REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

ULF GRENANDER

Tendances modernes dans l'analyse des séries chronologiques

Revue de statistique appliquée, tome 10, nº 2 (1962), p. 75-84
<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1962__10_2_75_0>

© Société française de statistique, 1962, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue de statistique appliquée » (http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

TENDANCES MODERNES DANS L'ANALYSE DES SÉRIES CHRONOLOGIQUES

Ulf GRENANDER

Université de Stockholm (1)

Pendant longtemps, on n'a pas été content du tout des méthodes servant à analyser les séries temporelles, méthodes inadaptées à la plupart des situations pratiques. Les démonstrations mathématiques sous-jacentes sont incomplètes ou incorrectes. Le travail numérique est trop mal commode et l'efficacité trop maigre.

Au cours des dernières décades, l'analyse des séries chronologiques s'est développée rapidement. L'aspect général en a changé radicalement : elle concerne des champs variés et emploie des théories probabilistes modernes.

Je me concentrerai sur les idées principales et essaierai d'éviter d'entrer dans les détails techniques.

1 - MODELES PROBABILISTES -

On observe une quantité x qui varie avec le temps. Ou bien, on mesure x continuellement pour toutes valeurs de t dans quelque intervalle, ou bien on ne le mesure qu'en certains points discrets (disons le 1er jour du mois).

Les suites (séries) de valeurs obtenues seront notées x(t).

L'ensemble des points du temps sur lesquels sont faites les mesures sera désigné par T. On dit que x(t) est une série temporelle ou chronologique mesurée sur T.

En statistique, on s'occupe de mesurer des variables stochastiques et on désire employer ces mesures ou échantillons pour en tirer des conclusions sur les distributions de probabilité sous-jacentes.

Dans le cas présent, nous considérons donc les x(t) comme obtenus à partir d'une collection de variables stochastiques X(t) où t parcourt T. Pour chaque t fixé, nous avons une variable stochastique X(t) qu'on peut décrire par sa fonction de distribution. Pour caractériser la collection complète des variables stochastiques, on doit considérer les distributions simultanées.

Nous devons décrire ces distributions de probabilité de X(t). Ce problème relève de la théorie des processus stochastiques. Si T est un inter-

---

(1) Traduction de P. Thionet, maître de conférences à la Faculté des Sciences de Poitiers.

valle complet, on a affaire à un processus d'un paramètre continu, si T est un ensemble fini, ou dénombrable de valeurs : on considère des processus de paramètre t discret.

Pour aller plus loin, nous serons guidés par les besoins des applications de la théorie.

Dans un cas précis, il peut se faire que nous connaissions assez le mécanisme aléatoire qui engendre X(t) pour décrire le processus stochastique plus ou moins complètement. Parfois nous pouvons admettre que la vraie distribution de probabilité appartient à une classe très réduite de lois, où elle est caractérisée par quelques paramètres. Mais souvent, la classe de lois qu'il est naturel d'envisager est très large et introduit un nombre élevé, voire infini de paramètres inconnus. D'un certain point de vue, c'est même là le problème type quotidien des séries chronologiques.

Terminologie - Désignons par $EX(t) = m(t)$ l'espérance mathématique de la variable X et posons :

$$X(t) = \underbrace{m(t)}_{\text{composante systématique}} + \underbrace{\gamma(t)}_{\text{composante aléatoire}}$$

On verra que les modèles probabilistes qui seront proposés entrent dans 3 catégories qui, (en gros) correspondent aux trois étapes du développement historique de l'analyse des séries chronologiques. J'admets que ces étapes sont mal définies et se chevauchent, à la fois dans le temps et du point de vue de la logique.

2 - COMPOSANTES ALEATOIRES INDEPENDANTES -

La 1ère façon d'attaquer ces problèmes reposait habituellement sur l'hypothèse (pas toujours explicite) que les composantes aléatoires $\gamma(t)$ sont des variables aléatoires indépendantes et ayant même distribution.

