

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

P. CAZES

J. MOREAU

P.-A. DOUDIN

Étude des variabilités interindividuelles et intraindividuelles dans un questionnaire où toutes les questions ont le même ensemble de modalités. Application à une recherche sur le développement de l'intelligence

Revue de statistique appliquée, tome 42, n° 2 (1994), p. 5-25

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1994__42_2_5_0

© Société française de statistique, 1994, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue de statistique appliquée » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

**ÉTUDE DES VARIABILITÉS
INTERINDIVIDUELLES ET INTRAINDIVIDUELLES
DANS UN QUESTIONNAIRE OÙ TOUTES LES QUESTIONS
ONT LE MÊME ENSEMBLE DE MODALITÉS**
Application à une recherche sur le développement de l'intelligence

P. Cazes (1), J. Moreau (2), P.-A. Doudin (3)

(1) Lise Ceremade, Université Paris IX – Dauphine, Place du Maréchal de Lattre de Tassigny,
75775 Paris Cedex 16

(2) Centre Vaudois de Recherches Pédagogiques, 56 rue Marterey, 1005 Lausanne, Suisse

(3) Centre Vaudois de Recherches Pédagogiques et Université de Lausanne

RÉSUMÉ

On considère un tableau disjonctif complet k_{IC} où chaque question q ($q \in Q$) admet le même ensemble J de modalités, auquel cas $C = J \times Q$, et on développe un certain nombre d'analyses interclasses et intraclasses permettant de mieux faire ressortir les effets interindividuels (effets généraux ressortant déjà souvent dans l'analyse des correspondances du tableau k_{IC}) et intraindividuels (dispersion de chaque sujet quant à ses réponses aux différentes questions). Un exemple d'application à des tests de développement de l'intelligence, administrés à 50 écoliers suisses dont 25 sont en difficulté scolaire, est détaillé à la fin de l'article.

Mots-clés : *Analyse des correspondances, questionnaire, tableau disjonctif complet, analyses intraclasses et interclasses, dysharmonie cognitive, difficultés d'apprentissage.*

SUMMARY

We considere a complete disjunctive table k_{IC} where each question q ($q \in Q$) have the same set of categories J , so $C = J \times Q$, and we develop some interclass and intraclass analyses able to point out an interindividual effect (general effects often given by the correspondence analysis of the table k_{IC}) and intraindividual effect (dispersion of each subject answers to different questions). We detail at the end of the article an application concerning intelligence development tests given to 50 swiss scholars, 25 with school disabilities.

Key-words : *Correspondence analysis, questionnaire, complete disjunctive table, intra and interclass analysis, cognitive disharmony, learning disabilities.*

1. Introduction

On considère ici un questionnaire administré à un ensemble I de n individus. Soit Q l'ensemble des questions et J_q l'ensemble des modalités de la question q

($q \in Q$). On suppose dans toute la suite sauf au § 2.1 que tous les ensembles J_q sont identiques à un même ensemble J :

$$\forall q \in Q : J_q = J \quad (0)$$

Ceci est par exemple le cas dans les enquêtes d'opinion où l'on a la même échelle de réponses pour chaque question, par exemple : tout à fait d'accord; plutôt d'accord; pas d'accord; pas du tout d'accord; sans opinion (*cf.* enquêtes d'opinion C.E.A., E.D.F., A.E.S.O.P. (1984)).

Ceci est encore le cas si les questions correspondent à un ensemble de matières et si on note le niveau de chaque individu (par ex. très bien, bien, assez bien, passable, insuffisant) à chaque matière; un autre exemple est relatif à des appréciations d'experts (les individus) selon un barème fixé (l'ensemble J). Notre application concerne les niveaux de conduite de 50 écoliers suisses à des tests de développement de l'intelligence (voir § 4).

On notera (j, q) la modalité j de J lorsqu'elle se réfère à la question q , et on désignera par C l'union disjointe des J_q et par k_{IC} le tableau disjonctif complet associé :

$$\left. \begin{aligned} C &= \cup \{J_q \mid q \in Q\} \\ \forall i \in I, \forall (j, q) \in J_q : k(i, (j, q)) &= 1 \text{ si } i \text{ adopte la modalité } (j, q) \\ &= 0 \text{ sinon.} \end{aligned} \right\} \quad (1) \quad (2)$$

On obtient en général dans l'Analyse Factorielle des Correspondances (A.F.C.) du tableau disjonctif complet k_{IC} un premier facteur qui est un facteur de taille (ou de niveau) avec un fort effet Guttman dans le premier plan factoriel. Les individus sont alors classés sur le premier axe suivant leur niveau général et les modalités d'une même question se retrouvent dans leur ordre naturel suivant cet axe, les modalités (j, q) ($q \in Q$) associées à un même niveau j étant proches dans le premier plan factoriel.

Cette analyse fait ainsi peu ressortir la variabilité intraindividuelle (*i.e.* la dispersion des individus quant à leur réponse ou leur niveau aux différentes questions); cette dispersion, n'apparaissant que sur des axes d'ordre élevé, risque alors soit de ne pas être décelée, soit d'apparaître moins clairement. Il est donc intéressant de faire des analyses spécifiques permettant de bien séparer les effets interindividuels (effets généraux) et intraindividuels. C'est le but de cet article. Au § 2 nous faisons des rappels sur l'analyse interclasses et l'analyse intraclasse dans le cas d'un tableau k_{IC} quelconque, dont l'ensemble C est muni d'une partition; puis au § 3, nous appliquons les résultats obtenus au cas du tableau disjonctif complet défini ci-dessus, ce qui permet d'analyser les variations interindividuelles et intraindividuelles. Enfin au § 4, nous donnons un exemple d'application.

2. Rappels et compléments sur les analyses interclasses et intraclasses en analyse des correspondances

2.1. Cas d'un tableau k_{IC} dont l'ensemble C est muni d'une partition

On considère ici un tableau de correspondances k_{IC} quelconque (ce n'est donc pas en général un tableau disjonctif complet) défini sur le produit de deux ensembles finis I et C et l'on suppose que C est muni d'une partition définie par :

$$C = \{Q_j \mid j \in J\} \quad (3)$$

A cette partition correspond une décomposition de l'inertie totale $I_T(k_{IC})$ dans l'A.F.C. de k_{IC} en une inertie interclasses $I_B(k_{IC})$ et une inertie intraclasses $I_W(k_{IC})$ et l'on a :

$$I_T(k_{IC}) = I_W(k_{IC}) + I_B(k_{IC}) \quad (4)$$

On sait (Benzécri, 1983; Cazes & Moreau, 1991) que l'on peut décomposer de façon optimale les deux inerties précédentes en effectuant une analyse interclasses et une analyse intraclasses.

L'analyse interclasses revient à effectuer l'A.F.C. du tableau m_{IJ} de terme général $m(i, j)$ obtenu en sommant les termes de k_{IC} sur chaque classe Q_j , soit :

$$\forall i \in I, \forall j \in J : m(i, j) = \sum \{k(i, c) \mid c \in Q_j\} \quad (5)$$

ce qui revient encore à remplacer dans le tableau k_{IC} tout bloc k_{IQ_j} par sa marge sur I .

L'analyse intraclasses de k_{IC} est définie par l'A.F.C. du tableau r_{IC} de terme général :

$$\forall i \in I, \forall c \in Q_j : r(i, c) = k(i, c) - \frac{m(i, j)k(\cdot, c)}{m(\cdot, j)} + \frac{k(i, \cdot)k(\cdot, c)}{k} \quad (6)$$

$k(i, \cdot)$, (resp. $k(\cdot, c)$; $m(\cdot, j)$) désignant respectivement (suivant des notations classiques) le $i^{\text{ème}}$ (resp. $c^{\text{ème}}$; $j^{\text{ème}}$) terme de la marge sur I (resp. C ; J) du tableau k_{IC} (resp. k_{IC} ; m_{IJ}) et k le total des éléments de k_{IC} . On vérifie immédiatement que les tableaux k_{IC} et r_{IC} ont mêmes marges et que la marge sur I de ces deux tableaux est identique à la marge sur I de m_{IJ} .

Supposons maintenant que l'on ait un second tableau h_{KC} ayant même marge sur C que k_{IC} et désignons par n_{KJ} et s_{KC} les tableaux permettant de réaliser respectivement l'analyse interclasses et l'analyse intraclasses de h_{KC} relativement à la partition de C définie par les Q_j .

