

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

J. Y. THEBAULT

Distribution lognormale de certains caractères de quelques phénomènes géologiques et ses applications

Revue de statistique appliquée, tome 9, n° 2 (1961), p. 37-87

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1961__9_2_37_0

© Société française de statistique, 1961, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DISTRIBUTION LOGNORMALE DE CERTAINS CARACTÈRES DE QUELQUES PHÉNOMÈNES GÉOLOGIQUES ET SES APPLICATIONS

J. Y. THEBAULT

Résumé

Les géologues qui étudient les terrains sédimentaires ont introduit depuis longtemps la statistique comme méthode d'investigation.

Dans d'autres branches de la géologie et notamment la métallogénie, il apparaît que l'étude statistique des phénomènes permet de les préciser et de tirer des conclusions géologiques et économiques.

Certaines données plus ou moins intuitives du prospecteur et du géologue, relèvent du domaine statistique.

Pour les filons, j'ai pu établir :

a) la distribution lognormale de la population des puissances α d'un même filon.

b) la distribution lognormale des puissances ou mieux des médianes des puissances des différents filons d'un même champ filonien.

c) la distribution lognormale des longueurs des filons d'un champ filonien.

d) enfin dans les champs filoniens minéralisés il semble que la moyenne du poids de métal contenu au mètre d'approfondissement par filon, se distribue pour l'ensemble des filons du champ suivant une lognormalité plus ou moins rigoureuse.

Dans les roches éruptives, les longueurs de certains minéraux suivent une distribution lognormale. Pour certaines roches grenues il est vraisemblable que cette distribution existe pour l'ensemble des minéraux de la roche.

Pour les corps minéralisés : lentilles, runs, amas, etc., il semble que les longueurs de ces corps soient distribuées dans un même gisement suivant une loi lognormale et que les longueurs stériles entre eux, soient aussi lognormales.

Enfin un caractère remarquable est la constante de l'ordre de grandeur des paramètres de dispersion : par exemple, la dispersion des dimensions d'un minéral défini dans une roche est toujours faible, quels que soient : le minéral, la roche, le lieu.

SOMMAIRE

I - Généralités.

II - Etude statistique de quelques phénomènes géologiques.

1/ Etude des filons.

- A) Distribution des différentes puissances d'un même filon.
- B) Distribution des puissances des différents filons d'un champ filonien.
- C) Distribution des longueurs des filons d'un champ filonien.
- D) Distribution dans un champ filonien minéralisé des poids de métal contenu par mètre d'approfondissement de filon.

2/ Distribution des longueurs de corps de minerais.

3/ Etude des longueurs des minéraux dans les roches.

- A) Longueurs des minéraux automorphes.
- B) L'ensemble des minéraux d'une roche éruptive.

4/ Distribution des longueurs de failles dans un domaine donné.

5/ Distribution des longueurs des massifs de granite Taourirt dans le Hoggar.

III - Conclusion.

I - GENERALITES -

Les méthodes statistiques sont employées depuis longtemps par les géologues qui étudient les formations sédimentaires : étude du pourcentage de minéraux lourds dans les différents horizons, étude morphoscopique des sables, études granulométriques diverses, etc.

Grâce à l'étude des formations détritiques, on a pu savoir que certains caractères de quelques phénomènes géologiques sont distribués suivant une loi lognormale : c'est le cas des puissances des bancs de même nature dans une série stratigraphique, c'est le cas des pourcentages en poids des fractions des différentes granulométries dans de nombreuses roches détritiques.

Comme l'écrivent Rogers J.J.W. et Dawson R.E. Jr [1] "Tant de sédiments montrent des distributions lognormales pour les pourcentages de poids, qu'apparemment le total des processus de fracturation pendant l'érosion et le transport tend à produire une distribution lognormale". Naturellement faut-il supposer des phases de transition peut être non lognormales.

Bien plus dans un même sédiment, comme l'a écrit Rithenhouse [2] "l'étude des sables de rivières montre que les minéraux lourds et légers ont pour un même échantillon des courbes de distribution similaires". Pénétrant plus avant dans le détail J.J.W. Rogers et Jr Dawson ont prouvé que pour les minéraux lourds, cette division lognormale des diverses granulométries existe aussi à l'échelle d'un minéral considéré.

Par ailleurs, Krumbein W.C. et Tisdell F.W. [3] ont montré que la destruction mécanique (pour les granites) ou chimique (pour les laves) des

roches en place, amène - alors que les minéraux ne sont pas encore tous individualisés - à une distribution suivant la loi de Rosin.

Il est utile d'indiquer ici que lorsque la plupart des auteurs cités, parlent de distribution lognormale, il s'agit de distributions lognormales au sens des naturalistes, qui ne résisteraient sans doute généralement pas à un test χ^2 , mais qui traduisent une tendance valable pour les phénomènes étudiés. Ces distributions qui peuvent ne pas être mathématiquement lognormales, soit originellement, soit par suite des erreurs introduites par l'échantillonnage, les difficultés de mesures, etc. conservent pourtant tout leur intérêt pour les sciences appliquées. Pour ces distributions, G. Matheron propose l'expression de "lognormaloïdes".

Dans une telle appellation, la loi de Rosin correspondrait aussi à une distribution lognormaloïde.

Connaissant la lognormalité de certains phénomènes de la géologie sédimentaire, il est tentant d'étudier si les méthodes statistiques ne peuvent être utilisées pour d'autres disciplines géologiques : métallogénie, pétrographie, etc. Comme l'écrivait J. Lombard [4] "l'analyse statistique est un moyen - et le meilleur actuellement - d'approcher quantitativement un aspect qualitatif de la structure d'un ensemble..."

Comme on le sait, F. Blondel préconise depuis fort longtemps ce mode d'approche des phénomènes en métallogénie et a étudié notamment la distribution des gisements à l'échelle des continents.

En France, G. Matheron [5] a étudié la distribution des teneurs dans un gisement et a obtenu des résultats remarquables quant à cette distribution. G. Matheron est aussi le père de la théorie lognormale de l'échantillonnage systématique des gisements [6].

Conseillé par G. Matheron et A. Cailleux, j'avais précédemment étudié les distributions de certains caractères géologiques [7].

Il faut noter, et c'est assez paradoxal, que ce sont encore des géologues du sédimentaire qui les premiers ont observé la distribution lognormale des longueurs de certains cristaux dans les roches éruptives [8]. De nombreuses mesures ont été faites par les auteurs américains dont les publications ont été précédemment citées et par M. C. Mc Ewen, F.W. Fessenden, sur des cristaux de zircon, de tourmaline, de hornblende.

Cependant, une conception statistique des phénomènes géologiques se trouve souvent implicitement suggérée chez des auteurs, généralement métallogénistes, mineurs ou prospecteurs.

Les prospecteurs expérimentés disent par exemple que si dans un même champ filonien comprenant 100 filons, 90 sont stériles, les autres filons ne pourront probablement être que faiblement minéralisés mais ne formeront pas de gisement économique. De même si dans un même champ filonien, 90 filons sont bien minéralisés, le 91^e ne sera probablement pas stérile. C'est là une conception statistique de la distribution des masses de minerai.

La notion bien connue de De Launay "de province métallogénique" s'enrichit si on l'examine aussi sous l'angle statistique. Dans une province il y a distribution d'une ou de plusieurs familles statistiques comportant certains éléments.

Quand pour le Canada, T. Koulomzine et R.W. Dagenais [9] indiquent

que dans les districts miniers déjà connus, la recherche minière a plus de chance de réussite économique, que dans une zone déjà explorée sans découvertes de gisements, cela veut dire que dans une région où l'on connaît déjà des individus d'une population statistique qui constituent des gisements, la découverte d'un nouvel individu aura plus de chances de présenter un intérêt économique, qu'un indice découvert dans une zone où tous les indices déjà connus en quantité comparable sont faibles. Ce que l'on peut espérer dans la deuxième région c'est la découverte d'une nouvelle population de gisements ; mais de nouveaux individus de la famille déjà connue ont peu de chance de correspondre à des gisements payants.

Des auteurs américains sont parvenus aux mêmes conclusions, à savoir que c'est dans les districts miniers que la prospection a le plus de chances de succès.

II - ETUDE STATISTIQUE DE CERTAINS CARACTERES DE QUELQUES PHENOMENES GEOLOGIQUES -

L'étude que je présente a abordé essentiellement l'examen des filons. Filons dont l'importance est considérable en métallogénie et en géologie et dont on ignore encore beaucoup d'aspects. L'étude de la distribution log-normale des dimensions des cristaux dans les roches a été étudiée, sur le terrain et sur des échantillons de roches. Pour ces études de longueurs de cristaux j'avais des éléments de comparaison grâce aux études précédentes des géologues américains du sédimentaire.

L'étude de la distribution des longueurs de failles a été menée dans deux cas simples à partir de cartes géologiques excellentes. Ce qui peut permettre aux géologues intéressés par les résultats de les vérifier et de les compléter.

De même dans l'étude des filons, si au début j'ai obtenu toutes les données numériques par mon travail personnel sur le terrain, sachant ensuite les éléments qui étaient nécessaires pour vérifier ces premiers résultats sur d'autres cas, j'ai chaque fois que je l'ai pu, relevé sur des cartes et des publications ou rapports de géologues ou de prospecteurs les valeurs nécessaires à mon travail. Cette façon de procéder avait deux raisons :

- D'abord je ne risquais pas d'être influencé par des appréciations personnelles.