La composante systématique m(t) étant souvent donnée comme une expression linéaire de fonctions connue, à l'exception de quelques paramètres. Un exemple typique et, en même temps, l'un des plus importants est donné par :

$$m(t) = \sum_{\nu=1}^{r} A_\nu \operatorname{Cos}\left(\frac{f_\nu t}{2\pi} + \Phi_\nu\right) \qquad t = 1, 2, \ldots, n$$

où les amplitudes A_ν, les fréquences f_ν et les phases φ_ν sont des nombres fixes dont quelques-uns sont inconnus et les autres donnés a priori. Si les composantes $\gamma(t)$ sont supposées indépendantes et distribuées normalement, (moyenne 0 et variance commune σ^2), on a mis au point des méthodes pour estimer les paramètres et tester diverses hypothèses. L'expression statistique souvent utilisée à cet effet se nomme périodogramme :

$$I(f) = \frac{1}{2\pi n}\left[\sum_{t=1}^{n} x(t).\ \operatorname{Cos}\frac{ft}{2\pi}\right]^2 + \frac{1}{2\pi n}\left[\sum_{t=1}^{n} x_t \sin\frac{ft}{2\pi}\right]^2$$

Le test du périodogramme de Fisher (1929) est celle de ces méthodes dont on a usé le plus largement. En général, ces techniques visent à détecter et vérifier les vraies périodes $1/f_\nu$; parfois on désire de plus estimer

les amplitudes associées A_ν. Les premiers chercheurs ont usé du périodogramme sans esprit critique et à tout bout de champ dans leurs recherches enthousiastes de périodicités. Lorsqu'on dispose du test de Fisher et des outils mathématiques y relatifs, on peut faire de cette façon une analyse plus sérieuse de ces données.

On a imaginé bien d'autres méthodes raffinant et généralisant quelque peu les estimations et les tests du périodogramme et aussi traitant un peu d'autres types de composantes systématiques. Je citerai seulement celles fondées sur l'hypothèse que m(t) est un polynôme de coefficients inconnus, voire de degré inconnu.

Il est évident que les problèmes esquissés ici appartiennent à la théorie des hypothèses linéaires comprenant l'analyse des variances, l'analyse des regressions, etc. ;

Les modèles à composantes indépendantes aléatoires ont été utilisées dans bien des domaines et avec des succès divers. On a reconnu depuis longtemps que l'hypothèse de base de l'indépendance s'effondrait lorsque l'intervalle entre mesures successives est petit par rapport à l'échelle des temps du mécanisme aléatoire. Si la dépendance n'est pas négligeable, il peut être dangereux et tout-à-fait erroné d'user de méthodes valables seulement pour des modèles présupposant l'indépendance. Il peut être instructif de considérer l'exemple suivant, presque trivial :

$\gamma(t)$ = variable normale ; moyenne 0 ; variance commune σ^2

$m(t)$ = constante inconnue m

Estimer m sur l'échantillon x_1 ------ x_n. L'estimateur usuel $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum^{n} x(t)$, toujours sans biais. Si les γ indépendants, $\bar{x}$ a pour écart-type $\sigma/\sqrt{n}$ et l'intervalle de confiance est de l'ordre de $\sigma/\sqrt{n}$.

Au contraire, s'il y a dépendance, ce n'est plus vrai. Cas extrême $\gamma(1) = \gamma(2) = \ldots = \gamma(n)$. L'écart-type de $\bar{x}$ est σ. Par conséquent, on a tiré des données des conclusions qu'on n'avait pas le droit d'en tirer ; l'intervalle de confiance qu'on avait admis est trop petit.

En pratique, les choses ne sont pas si excessives ; mais enfin, il faut regarder les choses en face.