Posons $\Gamma = I \cup K$, et désignons par $k'_{\Gamma C}$ le tableau obtenu par superposition de k_{IC} et h_{KC} :

$$k'_{\Gamma C} = \begin{pmatrix} k_{IC} \\ h_{KC} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Alors, on vérifie immédiatement que si m'_{IJ} et r'_{IC} désignent les tableaux dont l'A.F.C. réalise respectivement l'analyse interclasses et l'analyse intraclasse de k'_{IC} relativement à la partition de C définie par les Q_j , on a :

$$m'_{IJ} = \begin{pmatrix} m_{IJ} \\ n_{KJ} \end{pmatrix}; r'_{IC} = \begin{pmatrix} r_{IC} \\ s_{KC} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Par ailleurs, si $I_T(U)$ désigne l'inertie totale dans l'A.F.C. du tableau U , on a :

$$\left. \begin{aligned} I_T(k_{IC}) &= I_T(m_{IJ}) + I_T(r_{IC}) \\ I_T(h_{KC}) &= I_T(n_{KJ}) + I_T(s_{KC}) \\ I_T(k'_{IC}) &= I_T(m'_{IJ}) + I_T(r'_{IC}). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Ces décompositions correspondent à la décomposition usuelle de l'inertie totale en inertie interclasses et inertie intraclasse.

Les tableaux k_{IC} et h_{KC} ayant mêmes marges sur C , l'inertie totale $I_T(k'_{IC})$ issue de l'A.F.C. de k'_{IC} est la moyenne (cf. Cazes, 1980) des inerties des tableaux k_{IC} et h_{KC} :

$$I_T(k'_{IC}) = (I_T(k_{IC}) + I_T(h_{KC}))/2 \quad (10)$$

On a de même :

$$I_T(m'_{IJ}) = (I_T(m_{IJ}) + I_T(n_{KJ}))/2 \quad (11)$$

$$I_T(r'_{IC}) = (I_T(r_{IC}) + I_T(s_{KC}))/2 \quad (12)$$

Remarque : tous les résultats précédents se transposent si, au lieu d'avoir une partition de C , on a une partition de I et si l'on accole au tableau k_{IC} un tableau h_{ID} ayant même marge sur I que k_{IC} .

2.2. Cas d'un tableau ternaire

Dans ce cas, on a $C = J \times Q$ et tout élément c de C est de la forme (j, q) avec $j \in J$ et $q \in Q$. On a alors :

$$Q_j = \{(j, q) \mid q \in Q\} \quad (13)$$

Le tableau k_{IC} est alors la juxtaposition des tableaux $(k_q)_{IJ} = k_{IJ_q}$ ($q \in Q$) en posant :

$$J_q = J \times \{q\}$$

Le tableau m_{IJ} est alors la somme des tableaux $(k_q)_{IJ}$ et correspond à la marge binaire k_{IJ} du tableau $k_{IC} = k_{IJQ}$.

Nous serons amenés (cf. § 3) à juxtaposer au tableau k_{IC} le tableau h_{QC} défini par :

$$\left. \begin{aligned} \forall q' \in Q, \forall (j, q) \in C : h(q', (j, q)) &= k(\cdot, (j, q))\delta_q^{q'} \\ &= k(\cdot, (j, q)) \text{ si } q = q' \\ &= 0 \text{ si } q \neq q' \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Le tableau h_{QC} a par construction même marge sur C que k_{IC} et le tableau n_{QJ} associé à l'analyse interclasses de h_{QC} n'est autre que le tableau de marge binaire k_{QJ} du tableau k_{IC} . Le tableau s_{QC} associé à l'inertie intraclasses de h_{QC} a pour terme général :

$$\begin{aligned} \forall q' \in Q, \forall (j, q) \in C : s(q', (j, q)) \\ = k(\cdot, (j, q))\delta_q^{q'} - \frac{k(\cdot, (j, q))k(\cdot, j, q')}{k(\cdot, j, \cdot)} + \frac{k(\cdot, \cdot, q')k(\cdot, (j, q))}{k} \end{aligned} \quad (15)$$

avec;

$$\left. \begin{aligned} k(\cdot, j, \cdot) &= \sum \{k(\cdot, (j, q)) \mid q \in Q\} \\ k(\cdot, \cdot, q') &= \sum \{k(\cdot, (j, q')) \mid j \in J\} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Remarques :

1) L'A.F.C. du tableau h_{QC} est triviale; en effet en regroupant les colonnes proportionnelles, cette A.F.C. est équivalente à l'A.F.C. du tableau diagonal d'ordre $\text{Card}(Q)$, dont le $q^{\text{ème}}$ élément diagonal est égal à $k(\cdot, \cdot, q)$. L'espace factoriel non trivial issu de l'A.F.C. de h_{QC} est donc sphérique, de multiplicité $\text{Card}(Q) - 1$ et relatif à la valeur propre 1.

On a donc

$$I_T(h_{QC}) = \text{Card}(Q) - 1 \quad (17)$$

2) Si $\forall j \in J, \forall q \in Q : k(\cdot, (j, q)) = a_q$, alors la formule donnant s_{QC} se simplifie et l'on a $s_{QC} = h_{QC}$, ce résultat restant valable si $\forall j \in J, \forall q \in Q : k(\cdot, (j, q)) = a_j$. Dans les deux cas, l'inertie interclasses associée au tableau h_{QC} est nulle.

3) Posons $I_1 = I \times Q$, on peut alors considérer le tableau que nous noterons K_{I_1J} obtenu en superposant les blocs $(k_q)_{IJ}$ (au lieu de les accoler pour obtenir le tableau k_{IC}). I_1 est alors muni de la partition définie par les $Q_i = \{(i, q) \mid q \in Q\}$, et l'on peut reprendre toutes les considérations précédentes, après interversion des rôles de I et J . On peut simplement noter que le tableau associé à l'analyse interclasses de K_{I_1J} n'est autre que le tableau m_{IJ} puisque c'est la somme des tableaux $(k_q)_{IJ}$.

3. Cas du tableau disjonctif complet dont les ensembles de modalités associés à chaque question sont identiques

3.1. Introduction

On se place dans les conditions définies au § 1, ce qui revient à se placer dans un cas particulier du tableau ternaire défini au § 2.2. Les trois tableaux de marge binaire k_{IJ} , k_{JQ} et k_{IQ} du tableau disjonctif complet $k_{IC} = k_{IJQ}$ s'interprètent aisément : le terme général $k(i, j)$ de k_{IJ} n'est autre que le nombre de fois que l'individu i a choisi la modalité j , tandis que le terme général $k(j, q)$ du tableau k_{JQ} (qui n'est autre que la marge sur C de k_{IC}) correspond au nombre de fois que la modalité j de la question q a été choisie; enfin, le tableau k_{IQ} est un tableau composé uniquement de 1.

En ce qui concerne les termes généraux $k(i, \cdot, \cdot)$, $k(\cdot, j, \cdot)$, $k(\cdot, \cdot, q)$ des marges k_I, k_J, k_Q sur I, J, Q respectivement, on a $k(i, \cdot, \cdot) = \text{Card}(Q)$, $k(\cdot, \cdot, q) = \text{Card}(I) = n$, tandis que $k(\cdot, j, \cdot)$ est le nombre total de fois que la modalité j a été choisie.

Nous allons maintenant détailler les analyses permettant de déceler les effets interindividuels et les variations intraindividuelles dont il était question dans l'introduction.

3.2. Analyses déduites du tableau disjonctif complet k_{IC}

Nous avons vu (cf. § 2.2) que l'analyse interclasses de k_{IC} relativement à la partition de C définie par les Q_j revient à effectuer l'A.F.C. du tableau de marge binaire $m_{IJ} = k_{IJ}$ recensant pour un individu i et une modalité (ou niveau) j le nombre de fois que i a adopté j . L'A.F.C. de ce tableau permet de différencier les individus suivant la manière dont ils choisissent les modalités (indépendamment des questions); modalités extrêmes pour certains, traduisant soit des niveaux très différents (dans le cas d'écouliers jugés selon plusieurs critères), soit des opinions très tranchées (dans le cas d'une enquête d'opinion); modalités centrales pour d'autres, traduisant des niveaux moyens, ou des opinions peu tranchées, etc.

