

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

J. RINGLER

**Une extension de l'approche résistance/contrainte
appliquée à la modélisation des lois de défaillance
des composants électroniques**

Revue de statistique appliquée, tome 31, n° 2 (1983), p. 19-42

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1983__31_2_19_0

© Société française de statistique, 1983, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue de statistique appliquée » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UNE EXTENSION DE L'APPROCHE RESISTANCE/CONTRAINTE APPLIQUEE A LA MODELISATION DES LOIS DE DEFAILLANCE DES COMPOSANTS ELECTRONIQUES

J. RINGLER

*Matra
Vélizy, France*

RESUME

Un formalisme apparenté à l'approche résistance/contrainte utilisée en mécanique est mis en œuvre dans le domaine de la fiabilité en électronique. Selon un premier concept, la défaillance d'un composant est associée au passage hors tolérance d'une caractéristique fonctionnelle de ce composant. Le formalisme correspondant s'apparente à celui d'une approche résistance/contrainte lorsqu'on considère une contrainte d'amplitude distributionnelle appliquée à un matériau possédant une résistance définie vis à vis de cette contrainte. Selon un deuxième concept, la défaillance est perçue comme une rupture physique brutale au sein du composant consécutivement à l'occurrence d'une excursion de contrainte excédant en amplitude la capacité de résistance d'une caractéristique physique interne au composant. Le modèle de fiabilité correspondant est obtenu par la mise en œuvre de la méthode résistance/contrainte dans laquelle la contrainte est appliquée de façon répétitive selon un processus de type déterministe ou probabiliste. L'ensemble de ces modèles forme un tout cohérent permettant de cerner simultanément les pannes par dérive et les pannes catalectriques.

1. GENERALITES

Une littérature abondante a été consacrée, au cours des années passées, à l'étude de la dégradation physique des composants et à l'élaboration des modèles mathématiques correspondants. Dans la plupart des cas, ces modèles ont été réalisés dans une perspective pouvant être qualifiée de déterministe : pour un composant bien identifié, différentes caractéristiques internes au composant évoluent de façon continue avec le temps, de sorte que l'instant d'apparition de la défaillance peut être théoriquement prédit lorsque les lois mathématiques régissant les évolutions internes sont connues.

L'établissement de tels modèles relève largement du domaine des sciences exactes ; il nécessite, en particulier, des connaissances approfondies dans les domaines de la physique du solide et de la chimie : phénomènes d'électromigration, impact du milieu environnant sur les matériaux caractéristiques du composant, mécanismes d'oxydo-réduction etc. Il n'y a dès lors rien d'étonnant à ce que les modèles qui ont pu être proposés soient le plus souvent très différents d'un type de composant à un autre. On admettra de fait, à titre d'exemple, que les mécanismes d'évolution des matériaux semi-conducteurs dopés d'un classique transistor sont relativement différents de ceux pouvant caractériser le diélectrique d'un condensateur. Par voie de conséquence, on se rendra à l'évidence que, dans une approche

du type déterministe, aucun modèle unifié ne peut prétendre à l'exhaustivité quant à la représentation finale des lois de défaillance d'une variété étendue de types de composants.

De façon diamétralement opposée, la littérature fiabiliste "classique" nous propose, pour décrire ces lois, un modèle généralisé de type poissonien susceptible d'être appliqué-tout au moins en période de "vie utile" — à la quasi-totalité des types de composants électroniques existants. Ces modèles, comme l'on sait, facilitent beaucoup la mise en œuvre des calculs de fiabilité tout en démontrant une assez bonne efficacité à condition d'être utilisés à bon escient.

Sur un plan conceptuel, on ne peut cependant manquer d'être frappé par l'absence manifeste de fil directeur lorsque l'on considère l'un ou l'autre de ces deux concepts. Dans le premier cas, le processus d'évolution est spécifique à un type de composant déterminé et ne fait aucunement intervenir les "lois du hasard" ; dans le second cas, c'est l'inverse : tout se passe, comme si l'on faisait abstraction de l'étude des mécanismes d'évolution internes du composant pour ne considérer que les seuls "caprices" du hasard portant sur un lot donné de composants réputés identiques — caprices au demeurant à caractère poissonien dans le cadre de la fiabilité traditionnelle—. Il n'est pas du ressort de ce papier de faire le procès de l'un ou l'autre de ces deux concepts —ce serait là, en fait, vouloir résoudre le problème fondamental relatif à l'existence ou non des phénomènes régis uniquement par le hasard— mais au contraire d'essayer de jeter un pont entre eux dans un souci d'unification.

A cette fin, il sera fait appel à un formalisme mathématique extrapolé de l'approche "résistance/contrainte" bien connue en théorie de la fiabilité mécanique. En partant de deux définitions distinctes du phénomène "défaillance", ce formalisme conduira, en fonction de différentes hypothèses plus ou moins restrictives, à l'élaboration d'un certain nombre de modèles de fiabilité. Selon que l'on considère l'état de défaillance comme un état où une caractéristique excède un seuil déterminé, ou comme un état où une contrainte appliquée au composant excède une certaine résistance du composant à cette contrainte (théorie R/C classique), on obtient des modèles de fiabilité présentant des formalismes différents. Loin de se contredire, chacun de ces modèles devra être considéré comme plus ou moins bien adapté selon les scénarios présidant à l'utilisation des composants, et plus particulièrement selon l'importance plus ou moins grande des perturbations extérieures auxquelles peuvent être soumis ces composants dans leur profil d'utilisation.

2. MODELES DE FIABILITE REPOSANT SUR UNE EVOLUTION PROGRESSIVE ET CONTINUE DES CARACTERISTIQUES DES COMPOSANTS

2.1. Principe de l'approche

Nous prendrons pour point de départ une approche de type complètement déterministe développée par R.G. STEWART [1]. Si l'on considère un composant électronique bien individualisé, on peut admettre que le comportement de ce composant en utilisation est conditionné par celui d'un assez grand nombre de ses caractéristiques physiques internes x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) mesurables ou non. De telles caractéristiques peuvent être, à titre d'exemple : l'épaisseur de la couche

conductrice dans le cas d'une résistance à couche, la géométrie d'une jonction ou le degré de mobilité des porteurs de charge dans le cas d'un composant actif, la valeur exacte de la perméabilité relative du diélectrique dans un condensateur, ou encore, tout simplement, la force de cohésion d'une soudure.

Dans une optique purement déterministe, on peut admettre, comme le fait R.G. STEWART, que chacune des caractéristiques internes du type x_i évolue de façon continue au cours du temps, ce qui conduit à poser :

$$x_i = x_i(E, t) \quad (1)$$

expression indiquant que toute caractéristique du type x_i est une fonction implicite des conditions de fonctionnement E du composant (température, niveau de contraintes électriques, ...) et du temps de fonctionnement t .

Par ailleurs, on peut définir les performances de ce même composant par un nombre plus ou moins limité de caractéristiques fonctionnelles mesurables u_j ($j = 1, 2, \dots, m$). Dans le cas d'une résistance, cette caractéristique fonctionnelle sera, par exemple, la valeur mesurée de la résistance proprement dite, ou bien la variation relative de la valeur de cette résistance par rapport à la valeur nominale spécifiée. Pour un condensateur, il peut s'agir d'un courant de fuite, de la tangente delta ou encore de la variation relative de la capacité. Dans le cas d'un transistor, il peut s'agir du gain en courant, du courant de fuite, etc. Chacune de ces caractéristiques fonctionnelles u_j étant elle-même fonction de tout ou partie des caractéristiques internes du type x_i , on peut donc écrire, pour une caractéristique u_j donnée :

$$\begin{aligned} u_j &= u_j[x_1, \dots, x_i, \dots] \\ &= u_j[x_1(E, t), \dots, x_i(E, t), \dots] \end{aligned} \quad (2)$$

L'expression (2) traduit donc explicitement la relation de dépendance d'une caractéristique fonctionnelle du composant avec le couple temps/environnement.