3 - SCHEMAS PARAMETRIQUES FINIS -

Pour surmonter ces difficultés, on a imaginé d'autres modèles probabilistes conduisant à des méthodes d'analyse reposant sur des hypothèses plus réalistes. Le travail de pionnier dans cette question est celui de Udny Yule (1927) et Hermann Wold (1938). Ces auteurs ont envisagé des modèles où la composante aléatoire $\gamma(t)$ est appelée schéma paramétrique fini. Il nous suffira d'en mentionner un : le processus auto régressif. $\gamma(t)$ est un tel processus s'il satisfait à une équation linéaire aux différences à coefficients constants

$$a_0\,\gamma(t) + a_1\,\gamma(t-1) + a_2\,\gamma(t-2) + \ldots + a_k\,\gamma(t-k) = \xi(t)$$

où k est appelé l'ordre du processus. Les variables stochastiques $\xi(t)$ sont indépendantes et distribuées suivant la même loi et d'habitude normées

(moyenne 0). On vérifie facilement que les γ ne sont plus indépendants : introduisons la fonction de covariance $\xi[\gamma(s)\ \gamma\ (t)] = r(s, t)$ qu'on peut calculer sans difficulté ; on constate que $r(s, t)$ ne s'évanouit pas en général pour $s \neq t$ comme ce serait le cas avec des variables indépendantes.

En pratique on choisit $k = 1$ ou 2.

Dans certaines applications, on est naturellement conduit à des processus stochastiques satisfaisant à des équations aux différences de ce type. Ceci est quelque peu analogue aux problèmes traditionnels de physique qui sont souvent réduits aux équations différentielles du 2° ordre.

Bien sur, il doit être très important de savoir distinguer empiriquement les processus qui ont des composantes aléatoires indépendantes de ceux du type ci-dessus visé. Dans ce but, une série de méthodes a été imaginée aux U.S.A. durant les années 1940-49, avec d'abord les papiers de T. Koopman (1942) et R.L. Anderson (1942). Des méthodes d'une nature assez différente ont été développés par Quenouille et H. Wold (1949) pour tester si une série chronologique donnée appartient à l'un des schémas paramétriques finis. On continue à faire beaucoup de travail dans cette direction, et on a effectué ces dernières années d'importantes recherches sur ces schémas.

Malgré ces réalisations, cette méthode a encouru quelques blâmes. On fait observer qu'il n'est pas évident que les schémas paramétriques finis constituent la catégorie naturelle et correcte de processus pour les applications auxquelles on s'intéresse. Bien que, dans un certain sens, il soit exact qu'une catégorie très large et importante de processus puisse être approchée d'aussi près qu'on le veut par un tel schéma d'ordre suffisamment élevé, on a rarement des raisons quelconques de croire qu'un schéma d'ordre 1 ou 2 suffise à procurer une approximation raisonnagle. Pourquoi ne pas sortir de cette catégorie ?

Les défenseurs de cette idée notent qu'en se restreignant a priori à ces schémas d'ordre peu élevé, le statisticien se place lui-même dans une situation déjà équivoque : il tire de ses données des résultats plus précis qu'il n'est habilité à le faire. En d'autres termes, il acquiert un sentiment de sécurité illusoire tiré de ses conclusions statistiques.

4 - MODELES PLUS GENERAUX -

Dans la dernière décennie, on a beaucoup travaillé à inventer des méthodes de portée plus grande. Je parlerai seulement d'une approche : les processus stochastiques stationnaires à 1 voie car le cas stationnaire a été celui qu'on a le plus étudié.

En gros, un processus est dit stationnaire si sa distribution de probabilité ne change pas avec le temps, de sorte que ses distributions de probabilité ne dépendent pas du temps absolu mais des différences de temps. Ainsi $\gamma(t)$ est une variable stochastique avec fonction de distribution indépendante de t. La fonction de distribution simultanée de 2 variables $\gamma(s)$ et $\gamma(t)$ dépend seulement de $(t - s)$ et ainsi de suite.

On peut espérer trouver un modèle stationnaire quand on sait que le mécanisme aléatoire se comporte d'une façon invariante dans une certaine mesure (c'est à voir dans chaque cas).

Il est clair que même un mécanisme aléatoire stable peut engendrer un processus non stationnaire ("transient") bien que, dans bien des cas, un équilibre probabiliste soit atteint au bout d'un temps assez long.

Bien que l'hypothèse de stationnarité réduise dans une large mesure les possibilités d'application du modèle, la catégorie des distributions de probabilité possibles est encore très vaste - trop vaste - pour bien des usages.

On a étudié diverses sous-catégories ; et pour plus de commodité j'étudierai seulement les processus stationnaires qui sont distribués normalement, encore que bien des choses que je vais dire s'appliquent à des cas beaucoup plus généraux.

