi = (\xi', \xi'')$, où $\xi \in \mathbb{R}^n$, $\xi' \in \mathbb{R}^m$, $\xi'' \in \mathbb{R}^{n-m}$ et par L le sous-espace de $\mathbb{R}^n$ défini par $L = \{\xi | \xi' = 0\}$.

Soit l'équation à dérivées partielles

$$(0.1) \quad P(D)u = 0$$

où P est un opérateur à coefficients constants partiellement hypo-elliptique en ξ' et Φ un sous-espace de distributions définies en $\mathbb{R}^n$.

Nous dirons que le problème de Cauchy pour l'équation (0.1) à données initiales sur L a une solution unique en Φ si chaque solution

$$(0.2) \quad u \in \Phi, \quad D_{\xi'}^{\alpha} u|_L = 0, \quad \forall \alpha,$$

est identiquement nulle.

Le travail présent constitue une continuation de [8], dans lequel nous avons étudié l'unicité du problème de Cauchy pour une classe d'opérateurs que nous avons appelée la classe des opérateurs partiellement semi-elliptiques. Nous introduirons une classe d'opérateurs que nous appellerons la classe des opérateurs multiquasi-elliptiques, plus

(*) Indirizzo dell'A.: Department of Mathematics INCREST, Bd. Păcii 77538, - Bucuresti, Romania.

générale que la classe des opérateurs partiellement semi-elliptiques, pour laquelle au cas où $m=2$ nous donnerons une extension « par directions » du théorème de Palamodov et nous montrerons que cette classe est la meilleure dans le sens de Tichonov.

1. Le problème de Cauchy pour opérateurs multiquasi-elliptiques à données initiales dans un seul point.

Soit $P(D)$ un opérateur différentiel à coefficients constants. Nous désignerons par $N(P)$ la variété des zéros de ce polynôme, c'est-à-dire $N(P) = \{z \in \mathbb{C}^n, P(z) = 0\}$. Posons

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \mathbb{C}_k &= \{z \in \mathbb{C}^n, z = (x_1, \dots, x_{k-1}, x_k + iy_k, x_{k+1}, \dots, x_n)\}, \\ N^k(P) &= \mathbb{C}_k \cap N(P). \end{aligned}$$

On dit (Gorine [4]) que l'opérateur P est $\binom{k}{j}$ -hypoelliptique du type $\gamma_j^k > 0$ si sur $N^k(P)$ l'inégalité

$$(1.2) \quad |x_j| \leq C(1 + |y_k|)^{1/\gamma_j^k}$$

est satisfaite.

Nous rappelons la définition des opérateurs multiquasi-elliptiques introduits par Friberg [1], [2]. Nous considérons seulement le cas des opérateurs à deux variables.

Soit $P(\xi_1, \xi_2) = \sum a_\alpha \xi^\alpha$ un polynôme. Par définition le polygone de Newton associé à P est l'enveloppe convexe dans $\mathbb{R}^2$ de l'ensemble $(P) \cup \{0\}$, où nous avons désigné par (P) l'ensemble des multiindices $\alpha \in \mathbb{N}^2$ pour lesquels $a_\alpha \neq 0$.

DÉFINITION 1.1 (Friberg). Un polynôme $P(\xi)$ est multiquasi-elliptique si le polygone de Newton associé à ce polynôme a les propriétés:

$$(1.3) \quad \begin{aligned} &1) \nu^i > 0, \text{ où } \nu^i \text{ sont les normales sur les côtés du polygone.} \\ &2) \sum |\xi^{\alpha^k}| \leq C(1 + |P(\xi)|) \text{ quelque soit } \xi \in \mathbb{R}^2 \text{ où } \alpha^k \text{ sont les} \\ &\quad \text{sommets du polygone.} \end{aligned}$$

Nous désignerons par F^i les côtés du polygone de Newton et par $x_k(F^i)$ l'intersection de l'axe Ox_k avec la droite contenant F^i . Friberg a démontré le théorème suivant:

THÉOREME 1.1. Tout polynôme multiquasi-elliptique est hypoelliptique et les indices de hypoellipticité sont donnés par

$$(1.4) \quad \frac{1}{\gamma_j^k} = \max_i \frac{x_k(F)}{x_i(F)}, \quad j, k = 1, 2.$$

Conformément à la définition générale donnée dans l'introduction, montrer l'unicité du problème de Cauchy à données dans un seul point revient à montrer que toute solution $u \in C^\infty$ de l'équation (0.1) qui est nulle ainsi que toutes ses dérivées dans l'origine, est identiquement nulle.