Si l'on fait l'hypothèse de continuité et de dérivabilité par rapport au temps des fonctions telles que (1) et (2), et si l'on suppose l'environnement E suffisamment stable au cours du temps, il est possible de prédire les variations des caractéristiques u_j sur un intervalle de temps élémentaire. En effet, compte-tenu de (2), on peut écrire :

$$du_j = \sum_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \times \frac{\partial x_i}{\partial t} dt$$

En faisant explicitement apparaître la valeur $u_j(0)$ de la caractéristique u_j en début d'utilisation du composant considéré, on peut écrire :

$$u_j(t) = u_j(0) + \int_0^t \sum_i \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \times \frac{\partial x_i}{\partial t} dt \quad (3)$$

L'expression (3) met ainsi en évidence deux termes principaux : le premier, $u_j(0)$, dépendant de l'état initial du composant, le second, correspondant à l'intégration, traduisant la vitesse de transformation de la caractéristique u_j du composant considéré.

Dans cette approche, on définira le critère de défaillance de la façon suivante : le composant considéré est réputé défaillant, en regard de la caractéristique u_j ,

lorsque cette caractéristique excède – en plus ou en moins selon la nature de la caractéristique – une limite spécifiée que l'on désigne par u_M .

Compte tenu de l'expression (3), on peut admettre que l'instant de défaillance d'un composant individuel peut être prédit lorsque l'on connaît, d'une part, la valeur des caractéristiques du type u_j à l'instant initial, et, d'autre part, les lois exactes d'évolution dans le temps de ces diverses caractéristiques. Toutes caractéristiques fonctionnelles u_j prises en compte, le composant considéré sera réputé défaillant dès lors que l'une quelconque de ces caractéristiques aura excédé la limite qui lui est spécifiée.

Sans mettre en cause le fondement de cette approche qui fut celui de R.G. STEWART dans ses travaux cités en Réf. [1], il faut admettre que le déterminisme intégral associé à la prédiction de l'instant de la défaillance du composant apparaît peu crédible lorsque l'on cherche à passer de la théorie à la pratique. La raison essentielle réside en effet en ceci : outre le fait que la complexité attachée aux phénomènes d'interactions internes aux composants font que les modèles mathématiques régissant les lois du type (1) et (2) sont très difficiles à obtenir, on se trouve confronté au problème insoluble de la détermination de la véritable valeur des paramètres internes du type x_i à un instant donné et en particulier en début d'utilisation du composant. On pourrait également ajouter que l'hypothèse d'un environnement E parfaitement stable – et donc à l'abri de toute excursion de contrainte externe – n'est jamais totalement vérifiée.

Compte tenu de ces difficultés, il apparaît plus réaliste, dans un scénario de type fiabiliste, de renoncer à l'établissement des modèles mathématiques tels que (2) et (3) et d'introduire une incertitude attachée à la valeur exacte des caractéristiques internes x_i et donc, par là même, des caractéristiques fonctionnelles u_j . Si cette incertitude peut être considérée comme fondée au niveau d'un composant individualisé, elle l'est encore davantage lorsque l'on considère un lot entier de composants du même type. Car si, dans le premier cas, on peut parler d'incertitude, due à la difficulté de mise en œuvre des mesures, dans le second cas on doit admettre l'existence d'une distribution "objective" des caractéristiques x_i ou u_j et dont l'origine réside dans les aléas inévitables de fabrication.

Le propos du présent chapitre est précisément d'étendre l'approche de R.G. STEWART dans un cadre moins déterministe faisant appel à la théorie des probabilités. Le paragraphe suivant se propose donc d'approfondir les implications entraînées par l'adjonction de concepts probabilistes aux scénarios envisagés par R.G. STEWART et de dégager un certain nombre de formalismes pouvant être intégrés dans le champ de la théorie de la fiabilité.

2.2. Etablissement des modèles mathématiques de fiabilité

2.2.1. Elaboration d'un formalisme général

On considère un lot important de composants électroniques du même type que l'on soumet à un essai de vieillissement prolongé dans des conditions électriques et thermiques supposées stables.

Au cours de cet essai, on s'intéresse à l'évolution au cours du temps d'une caractéristique fonctionnelle – donc mesurable – de ce type de composant. On notera u cette caractéristique. Conformément à ce qui a été vu précédemment, on admettra les deux propriétés suivantes :

– au niveau d'un composant individualisé, la valeur de u évolue au cours du temps.

– au niveau du lot soumis à essai, l'ensemble des caractéristiques u à un instant donné obéit à une distribution statistique pouvant être déterminée expérimentalement.

On suppose, pour fixer les idées, que la caractéristique u a globalement tendance à augmenter au cours du temps et l'on désigne par u_M la limite supérieure assignée à u par la spécification. Les deux hypothèses suivantes seront formulées :

– la nature de la distribution statistique des caractéristiques u garde une forme stable au cours du temps : elle reste normale si elle est normale à l'origine, log-normale si c'est le cas à l'origine, etc. Cela revient à admettre que l'effet du temps t se traduit au niveau des paramètres associés à la distribution considérée et non de la forme de cette distribution.

– la loi mathématique modélisant cette distribution statistique est une fonction uniformément continue et dérivable par rapport à l'ensemble des variables u et t .

La première de ces hypothèses, quoique restrictive, est toutefois vérifiée dans de nombreux cas pratiques pour lesquels on constate que l'effet du temps se traduit essentiellement par une modification progressive de la moyenne et/ou de l'écart-type de la distribution de départ et non de la forme de celle-ci. La seconde hypothèse suppose implicitement que les paramètres attachés à la distribution considérée sont eux-mêmes des fonctions continues et dérivables de la variable temps. On désigne alors :

– $f(u, t)$ la loi de probabilité régissant la distribution statistique du u à l'instant t . Cette loi sera supposée satisfaire à l'hypothèse de continuité et de dérivabilité et vérifie en tant que loi de probabilité la condition :

$$\int_0^{\infty} f(u, t) du = 1 \quad \text{quel que soit } t$$

(la caractéristique u étant supposée positive pour fixer les idées).

On désigne enfin par $\varphi(t)$ la distribution des instants de défaillance des composants soumis à vieillissement en prenant pour critère le dépassement de u_M par la caractéristique fonctionnelle considérée.

La recherche de la formulation mathématique de $\varphi(t)$ peut être facilitée par la considération de la figure 1 qui illustre les concepts venant d'être énoncés.

En considérant la figure 1, on constate que la proportion de composants sortant de la tolérance admise entre les instants t et $t + dt$ correspond à l'aire élémentaire dS représentée sous la courbe du diagramme du bas et qui n'est autre que la différence entre les deux aires hachurées sur le diagramme du haut. Donc :

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{dS}{dt} \\ &= \frac{1}{dt} \left[\int_{u_M}^{\infty} f[u, t + dt] du - \int_{u_M}^{\infty} f[u, t] du \right] \end{aligned}$$

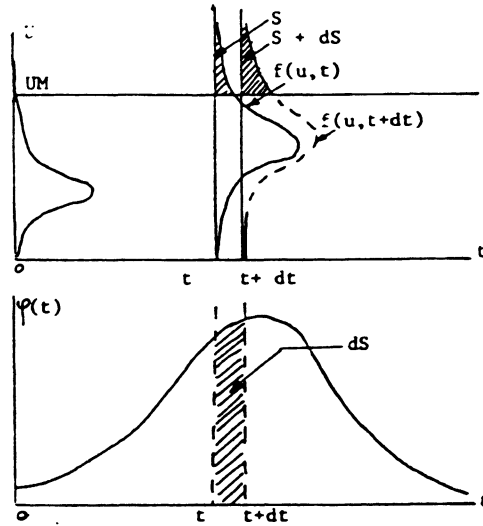


Figure 1

D'où, compte-tenu de l'hypothèse de continuité uniforme de la fonction $f[u, t]$, la formulation cherchée :

$$\varphi(t) = \int_{u_M}^{\infty} \frac{\partial f}{\partial t} [u, t] du \quad (4)$$