- Ensuite, d'autres géologues peuvent se procurer les mêmes documents, refaire le même travail et retrouver mes résultats.

A ce jour, je n'ai encore qu'amorcé l'étude de la distribution des longueurs des corps de minerais ainsi que celle de l'ensemble des minéraux d'une roche éruptive dans un cas simple (granite équigranulaire).

Il me faut préciser que je n'ai jamais fait de test χ^2 pour vérifier la plus ou moins rigoureuse obéissance à la loi lognormale des phénomènes étudiés. Il est vraisemblable que la plupart de mes distributions sont en fait lognormaloïdes. Dans deux cas, G. Matheron a bien voulu étudier mes distributions. Comme on le verra, pour les mesures portant sur les longueurs de 5627 feldspaths mesurés dans un granite porphyroïde, il trouve après certains regroupements une distribution lognormale. Par contre pour les mesures portant sur 935 cristaux de wolfram, son étude conclut au rejet de la rigoureuse lognormalité de la distribution.

Mais, du point de vue pratique et appliqué, le seul qui m'intéresse ici, le rejet de la lognormalité mathématique est peu important, la sensibilité du test χ^2 est si grande qu'elle peut amener au rejet d'une distribution réellement lognormale mais où les difficultés des mesures et d'échantillonnages ont introduit des erreurs suffisantes pour faire rejeter la lognormalité.

Il faut aussi préciser que, pour gagner du temps, j'ai calculé les écarts-types à partir des constructions graphiques, ce qui naturellement donne des valeurs inexactes à partir du moment où les distributions ne sont pas rigoureusement lognormales.

1/ Etude des filons.

A) Distribution des différentes puissances d'un même filon.

Comme on le sait la puissance d'un même filon varie suivant la longueur et la profondeur. Dans quelle mesure cette puissance peut-elle varier ? La question se posait. Un même filon peut-il avoir 10 cms et 100 m de puissance ? On sait bien que non.

Sur un filon de quartz, minéralisé en wolframite à Laouni (Hoggar) J. Walter a fait dans une tranchée, mètre par mètre, des mesures de puissance du filon. Les mêmes mesures ont été effectuées sur plusieurs filons de pegmatite minéralisés en columbite et cassitérite dans la région d'El Milia (Algérie). La distribution des différentes puissances d'un même filon s'est toujours révélée être lognormale. Je donne en annexe quelques exemples des résultats (figures n° 1 et 2). On observera sur la figure n° 2, que les droites d'ajustement des puissances de deux filons d'un même champ filonien sont parallèles.

Les pentes des droites des figures n° 1 et n° 2 sont très fortes, la dispersion des puissances d'un même filon ne semble jamais très élevée.

B) Distribution des puissances des différents filons d'un champ filonien.

J'ai mesuré suivant des coupes orthogonales à la direction des filons d'un champ filonien les puissances des différents filons. On observe une distribution lognormale de ces puissances, comme on peut le voir sur les figures n° 3 et 4. Les paramètres de dispersion varient naturellement d'un champ filonien à l'autre.

Il faut noter que lorsqu'au lieu de procéder par coupes, on peut choisir pour chaque filon la médiane des différentes puissances du filon, la précision du résultat obtenue est meilleure. C'est ce que j'ai pu faire pour le champ filonien des pegmatites de l'Oued Berkou (Algérie).

J'ai voulu appliquer la connaissance de cette distribution lognormale des puissances des filons à un problème de géologie appliquée tout à fait particulier. Dans le massif de roches vertes de Tin R'Allès (Hoggar) on connaît plusieurs zones où des serpentines sont recoupées par de nombreux filonets d'amiante chrysotile, les fibres d'amiante étant perpendiculaires à la direction des filonets. Ayant effectué des mesures de longueurs de fibres suivant des coupes perpendiculaires à la direction des filonets, j'ai pu constater (figure n° 5) la distribution lognormale des longueurs des fibres. Cette distribution nous permet de connaître le pourcentage à attendre, pour ce gisement d'amiante, de fibres d'une longueur déterminée.