Il est bien connu qu'une distribution normale est complètement définie par ses 2 premiers moments. $\gamma(t)$ a une valeur moyenne nulle ; la fonction de covariance peut s'écrire :

$$r(s, t) = R(s - t)$$

En d'autres termes, si nous connaissons $R(t)$ pour toutes les valeurs de t, nous connaissons la distribution de probabilité complète. A partir d'un échantillon, on peut estimer $R(t)$ et construire des régions de confiance - du moins si l'échantillon est grand.

Alors que la façon d'attaquer le problème du paragraphe 3 avait été influencée surtout (mais pas exclusivement) par les applications d'ordre économique et social, les méthodes évoquées ici ont été surtout développées pour résoudre les problèmes statistiques des sciences physiques. Dans leur contexte le plus fréquent, il apparaît que la quantité à laquelle on s'intéresse d'emblée n'est pas $R(t)$ mais une expression qui lui est apparentée, la fonction F de distribution spectrale. D'après un théorème fameux de Wiener-Khintchine (voir Doob, 1953), il existe une fonction $F(\lambda)$ ayant toutes les propriétés d'une fonction de distribution sauf que $F(\infty)$ n'est pas égal à 1 mais à $R(0) = E\,Y^2(t)$ et telle que $R(t) = \int_0^\infty \cos t\lambda \, dF(\lambda)$.

Nous parlons ici du cas d'un paramètre t continu prenant toutes les valeurs réelles ; mais dans le cas discret on a (d'après H. Wold, 1938)

$$R(t) = \int_0^\pi \cos t\lambda \, dF(\lambda)$$

Donc si la fonction $F(\lambda)$ est connue on peut calculer $R(t)$, et l'inverse est également possible grâce à une formule d'inversion.

Le rôle de la fonction de distribution spectrale a été rendu plus clair par un théorème important de Cramer (1942) qui dit que n'importe quel processus stationnaire $y(t)$ peut être représenté par une expression

$$y(t) = \int_0^\infty \sin t\lambda dZ_1(\lambda) + \int_0^\infty \cos t \; dZ_2(\lambda)$$

où Z_1 et Z_2 sont des processus stochastiques ayant les propriétés suivantes :

$$EZ_1(\lambda) = EZ_2(\lambda) = 0 \tag{1}$$

$$EZ_1(\lambda_1) \,.\, Z_2(\lambda_2) = 0 \text{ processus non correllés} \tag{2}$$

$$E\,[Z_1(\lambda_2) - Z_1(\lambda_1)]\,[Z_1(\lambda_4) - Z_1(\lambda_3)] = 0, \tag{3}$$

si les intervalles (λ_1, λ_2) et (λ_3, λ_4) sont disjoints, avec une équation analogue 3 bis pour Z_2

$$E\,[Z_1(\lambda_2) - Z_1(\lambda_1)]^2 = E\,[Z_2(\lambda_2) - Z_2(\lambda_1)]^2 = F(\lambda_2) - F(\lambda_1) \qquad (4)$$

pour tout couple de valeurs telles que

$$\lambda_1 < \lambda_2$$

Cette représentation rappelle à la fois les intégrales de Fourier et les expressions trigonométriques du paragraphe 2. Mais il y a une différence essentielle ; pour éviter d'être trop techniques, nous n'entrerons pas dans une discussion détaillée de l'interprétation de ces intégrales.

Nous remarquerons seulement que (heuristiquement parlant) le processus est décomposé en 2 termes harmoniques : sin t λ et cos t λ avec des amplitudes stochastiques $\Delta Z_1(\lambda)$ et $\Delta Z_2(\lambda)$.

L'ordre de grandeur de ces amplitudes est donné par la variance

$$\text{Var. } (\Delta Z_1) = \text{Var } (\Delta Z_2) = \Delta F$$

Dans maints contextes, une variance peut être interprétée comme une puissance moyenne, une quantité ayant une signification physique immédiate et pouvant être mesurée directement.

Il est alors naturel d'essayer d'estimer $F(\lambda)$ directement - et peut-être aussi $\frac{d}{d\lambda}F(\lambda) = f(\lambda)$.