A partir de (4), on retrouve l'expression mathématique donnant la proportion $r(t)$ de composants non défectueux à l'instant t . On a en effet :

$$\begin{aligned} r(t) &= \int_t^{\infty} \varphi(\tau) d\tau \\ &= \int_t^{\infty} \int_{u_M}^{\infty} \left[\frac{\partial f}{\partial \tau} [u, \tau] \right] du d\tau \\ &= \int_{u_M}^{\infty} f[u, \infty] du - \int_{u_M}^{\infty} f[u, t] du \\ &= 1 - \int_{u_M}^{\infty} f[u, t] du, \end{aligned}$$

soit :

$$r(t) = \int_0^{u_M} f[u, t] du \quad (5)$$

Le formalisme attaché à l'expression (5) n'est autre que celui auquel aurait conduit une approche du type résistance/contraainte (Fig. 2) dans l'hypothèse du scénario suivant :

- résistance du matériau non distribuée et égale à u_M
- distribution de la contrainte u variable avec le temps et régie à l'instant t par une loi du type $f[u, t]$.

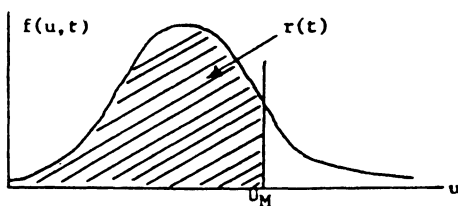


Figure 2. – R/C équivalent

On retrouve donc ici le formalisme R/C utilisé dans le domaine de la fiabilité mécanique, la limite spécifiée u_M et la caractéristique fonctionnelle correspondante u jouant ici respectivement le rôle de la résistance d'un matériau et celui de la contrainte d'amplitude probabiliste appliquée à ce matériau.

Une remarque importante doit à présent être faite en ce qui concerne la fonction $r(t)$ exprimée en (5). En effet, il apparaît sur cette expression que, formellement, $r(t)$ ne possède pas toutes les caractéristiques d'une fonction fiabilité car, en général :

$$r(0) = \int_0^{u_M} f[u, 0] du \neq 1$$

Cela signifie, d'un point de vue physique, qu'il peut déjà y avoir quelques composants hors tolérance en début de vie du lot considéré. Pour cette raison, l'introduction d'une fonction fiabilité $R(t)$ – satisfaisant à la condition $R(0) = 1$ – conduit à normer la fonction "proportion de bons" $r(t)$, ce qui revient à écrire :

$$R(t) = \frac{r(t)}{r(0)},$$

$$R(t) = \frac{\int_0^{u_M} f[u, t] du}{\int_0^{u_M} f[u, 0] du}$$

Soit :

(6)

Pour la même raison, la fonction $\varphi(t)$ ne correspond pas, formellement, à une distribution de probabilité compte tenu que :

$$\int_0^\infty \varphi(t) dt = r(0) \neq 1$$

La distribution de probabilité correspondant $\psi(t)$ doit donc être obtenue en normant $\varphi(t)$, c'est-à-dire en écrivant :

$$\psi(t) = \frac{\varphi(t)}{r(0)}.$$

$$\psi(t) = \frac{\int_{u_M}^\infty \frac{\partial f}{\partial t} [u, t] du}{\int_0^{u_M} f[u, 0] du}$$

soit :

(7)

Ces remarques étant faites, nous nous proposons d'établir les distributions d'instant de défaillance obtenues à l'aide des formules précédentes sur l'exemple – non limitatif – des deux cas particuliers suivants :

– $f(u, t)$ est une distribution sensiblement normale de u ayant pour moyenne une fonction croissante du temps et un écart-type constant.

– $f(u, t)$ correspond à une distribution uniforme de u dont les bornes sont des fonctions croissantes du temps.

2.2.2. Hypothèse de normalité avec écart-type constant

On suppose donc que la distribution $f(u, t)$ est de la forme :

$$f(u, t) = N[m(t), \sigma_0]$$

$$= \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(u - m(t))^2}{2\sigma_0^2} \right],$$

$m(t)$ étant une fonction croissante de t . La caractéristique fonctionnelle u étant supposée positive, on supposera encore vérifiée la condition : $m(0) \gg 3\sigma_0$ afin de commettre une erreur négligeable en tronquant la distribution normale à la valeur : $u = 0$ (Fig. 3).

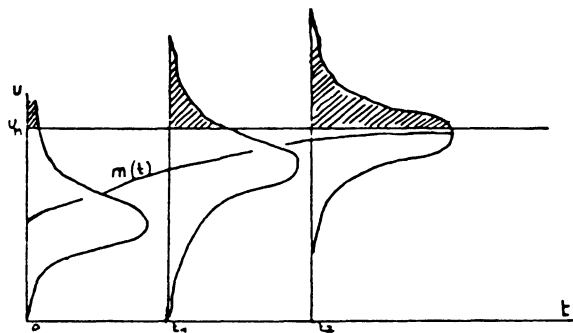


Figure 3. – $f(u, t) = N[m(t), \sigma_0]$

L'expression de la distribution $\varphi(t)$ est obtenue à partir de la formule (4). Il vient :

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \int_{u_M}^{\infty} \frac{\partial}{\partial t} \left[\exp \left\{ -\frac{[u - m(t)]^2}{2\sigma_0^2} \right\} \right] du$$

$$= \frac{1}{\sigma_0^3 \sqrt{2\pi}} \frac{dm}{dt} \int_{u_M}^{\infty} [u - m(t)] \exp \left\{ -\frac{[u - m(t)]^2}{2\sigma_0^2} \right\} du$$

Soit, après intégration :

$$\varphi(t) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \frac{dm}{dt} \exp \left\{ -\frac{[u_M - m(t)]^2}{2\sigma_0^2} \right\} \quad (8)$$

Un cas particulier intéressant est celui où $m(t)$ est une fonction linéaire de t , soit :

$$m(t) = m_0 + kt \quad (k > 0),$$

m_0 n'étant autre que la moyenne de la distribution de la caractéristique u des composants du lot en début d'essai.

Compte tenu de cette nouvelle hypothèse, la formule (8) conduit alors au résultat suivant :

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= \frac{1}{(\sigma_0/k)\sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{\left(t - \frac{u_M - m_0}{k}\right)^2}{2(\sigma_0/k)^2} \right\} \\ &= \mathcal{N} \left[\frac{u_M - m_0}{k}, \frac{\sigma_0}{k} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

On voit ainsi que les instants de défaillance des composants du lot sont régis également par une distribution normale ayant pour moyenne :

$$\frac{u_M - m_0}{k} \text{ et pour écart-type : } \frac{\sigma_0}{k} \quad (\text{Fig. 4})$$

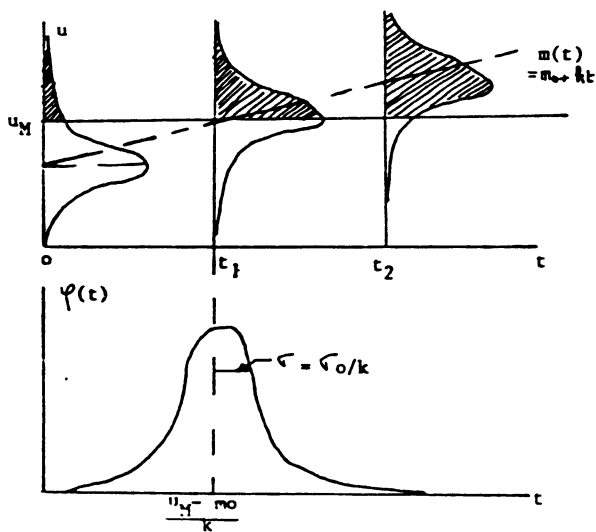


Figure 4

2.2.3. Hypothèse de distribution uniforme

On suppose à présent que la distribution $f(u, t)$ est de la forme :

$$\begin{aligned} f[u, t] &= \frac{1}{b(t) - a(t)} & \forall u \in [a(t), b(t)] \\ &= 0 & \forall u \notin [a(t), b(t)], \end{aligned}$$

$a(t)$ et $b(t)$ étant des fonctions croissantes de t et telles que :

$$0 < a(t) < b(t)$$

Compte tenu de l'existence des bornes $a(t)$ et $b(t)$ respectivement différentes de zéro et l'infini, l'expression (4) n'est plus directement applicable. Il est nécessaire d'établir préalablement l'équivalent de cette expression dans le cas de distributions bornées autrement que par zéro et l'infini (en particulier : non nécessairement uniformes).