Si l'on veut s'affranchir de la façon personnelle dont chaque sujet utilise l'échelle des niveaux mise à sa disposition (ce qui revient à s'affranchir de l'équation personnelle des sujets), on effectuera l'analyse intra-classes de k_{IC} , ce qui revient à effectuer l'A.F.C. du tableau r_{IC} défini par (6), où il faut remplacer le tableau m_{IJ} par k_{IJ} .

Remarque : pour représenter les questions sur les axes factoriels issus des analyses précédentes, on peut superposer au tableau k_{IC} le tableau h_{QC} défini au § 2.2 à partir du tableau de marge k_{JQ} . Si on place ce tableau en élément supplémentaire, la représentation de chaque question sur les axes factoriels issus de k_{IC} est sans intérêt puisqu'elle est située à l'origine. On pourra alors effectuer l'A.F.C. du tableau $k'_{\Gamma C}$ (avec $\Gamma = I \cup Q$) superposition de k_{IC} et h_{QC} , et les analyses interclasses et intra-classes associées. Notons que l'analyse interclasses revient à faire l'A.F.C. du tableau $m'_{\Gamma J}$, superposition des tableaux de marge binaire non triviaux k_{IJ} et k_{QJ} .

3.3. Analyses déduites du tableau K_{I_1J}

Rappelons (cf. 3^{ème} remarque à la fin du § 2.2) que le tableau K_{I_1J} (où $I_1 = I \times Q$) est la superposition des blocs $(k_q)_{IJ}$ du tableau disjonctif complet. La marge sur I_1 de K_{I_1J} est la marge constante dont tous les termes valent 1, tandis que sa marge sur J est égale à la marge sur J des tableaux k_{IJQ} et $m_{IJ} (= k_{IJ})$.

Notons que l'A.F.C du tableau K_{I_1J} est triviale puisqu'en regroupant les lignes proportionnelles (ici identiques), elle se réduit à l'analyse d'un tableau diagonal dont le $j^{\text{ème}}$ terme diagonal est égal à $k(\cdot, j, \cdot)$, nombre de fois que l'item j a été adopté. L'espace factoriel non trivial issu de l'A.F.C de K_{I_1J} est donc sphérique et associé à la valeur propre 1. On peut aussi remarquer que l'inertie totale issue de l'A.F.C de K_{I_1J} est égale à celle issue de l'A.F.C de k_{IJQ} , ces deux inerties étant égales à $\text{Card}(J) - 1$.

L'ensemble I_1 étant muni de la partition définie par les $Q_i = \{(i, q) \mid q \in Q\}$, on peut effectuer l'analyse interclasses et l'analyse intraclasse de K_{I_1J} , ces deux analyses étant non triviales contrairement à celle de K_{I_1J} .

L'analyse interclasses revient à faire l'A.F.C du tableau $M_{IJ} = m_{IJ} = k_{IJ}$ tandis que l'analyse intraclasse revient à faire l'A.F.C du tableau R_{I_1J} dont le terme général est défini par :

$$\forall (i, q) \in I_1, \forall j \in J : R((i, q), j) = k(i, j, q) - \frac{k(i, j, \cdot)}{\text{Card}(Q)} + \frac{k(\cdot, j, \cdot)}{n\text{Card}(Q)} \quad (18)$$

$k(i, j, q)$ désignant le terme général de k_{IJQ} , $k(i, j, \cdot)$ et $k(\cdot, j, \cdot)$ les termes généraux des marges k_{IJ} et k_J de k_{IJQ} .

L'A.F.C. de R_{I_1J} permet d'explorer la manière dont se distinguent les modalités identiques (de même niveau) des différentes questions sur l'ensemble des individus.

Pour représenter les questions sur les axes factoriels issus des analyses précédentes, on accole au tableau K_{I_1J} le tableau h_{I_1Q} défini par :

$$\left. \begin{aligned} \forall q' \in Q, \forall (i, q) \in I_1 : h((i, q), q') &= k(i, \cdot, q)\delta_q^{q'} = \delta_q^{q'} \\ &= 1 \text{ si } q = q' \\ &= 0 \text{ si } q \neq q' \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

tableau qui a même marge sur I_1 que K_{I_1J} à savoir la marge constante de terme général égal à 1 et dont la marge sur Q est également la marge uniforme de terme général égal à n .

Le tableau ainsi défini et que nous noterons $K'_{I_1J'}$, (avec $J' = J \cup Q$)

$$K'_{I_1J'} = (K_{I_1J}, h_{I_1Q}) \quad (20)$$

peut être considéré comme un tableau disjonctif complet avec deux questions. On sait (Benzécri, 1977) que l'A.F.C. du tableau $K'_{I_1J'}$ est équivalente à l'A.F.C. du tableau croisant l'ensemble des niveaux J avec l'ensemble des questions Q , tableau qui n'est rien d'autre que la marge binaire k_{JQ} du tableau k_{IJQ} . L'A.F.C. de $K'_{I_1J'}$ est

donc l'analyse des liaisons entre l'ensemble des modalités J et l'ensemble des questions Q .

Relativement à la partition de I_1 définie par les Q_i l'inertie interclasses du bloc h_{I_1Q} est nulle; en effet le tableau n_{IQ} dont l'A.F.C. réalise l'analyse interclasses de h_{I_1Q} est le tableau de marge binaire k_{IQ} dont tous les éléments valent 1. Il en résulte que le tableau s_{I_1Q} qui réalise l'analyse intraclasse de h_{I_1Q} est identique à h_{I_1Q} .

Le tableau $M'_{IJ'}$ dont l'A.F.C. réalise l'analyse interclasses de $K'_{I_1J'}$ étant (cf. § 2.1) le tableau

$$M'_{IJ'} = (m_{IJ}, n_{IQ}) = (k_{IJ}, k_{IQ}) \quad (21)$$

et l'inertie associée à l'A.F.C. de k_{IQ} étant nulle, l'A.F.C. de $M'_{IJ'}$ est équivalente à celle de k_{IJ} . Les trois analyses interclasses (analyse de k_{IC} , C étant muni de la partition définie par les Q_j , analyse de K_{IJ} et $K'_{I_1J'}$, I_1 étant muni de la partition définie par les Q_i) sont donc équivalentes.

On peut noter, puisque la marge sur I de k_{IJ} est constante, que l'inertie interclasses (ou interindividuelle) est nulle dans les trois analyses précédentes, si tous les termes d'une même colonne du tableau k_{IJ} sont égaux. L'inertie interindividuelle est donc nulle lorsqu'une modalité est adoptée avec la même fréquence par tous les individus. L'analyse interindividuelle (*i.e.* l'A.F.C. de k_{IJ}) précise en quoi les individus s'écartent de ce modèle.

D'après ce qui précède, l'analyse intraclasse (intraindividuelle) de $K'_{I_1J'}$ revient à effectuer l'A.F.C. du tableau

$$R'_{I_1J'} = (R_{I_1J}, h_{I_1Q}) \quad (22)$$

Contrairement aux analyses interclasses, les différentes analyses intraclasse, qui sont d'ailleurs associées à des tableaux de formats différents, ne sont pas équivalentes. On peut simplement noter que le passage de l'analyse intraclasse de K_{I_1J} (A.F.C. de R_{I_1J}) à celle de $K'_{I_1J'}$ (A.F.C. de $R'_{I_1J'}$) revient simplement à accoler au tableau R_{I_1J} le bloc h_{I_1Q} permettant de déceler à quelle question q se réfère un élément de I_1 , de la même façon que le passage de K_{I_1J} à $K'_{I_1J'}$ revient à accoler h_{I_1Q} à K_{I_1J} .