Si, pour ces études de puissance de filon, changeant d'échelle, on passe

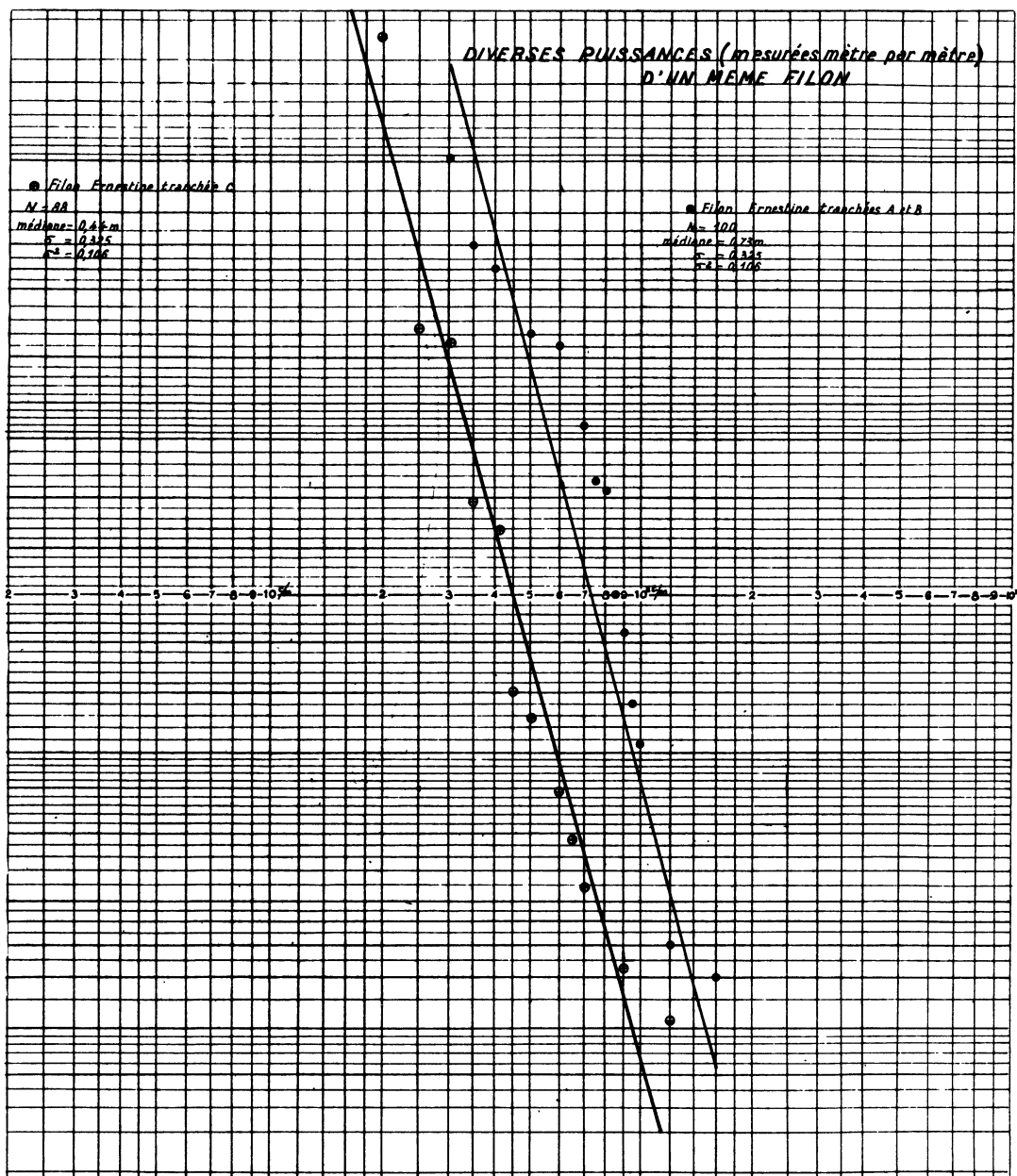


Fig. 1

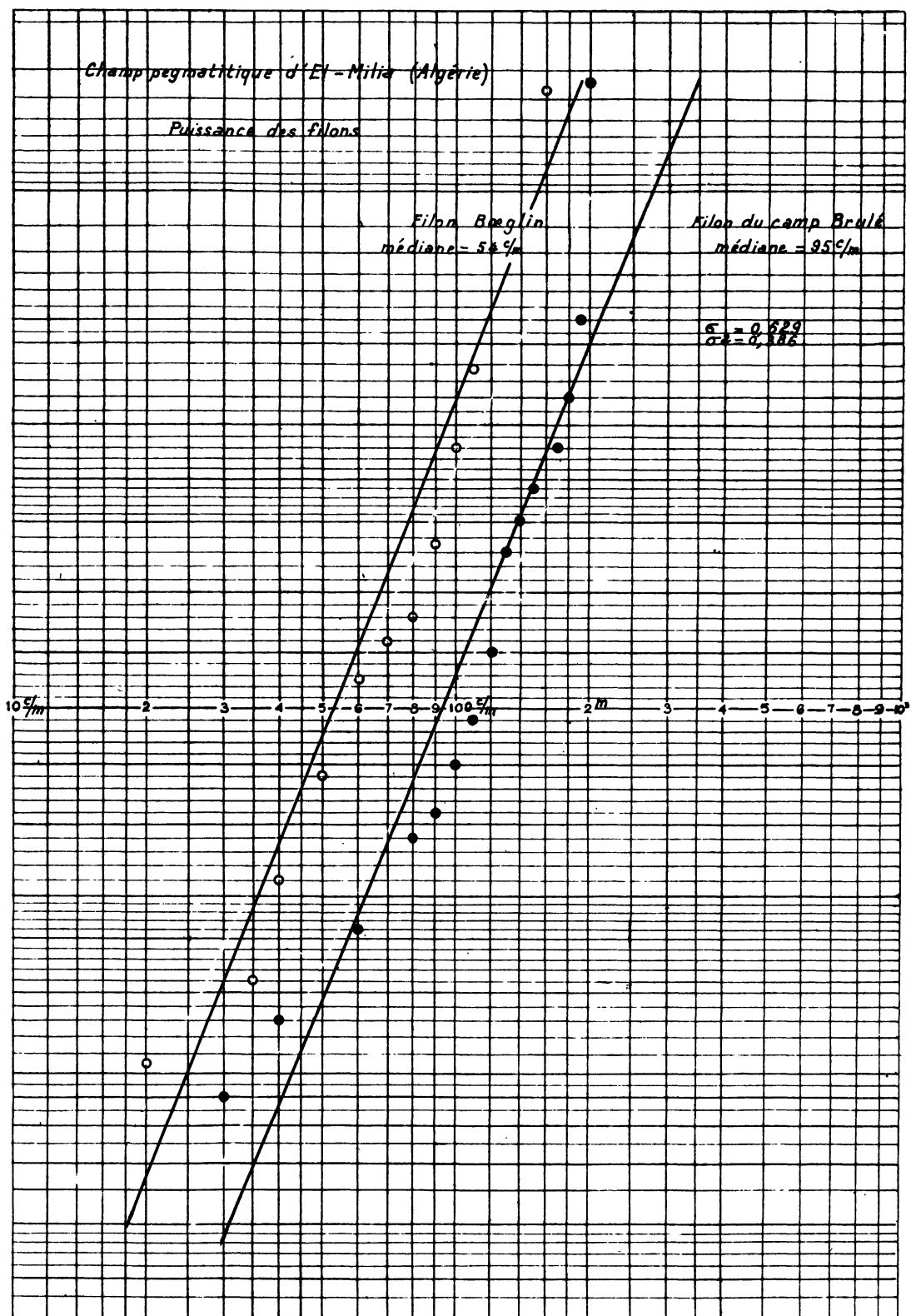


Fig. 2

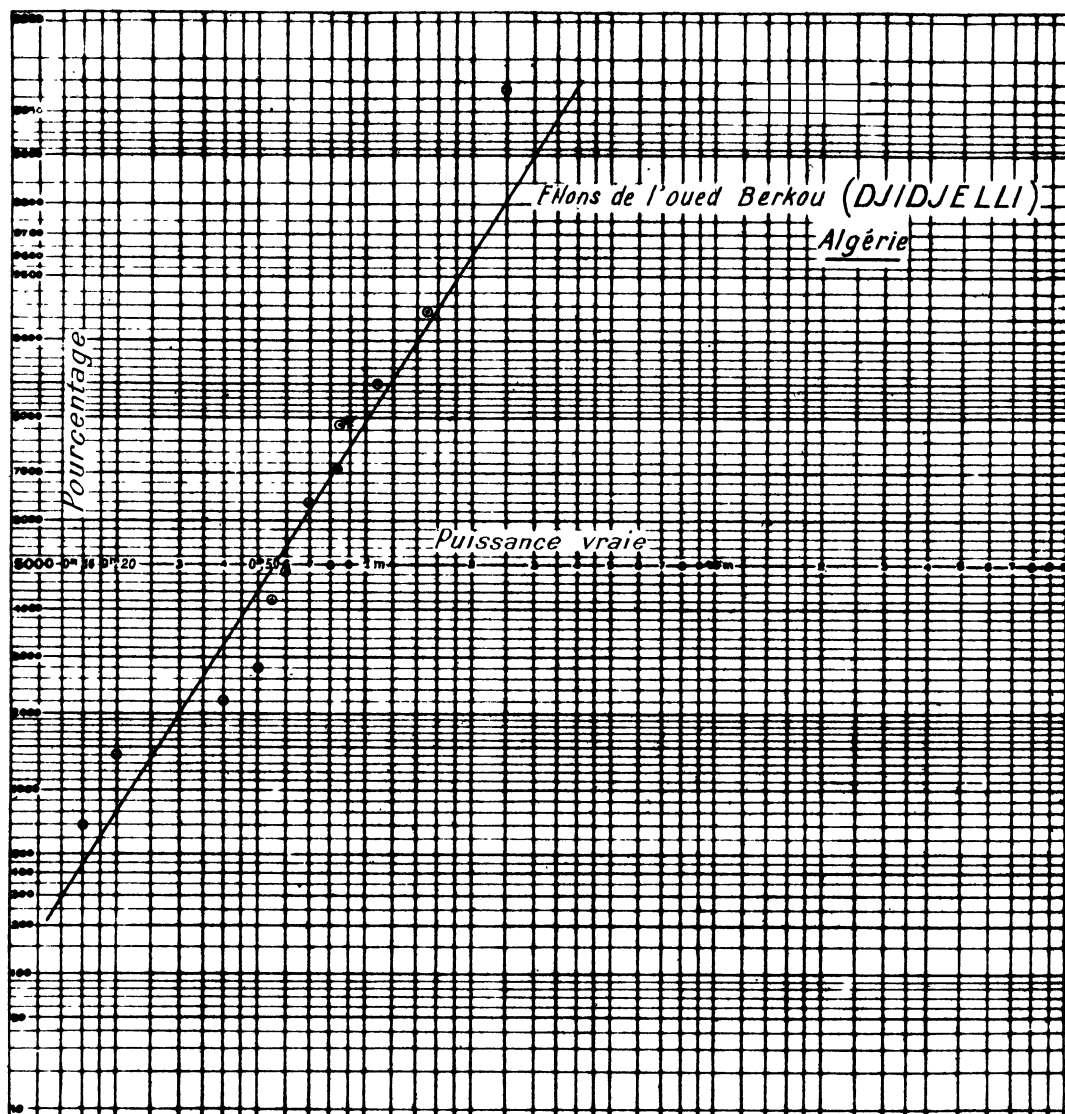


Fig. 3

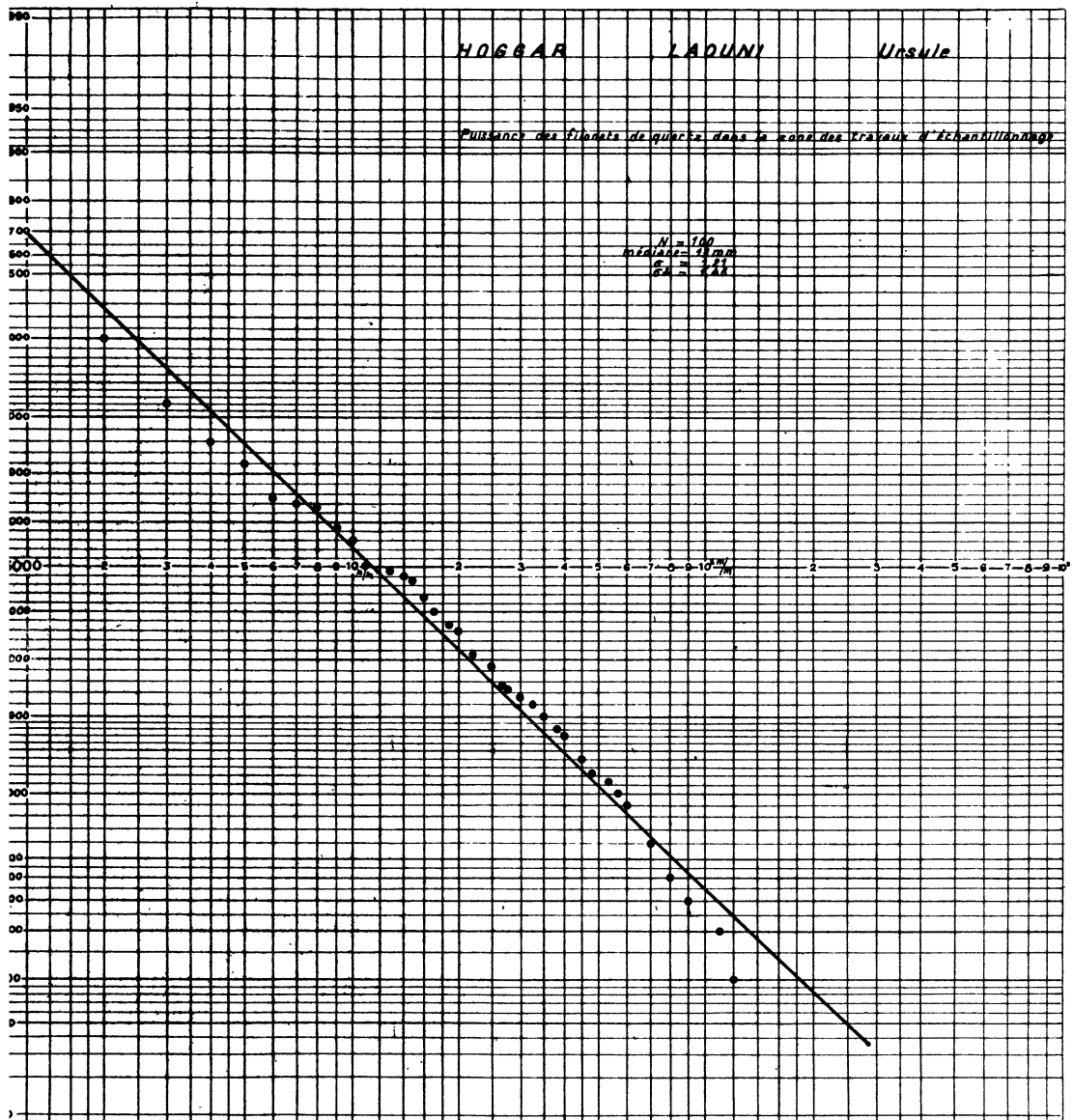


Fig. 4

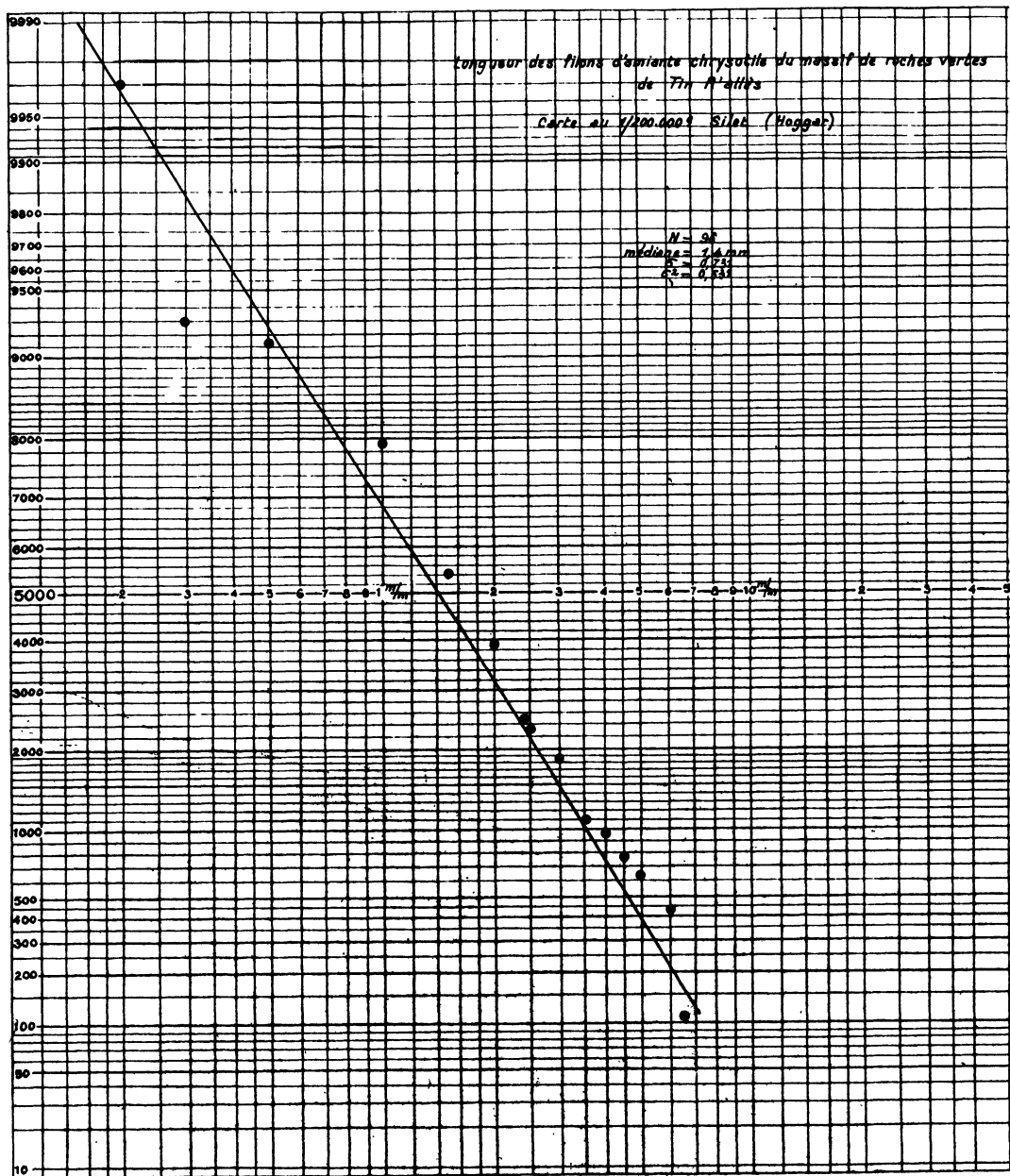


Fig. 5

d'un champ filonien bien caractérisé à une province géologique comprenant plusieurs champs filoniens formés de matières différentes, on constate [1] que :

1/ Les droites d'ajustement des distributions des familles de filons séparés suivant leur nature pétrographique, sont parallèles (figure n° 6).

2/ La distribution de la totalité des filons est lognormaloïde (figure n° 7).

Mlle F. Prieur [10] a étudié cette distribution dans la région de Dinard et trouve des résultats absolument comparables (avec naturellement des paramètres différents).

C) Distribution des longueurs des filons (ou des lentilles) d'un champ filonien.

Nous avons vérifié la lognormalité de cette distribution sur plusieurs champs filoniens. Elle a été confirmée par toutes nos mesures. Sur les figures n° 8 à n° 12, on verra que l'alignement des points est assez correct.

Nous avons même pu observer pour le champ de filons de quartz de l'Adrar Renaissance (Hoggar) que si au lieu de mesurer les longueurs réelles des différents filons, on mesure les longueurs des tronçons de ces filons séparés, soit par des recouvrements alluvionnaires, soit par des décrochements dus à des failles, on obtient toujours une distribution lognormale (figure n° 13).

Pour tous ces caractères étudiés des filons, il faut noter que les dispersions sont toujours faibles et comparables d'un champ filonien à l'autre. La pente des droites d'ajustement est généralement proche de 60° en coordonnées logarithmiques. L'intérêt pratique de ces connaissances nouvellement acquises sur les filons est considérable.