Pour de telles distributions, l'établissement de l'expression de $\varphi(t)$ peut être facilité par la considération des figures 5a et 5b.

Dans chacun des deux cas envisagés sur les figures 5a et 5b — le cas $a_0 > u_M$ pour lequel tous les composants seraient déjà hors tolérance à $t = 0$ étant d'un faible intérêt —, toutes les défaillances se produisent antérieurement à un instant t_M tel que : $a(t_M) = u_M$.

Considérons d'abord le cas : $b(0) > u_M$ (Fig. 5a). En début de mise en vieillissement, il y a une proportion de composants défectueux $S(0)$ telle que :

$$S(0) = \int_{u_M}^{b(0)} f[u, 0] du$$

Entre $t = 0$ et t_M , la distribution $\varphi(t)$ des instants de défaillance peut être établie en considérant la proportion dS de composants sortant de la tolérance admise entre les instants t et $t + dt$ ($t < t_M$). On a en effet :

$$\begin{aligned} dS &= \int_{u_M}^{b(t+dt)} f[u, t+dt] du - \int_{u_M}^{b(t)} f[u, t] du \\ &= \int_{u_M}^{b(t)} [f[u, t+dt] - f[u, t]] du + \int_{b(t)}^{b(t+dt)} f[u, t+dt] du \end{aligned}$$

La fonction $f(u, t)$ étant supposée uniformément continue dans le domaine de variation du couple (u, t) , on a donc par dérivation sous le signe $\int$:

$$\varphi(t) = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{dS}{dt} = \int_{u_M}^{b(t)} \frac{\partial f}{\partial t} [u, t] du + \frac{\partial b}{\partial t} f[u, t] \quad t \leq t_M \quad (10)$$

On notera encore, de manière analogue à ce qui a été vu au parag. 2.2.1., que la distribution normalisée des instants de défaillance s'écrit, pour $t < t_M$:

$$\psi(t) = \frac{\varphi(t)}{r(0)} = \frac{\int_{u_M}^{b(t)} \frac{\partial f}{\partial t} [u, t] du + \frac{\partial b}{\partial t} f[u, t]}{\int_{a(0)}^{u_M} f[u, 0] du}$$

De même, en désignant comme précédemment par $r(t)$ et $R(t)$ respectivement la proportion de composants bons à l'instant t et la fonction fiabilité correspondante, on obtient de façon immédiate :

$$r(t) = \int_{a(t)}^{u_M} f[u, t] du \quad (11)$$

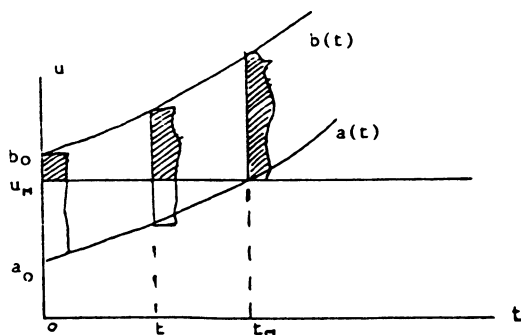


Figure 5a. – Cas $b(0) > U_M$

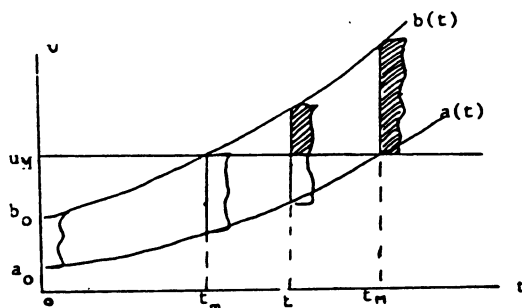


Figure 5b. – Cas $b(0) < U_M$

$$R(t) = \frac{\int_{a(t)}^{U_M} f[u, t] du}{\int_{a(0)}^{U_M} f[u, t] du} \quad (12)$$

Enfin, pour $t > t_M$, on a évidemment : $\begin{cases} \varphi(t) = 0 \\ r(t) = 0 \end{cases}$

Si on considère à présent le cas : $b(0) < u_M$ (Fig. 5b), on constate qu'aucun composant du lot n'est hors tolérance à $t = 0$. Il en est de même jusqu'à un instant t_m tel que : $b(t_m) = U_M$. Donc :

$$\varphi(t) = 0 \text{ et } r(t) = 1 \quad \forall t < t_m$$

Entre les instants t_m et t_M , la distribution $\varphi(t)$ et la fonction $r(t)$ correspondent respectivement aux expressions (10) et (11) établies dans le cas précédent. On remarquera au passage que, dans le cas présent :

$$\psi(t) \equiv \varphi(t)$$

et $R(t) \equiv r(t)$, compte tenu que : $r(0) = 1$ enfin, pour $t > t_M$, on retrouve encore :

$$\varphi(t) = 0 \text{ et } r(t) = 0$$

Revenons à présent au cas particulier intéressant où $f(u, t)$ est une distribution uniforme telle que :

$$f(u, t) = \frac{1}{b(t) - a(t)}$$

Dans l'intervalle de temps où se produisent des défaillances, la distribution temporelle de ces dernières peut s'écrire, compte tenu de (10) :

$$\varphi(t) = \frac{1}{b(t) - a(t)} \left[\left(\frac{\partial a}{\partial t} - \frac{\partial b}{\partial t} \right) \frac{b(t) - U_M}{b(t) - a(t)} + \frac{\partial b}{\partial t} \right] \quad (13)$$

La proportion de composants bons a alors pour expression :

$$r(t) = \frac{U_M - a(t)}{b(t) - a(t)} \quad (14)$$

A titre d'exemple, considérons le cas particulier suivant où les bornes $a(t)$ et $b(t)$ de notre distribution uniforme croissent toutes deux exponentiellement et de manière identique selon les lois :

$$\begin{aligned} a(t) &= a_0 e^{kt} \\ b(t) &= b_0 e^{kt} \quad (k \text{ coefficient} > 0) \end{aligned}$$

Pour fixer les idées, on supposera de plus : $a_0 < u_M < b_0$ (Fig. 6).

Dans ce cas particulier, la proportion $S(0)$ de composants hors tolérance à l'instant initial est telle que :

$$S(0) = \frac{b_0 - U_M}{b_0 - a_0}$$

A l'instant t_M tel que : $a_0 e^{kt_M} = U_M$, tous les composants sont hors tolérance.