Le théorème suivant de Grouchine [5] donne, pour ce cas, une précision par directions du théorème de Palamodov.

Nous considérerons seulement les cas

$$(1.5) \quad \begin{aligned} a) & \quad \gamma_1^2 < 1 \text{ et } \gamma_2^1 < 1, \\ b) & \quad \gamma_1^2 < 1 \text{ et } \gamma_2^1 \geq 1, \end{aligned}$$

parcequ'au cas où $\gamma_1^2 \geq 1$, $\gamma_2^1 \geq 1$ l'opérateur $P(D)$ est elliptique.

THÉOREME 1.2. Au cas $a)$ dans la classe des fonctions C^∞ satisfaisant l'inégalité

$$(1.6) \quad |u(\xi)| \leq C \exp [A(|\xi_1|^{1/(1-\gamma_1^1)} + |\xi_2|^{1/(1-\gamma_2^1)})]$$

où C et A sont deux constantes quelconques, l'unicité du problème de Cauchy est assurée.

Au cas $b)$ dans la classe des fonctions C^∞ satisfaisant l'inégalité

$$(1.7) \quad |u(\xi)| \leq C \exp [A(|\xi_1|^a + |\xi_2|^{1/(1-\gamma_2^1)})]$$

où $a \geq 1$, l'unicité du problème de Cauchy est assurée.

Nous démontrerons que ces classes d'unicité sont les meilleures dans le sens précisé par le théorème suivant:

THÉOREME 1.3. Dans le cas $a)$, étant donné un $\varepsilon > 0$ arbitraire, il existe une solution $u \in C^\infty$ de l'équation (0.1), telle que $D^\alpha u(0) = 0$, $\forall \alpha$, qui satisfait l'inégalité

$$(1.8) \quad |u(\xi)| \leq C \exp [A(|\xi_1|^{1/(1-\gamma_1^1)+\varepsilon} + |\xi_2|)]$$

mais laquelle n'est pas identiquement nulle.

Dans le cas *a*) et *b*), étant donné un $\varepsilon > 0$ arbitraire, il existe une solution $u \in C^\infty$ de l'équation (0.1) telle que $D^\alpha u(0) = 0$, $\forall \alpha$, satisfait l'inégalité

$$(1.9) \quad |u(\xi)| \leq C \exp [A(|\xi_1| + |\xi_2|^{1/(1-\gamma_2^1+\varepsilon)})]$$

mais laquelle n'est pas identiquement nulle.

DÉMONSTRATION. — Nous démontrerons seulement la première affirmation, la démonstration de la seconde étant analogue.

Soit

$$P(\xi) = \xi_1^{p_1} + \xi_2^{p_2} + a_1 \xi_1^{\alpha_1} \xi_2^{\alpha_2} + \dots + a_r \xi_1^{\alpha_r} \xi_2^{\beta_r}.$$

Considérons le polygone de Newton associé à ce polynôme.

Nous désignerons $A(p_1, 0)$, $B(0, p_2)$, par $D_1, \dots, D_n$ les côtés du polygone non situés sur les axes de coordonnées, le numérotage étant fait en partant de A , par $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$ les angles faites par $D_1, \dots, D_n$ respectivement, avec le sens négatif de l'axe Ox_1 et par $C(\alpha_i, \beta_i)$.