D) Distribution dans un champ filonien minéralisé des poids de métal contenu dans un mètre de profondeur sur toute la longueur du filon.

Nous n'avons qu'abordé cette étude. Il est difficile d'obtenir les données nécessaires. En outre dans un champ filonien minéralisé les différents filons ne sont pas explorés d'une façon aussi approfondie les uns que les autres. Les résultats d'analyse sont parfois imprécis. Dans un cas, les puissances que l'on m'avait données pour les filons étaient des puissances moyennes.

J'ai étudié la distribution des masses de métal pour deux champs filoniens : les filons de pegmatite de l'Oued Berkou où les métaux sont le niobium et l'étain et un gisement de plomb filonien d'Afrique.

Pour les filons de l'Oued Berkou j'avais des données précises sur les teneurs, les puissances et les longueurs de filons. Mais les travaux étant peu développés les moyennes des tonnages de métal calculées au mètre d'approfondissement, risquent de ne pas être parfaitement représentatives.

Pour le champ filonien minéralisé en plomb, les travaux de reconnaissance et d'exploitation, très développés, permettent d'obtenir une moyenne relative plus exacte pour un filon, du tonnage de métal au mètre d'approfondissement. Mais certains filons ont été peu ou pas explorés.

Comme on peut le voir sur les figures n° 14 et 15, il y a une certaine lognormalité de la distribution des masses de métal par filon au mètre d'approfondissement. Compte-tenu des imprécisions des données, on peut penser que la distribution s'approche de la loi lognormale.