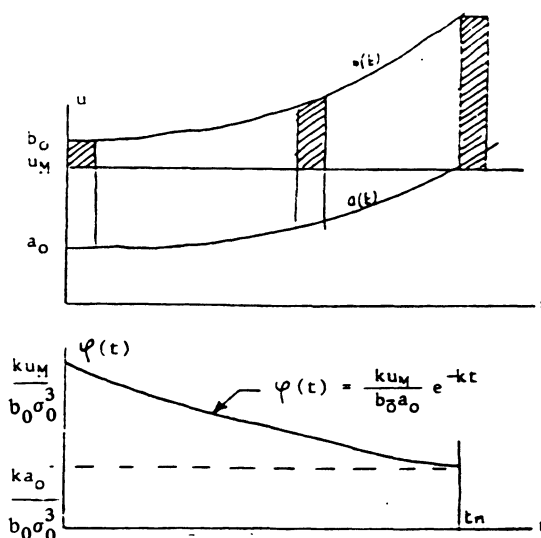


Figure 6

Pour $0 < t < t_M$, la distribution normalisée $\psi(t)$ est obtenue par application de la formule (13), ce qui donne après simplification :

$$\psi(t) = \frac{kU_M}{U_M - a_0} e^{-kt} \quad (15)$$

On retrouve ici une distribution des instants de défaillance de nature exponentielle. Au-delà de l'instant t_M , on retrouve : $\psi(t) = 0$. Il est enfin aisé de vérifier que l'on a :

$$\int_0^{\infty} \psi(t) dt = \int_0^{t_M} \psi(t) dt = 1 \quad (\text{condition de normalisation}).$$

3. UNE GENERALISATION DE LA METHODE R/C APPLIQUEE AU CAS DES PANNES FRANCHES

3.1. Principe de l'approche

Dans les généralités exprimées au paragraphe 2.1 de l'approche précédente, deux catégories de caractéristiques intéressant la fiabilité des composants électroniques ont été mise en évidence :

- les caractéristiques internes — souvent non mesurables — du type :

$$x_i = x_i(E, t)$$

- les caractéristiques fonctionnelles mesurables du type :

$$u_j = u_j(x_1, \dots, x_i, \dots) = u_j(E, t)$$

Ces caractéristiques étant définies, on s'intéresse à présent au cas des pannes franches consécutives à une rupture d'équilibre interne du composant. Une telle rupture peut être engendrée, a priori, par deux types de mécanismes distincts :

- 1^{er} type : une caractéristique interne du type x_i a atteint un seuil physique limite.

Considérons, à titre d'exemple, la couche conductrice d'une piste sur un circuit imprimé. Si on suppose entamé un processus de fissuration de cette couche — dû, par exemple, à la corrosion atmosphérique — et, si on désigne par $x_i(t)$ la profondeur de la fissure à l'instant t , il y a risque de panne franche par circuit ouvert quand $x_i(t)$ atteint l'épaisseur e de la couche (Fig. 7).

La recherche des lois de défaillance relatives à ce premier type de mécanisme se ramène, d'un point de vue conceptuel, à l'approche par évolution progressive envisagée au chapitre précédent. Le problème revient donc à estimer une distribution statistique réaliste de la caractéristique interne $x_i(t)$ et à traiter celle-ci par un formalisme apparenté à celui de l'expression (5).

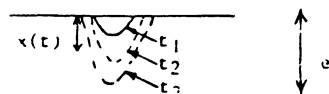


Figure 7

– 2^e type : une excursion de contrainte C d'une nature déterminée (électrique, thermique, vibratoire, ...) excède en amplitude la résistance R_i d'une caractéristique interne particulière x_i du composant et provoque ainsi la panne totale de celui-ci. Quelques exemples suivants peuvent aider à préciser ce point de vue :

- la tension de breakdown V_{BD} caractéristique du diélectrique d'un condensateur : il y a claquage lorsque la tension appliquée excède V_{BD}
- la tension de claquage V_C caractéristique de la jonction d'une diode : le phénomène de claquage apparaît lorsque la tension appliquée en inverse excède V_C
- la force de cohésion F_c d'un bonding : il y a arrachement du fil lorsqu'une contrainte vibratoire excède F_c en amplitude, etc.

Ce deuxième type de mécanisme est plus particulièrement significatif dans les cas où les composants évoluent dans un environnement E caractérisé par une faible stabilité. Il est raisonnable d'admettre que, dans ce cas, les perturbations aléatoires deviennent le facteur prépondérant vis à vis du comportement des composants (ex : influence des régimes transitoires appliqués aux condensateurs).

On se place donc, à présent, dans l'hypothèse d'un régime de fonctionnement perturbé. Dans un tel régime, l'établissement des lois de fiabilité d'appliquant à ce type de mécanisme peut se faire à partir d'un formalisme "résistance/contrainte". En effet, supposons connu (Fig. 8) :

- $h(a)$ la distribution statistique de l'amplitude de la contrainte agissante A ;
- $g(r)$ la distribution statistique des résistances R à la contrainte A attachées à une caractéristique de type x_i au niveau de tous les composants d'un lot considéré.

Alors, la probabilité de non-défaillance d'un composant banalisé du lot et soumis à une excursion de contrainte A a pour expression :

$$p_1 = \int_0^\infty g(r) \left[\int_0^r h(a) da \right] dr \quad (16)$$

expression dans laquelle il est admis que A et R sont deux paramètres physiques pouvant a priori varier entre zéro et l'infini.

Présentée sous la forme de l'expression (16), la probabilité de non-défaillance du composant est manifestement indépendante du temps. Ce résultat est, de fait, conforme à l'hypothèse explicite de l'application d'une seule contrainte au composant considéré. En réalité, soumis sur une durée t au régime de fonctionnement considéré, chaque composant du lot est soumis à un nombre aléatoire k d'excursions de la contrainte A ($k = 0, 1, 2, \dots$). Il est donc nécessaire de généraliser le formalisme R/C mono-contrainte donné par (16) en un modèle R/C multi-contraintes dans lequel le nombre d'excursions de contrainte appliquées à chacun des composants est pris en compte.

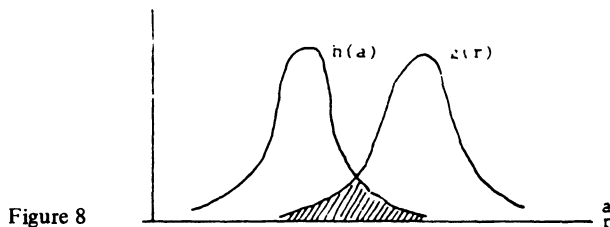


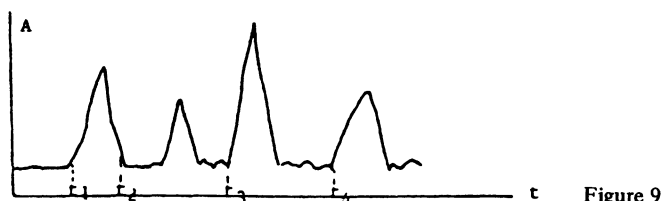
Figure 8

L'hypothèse d'un processus d'occurrence de type poissonien (Fig. 9) portant sur les instants d'apparition de la contrainte considérée sera ici prise en compte, cette hypothèse apparaissant assez bien représentative, en régime perturbé, dans le cas des contraintes électriques (ex : transitoires de courant ou de tension) ou vibratoires (ex : composants fonctionnant en environnement mobile). Conformément à cette hypothèse, la probabilité d'occurrence de k excursions de contraintes sur un laps de temps de durée t s'écrit :

$$P_k(t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \quad (17)$$

expression dans laquelle k est un entier ≥ 0 et λ représente le taux d'apparition de l'excursion de la contrainte A par unité de temps.

On notera que d'autres profils de distribution d'occurrence pourraient être envisagés, par exemple des profils statistiques du type bruit blanc ou des profils de type déterministe (ex : contraintes cycliques).



En maintenant, dans le cadre de la présente étude, l'hypothèse d'un processus d'occurrence de type poissonien, on se propose d'élaborer des modèles de fiabilité généralisant l'expression (16). Dans un premier temps, l'hypothèse de non-vieillessement des composants pendant la durée d'utilisation t sera prise en compte. Le modèle ainsi obtenu sera à son tour étendu, dans un second temps, au cas de la prise en compte de vieillissement individuel.