3.4. Quelques considérations d'inertie

Nous avons déjà vu que :

$$\left. \begin{aligned} I_T(k_{IC}) &= I_T(K_{IJ}) &= \text{Card}(J) - 1 \\ I_T(h_{I_1Q}) &= I_T(h_{QC}) &= \text{Card}(Q) - 1 \\ I_T(k_{IQ}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Les tableaux k_{IC} et K_{IJ} ayant même inertie totale et même inertie interclasses égale à $I_T(k_{IJ})$, ont donc même inertie intraclasse, soit :

$$I_T(r_{IC}) = I_T(R_{IJ}) \quad (24)$$

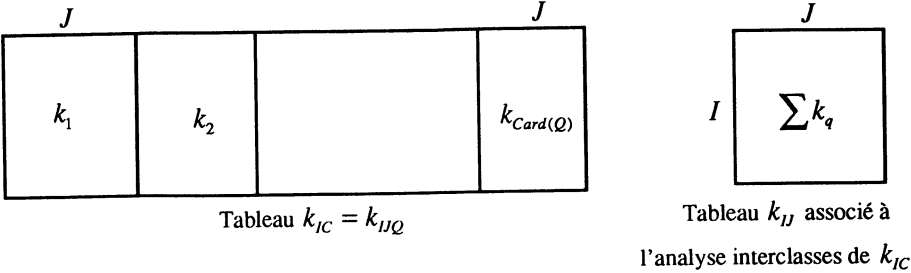


FIGURE 1

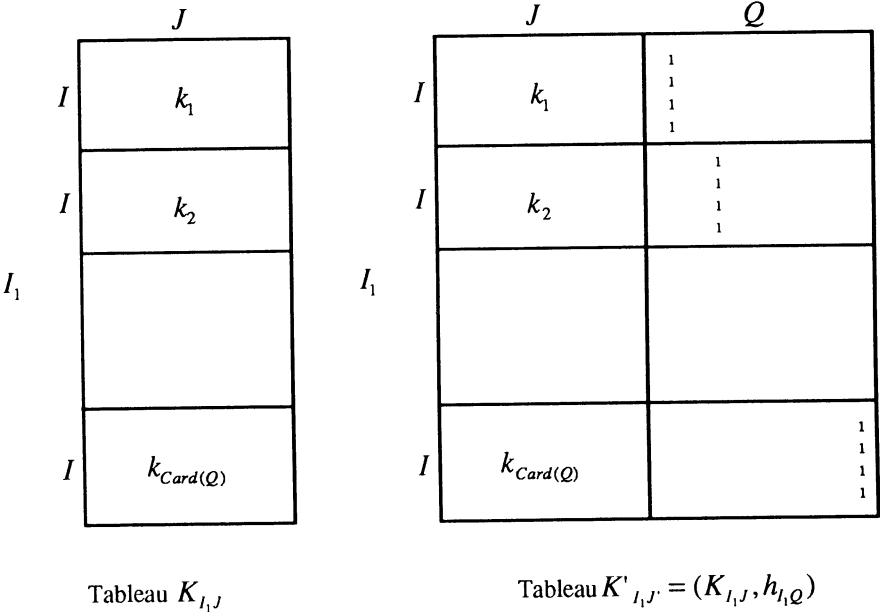


FIGURE 2

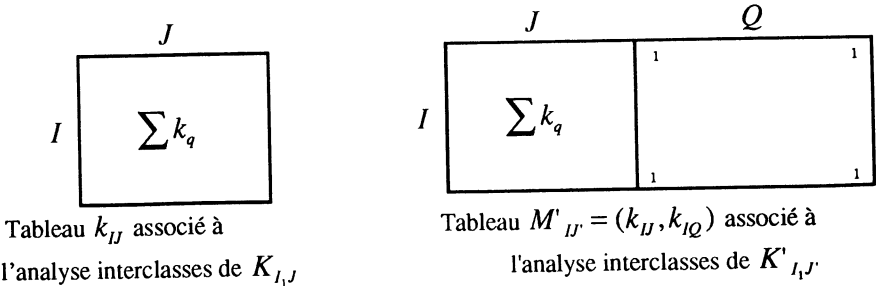


FIGURE 3

Par ailleurs, comme $K'_{I_1 J'} = (K_{I_1 J}, h_{I_1 Q})$, $M'_{I_1 J'} = (k_{I_1 J}, k_{I_1 Q})$, $R'_{I_1 J'} = (R_{I_1 J}, h_{I_1 Q})$ on a :

$$I_T(K'_{I_1 J'}) = (\text{Card}(J) + \text{Card}(Q) - 2)/2 \quad (25)$$

$$I_T(M'_{I_1 J'}) = I_T(k_{I_1 J})/2 \quad (26)$$

$$I_T(R'_{I_1 J'}) = (I_T(R_{I_1 J}) + \text{Card}(Q) - 1)/2 \quad (27)$$

d'où l'on déduit que

$$I_T(R'_{I_1 J'}) \geq (\text{Card}(Q) - 1)/2 \quad (28)$$

$$I_T(R'_{I_1 J'})/I_T(K'_{I_1 J'}) \geq \frac{\text{Card}(Q) - 1}{\text{Card}(J) + \text{Card}(Q) - 2}. \quad (29)$$

Le taux d'inertie intraclasse dans l'A.F.C. de $K'_{I_1 J'}$ est donc artificiellement majoré du fait de la présence du bloc $h_{I_1 Q}$ qui est inaltéré par la transformation faisant passer de $K'_{I_1 J'}$ à $R'_{I_1 J'}$.

4. Application

Cette application est relative à un problème de psychologie du développement de l'intelligence.

4.1. Domaine de l'étude

Afin de découvrir les lois générales régissant le développement intellectuel (épistémologie génétique), Piaget (par ex. 1970, 4^{ème} éd. 1988) a étudié des notions cognitives différentes sur des groupes d'enfants différents. Cette méthode a permis de dégager des *stades* de développement (dans le sens de niveaux d'organisation générale de l'intelligence) et des *synchronismes* de niveaux d'acquisition entre notions différentes appartenant à un même stade de développement.

Les cliniciens (par ex. Gibello, 1983) ont alors eu tendance à considérer les *synchronismes* comme un indice du développement «normal» de l'intelligence et les *décalages* ou *dysharmonies* comme une manifestation pathologique.

A la suite de Reuchlin (1964), des travaux en psychologie différentielle (par ex. Rieben, de Ribaupierre & Lautrey, 1983; Lautrey, de Ribaupierre & Rieben, 1990; de Ribaupierre, Rieben & Lautrey, 1991) ont testé l'hypothèse du synchronisme d'acquisition en investiguant les mêmes sujets dans différents domaines notionnels (plan intraindividuel) ou des sujets différents dans une même situation (plan interindividuel). Pour ce faire, les auteurs ont proposé une méthode originale de notation des conduites (distinguant 6 niveaux) permettant la comparaison d'un domaine à l'autre de la connaissance, ce que la méthode piagétienne ne permettait pas de réaliser de manière précise.

Les résultats ont montré l'ampleur de la variabilité intraindividuelle des niveaux de conduite entre différents domaines notionnels (un sujet peut avoir un niveau de conduite plus élevé dans un domaine X par rapport à un domaine Y, et vice versa pour

un autre sujet). De plus une telle variabilité se retrouve aussi bien chez des sujets avec et sans troubles du développement intellectuel (Doudin, 1991-1992). L'hypothèse d'un synchronisme des niveaux d'acquisition entre notions différentes est ainsi rejetée et les décalages ou dysharmonies ne peuvent être considérés comme un signe de pathologie.

Si chaque sujet se caractérise par une dysharmonie de développement, on peut alors se demander si des populations différentes (dans notre cas, des sujets avec et sans difficultés scolaires) se distinguent par des types différents de dysharmonie. Un tel repérage est utile afin d'établir un diagnostic et de proposer des méthodes de remédiation cognitive. Pour ce faire, il faut pousser plus avant l'étude de la variabilité intraindividuelle à l'aide des instruments statistiques développés au § 3.

4.2. Données et analyses effectuées

Population : dans le cadre du système scolaire du Canton de Genève (Suisse), nous comparons 25 sujets de 11-12 ans (âge moyen 11.9) suivant sans difficulté le cursus scolaire «normal» (classes primaires; programme de 6^{ème} année) avec 25 sujets de 12-13 ans (âge moyen 12.7); ces derniers ont été placés dans un cursus parallèle (classes d'adaptation; programme adapté de 6^{ème} année) suite à des problèmes scolaires importants. Relevons que l'homogénéisation des deux groupes de sujets en fonction du programme suivi a pour conséquence une hétérogénéité de l'âge moyen.