De la convexité du polygone de Newton et de (1.3), point 1, il en résulte que nous avons $\varphi_1 \geq \varphi_2 \geq \dots \geq \varphi_n$. Du théorème de Friberg il résulte

$$(1.10) \quad \gamma_2^1 = \text{tg } \varphi_n.$$

Mais « l'ordre réduit » p_0 du polynôme $P(\xi)$ ordonné selon les puissances de ξ_2 (cf. ex. [8]) est donné par

$$(1.11) \quad p_0 = \max_{1 \leq i \leq r} \frac{\alpha_i}{p_2 - \beta_i}.$$

Il est évident que le maximum est atteint quand le point C se trouve sur D_n (mais non en B) et par conséquent

$$(1.12) \quad \gamma_2^1 = \frac{1}{p_0}.$$

Parce que $\gamma_2^1 < 1$ il en résulte que $\xi_2 = 0$ est une droite caractéristique pour P . Considérons l'équation

$$(1.13) \quad P(t, s) = 0.$$

Conformément à un lemme de Zolotarev [8] l'équation a une solution $t = t(s)$ analytique pour $|s|$ suffisamment grand et satisfaisant l'inégalité

$$(1.14) \quad |t(s)| \leq C_1 |s|^{1/p^*} = C_1 |s|^{\gamma_1^1} \quad (\text{pour } |s| > M)$$

où C_1 et M sont des constantes positives.

La « solution nulle » de l'équation (0.1), par rapport à la caractéristique $\xi_2 = 0$ est (Hörmander [6])

$$(1.15) \quad u(\xi) = \int_{i\tau-\infty}^{i\tau+\infty} \exp[i(\xi_1 t(s) + \xi_2 s)] \exp\left[-\left(\frac{s}{i}\right)^e\right] ds.$$

Si nous prenons ϱ tel que nous ayons

$$(1.16) \quad \frac{\gamma_2^1[1 + \varepsilon(1 - \gamma_2^1)]}{\gamma_2^1 + \varepsilon(1 - \gamma_2^1)} < \varrho < 1$$

et en procédant comme dans [8] il en résulte que la solution nulle satisfait toutes les conditions du théorème. Le théorème est démontré.

REMARQUE. On peut montrer que pour les polynômes multiquasi-elliptiques à plus de deux variables, le théorème 1.3 n'est pas vrai en général. C'est la raison pour laquelle nous avons considéré seulement le cas $m = 2$.

2. Le problème de Cauchy pour des opérateurs partiellement multi-quasi-elliptiques.

Soit $P(D)$ un opérateur partiellement hypoelliptique en ξ' où $\xi \in \mathbb{R}^n$, $\xi = (\xi', \xi'')$ et $\xi' \in \mathbb{R}^2$. On sait (Gårding et Malgrange [3]) qu'il peut être écrit:

$$(2.1) \quad P(\xi) = P_0(\xi') + \sum_{\alpha \neq 0} P_\alpha(\xi') \xi''^\alpha$$

où $P_\alpha \ll P_0$.

DEFINITION 2.1. Nous dirons que l'opérateur $P(D)$ est partiellement multiquasi-elliptique en ξ' si dans (2.1) P_0 est un polynôme multi-quasi-elliptique (comme polynôme à deux variables).

Dans ce qui suit nous supposerons, pour simplifier, que le polygone de Newton associé au polynôme P a un seul sommet non situé sur les axes de coordonnées $C(a, b)$. Par conséquent

$$(2.2) \quad P_0(\xi) = a_{(p_1^0, 0)} \xi_1^{p_1^0} + a_{(a, b)} \xi_1^a \xi_2^b + a_{(0, p_2^0)} \xi_2^{p_2^0} + \sum_{\alpha} a_{\alpha} \xi^{\alpha}$$

la somme étant faite selon les multiindices $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$ qui ont la propriété que leurs images appartient au polygone de Newton mais sans être situées sur les segments AB et BC , où $A(p_1^0, 0)$, $B(0, p_2^0)$.

En regroupant les termes dans (2.1) nous écrivons:

$$(2.3) \quad P(\xi) = P_0(\xi') + \sum_{j=1}^l P_j(\xi'') \xi^{| \alpha_j |}$$

où P_j n'a pas de termes libres.

D'un théorème de Volevitch et Guindikine [8] il en résulte, du fait que $P_{\alpha} \ll P_0$, que les images des points α^j de (2.3) appartient au polygone $OABC$ mais ne sont pas situées sur les côtés AB ou BC .