Diverses méthodes ont été suggérées par J.W. Tukey, M.S. Bartlett (1950-55), Grenander (1951) et on a beaucoup travaillé dans cette direction.

Il est intéressant de noter que plusieurs des résultats importants de cette branche de la statistique théorique sont dus à des physiciens. Ceci a influencé le développement de cette théorie et accru l'utilité pratique des méthodes suggérées. Il vaut la peine de mentionner que le périodogramme réapparaît (sous un aspect modifié) dans un tel contexte.

En liaison avec l'estimation d'une fonction inconnue telle $F(\lambda)$, on se demande naturellement s'il est possible de construire des régions de confiance du type $F_1(\lambda) < F(\lambda) < F_2(\lambda)$ quel que soit λ.

Ceci (et les problèmes s'y rapportant) a été traité par Grenander et Rosenblatt (1953), qui ont obtenu des résultats concernant les grands échantillons.

Un groupe de problèmes d'un type quelque peu différent se pose quand on désire estimer des quantités inconnues déterminant la composante systématique m(t) si y(t) est un processus stationnaire. Les résultats classiques de l'analyse des régressions s'effondrent mais on peut obtenir des résultats très nets (voir Grenander 1954). Cependant ceux-ci sont également relatifs à un grand échantillon, et jusqu'ici on n'a pas étudié à fond quel degré d'approximation procurent les petits échantillons.

Parmi les domaines où on a appliqué les méthodes précédentes, mentionnons la théorie du bruit de fond et celle de la turbulence. Parfois, et spécialement quand on use de méthodes analogues, il est commode d'employer un temps continu. On se heurte alors à certaines difficultés, mais Grenander (1950) a montré qu'on peut les surmonter avec la théorie moderne des processus stochastiques de Doob. Des travaux dans ce sens ont été faits par H.B. Mann (1953) et d'autres.

Il est impossible de discuter (voire de mentionner) toutes les contributions. Beaucoup sont publiées dans des journaux non statistiques et ne sont pas faciles à localiser. Une monographie Rosenblatt-Grenander est en cours de préparation sur le sujet.

5 - LA SITUATION PRESENTE -

Le 1er groupe de modèles a été sévèrement critiqué : critique dirigée contre certaines applications abusives et non contre la méthode elle-même. Il en est de même pour le 2e groupe. Sa validité n'est acquise que dans certains domaines seulement : avons-nous assez d'informations pour pouvoir établir que la structure des probabilités est bien de ce type ?

Le 3e groupe donne lieu à des méthodes très largement applicables ; néanmoins il ne faut pas oublier qu'il s'agit d'une classe limitée de processus.

Par exemple : on suppose souvent la stationnarité (la tentation est forte pour le théoricien). Granander pense qu'en économie, les processus sont rarement stationnaires, au moins sur une longue période.

La normalité aussi est admise un peu vite : vérifier empiriquement une telle hypothèse pose un problème théorique compliqué et qui demanderait des observations très nombreuses.

Un aspect déplaisant de la plupart des développements récents est qu'ils exigent beaucoup de calculs numériques pour calculer les statistiques. Quand on fait des investigations de grande envergure ou de routine ce n'est pas très gênant (calculateurs électroniques et cartes perforées), mais ce n'est plus vrai du tout pour analyser une seule ou quelques séries chronologiques (car il est impossible alors de consacrer assez de temps à la programmation). On aurait besoin de quelques méthodes abrégées rapides.

Les travaux récents sont surtout destinés à fournir des instruments assez généraux dont l'emploi ne demande que des hypothèses réalistes. Les conditions de validité sont donc élargies mais l'efficacité des méthodes est diminuée par rapport aux anciennes méthodes. Donc des séries plus longues sont nécessaires (ou un plus grand nombre de séries courtes) pour obtenir des résultats.

En outre, la plus grande partie des travaux récents ne s'applique qu'aux grands échantillons. Ainsi, les trois groupes de modèles se complètent, mais il reste beaucoup à faire avant qu'on puisse dire que la théorie a un aspect satisfaisant.