Situation expérimentale : tout d'abord, selon la procédure habituelle à ces épreuves (voir Piaget & Inhelder, 1941, 4^{ème} éd. 1978), on fait passer la *conservation du poids* (items 1 à 3) et la *conservation du volume* (items 4 à 6) d'un objet dont on modifie la forme (une boule est transformée en saucisse, puis en galette et enfin en miettes). Ensuite, on fait passer deux épreuves dont on modifie la passation standard afin de tester la capacité de procéder à un apprentissage. L'épreuve de *dissociation poids-volume* (adaptée de Piaget & Inhelder, 1941, 4^{ème} éd. 1978) comporte une série d'items (items 7 à 13) permettant de découvrir le rôle du volume dans la montée des niveaux d'eau au travers de l'immersion par l'enfant de cylindres de poids et de volume différents. A l'épreuve de *conservation et de mesure du volume* – épreuve dite des îles – (adaptée de Piaget & Inhelder, 1948, 2^{ème} éd. 1973), l'enfant doit anticiper puis construire à l'aide de petits cubes un volume identique à celui d'un bloc-modèle mais sur des surfaces différentes. On distingue 4 phases : un *prétest* (items 14 à 17) où l'enfant anticipe et construit seul différents volumes; une *phase d'apprentissage* durant laquelle l'expérimentateur fournit une série d'aides; un *post-test I* (items 18 et 19) et un *post-test II* (items 20 à 23) consistent à reprendre, tout de suite et deux semaines après la phase d'apprentissage, une partie des constructions mais sans aide.

Codage des conduites : nous avons repris de Rieben *et al.* (*op. cit.*) le système de notation des conduites en 6 niveaux (1 à 6); de plus le niveau 0 regroupe des conduites aberrantes, des problèmes de passation ou encore les absences de réponse du sujet. On code la conduite de chaque sujet à chacun des items des différentes épreuves.

Analyse des données : nous envisagerons successivement les analyses du tableau disjonctif complet k_{IC} , du tableau $K'_{I_1J'}$, du tableau k_{IJ} (analyse intersujets) et enfin des tableaux R_{I_1J} , et $R'_{I_1J'}$ (analyses intrasujets). L'ensemble des 50 sujets

(25 sujets de classes primaires; 25 sujets de classes d'adaptation)¹ correspond à l'ensemble I . L'ensemble Q est défini par les 23 items associés aux épreuves. Chaque item possède des modalités appartenant à l'ensemble $J = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (niveaux de conduite). On détaillera essentiellement l'analyse du tableau $R'_{I_1 J'}$, qui permet de déterminer les associations entre niveaux de conduite et items caractérisant la variabilité intraindividuelle.

4.3. Résultats

4.3.1. Analyse du tableau disjonctif complet k_{IC}

Comme on pouvait s'y attendre, le premier plan factoriel (20.6% de l'inertie dont 12.4% pour le 1^{er} axe) issu de l'analyse du tableau disjonctif complet met en évidence un facteur de réussite (effet Guttman) qui ordonne les niveaux de conduite et oppose les deux groupes primaire et d'adaptation (voir figure 4). Ce facteur important rend difficile l'accès aux caractéristiques intraindividuelles.

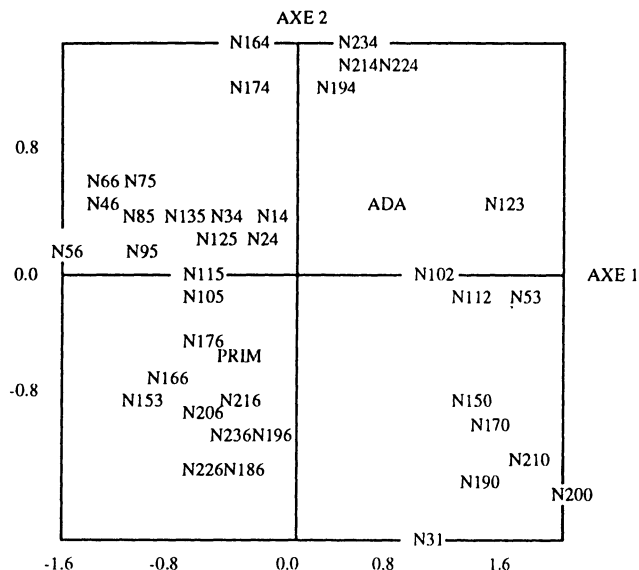


FIGURE 4

Représentation des 30 points dont la contribution absolue est la plus forte sur le premier plan factoriel issu de l'analyse du tableau k_{IC}

Légende : par ex. N123 = item 12, niv. de conduite 3;

PRIM = sujets de classe primaire; ADA = sujets de classe d'adaptation.

¹ Ces groupes scolaires sont représentés sur les plans factoriels issus des A.F.C. de k_{IC} et de k_{IJ} par les centres de gravités (PRIM et ADA) des individus de chaque groupe (voir figures 4 et 6). Dans l'A.F.C. du tableau $K'_{I_1 J'}$, les deux groupes sont représentés par les centres de gravité (PRIM et ADA) des profils des $25 \times 23 = 575$ lignes du tableau $K'_{I_1 J'}$ associés aux conduites des élèves de chaque groupe (voir figure 5). Ces points ne figurent pas sur les plans factoriels issus des A.F.C. de $R_{I_1 J}$ et de $R'_{I_1 J'}$ car ils coïncident par construction avec le centre de gravité total (voir figures 7, 8 et 9).

4.3.2. Analyse du tableau $K'_{I_1 J'}$ (cf. figure 5)

Les axes factoriels issus de cette analyse qui est, rappelons-le, équivalente à celle du tableau k_{JQ} soulignent des associations privilégiées entre les niveaux de conduite et les items. L'inertie intraclasse associée à la partition définie par les sujets sur l'ensemble I_1 (i.e. l'inertie associée au tableau $R'_{I_1 J'}$) est égale à 13.6. Elle prend en compte les 97.1% de l'inertie totale $(14.0)^2$; cependant l'inertie intraindividuelle serait mieux mesurée par l'inertie du tableau $R_{I_1 J}$ qui correspond à 86.33%³ de l'inertie du tableau $K_{I_1 J}$. L'inertie intraindividuelle est donc très importante ce qui justifie son analyse. L'inertie du tableau $K'_{I_1 J'}$ ne différant que peu de celle du tableau $R'_{I_1 J'}$, on ne sera pas surpris d'obtenir pour les deux analyses des structures factorielles voisines, en particulier pour le premier plan factoriel (voir figures 5 et 8). Par conséquent, les associations entre niveaux de conduites et items déterminées

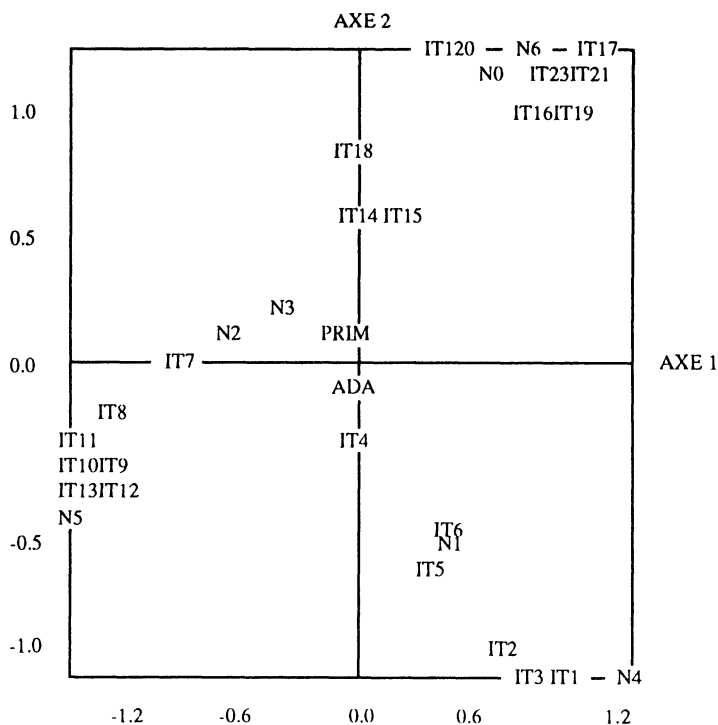


FIGURE 5

Plan factoriel 1-2 issu de l'analyse du tableau $K'_{I_1 J'}$

Légende : N1 = niv. de conduite 1, etc; IT1 = item 1, etc; IT1-3 = cons. du poids;
IT4-6 = cons. du volume; IT7-13 = diss. poids-volume; IT14-23 = îles.