De (1.5) il résulte que nous avons

$$(2.4) \quad \gamma_2^1 = \frac{p_1^0 - a}{b}, \quad \gamma_2^1 = \frac{p_2^0 - b}{a}.$$

Pour faire un choix nous supposerons que dans le cas a) nous avons

$$(2.5) \quad \gamma_2^1 \leq \gamma_1^2.$$

Nous démontrerons le théorème suivant:

THÉORÈME 2.1. Soit $P(D)$ un opérateur partiellement multiquasi-elliptique en ξ' , tel que l'inégalité (2.5) soit satisfaite. Alors, sur $N(P)$, on a

$$(2.6) \quad |x_1| + |x_2|^a \leq C(1 + |y'|^{1/\gamma_1^2} + |z''|^{p_0}) \quad \text{au cas } a)$$

et

$$(2.7) \quad |x_1| + |x_2|^a \leq C(1 + |y'| + |z''|^{p_0}) \quad \text{au cas } b).$$

Nous avons désigné par $x_i = \operatorname{Re} z_i$, $i = 1, 2$, $y' = \operatorname{Im} z'$, $z' = (z_1, z_2)$, $z'' = (z_3, \dots, z_n)$

$$(2.8) \quad d = \min \left(\frac{p_2^0}{p_1^0}, \frac{\gamma_2^1}{\gamma_1^1} \right) \quad \text{et} \\ p_0 = \max_j \left(\frac{p_j}{p_1^0 - \alpha_1^j - \alpha_2^j \gamma_1^2}, \frac{p_j}{p_2^0 - \alpha_2^j - \alpha_1^j \gamma_2^1} \right), \quad p_j = \deg P_j.$$

DÉMONSTRATION. Nous démontrerons le théorème seulement dans la cas *a*), la démonstration dans le cas *b*) étant analogue.

Nous désignerons par $N' = \{z \in N(P), |x_1|^{\gamma_1^1} + |x_2|^{\gamma_2^1} \leq C(1 + |y'|)\}$ et par $N'' = N \setminus N'$, C étant une constante positive suffisamment grande. Si $z \in N'$, (2.6) est évidemment satisfaite. Soit $z \in N''$. En raisonnant comme dans [1] (Friberg) on montre que si C est suffisamment grand, il existe une constante $c > 0$ telle que l'inégalité

$$(2.9) \quad |x_1|^{\gamma_1^1} + |x_2|^{\gamma_2^1} > C(1 + |y'|)$$

étant satisfaite nous avons

$$(2.10) \quad |P_0(x' + iy')| \geq cP_0(x').$$

En utilisant (1.3) point 2) il résulte

$$(2.11) \quad |x_1|^{p_1^0} + |x_1|^a |x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} \leq C_1(|P_0(x')| + 1).$$

De (2.10) et (2.11) il résulte

$$(2.12) \quad |x|^{p_1^0} + |x_1|^a |x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} \leq C_2(|P(z')| + 1)$$

et par conséquent

$$(2.13) \quad |x_1|^{p_1^0} + |x_1|^a |x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} \leq C_3 \left(\sum_{j=1}^l |P_j(z'')| |z'^{\alpha_j}| + 1 \right).$$

Soit un terme de degré p_j du polynôme P_j , $a_j z''^{\beta}$ où $|\beta| = p_j$ et soit $M(\alpha'_j, \alpha''_j)$.

Pour démontrer l'inégalité (2.6) nous considérons deux cas: quand le point M est situé dans le triangle OBC et quand le point M est situé dans le triangle OAC . Nous ferons la démonstration dans le

cas où M est situé dans le triangle OBC , la démonstration dans le second cas étant symétrique.