3.2. Modélisation de fiabilité avec contraintes répétitives en l'absence de vieillissement

On considère acquises les hypothèses suivantes :

- les composants sont soumis à un environnement perturbé E dans lequel la contrainte prédominante A présente des excursions aléatoires caractérisées en amplitude par une distribution $h(a)$ et par une probabilité d'occurrence poissonienne $P_k(t)$ correspondant à l'expression (17)
- les résistances individuelles R des composants vis à vis des excursions de la contrainte A sont caractérisées par une distribution statistique $g(r)$
- quelle que soit la résistance R_0 d'un composant quelconque en début d'épreuve, la résistance $R(t)$ de ce même composant après un séjour de durée t dans l'environnement E considéré est telle que :

$$R(t) = R_0 \text{ (hypothèse d'absence de vieillissement individuel)}$$

On envisagera d'abord le cas d'un profil d'essai réalisé avec remplacement des unités défectueuses, puis celui d'un essai réalisé sans remplacement.

3.2.1. Politique avec remplacement

Dans le cadre de cette politique, chaque unité tombant en panne est immédiatement remplacée par une nouvelle unité. Si l'on suppose que les unités de remplacement proviennent de la même ligne de fabrication que les unités constituant le lot initial, on peut admettre que la distribution statistique $g(r)$ caractérisant ce dernier reste sensiblement invariante au fur et à mesure des remplacements. Désignons par $R(t)$ la fiabilité d'un composant banalisé du lot à l'instant t . On peut écrire :

$$R(t + dt) = R(t) [P_0(t, t + dt) + P_1(t, t + dt) \cdot p_1]$$

Avec :

$P_0(t, t + dt)$ = probabilité de non-occurrence d'excursion de contrainte entre t et $t + dt$

$P_1(t, t + dt)$ = probabilité d'occurrence d'une excursion de contrainte entre t et $t + dt$ et P_1 donné par l'expression (16)

Or, compte tenu de (17), on a :

$$P_0(t, t + dt) = 1 - \lambda dt$$

$$\text{et} \quad P_1(t, t + dt) = \lambda dt$$

$$\text{d'où} \quad R(t + dt) = R(t) [1 - \lambda(1 - p_1) dt],$$

$$\text{soit :} \quad \frac{dR}{R} = -\lambda(1 - p_1) dt$$

Il vient donc :

$$R(t) = e^{-\lambda(1 - p_1)t} \quad (18)$$

L'expression (18) traduit donc un processus de mortalité caractérisé par un taux de panne constant et égal à : $\lambda(1 - p_1)$. Il s'agit d'un processus poissonien compatible avec les modèles de fiabilité classiques en électronique. Ces derniers se trouvent donc validés par la présence approche, où l'on a supposé un processus d'occurrence des excursions de contrainte de type poissonien et une politique d'essai avec remplacement.

3.2.2. Politique sans remplacement

Il est supposé, à présent, que les unités défectueuses ne sont plus remplacées. La conséquence directe de cette politique est qu'il y a modification progressive de la distribution initiale des résistances à la contrainte $g(r)$. Soit $g(r/t)$ cette distribution relative aux composants survivants après un séjour de durée t dans l'environnement E . Cette nouvelle distribution peut-être obtenue de la façon suivante : soit un composant individualisé dans le lot initial et possédant une résistance r vis à vis d'une excursion de la contrainte A . La probabilité de non-défaillance de ce composant consécutivement à l'occurrence d'une excursion de contrainte a pour expression :

$$p_1(r) = \int_0^r h(a) da \quad (19)$$

Compte tenu de l'hypothèse du caractère poissonien du processus d'occurrence des excursions de contrainte A, il s'en suit, selon une démonstration analogue à celle du paragraphe 3.2.1. que la fiabilité à l'instant t du composant considéré a pour expression :

$$R_r(t) = e^{-\lambda [1 - p_1(r)] t} \quad (20)$$

La distribution cherchée $g(r/t)$ peut alors être obtenue par application du théorème de Bayes :

$$g(r/t) = \frac{g(r) R_r(t)}{\int_0^\infty g(r) R_r(t) dr},$$

soit :

$$g(r/t) = \frac{g(r) \cdot e^{-\lambda [1 - p_1(r)] t}}{\int_0^\infty g(r) \cdot e^{-\lambda [1 - p_1(r)] t} dr} \quad (21)$$

Compte tenu que la fonction $p_1(r)$ est une fonction croissante de r , l'expression (21) traduit la disparition privilégiée des unités à faible résistance et donc un déplacement progressif de la distribution $g(r/t)$ vers les valeurs croissantes de r . On notera également, compte-tenu de l'expression (31), que, à l'exception du cas particulier où $g(r)$ est une loi de type gamma – conjuguée bayésienne de la loi exponentielle –, la nature de la distribution $g(r/t)$ est différente de celle de $g(r)$.

Soit $\nu(t)$ le taux de défaillance moyen des composants survivants à l'instant t . La fonction $z(t)$ peut être obtenue en écrivant :

$$z(t) = \int_0^\infty g(r/t) \cdot \lambda(r) dr$$

avec

$$\lambda(r) = \lambda [1 - p_1(r)]$$

(taux de panne individuel d'un composant de résistance r)

Compte-tenu de l'expression de $g(r/t)$, il vient donc :

$$z(t) = \frac{\int_0^\infty g(r) \cdot \lambda [1 - p_1(r)] \cdot e^{-\lambda [1 - p_1(r)] t} dr}{\int_0^\infty g(r) \cdot e^{-\lambda [1 - p_1(r)] t} dr} \quad (22)$$

A ce taux de panne moyen $z(t)$ caractéristique de la distribution des composants survivants à l'instant t , il correspond une densité de probabilité de panne $\varphi(t)$ telle que :

$$\varphi(t) = \int_0^\infty g(r) \cdot \lambda(r) e^{-\lambda(r) t} dr,$$

soit :

$$\varphi(t) = \int_0^\infty g(r) \cdot \lambda [1 - p_1(r)] \cdot e^{-\lambda [1 - p_1(r)] t} dr \quad (23)$$

A titre d'illustration, considérons le cas particulier où les distributions $g(r)$ et $h(a)$ sont uniformes (Fig. 10).

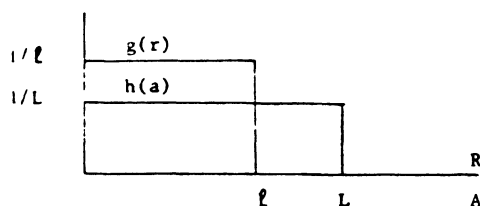


Figure 10

On a donc, par hypothèse :

$$g(r) = \frac{1}{l} \text{ pour } r \leq l$$

$$= 0 \text{ pour } r > l$$

$$\text{et } h(a) = \frac{1}{L} \text{ pour } a \leq L$$

$$= 0 \text{ pour } a > L$$

On suppose de plus : $L > l$:

Compte tenu de (19), il vient :

$$p_1(r) = \int_0^r \frac{da}{L} = \frac{r}{L}$$

La distribution $g(r/t)$ est alors obtenue à partir de (21), soit :

$$g(r/t) = \frac{\frac{1}{l} e^{-\lambda \left[1 - \frac{r}{L}\right] t}}{\int_0^l \frac{1}{l} e^{-\lambda \left[1 - \frac{t}{L}\right] t} dt} \quad (r < l)$$

D'où, après intégration du dénominateur :

$$g(r/t) = \frac{\lambda t e^{(r/L) \lambda t}}{L [e^{(l/L) \lambda t} - 1]} \quad \text{pour } r < l$$

$$= 0 \quad \text{pour } r > l$$

La distribution $g(r/t)$ à un instant t déterminé est une fonction exponentielle de r (Fig. 11-a). Cette fonction vérifie les valeurs limites suivantes :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(r=0/t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda t}{L} e^{-(l/L) \lambda t}$$

$$= 0$$

et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(r = \ell/t) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\lambda t}{L} = \infty$$