² Cette inertie totale est déduite de (25) avec Card J = 7, Card Q = 23. Notons que, d'après (29), l'inertie intraclasse de $K'_{I_1 J'}$ est supérieure ou égale à $22/28 = 78.57\%$ de l'inertie totale de ce tableau.

³ Ce taux d'inertie intraclasse se calcule aisément à partir de (27) et de la première équation (23), puisqu'on connaît $I_T(R'_{I_1 J'}) = 13.6$.

par les deux premiers axes participent à la variabilité intraindividuelle plutôt qu'à la variabilité interindividuelle. L'analyse du tableau $R'_{I_1 J'}$ étant détaillée ci-après, nous n'en dirons pas plus sur l'analyse de $K'_{I_1 J'}$.

4.3.3. Analyse du tableau k_{IJ} (analyse intersujets)

Cette analyse est équivalente à l'analyse interclasses du tableau disjonctif complet k_{IC} , relativement à la partition de C définie par Q_j . Les profils des colonnes du tableau k_{IJ} (niveaux de conduites) sont donc situés dans l'espace R_I au centre de gravité des profils des colonnes du tableau disjonctif complet associé à un même niveau de conduite (Cazes & Moreau, 1991). Il est naturel de retrouver dans l'analyse du tableau k_{IJ} , pour le premier plan factoriel (61.4% de l'inertie, dont 39.9% pour le premier axe qui est associé à une valeur propre égale à 0.328, valeur relativement élevée), le même effet Guttman obtenu dans l'analyse du tableau disjonctif complet (voir figure 6). Par contre, on perd les associations entre niveaux de conduite et items présentes dans l'analyse du tableau disjonctif complet.

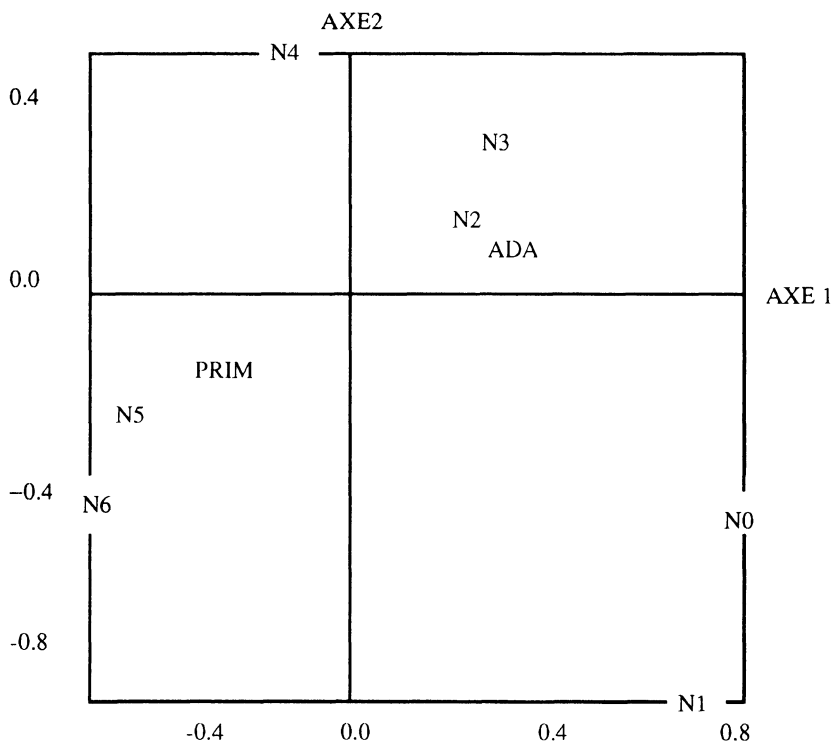


FIGURE 6

Plan factoriel 1-2 issu de l'analyse du tableau k_{IJ}

*Légende : par ex. N3 = niv. de conduite 3; PRIM = sujets de classe primaire;
ADA = sujets de classe d'adaptation.*

4.3.4. Analyses intrasujets

4.3.4.1. Analyse du tableau R_{I_1J} (cf. figure 7)

On considère l'analyse intraclass du tableau K_{I_1J} ce qui revient donc à effectuer l'A.F.C. du tableau R_{I_1J} . Les différents items ne contribuent donc pas à la définition des axes; seuls les différents niveaux de conduite participent à leur définition. L'inertie issue de cette analyse est égale à 5.18, ce qui correspond à 86.33% de l'inertie du tableau K_{I_1J} (égale, rappelons-le, à $\text{Card}(J) - 1 = 6$) ce que l'on pouvait déjà déterminer par le calcul à partir des formules (23) et (27) (cf. note 2 ci-dessus). Il en résulte que l'A.F.C. de R_{I_1J} donne des résultats voisins de ceux de K_{I_1J} dont l'analyse est triviale puisque sphérique (cf. § 3.3). C'est ainsi que les pourcentages d'inertie associés aux 4 premiers axes factoriels issus de l'A.F.C. de R_{I_1J} valent respectivement 18.62%, 18.11%, 17.56% et 16.23%, valeurs très proches des 16.67% correspondant à la sphéricité. On n'explicitera donc pas les résultats de cette analyse, où de plus, il est difficile de déceler les associations entre niveaux de conduite et items, puisque ces derniers ne contribuent pas à la définition des axes. On se contentera de remarquer que l'on retrouve néanmoins sur le premier axe des patterns de variabilité ressortant dans l'analyse de $R'_{I_1J'}$, que nous allons maintenant détailler.

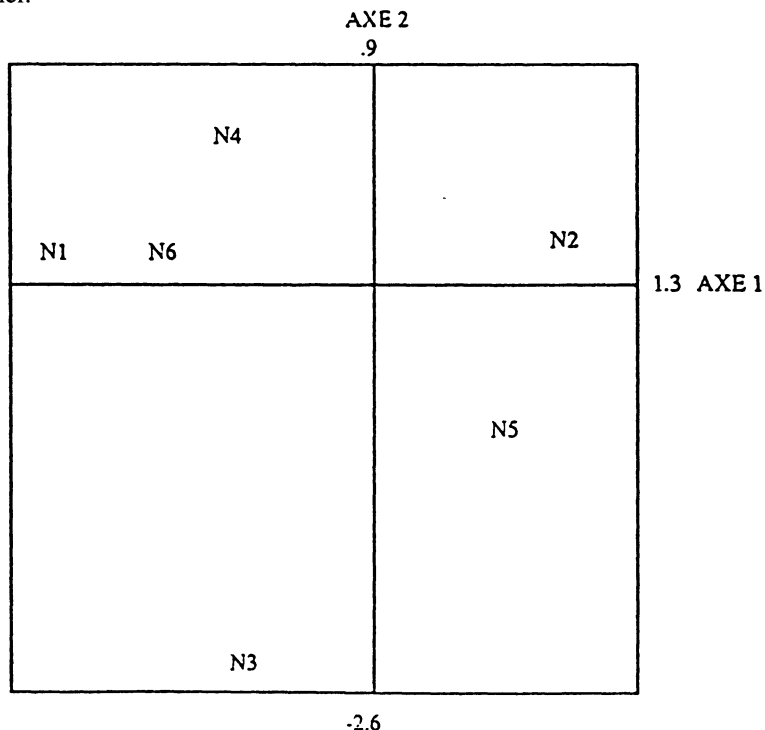


FIGURE 7

Plan factoriel 1-2 issu de l'analyse du tableau R_{I_1J}

Légende : par ex. N1 = niveau de conduite 1.

4.3.4.2. Analyse du tableau $R'_{I_1 J'}$ (cf. figures 8 et 9)

Cette analyse révèle les directions privilégiées de décomposition de l'inertie intraindividuelle. On décrit la structure factorielle issue de cette analyse en précisant les niveaux de conduite et les items associés qui contribuent le plus à la définition des différents axes. Ils sont présentés dans l'ordre décroissant de leur contribution aux axes. On sélectionne certains profils de variabilité intraindividuelle pertinents pour l'interprétation de chacun des axes. On peut à cet effet consulter les contributions à l'inertie des éléments de I_1 ou bien, comme nous l'avons fait, déterminer directement les sujets correspondant aux associations entre items et niveaux attribués à chacun des axes.