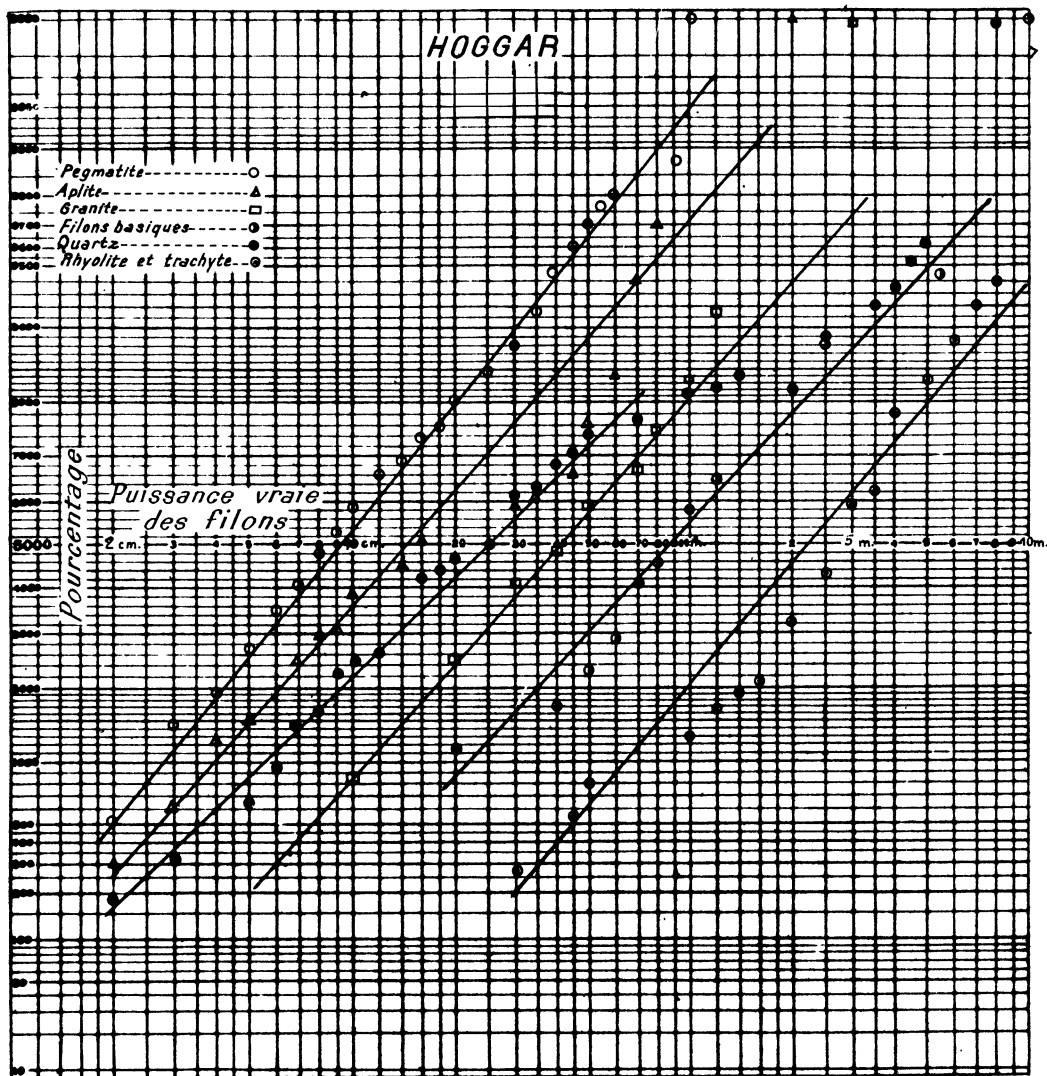


Fig. 6

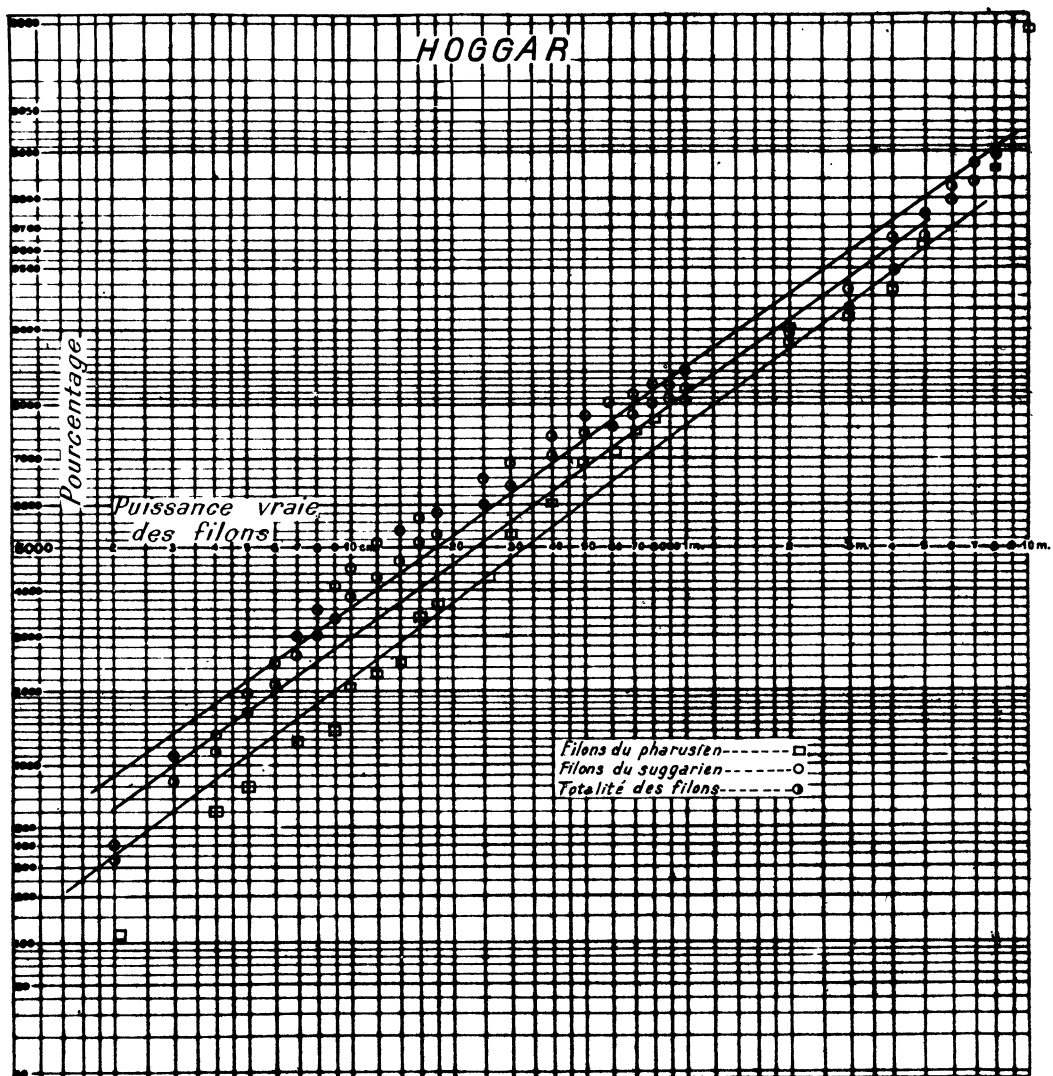


Fig. 7

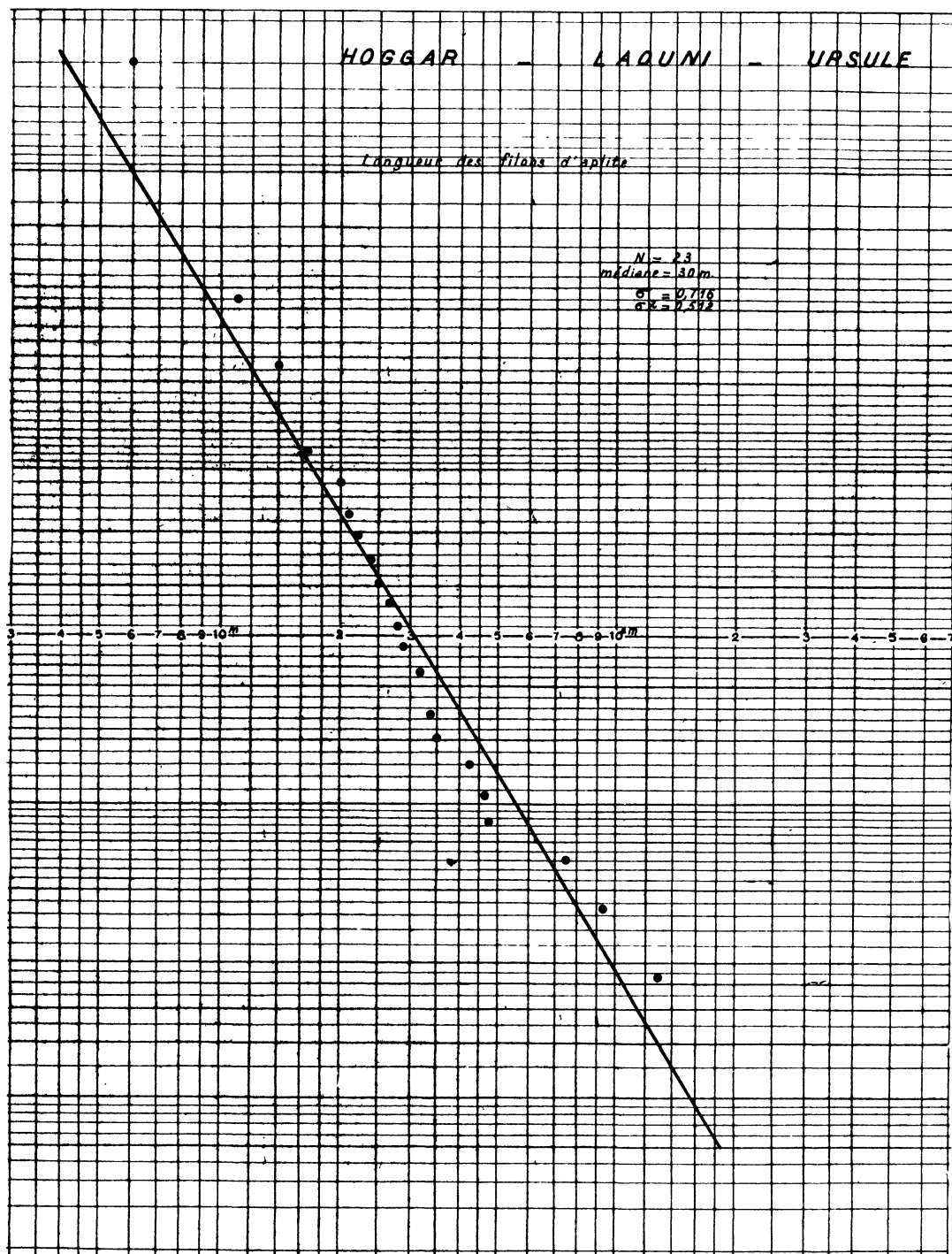


Fig. 8

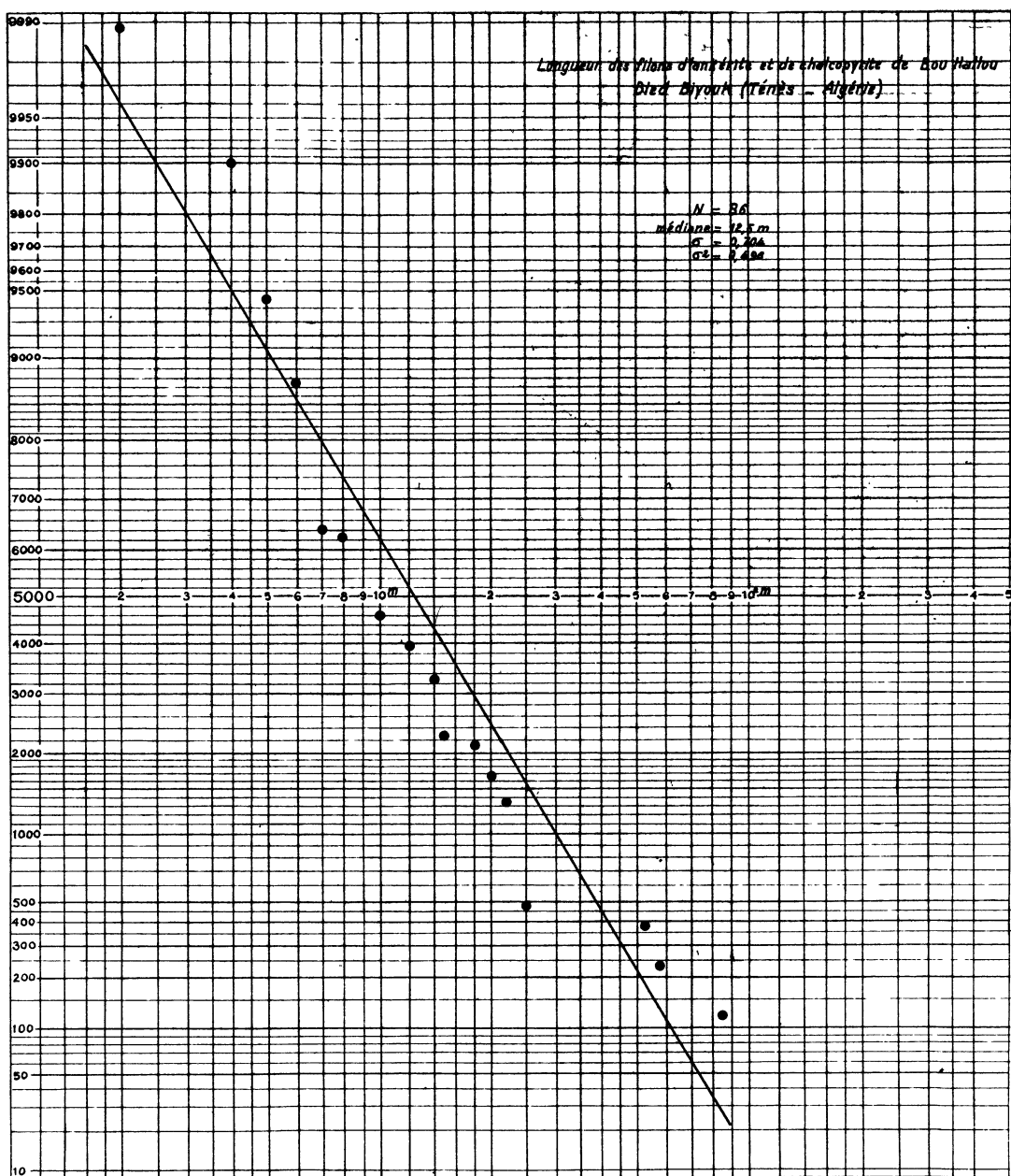


Fig. 9

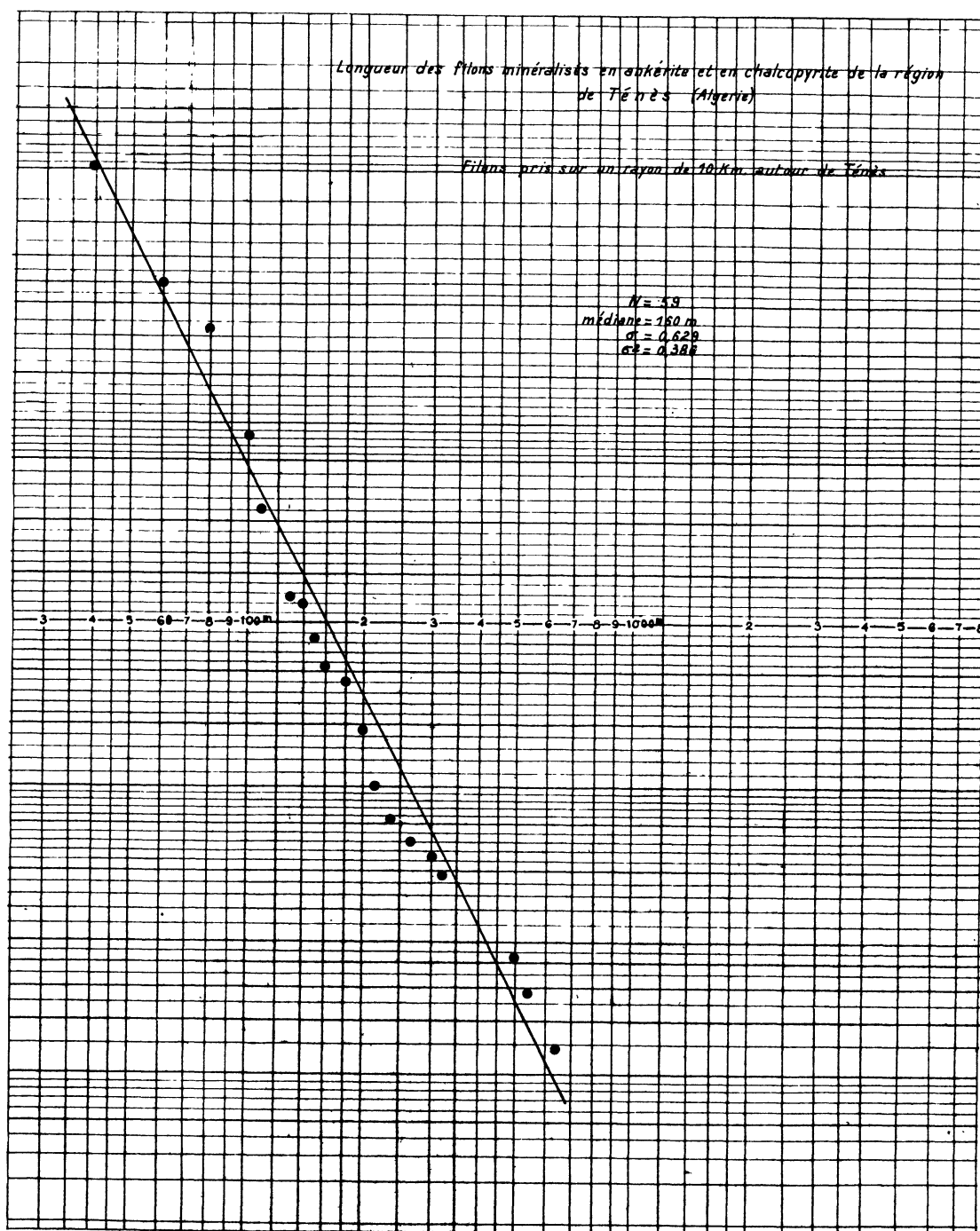


Fig. 10

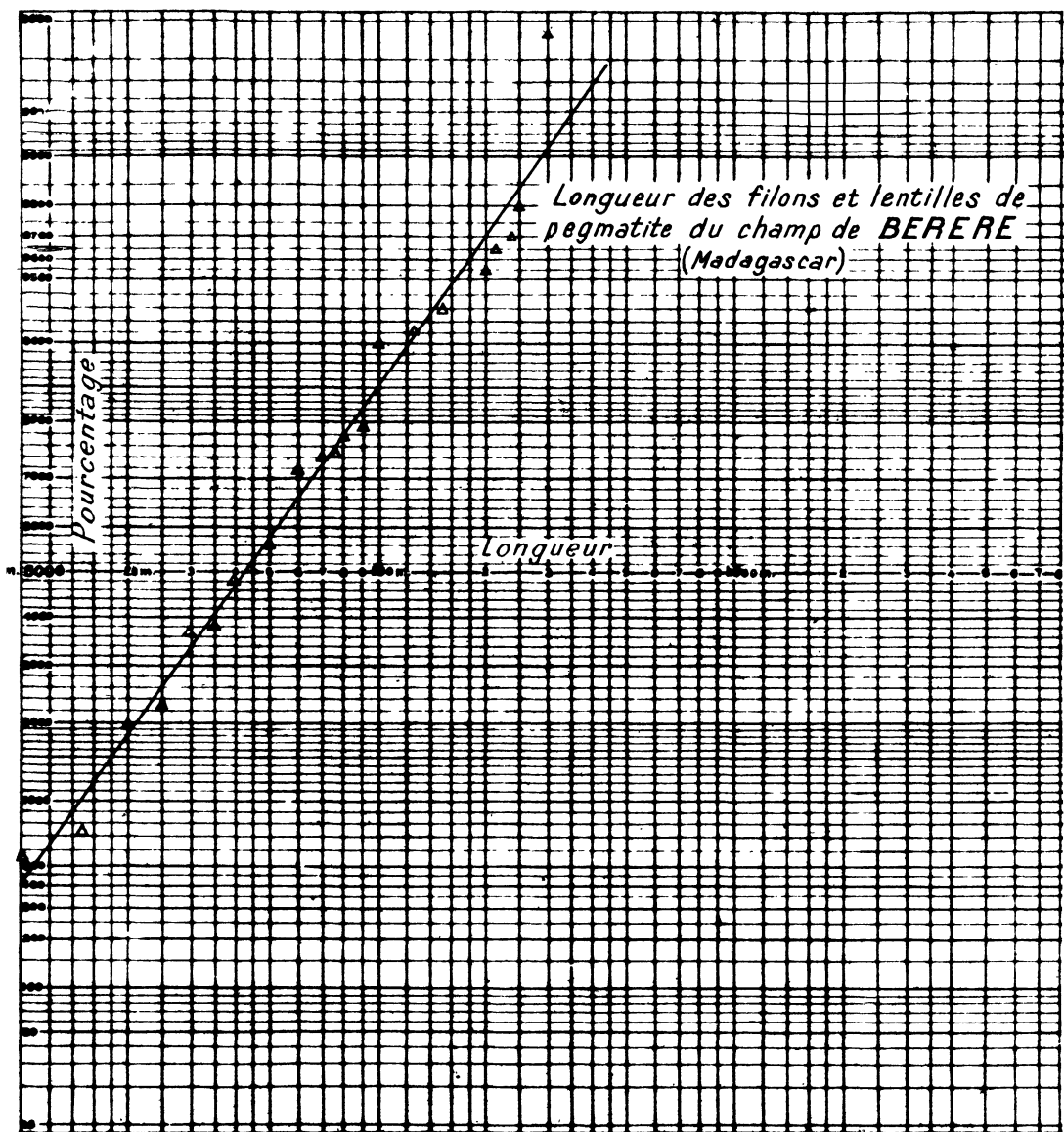


Fig. 11

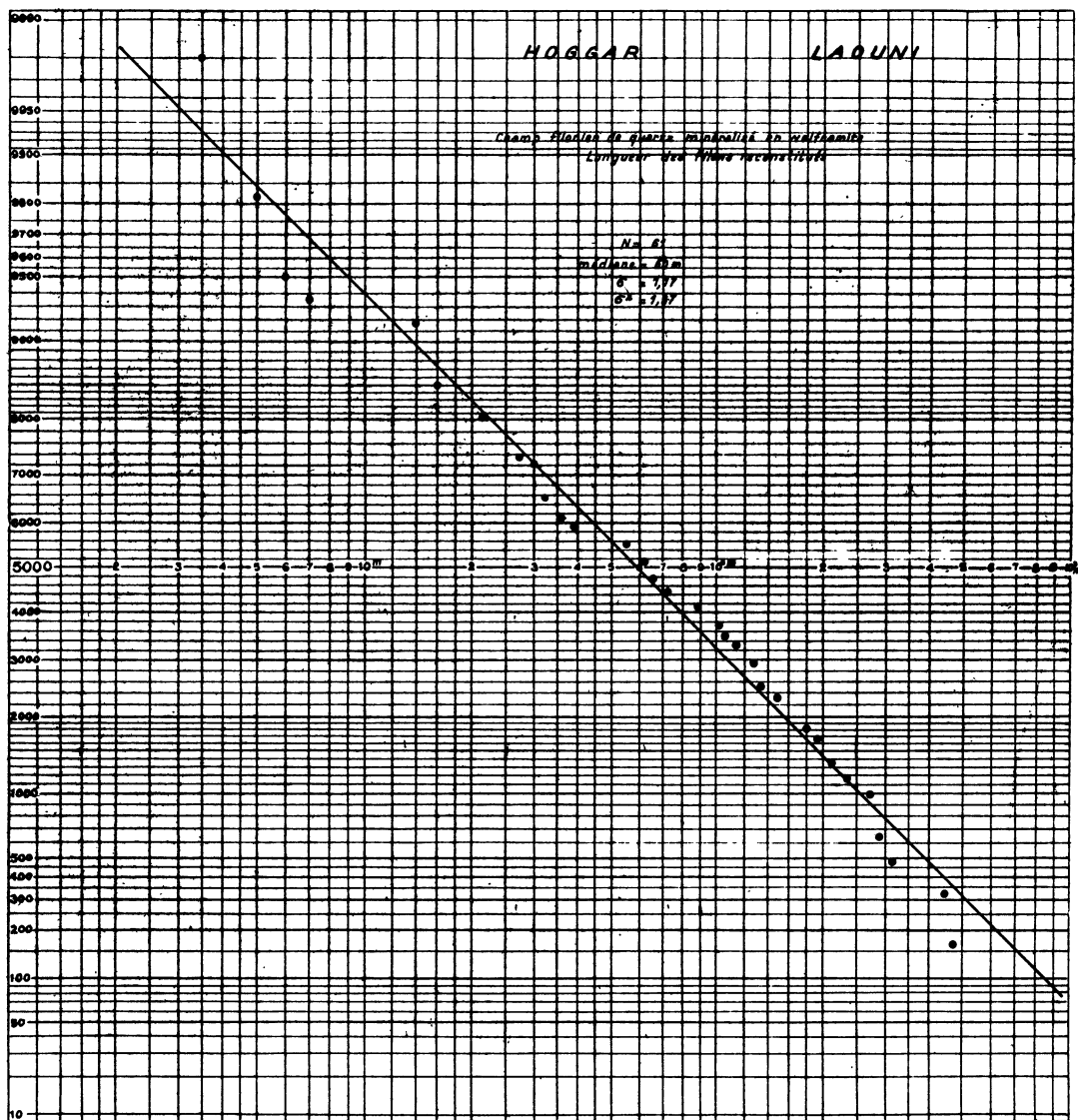


Fig. 12

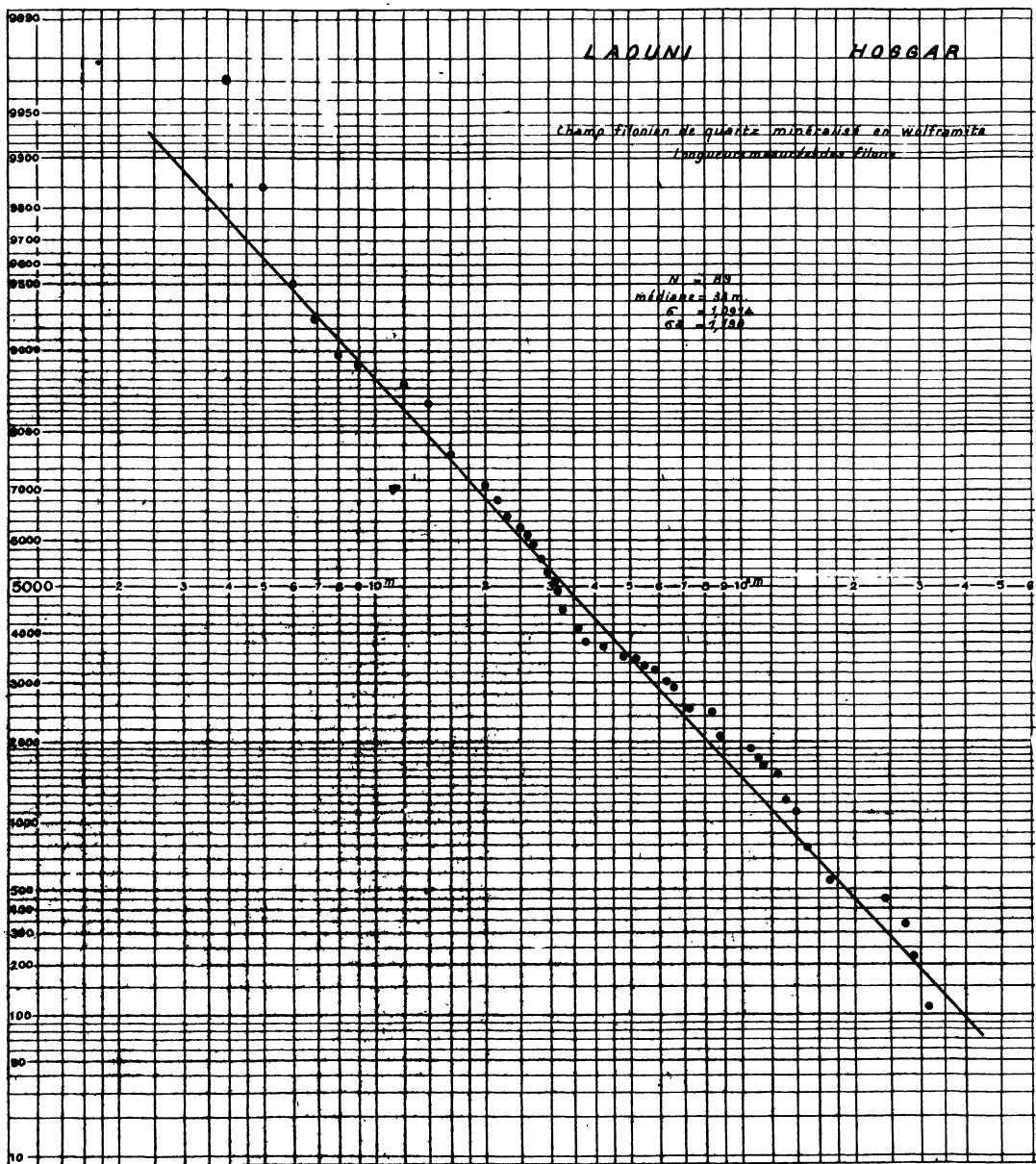


Fig. 13

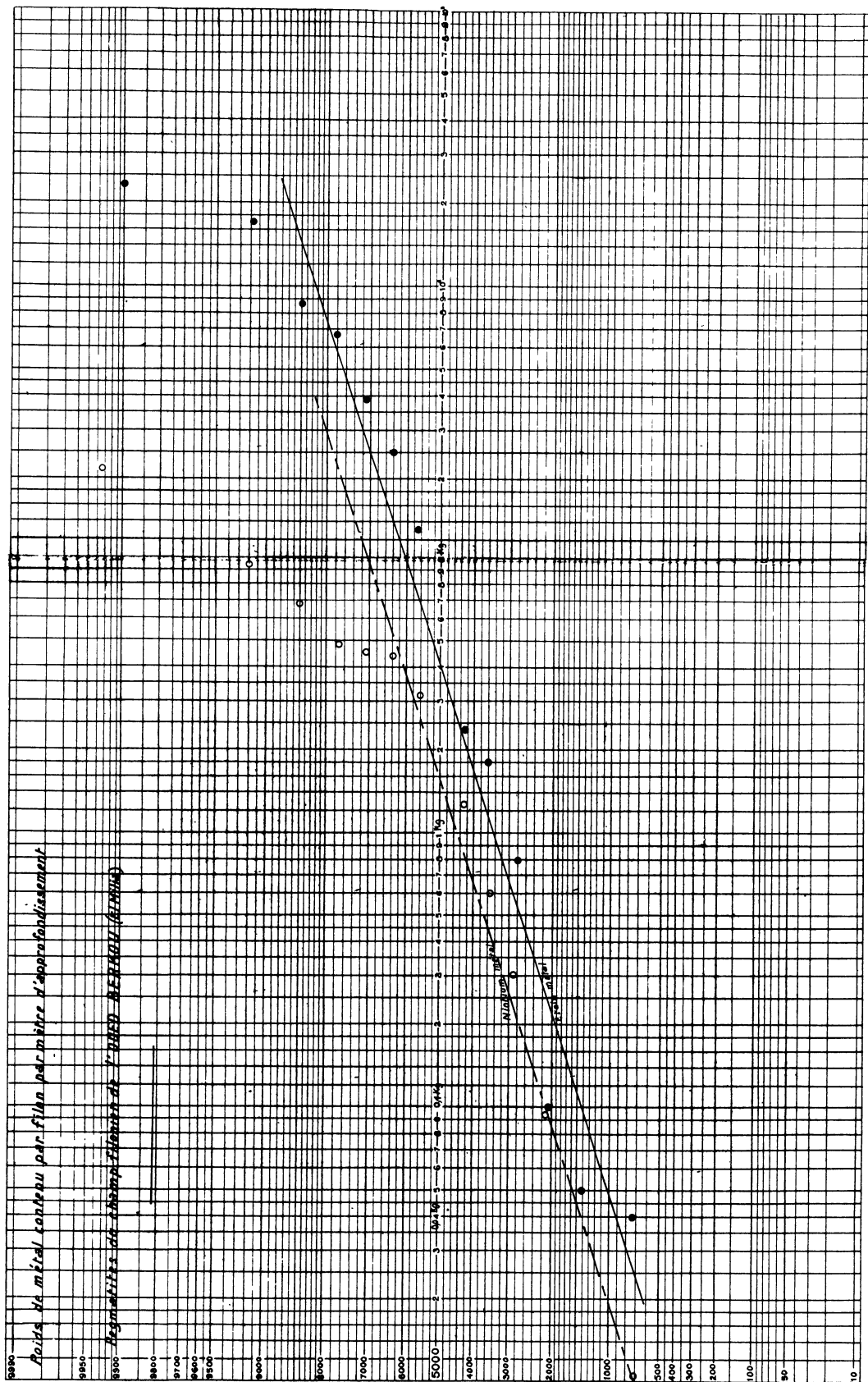