Le taux de panne moyen $z(t)$ a pour expression :

$$z(t) = \frac{\int_0^t \frac{\lambda}{\ell} \left[1 - \frac{r}{L} \right] e^{-\lambda \left[1 - \frac{r}{L} \right] t} dr}{\int_0^t \frac{1}{\ell} e^{-\lambda \left[1 - \frac{r}{L} \right] t} dr},$$

Soit, après intégration :

$$z(t) = \frac{[(L - \ell)\lambda t + L]e^{\frac{\ell}{L}\lambda t} - L(\lambda t + L)}{Lt[e^{\ell/L\lambda t} - 1]}$$

Cette expression du taux de panne moyen répond aux conditions limites suivantes :

$$- z(0) = \lambda \frac{L - \ell/2}{L}, \text{ résultat traduisant le fait qu'à l'origine, les composants}$$

du lot présentent des résistances à la contrainte uniformément distribuées autour de la valeur moyenne $\ell/2$.

$$- z(\infty) = \lambda \frac{L - \ell}{L}, \text{ ce qui traduit le fait que lorsque } t \rightarrow \infty, \text{ la distribu-}$$

tion des résistances à la contrainte des composants survivants se ressera autour de la valeur limite ℓ .

On constate donc, comme l'indique la figure 11-b, que $z(t)$ est une fonction monotone décroissante de t depuis la valeur $\lambda \frac{L - \ell/2}{L}$ jusqu'à la valeur $\lambda \frac{L - \ell}{L}$.

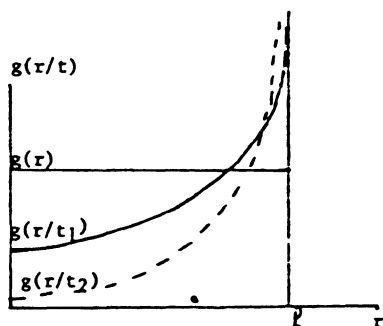


Figure 11a

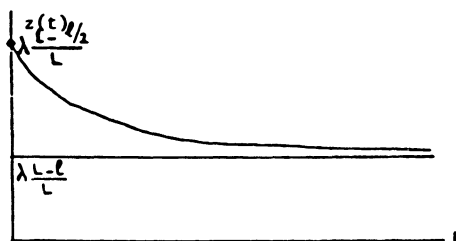


Figure 11b

3.3. Modélisation de fiabilité avec diminution individuelle de résistance à la contrainte

Considérons un composant individualisé présentant à l'origine une résistance r_0 vis-à-vis des excursions de contrainte A. Dans la mesure où le temps passé par ce composant dans l'environnement E devient important, la dégradation des caractéristiques internes x_i consécutive au cumul des perturbations générées par E a pour effet de réduire progressivement la résistance initiale r_0 (théorie du dommage). D'une façon quelque peu restrictive, nous admettrons que la résistance du composant considéré après un séjour de durée t dans l'environnement perturbé peut s'écrire :

$$r(t) = r_0 v(t) \quad (24)$$

où $v(t)$ est une fonction décroissante de t telle que : $v(0) = 1$ et $v(\infty) = 0$.

L'expression (24) traduit en fait une tendance moyenne, la fonction $v(t)$ pouvant, en effet, être assimilée à une caractéristique moyenne de vieillissement intégrant d'une part les écarts relatifs aux vitesses d'évolution internes des composants du lot, et d'autre part les variations de dommage reçu par chacun de ces composants compte-tenu du caractère aléatoire des excursions de contrainte.

Compte tenu de la formulation (24), la probabilité de non-défaillance du composant considéré consécutivement à l'occurrence à un instant t d'une excursion de la contrainte A peut s'écrire :

$$p_1(r_0/t) = \int_0^{r_0 v(t)} h(a) da \quad (25)$$

Compte tenu du caractère de décroissance attaché à la fonction $v(t)$, il en résulte que $p_1(r_0/t)$ est également une fonction décroissante. A la limite :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_1(r_0/t) = 0$$

L'occurrence des excursions de contrainte A étant supposée régie par un processus poissonien, la fiabilité individuelle du composant considéré a pour expression :

$$R_{r_0}(t) = \exp \left\{ -\lambda \int_0^t [1 - p_1(r_0/u)] du \right\} \quad (26)$$

Le taux de panne individuel de ce même composant s'écrit :

$$\lambda_{r_0}(t) = \lambda [1 - p_1(r_0/t)] \quad (27)$$

Il s'en suit que $\lambda_{r_0}(t)$ est une fonction croissante du temps telle que :

$$\lambda_{r_0}(0) = \lambda \left[1 - \int_0^{r_0} h(a) da \right]$$

et $\lambda_{r_0}(\infty) = \lambda$, cette dernière limite traduisant le fait qu'au bout d'un temps très important, le processus régissant l'instant de défaillance du composant correspond exactement au processus poissonien régissant le spectre d'occurrence des excursions de contrainte A. Ce résultat est physiquement évident : la résistance individuelle $r(\infty)$ étant devenue nulle, il y a défaillance du composant dès l'occurrence d'une contrainte.

On notera également que l'on peut écrire, compte tenu de (27) :

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda_{r_0}}{dt} &= \frac{d}{dt} \left[\lambda \left(1 - \int_0^{r_0 v(t)} h(a) da \right) \right] \\ &= -\lambda_{r_0} h[r_0 v(t)] \frac{dv}{dt}\end{aligned}$$

Si l'on admet que, dans le cas général, l'effet du vieillissement ne se fait guère sentir dans les premiers temps de fonctionnement, on a sensiblement :

$$\left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=0} = 0,$$

donc aussi :

$$\left(\frac{d\lambda_{r_0}}{dt} \right)_{t=0} = 0$$

De ce fait, le taux de panne individuel $\lambda_{r_0}(t)$ se présente sous la forme représentée sur la figure 12.

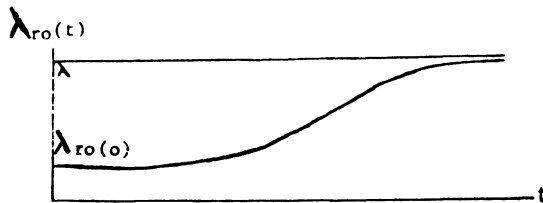


Figure 12

Considérons à présent le lot dans son ensemble. Ce lot étant caractérisé à l'origine par une distribution des résistances aux excursions de contrainte $g(r_0)$, le taux de panne moyen des composants survivants à l'instant t s'écrit :

$$z(t) = \int_0^\infty g(r_0/t) \lambda_{r_0}(t) dr_0$$

avec :

$$g(r_0/t) = \frac{g(r_0) R_{r_0}(t)}{\int_0^\infty g(r_0) \cdot R_{r_0}(t) dr_0}$$

Il s'en suit l'expression générale du taux de panne moyen :

$$z(t) = \frac{\int_0^\infty g(r_0) \cdot \lambda [1 - p_1(r_0/t)] \exp \left\{ -\lambda \int_0^t [1 - p_1(r_0/u)] du \right\} dr_0}{\int_0^\infty g(r_0) \cdot \exp \left\{ -\lambda \int_0^t [1 - p_1(r_0/u)] du \right\} dr_0} \quad (28)$$

L'intérêt de cette expression générale de $z(t)$ réside essentiellement dans le fait qu'elle intègre à la fois l'effet du déverminage et celui du vieillissement individuel des composants. Le premier de ces deux facteurs est, en effet, implicitement traduit par le déplacement au cours du temps de la distribution $g(r_0/t)$, le second

facteur étant traduit par la décroissance, au cours du temps, du la fonction $p_1(r_0/t)$ conformément à (25).