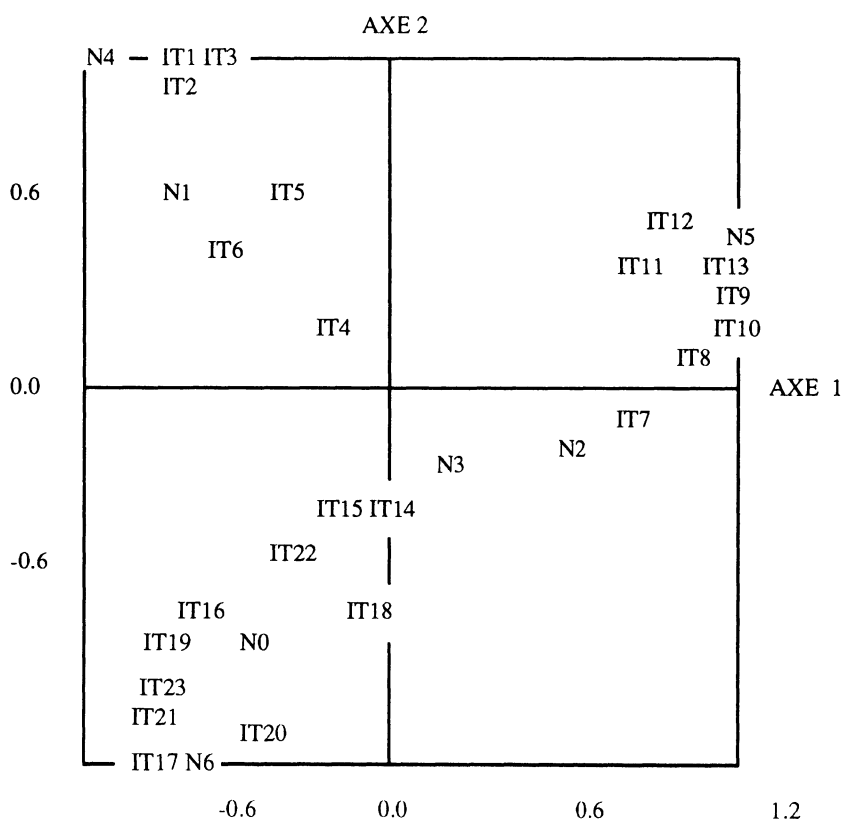


FIGURE 8

Plan factoriel 1-2 issu de l'analyse du tableau $R'_{I_1 J'}$

Légende : IT1 à 3 = cons. du poids; IT4 à 6 = cons. du volume;

IT7 à 13 = diss. poids-volume; IT14 à 23 = îles (IT14 à 17 = prétest;

IT18 à 19 = post-test I; IT20 à 23 = post-test II). N1 = niv. de conduite I; etc.

Le premier axe (valeur propre égale à 0,84 correspondant à 6.2% de l'inertie) souligne une des caractéristiques de la variabilité intraindividuelle qui associe pour un même individu le niveau 4 à la conservation du poids (items 1, 2, 3), le niveau 5 à la dissociation poids-volume (items 9 à 13) et, avec une contribution moins forte, le niveau 6 à la fin du prétest des îles (item 17) et aux items du post-test II des îles (items 19, 21 et 23) et enfin le niveau 2 aux premiers items de la dissociation poids-volume (items 7, 8). Ces différentes associations mettent ainsi en évidence un profil de variabilité intraindividuelle. Celui-ci concerne 12 individus (9 de classes primaires et 3 de classes d'adaptation).

Ainsi ce groupe, qui comprend une nette majorité de sujets de classes primaires, présente un niveau de conduite maximum à trois des quatre notions investiguées : la notion de conservation du poids est parfaitement maîtrisée tout au long de l'épreuve; la notion de conservation et mesure du volume (îles) est maîtrisée dès le prétest et n'a pas besoin de faire l'objet d'un apprentissage. Par contre ces sujets ont des difficultés importantes au début de l'épreuve de dissociation poids-volume; cependant, les différentes lectures d'expérience permettent à ces sujets de procéder à un apprentissage qui débouche sur la maîtrise de la notion en fin d'épreuve. Ce groupe de sujets se caractérise par un niveau élevé de maîtrise notionnelle et une bonne capacité d'apprentissage.

Le deuxième axe (valeur propre égale à 0.73 correspondant à 5.4% de l'inertie) dégage un autre aspect de la variabilité intraindividuelle, l'association, pour un même individu, du niveau 4 aux items 1, 2 et 3 de l'épreuve du poids, du niveau 6 aux items 17 et 20 du post-test II de l'épreuve des îles et du niveau 0 à l'item 16 du prétest de l'épreuve des îles. Ce profil de variabilité intraindividuelle concerne 10 individus dont 9 de classes primaires. Un autre groupe de sujets associé à cet axe montre comme profil un niveau 4 aux items de l'épreuve du poids et un niveau 0 à l'item 16 du prétest des îles, avec absence d'un niveau de conduite 6 aux items du post-test II des îles. Ce profil concerne 8 individus qui proviennent tous de classes d'adaptation.

Ces deux groupes de sujets montrent une parfaite maîtrise de la notion de conservation du poids tout au long de l'épreuve et des difficultés majeures au début de l'épreuve de conservation et mesure du volume (îles); par contre les deux groupes se distinguent quant à leur capacité à procéder à un apprentissage; seul le premier groupe, constitué essentiellement de sujets de classes primaires, procède à un apprentissage qui débouche sur la maîtrise de la notion en fin d'épreuve alors que le deuxième groupe, composé uniquement de sujets de classes d'adaptation, ne procède pas à un tel apprentissage.

Le troisième axe (valeur propre égale à 0.63 correspondant à 4.6% de l'inertie) associe le niveau 2 avec plus particulièrement l'item 7 (premier item de l'épreuve de dissociation poids-volume) et le niveau 3 avec essentiellement l'item 12 (dernier item de l'épreuve de dissociation poids-volume); ce profil concerne 15 individus, 5 de classes primaires et 10 de classes d'adaptation.

Ce groupe de sujets, en majorité de classes d'adaptation, rencontre des difficultés importantes au début de l'épreuve de dissociation poids-volume et ne procède pas à un apprentissage en cours d'épreuve.

Le quatrième axe (valeur propre égale à 0.61 correspondant à 4.5% de l'inertie) met en évidence un nouveau profil de variabilité défini par l'association entre les

niveaux 0 et 1 aux items 14 et 15 du prétest de l'épreuve des îles et le niveau 6 aux items 21 et 23 du post-test II de l'épreuve des îles. Ce profil regroupe 9 individus, dont 8 de classes primaires.

Ces sujets, provenant essentiellement de classes primaires, rencontrent de grandes difficultés lorsqu'ils abordent la notion de conservation et mesure du volume (îles); cependant ils peuvent bénéficier de la phase d'apprentissage et maîtriser la notion en fin d'épreuve.