On manque de familles adéquates de processus stochastiques définis pour s'adapter aux besoins de la recherche appliquée. Le besoin le plus important est peut être celui de modèles probabilistes plus réalistes et flexibles. Pour cela il faut voir les applications, avoir des contacts étroits avec les sciences utilisatrices. Le succès des nouvelles techniques du paragraphe 4 tient justement à cela. La catégorie de structures de probabilité devrait correspondre à la connaissance que nous avons déjà du phénomène étudié. Ces concepts de causalité peuvent être alors utiles. Une discussion lumineuse à ce sujet peut être trouvée dans H. Wold (1952).

Il paraît vraisemblable que, dans les travaux futurs sur les séries chronologiques, nous aurons à nous contenter encore de méthodes approchées. Je serais surpris s'il se révélait possible d'obtenir des méthodes d'inférence

valables exactement pour des petits échantillons sous des conditions assez générales pour nous convenir. Cela ne devrait chagriner que les puristes, puisque (comme on l'a déjà dit) nous aurons besoin de toute façon d'échantillons assez grands pour pouvoir aboutir à des conclusions. La tendance moderne parmi les statisticiens théoriciens va vers les méthodes abstraites, et c'est le cas en particulier pour l'analyse des séries chronologiques ; de sorte que les problèmes dont l'aspect est plus pratique sont assez négligés. Les manipulations formelles trop abondantes peuvent choquer le sens esthétique du théoricien, mais il y a de très nombreuses questions intéressantes difficiles et attrayantes, ayant en général un caractère analytique, et d'autres concernant les méthodes d'approximation à mettre sur pied. C'est le cas du moins si l'on a l'ambition d'obtenir des résultats logiquement corrects et solidement établis.

Ceci m'amène à un autre point que je tiens pour important. On a dit que, comme la statistique n'est qu'une science appliquée, il n'était pas nécessaire d'avoir des démonstrations totalement rigoureuses. A présent le statisticien adopte comme point de vue que l'une de ses tâches (et peut être la seule) serait de promouvoir l'emploi de technique correctes dans les recherches où la statistique est employée pratiquement.

Nous savons tous comme il est facile de commettre une erreur dans la planification et l'analyse des recherches statistiques. Le statisticien devrait veiller à ce que cela n'arrive pas ; et il est alors guidé par son expérience et par la théorie statistique. Si l'on veut que cela soit, il faut que la théorie soit correcte. Maintenant, dans bien des branches de la statistique, les difficultés mathématiques sont négligeables à côté des problèmes d'application et d'interprétation de la méthode. Si l'algèbre et l'analyse ne sont pas employées de façon convenable, il n'y aura pas de danger très grand de commettre une grave erreur si la méthode repose sur un argument intuitif correct.

Cependant, quand la complexité mathématique augmente (comme cela arrive pour l'analyse des séries chronologiques, et il est vraisemblable que ce n'est pas fini) on doit alors faire davantage attention aux mathématiques. Dans l'analyse des séries chronologiques, il y a des exemples de cas où des erreurs de cette espèce ont conduit à des résultats aberrants ou erronés. Je ne veux pas sous-estimer le rôle de l'intuition dans le travail scientifique, mais nous devrions faire attention, avant de proposer une technique statistique nouvelle, de bien savoir si et où elle s'applique. C'est seulement un simple acte d'honnêteté intellectuelle d'appliquer les mêmes normes pour juger du fondement logique d'un travail théorique que pour critiquer le chercheur non statisticien qui commet des erreurs de statistique dans ses raisonnements. Nous avons tous connu cette attitude de pharisien de quelques statisticiens vis-à-vis de leurs collègues des sciences appliquées.

De plus, une démonstration mathématique correcte, bien interprétée, nous apprend beaucoup sur la validité réelle des méthodes : les démonstrations ne sont pas un luxe mais peuvent et devraient servir à nous apprendre des choses pratiques. Remarquons aussi que le "statisticien appliqué" n'a pas les mêmes possibilités de vérifier ou contre prouver empiriquement la validité de ces méthodes que, par exemple, le physicien.