En règle générale, le facteur déverminage est prépondérant en regard du facteur vieillissement dans les premiers temps de fonctionnement. Mathématiquement, cela signifie que la fonction $v(t)$ traduisant le vieillissement reste très voisine de 1 en période de "vie utile". Au cours de cette période, il y a décroissance du taux de panne moyen $z(t)$ consécutivement au déplacement progressif de la distribution $g(r_0/t)$ vers les fortes valeurs de r_0 . A l'instant initial, la valeur du taux de panne moyen est telle que :

$$z(0) = \int_0^{\infty} g(r_0) \lambda [1 - p_1(r_{0/0})] dr_0$$

avec :

$$p_1(r_{0/0}) = \int_0^{r_0} h(a) da$$

Compte tenu que : $1 - p_1(r_{0/0}) < 1$, on a évidemment : $z(0) < \lambda$.

Passée la période de vie utile, la décroissance de la fonction $v(t)$ devient significative. Le taux de panne $z(t)$ se stabilise et se met ensuite à croître jusqu'à une valeur limite $z(\infty)$ égale à λ .

En effet :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_1(r_0/t) = 0 \text{ entraîne : } \int_0^t (1 - p_1(r_0/u)) du \sim t$$

quand $t \rightarrow \infty$

D'où :

$$z(\infty) = \frac{\int_0^{\infty} g(r_0) \lambda e^{-\lambda t} dr_0}{\int_0^{\infty} g(r_0) e^{-\lambda t} dr_0} = \lambda$$

(c.q.f.d.)

L'explication de cette limite de $z(t)$ est analogue à celle de $\lambda_{r_0}(\infty)$ au niveau individuel : après un temps de service très important, les résistances individuelles des unités survivantes sont devenues nulles. Le processus de mortalité régissant l'ensemble des unités survivantes correspond au processus poissonien caractéristique du spectre d'occurrence des excursions de contrainte.

Finalement, le taux de panne global $z(t)$ a une représentation conforme à celle de la figure 13.

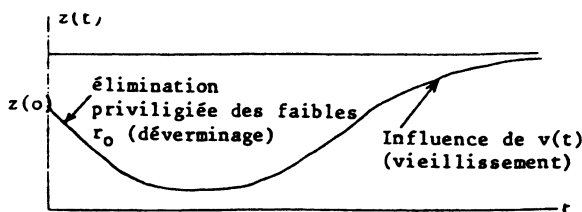


Figure 13

Nota : l'existence d'une limite asymptotique du taux de panne global $z(t)$ quand $t \rightarrow \infty$ ne doit pas surprendre dans le cadre de la présente approche. Ce résultat est la conséquence de l'hypothèse R/C sous-jacente à cette approche selon laquelle le phénomène de défaillance est consécutif à l'occurrence d'une excursion de contrainte excédant en amplitude la résistance potentielle de l'entité considérée vis à vis de ce type de contrainte. En conséquence, et cela quel que soit le degré d'usure de l'entité, l'occurrence d'une excursion de contrainte est une condition nécessaire à la défaillance franche de cette entité. A ce titre, le taux constant d'occurrence de la contrainte envisagée A ne peut que constituer une borne supérieure du taux moyen de panne $z(t)$.

4. EN GUISE DE CONCLUSION

Deux approches visant à établir des modèles généraux de fiabilité des composants électroniques ont été envisagées. Dans la première approche, le phénomène de défaillance a été perçu comme un passage hors tolérance, par rapport à une limite spécifiée, d'une caractéristique fonctionnelle du composant. L'établissement des modèles de fiabilité correspondant à cette perception de la défaillance repose sur un formalisme de type R/C pour lequel la limite spécifiée joue le rôle de résistance non distribuée et la caractéristique elle-même celui de contrainte d'amplitude probabilisée. Compte tenu des conditions de continuité, de tels modèles peuvent être considérés comme valides dans la mesure où les contraintes appliquées au composant sont à peu près stables. La difficulté essentielle, dans ce type d'approche, réside en fait dans l'établissement de la distribution statistique $f(u, t)$ dont les paramètres évoluent avec le temps. Cette distribution peut, dans certains, cas être établie à partir de la connaissance des lois physiques d'évolution des caractéristiques internes au composant et de celle de la dispersion des caractéristiques fonctionnelles en début de vie. Elle peut aussi résulter d'un plan d'essai préliminaire à partir duquel une modélisation empirique de $f(u, t)$ est susceptible d'être envisagée.

Dans la deuxième approche, le phénomène de défaillance a été assimilé à une fracture interne au composant (pannes à caractère brutal) consécutivement à des aléas de contrainte. L'établissement des modèles de fiabilité correspondants est rendu possible par la mise en œuvre d'une méthode R/C avec contraintes répétitives dans laquelle on considère que certaines caractéristiques internes du composant sont soumises à des excursions de contraintes (électriques, thermiques, vibratoires...) d'amplitude variable et dont les instants d'occurrence sont supposés régis par une loi de nature déterministe (cas des contraintes cycliques) ou probabiliste. Le cas important d'un processus d'occurrence poissonien a été envisagé. Dans le cas d'une politique de remplacement des unités défectueuses, il a été démontré que ce processus est générateur d'une loi de mortalité de type exponentiel conforme à la règle préconisée par la théorie classique de la fiabilité.

Dans les scénarios de fonctionnement les plus courants, il sera nécessaire de prendre en compte les deux caractéristiques de défaillance envisagées dans la présente étude : défauts par dérive d'une part, pannes franches d'autre part. La modélisation des lois de fiabilité globale peut ainsi s'appuyer sur chacune des deux approches, le taux de panne global correspondant, en définitive, au cumul des taux de panne obtenus par l'une et l'autre de ces deux approches.

En conclusion, il est permis d'attirer l'attention sur l'adéquation parfois imparfaite des modèles de fiabilité de type poissonien à la fiabilité opérationnelle constatée. Plus précisément, il faut admettre que la loi de fiabilité réelle dépend largement du caractère plus ou moins perturbé du milieu environnant dont l'analyse préliminaire devrait, en toute rigueur, être prise en compte. S'il est apparu possible de corréler le processus de mortalité poissonien à celui de l'occurrence des aléas de contrainte dans le cas d'un environnement perturbé, cette corrélation apparaît en revanche bien moins évidente quand on se penche sur le cas des défauts consécutifs à la dégradation progressive du composant. A moins de vouloir admettre que la loi exponentielle soit un aboutissement logique résultant de la prise en compte simultanée de tous les mécanismes de pannes et de tous les paramètres fonctionnels, ce qui, aux yeux de l'auteur, ne semble pas devoir être aisément démontrable. . .

5. REFERENCES

- [1] R.G. STEWART. — A causal redefinition of failure rate. Theorems, stress dependance, and application to devices and distribution, *IEEE Transact. of Reliability*, Vol. R. 15, no. 3, Déc. 1966.
- [2] M.L. SHOOMAN. — Reliability physics models, *IEEE Transact. of Reliability*, Vol. R-17, No 1, Mars 1968.
- [3] J. RINGLER. — Une modélisation bayésienne du taux de défaillance, Second Colloque International sur la Fiabilité et la Maintenabilité à Perros-Guirec, Sept. 1980. Paru dans la revue de *Statistiques Appliquées*, Vol. 29, n° 1, 1981, pp. 43-56.
- [4] T. CALVIN. — Modeling the bathtub curve. *Annual Reliability and Maintainability Symposium*, 1974.
- [5] KAPUR and LAMBERSON. — *Reliability in Engineering design*, J. Wiley and Sons (N.Y.).
- [6] J. MOLTOFT. — The failure rate function estimated from parameter drift measurements, *Micro-Electronics and Reliability*, Vol. 20, 1980.
- [7] C.M. HARRIS and N.D. SINGPURWALLA. — Life distribution derived from stochastic hazard functions, *IEEE Transact. of Reliability*, Vol. R-17, No. 2, Juin 1968.