Si M est situé dans le triangle OBC nous avons:

$$(2.14) \quad |a, z''^\beta| |z'^{\alpha'}| \leq C_4 (|x_1|^{\alpha'_1} |x_2|^{\alpha'_2} + |x_1|^{\alpha'_1} |y_2|^{\alpha'_2} + |x_2|^{\alpha'_2} |y_1|^{\alpha'_1} + |y_1|^{\alpha'_1} |y_2|^{\alpha'_2}) |z''^{p_j}|.$$

Si $p_1^0 \geq p_2^0$

$$(2.15) \quad |x_1|^{\alpha'_1} |x_2|^{\alpha'_2} |z''^{p_j}| \leq C_5 (|x_1|^a |x_2|^b + |x_2|^{p_1^0} + |z''|^{ap_1 p_1^0 / (ap_1^0 - p_1^0 \alpha'_1 + b \alpha'_2 - a \alpha'_2)}).$$

Si $p_1^0 < p_2^0$ nous désignerons par

$$A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2, |x_2|^b \geq |x_1|^{p_1^0 - a}\}; \quad B = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2, |x_2|^b < |x_1|^{p_1^0 - a}\}.$$

Quand $x' \in A$ nous avons

$$|x_1|^{p_1^0} + |x_1|^a |x_2|^b + |x_2|^{p_2^0} \geq C_6 (|x_1|^{p_1^0} + |x_2|^{p_2^0})$$

et nous obtenons, de nouveau (2.15).

Quand $x' \in B$ nous avons

$$(2.16) \quad |x_1|^{\alpha'_1} |x_2|^{\alpha'_2} |z''^{p_j}| \leq C_7 (|x_1|^{p_1^0} + |z''|^{bp_1 p_1^0 / (bp_1^0 - \alpha'_1 b + \alpha'_2 p_2^0 - a \alpha'_2)}).$$

Mais du fait que $a < p_1^0 < p_2^0$ nous obtenons

$$(2.17) \quad \frac{bp_1 p_1^0}{p_1^0 b - \alpha'_1 b + \alpha'_2 p_2^0 - a \alpha'_2} \leq \frac{bp_1 p_1^0}{p_1^0 b - p_1^0 \alpha'_2 + \alpha'_2 a - b \alpha'_1}.$$

Le second terme du membre droit de (2.14) est majoré de la manière suivante:

$$(2.18) \quad |x_1|^{\alpha'_1} |y_2|^{\alpha'_2} |z''^{p_j}| \leq C_8 (|x_1|^{p_1^0} + |y_2|^{p_2^0 / \gamma_1^2} + |z''|^{p_1 p_1^0 b / (p_1^0 b - p_1^0 \alpha'_2 + a \alpha'_1 - b \alpha'_1)}).$$

En procédant analogiquement avec les deux termes suivants de (2.14) et en faisant aussi usage du fait que $\gamma_1^2 < 1$, nous obtenons (2.6). Le théorème est ainsi démontré.

Nous donnerons maintenant le théorème d'unicité du problème de Cauchy avec des données nulles sur L pour l'équation (0.1). Posons

$$(2.19) \quad I(\xi) = I'_1(\xi_1) I'_2(\xi_2) I''(\xi'')$$

où $I'_1(\xi_1) = \exp(A_1 |\xi_1|^{1/(1-\gamma_1^*)})$

$$(2.20) \quad I'_2(\xi_2) = \begin{cases} \exp(A_2 |\xi_2|^{1/(1-\gamma_2^*)}) & \text{au cas } a), \\ \exp(A_2 |\xi_2|^{1/(1-c_1)}) & \text{au cas } b), \end{cases}$$

c_1 étant un nombre quelconque tel que $0 < c_1 < 1$ et

$$(2.21) \quad I''(\xi'') = \begin{cases} \exp(A'' |\xi''|^{p_0/(p_0-1)}) & \text{si } p_0 > 1, \\ \exp(A'' |\xi''|^{1/(1-c_2)}) & \text{si } p_0 \leq 1, \end{cases} \quad 0 < c_2 < 1.$$

THÉORÈME 2.2. Soit $P(D)$ un opérateur partiellement multiquasi-elliptique en ξ' tel que la condition 2.5 soit satisfaite. Alors le problème de Cauchy à données initiales sur L a une solution unique dans l'ensemble des distributions définies sur $\mathbb{R}^n$ et appartenant à $\mathcal{E}_{\gamma}^q$ (pour la définition de l'espace $\mathcal{E}_{\gamma}^q$, voir [7]).