La seule façon de faire cela pour un statisticien, c'est de faire des expériences artificielles de sondage. Ceci est très coûteux et mal commode en matière de séries chronologiques, telle est du moins ma propre expérience.

Je voudrais discuter rapidement un autre sujet qui a une grande importance : comment utiliser les séries chronologiques en vue de la prévision ? La théorie de la prévision de Wiener Kolmogoroff (cf. Wiener, 1949) est bien connue. Elle est conçue pour le cas où on a observé une série stationnaire (qu'on notera y(t) jusqu'à la date t. On désire prédire la valeur du processus dans l'avenir y(t + h).

Cette belle théorie a des applications nombreuses et importantes ; mais dans bien des problèmes pratiques, on ne peut l'utiliser ; car ou bien y(t) n'est pas stationnaire, ou bien il y a une composante systématique m(t) qui se superpose aux observations. Si nous n'avons pas une idée correcte du mécanisme sous-jacent, nous ne pouvons décrire m(t) avec assez de précision. C'est là certainement un cas où un emploi par trop enthousiaste des instruments existants pour l'analyse des séries chronologiques pourrait conduire à des résultats désastreux.

Pareilles situations existent dans les projections à long terme, en économie, démographie et autres. Il est clair que la solution ne réside pas seulement dans un traitement statistique raffiné, mais que davantage d'informations sur le fonctionnement du mécanisme générateur doivent être recueillies de façon que la structure de m(t) et y(t) puisse être décrite en termes plus précis. La statistique ne fait pas de miracles parce qu'on a en elle une foi superstitieuse.

REFERENCES

ANDERSON R.L. (1942) - Distribution of the serial correlation coefficient. Annals of Math. Stat. 13, 1-13.

BARTLETT M.S. (1946) - On the theoretical specification and sampling properties of auto-correlated time series. J.R.S.S. 8, 27-41.

BARTLETT M.S. (1950) - Periodogram analysis and continuous spectra - Biometrica 37, 1-16.

BARTLETT M.S. (1955) - An introduction to stochastic processes - Cambridge University Press, London.

CRAMER (1942) - On harmonic analysis in certain functional spaces. Arkiv. Mat. Astr. Fys. 28, B, 7

DOOB (1953) - Stochastic processes - John Wiley and sons, New-York.

FISHER (1929) - Test of significance in harmonic analysis - Proce. Roy. Soc. A 125, 54-59.

GRENANDER (1950) - Stochastic processes and statistical inference - Arkiv. Mat. 1, 195-277.

GRENANDER (1951) - On empirical spectral analysis of stochastic processes. Arkiv. Mat. 1, 503-531.

GRENANDER (1954) - On the estimation of regression coefficients in the case of an auto-correlated disturbance - A.M.S. 25, 252-272.

GRENANDER et ROSENBLATT (1953) - Statistical spectral analysis of time series arising from stationary stochastic processes - A.M.S. 24, 537-558.

KOOPMANS T. (1942) - Serial correlation and quadratic forms in normal variables. Ann. Math. Stat. 13, 14-33.

MANN H.B. (1953) - Introduction in the theory of stochastic processes depending on a continuous parameter - National Bureau of Standards, U.S.A.

TUKEY J.W. - Measuring noise color (unpublished).

WIENER N. (1949) - The extrapolation interpolation and smoothing of stationary time series. John Wiley and sons.

WOLD H. (1938) - A study in the analysis of stationary time series. Almquistand Wikselk. Stockholm.

WOLD H. (1949) - A large sample test for moving averages - J. Roy. Stat. Soc. B, 11, 297-305.

WOLD H. (1952) - Demand analysis. A study in econometrics - John Wiley and sons.

YULE U. (1927) - On a method of investigating periodicities in disturbed series, with special reference to Wolfer's sunspot numbers. Trans. Roy. Soc. A 226, 267-298.

Autres références communiquées par le traducteur

HANNAN E.J. (1960) - Time series analysis. Methuen Monographs.

MALINVAUD E. (1960-61) - Cours de l'Ecole Nationale de la Statistique et de l'Administration Economique.

QUENOUILLE M.H. (1957) - The analysis of multiple time series. Griffin's Statistical monographs.