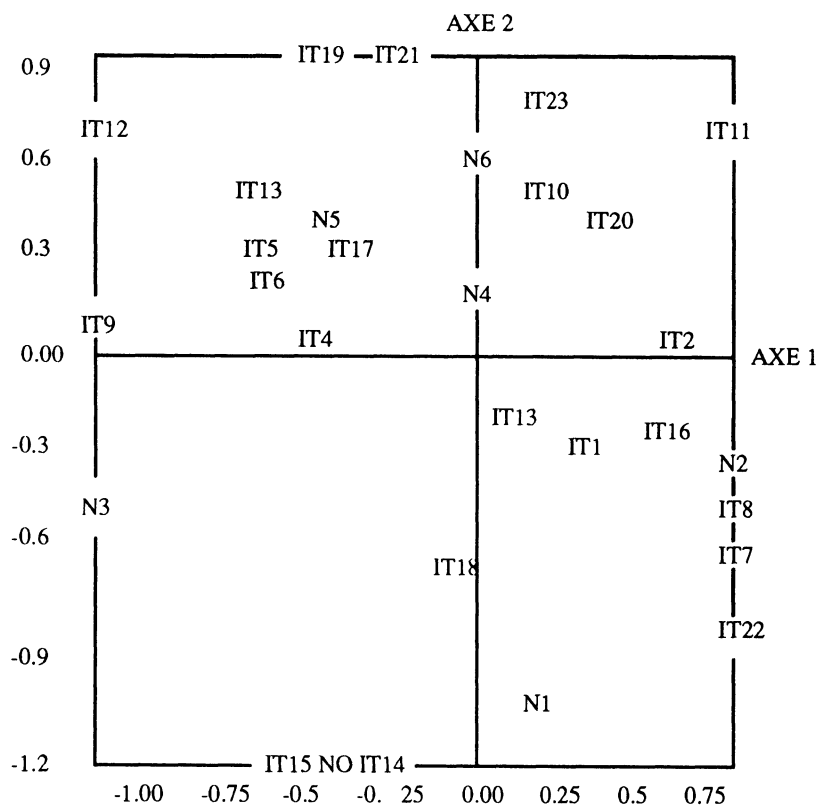


FIGURE 9
Plan factoriel 3-4 issu de l'analyse du tableau $R'_{I_1 J'}$

4.3.5. Synthèse des résultats

L'analyse fait ressortir deux aspects de la variabilité intraindividuelle. Tout d'abord les deux premiers axes associent des niveaux de conduite et des items d'épreuves différentes (poids/îles; poids/dissociation poids-volume). On ne constate pas de cohérence des niveaux de conduite pour un même sujet à différentes épreuves. Il en ressort une forte variabilité intraindividuelle du niveau de développement

opératoire chez tous les sujets, en fonction des situations étudiées. Comme on pouvait le supposer, la dysharmonie cognitive est la règle chez tous les sujets investigués.

Ensuite, les enfants avec et sans difficultés scolaires se distinguaient par des *types différents de dysharmonies*. En effet, pour les profils mis en évidence, les associations entre épreuves et niveaux de conduite sont différentes d'une population à l'autre : chez des sujets de classes d'adaptation, la notion de poids est associée à un niveau de conduite supérieur à celui atteint à la fin des épreuves de dissociation poids-volume et de conservation et mesure du volume (îles), alors que c'est le contraire pour des sujets de classes primaires. Cette différence dans le *sens des décalages intraindividuels* peut s'expliquer par une *capacité d'apprentissage* différente. En effet, les deux premiers axes montrent une association entre niveaux de conduite et items d'une même épreuve (îles; dissociation poids-volume notamment). Ces deux épreuves qui incluent une phase d'apprentissage donnent lieu à une forte variabilité intraindividuelle chez certains sujets provenant en grande majorité de classes primaires; ces sujets montrent un niveau de conduite plus élevé en fin d'épreuve qu'au début. Les axes 3 et 4 confirment cette capacité différente d'apprentissage entre populations. Ainsi, d'une part, ce sont en majorité des sujets de classes d'adaptation qui ont des difficultés à maîtriser la notion de dissociation poids-volume suite à la phase d'apprentissage (axe 3) et, d'autre part, ce sont essentiellement des enfants de classes primaires qui procèdent à un apprentissage à l'épreuve de conservation et mesure du volume métrique (axe 4).

Ces deux épreuves d'apprentissage impliquent des compétences métacognitives élevées, c'est-à-dire la capacité de *planifier* une stratégie de résolution, de *guider* et *contrôler* cette stratégie (Borkowski, 1985). Les sujets de classes d'adaptation rencontreraient plus de difficultés dans la gestion des fonctions métacognitives sous-tendant ces apprentissages notionnels, difficultés qui pourraient expliquer le retard scolaire important de ces enfants. De tels résultats montreraient la nécessité d'appliquer en pédagogie compensatoire des instruments de remédiation (par ex. Brown & Palincsar, 1987) permettant d'entraîner les fonctions métacognitives déficitaires.

4.3.6. Conclusion

Dans cette étude, comme c'est classique, l'analyse du tableau disjonctif complet a essentiellement fait ressortir les caractéristiques interindividuelles avec un premier facteur qui est un facteur de taille mettant en évidence la réussite aux items. Or la variabilité interindividuelle ne prend en compte que 13.67% de la variabilité totale, d'où l'intérêt d'étudier la variabilité intraindividuelle. Grâce à la méthodologie développée au § 3, on a pu détailler les caractéristiques intraindividuelles, ce qui est très important pour les psychologues cliniciens confrontés à des enfants en difficulté scolaire. On peut simplement noter, cas fréquent en pratique, que le nombre de questions étant très supérieur au nombre de niveaux de l'échelle adoptée, certaines analyses étudiées d'un point de vue théorique au § 3 fournissent des résultats très voisins. Par ailleurs, compte tenu de l'importance de la variabilité intraindividuelle (86.33% de la variabilité totale), certaines analyses (analyse de $R_{I,J}$ par exemple) présentaient un intérêt restreint.

5. Bibliographie

- A.E.S.O.P. (1984). Les structures de l'opinion publique en 1984.
- BENZÉCRI J.-P. (1977). Sur l'analyse des tableaux binaires associés à une correspondance multiple, [BIN. MULT.]. Les Cahiers de l'Analyse des Données, II, 1, 55-71.
- BENZÉCRI J.-P. (1983). Analyse de l'inertie intraclasse par l'analyse d'un tableau de correspondance, [ANA. INTRACLASSE], Les Cahiers de l'Analyse des Données, VIII, 3, 351-358.
- BROWN A., PALINCSAR A.S. (1987). Reciprocal teaching of comprehension strategies : a natural history of one program for enhancing learning. In J.D. Day & J.G. Borkowski (Eds.), *Intelligence and exceptionality : New directions for theory, assessment, and instructional practices*. Norwood : Ablex.
- BORKOWSKI J. (1985). Signs of intelligence : strategy generalization and metacognition. In S. Yussen (Ed.), *The growth of reflection in children* [p. 105-144]. Orlando : Academic Press.
- CAZES P. (1980). L'analyse de certains tableaux rectangulaires décomposés en blocs : généralisation des propriétés rencontrées dans l'étude des correspondances multiples. I Définitions et applications à l'analyse canonique des variables qualitatives [ANA. BLOCS I]. Les Cahiers de l'Analyse des Données, V, 2, 145-161.
- CAZES P., MOREAU J. (1991). Analysis of a contingency table in which the rows and the columns have a graph structure, *Journées Internationales Analyse des Données et Apprentissage Symbolique-Numérique*, Versailles, 18-20 septembre 1991.
- DOUDIN P.-A. (1991-1992). Une comparaison de sujets de 11-13 ans avec et sans difficultés scolaires. *Bulletin de Psychologie*, XLV, 404, 47-55.
- GIBELLO B. (1983). Dysharmonie cognitive, intelligence et psychopathie : étude différentielle sur une population de 126 cas. *Bulletin de Psychologie*, XXXVI, 359, 457-468.
- LAUTREY J., DE RIBAUPIERRE A., RIEBEN L. (1990). L'intégration des aspects génétiques et différentiels du développement cognitif. In M. Reuchlin, F. Longeot, C. Marendaz & T. Ohlmann (Eds.), *Connaître différemment* (pp. 181-208). Nancy : Presses Universitaires de Nancy.
- MOREAU J. (1992). Analyse de données structurées par des graphes : cas de l'analyse des correspondances. Thèse pour l'obtention du grade de docteur ès Sciences de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne : EPFL.
- PIAGET J. (1970, 4ème éd. 1988). *L'épistémologie génétique*. Paris : PUF.
- PIAGET J., INHELDER B. (1941, 4ème éd. 1978). *Le développement des quantités physiques chez l'enfant*. Neuchâtel et Paris : Delachaux & Niestlé.
- PIAGET J., INHELDER B. (1948, 2ème éd. 1973). *La géométrie spontanée de l'enfant*. Paris : PUF.

- REUCHLIN M. (1964). L'intelligence : conception génétique opératoire et conception factorielle. *Revue Suisse de Psychologie*, 23, 113-134.
- RIEBEN L., DE RIBAUPIERRE A., LAUTREY J. (1983). Le développement opératoire de l'enfant entre 6 et 12 ans. Paris : CNRS.
- DE RIBAUPIERRE, A., RIEBEN L., LAUTREY J. (1991). Developmental change and individual differences : A longitudinal study using piagetian tasks. *Genetic, Social and General Psychology Monographs*, 111, 3, 285-311.