DÉMONSTRATION. Nous désignerons par L_1 le hyperplan $\xi_1 = 0$. Du théorème 2.1 et du théorème 2 de [8] il résulte que toute solution de l'équation (0.1) appartenant à $\mathcal{E}_{\gamma}^q$ s'annulant ainsi que toutes ses dérivées en ξ' sur L , s'annule ainsi que toutes ses dérivées en ξ_1 sur L_1 .

En procédant de la même manière qu'à la démonstration du théorème 2.1, nous obtenons que sur $N(P)$ on a l'inégalité

$$(2.22) \quad |x_2| \leq C(1 + |y_2| + |z_1|^{1/\gamma_1^*} + |z''|^{p_0}).$$

En appliquant de nouveau le théorème 2 de [8] et en utilisant (2.22) il résulte que toute solution de l'équation (0.1) appartenant à l'espace $\mathcal{E}_{\gamma}^q$ est identiquement nulle. Le théorème est démontré.

THÉORÈME 2.3. Soit un $\varepsilon > 0$ arbitraire. Il existe une solution $u \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$ de l'équation (0.1) s'annulant ainsi que toutes ses dérivées en ξ' sur L , qui satisfait l'inégalité

$$(2.23) \quad |u(\xi)| \leq C \exp[Z(|\xi_1|^{1/(1-\gamma_1^*)} + |\xi_2|^{1/(1-\gamma_2^*)} + |\xi''|^{p_0/(p_0-1)+\varepsilon})]$$

dans le cas a) et respectivement

$$(2.24) \quad |u(\xi)| \leq C \exp [A(|\xi_1|^{1/(1-\gamma_1^1)} + |\xi_2| + |\xi''|^{p_0/(p_0-1)+\varepsilon})]$$

dans le cas b), mais laquelle n'est pas identiquement nulle.

DÉMONSTRATION. Supposons, pour faire un choix, que dans (2.8) nous avons

$$(2.25) \quad p_0 = \frac{p_j}{p_1^0 - \alpha_1^j - \alpha_2^j \gamma_1^2}.$$

Parmi tous les polynômes $P_j(\xi'')$ du développement (2.3) nous considérons ceux pour lesquels on a (2.25) et si un tel polynôme n'existe pas, nous considérons ceux pour lesquels on a

$$(2.26) \quad p_0 = \frac{p_j}{p_2^0 - \alpha_2^j - \alpha_1^j \gamma_2^1}.$$

Dans le premier cas nous considérons l'équation

$$(2.27) \quad P(a_1, s, a_2 s^{(p_1^0 - a - \delta)/b}, v \xi_0) = 0$$

et dans le second cas l'équation

$$(2.28) \quad P(a_1 s^{(p_2^0 - b - \delta)/a}, a_2 s, v \xi_0) = 0$$

où a_1 , a_2 et δ sont choisis de la même manière que dans la démonstration du théorème 5, dans [8]. En procédant de la même manière qu'à la démonstration de ce théorème nous obtenons la solution $u \in C^\infty$ qui satisfait le théorème énoncé.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. FRIBERG, *Principal parts and canonical factorizations of hypoelliptic polynomials in two variables*, Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, **37** (1967), pp. 112-132.
- [2] J. FRIBERG, *Multi-quasielliptic polynomials*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, **21** (1967), pp. 239-260.

- [3] L. GÅRDING - B. MALGRANGE, *Opérateurs différentiels partiellement hypo-elliptiques et partiellement elliptiques*, Math. Scand., **9** (1961), pp. 5-21.
- [4] E. GORINE, *Equations différentielles partiellement hypoelliptiques à coefficients constants* (en russe), Sibirski Mat. J., **3** (1962), pp. 500-526.
- [5] V. GROUCHINE, *Une connexion entre propriétés locales et globales des opérateurs hypoelliptiques à coefficients constants* (en russe), Mat. Sbornik **66**, **4** (1965), pp. 525-550.
- [6] L. HÖRMANDER, *Linear partial differential operators*, Springer, 1963.
- [7] V. P. PALAMODOV, *Opérateurs différentiels linéaires à coefficients constants* (en russe), Moscou, 1967.
- [8] O. BERECHET, *Le problème de Cauchy pour opérateurs partiellement semi-elliptiques*, a paraître dans Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, **57** (1977).

Manoscritto pervenuto in redazione il 10 settembre 1977.