Fig. 14

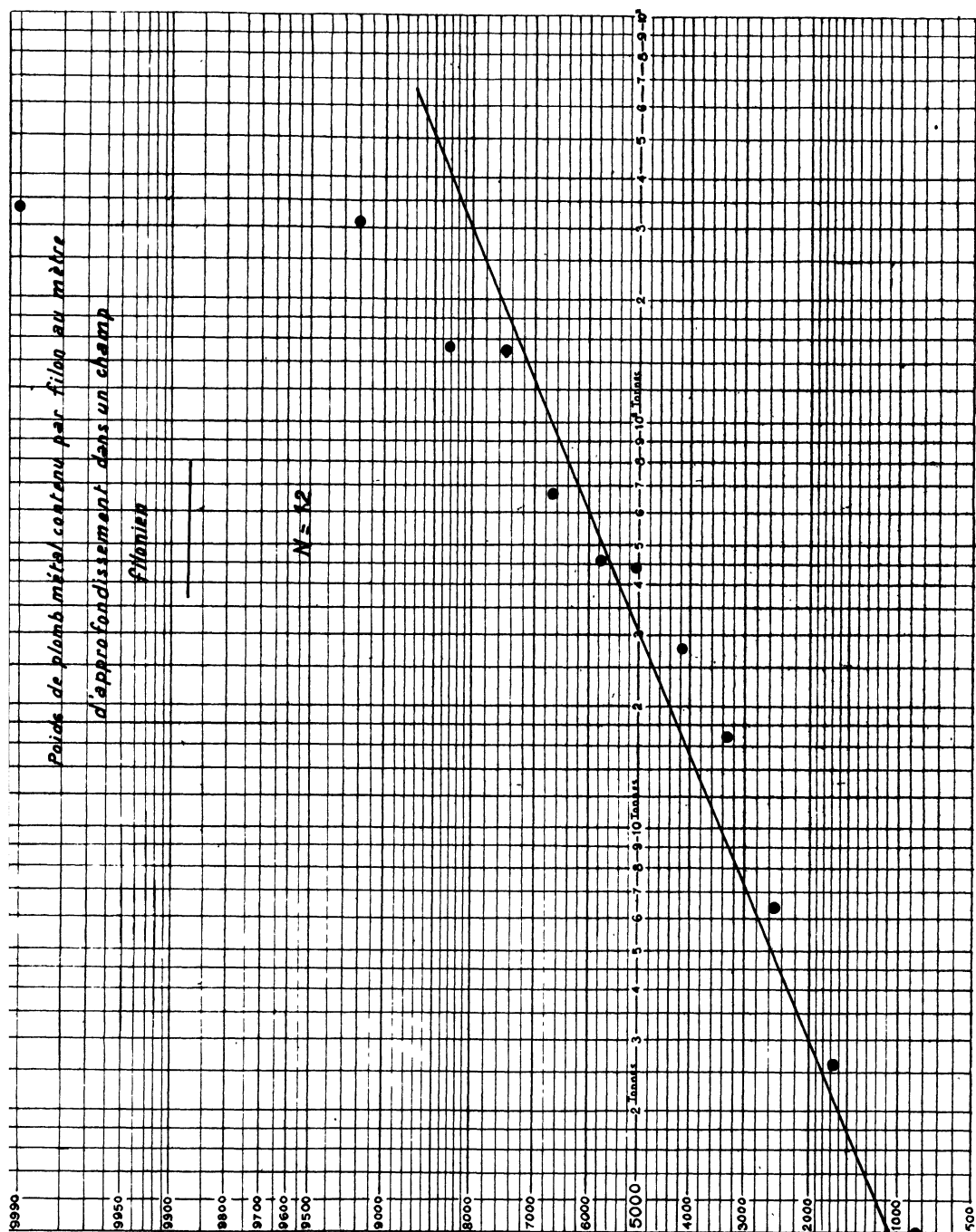


Fig. 15

Il serait utile de faire un travail analogue sur un champ filonien pour lequel on pourrait avoir toutes les données souhaitables. Il est à observer sur les figures que la dispersion de la distribution des masses de métal dans les différents filons est considérable, ceci pour les 3 métaux étudiés. Ce caractère était prévisible, puisque la variance que nous obtenons doit être la somme des variances de plusieurs variables indépendantes en partie au moins : puissance des filons, longueurs des filons, distribution des teneurs, etc.

2/ Distribution des longueurs de corps de minerais.

Les minéralisations dans les filons se présentent souvent en colonnes, dans les gîtes stratoïdes plombo-zincifères sous forme de runs, parfois dans le plan d'une faille on observe des lentilles de minerai, lentilles de dimensions variables suivant les gisements.

On peut se demander comment sont distribuées les longueurs de ces colonnes, runs ou lentilles. Il est probable que la distribution est lognormaloïde. Dans les gisements que j'ai pu étudier, la distribution est compatible avec la loi lognormale, mais le nombre d'individus, trop faible, et certaines incertitudes quant aux longueurs vraies, ne permettent pas de conclure. Cette distribution, si elle se vérifiait, serait d'un grand intérêt pour le mineur. Elle permettrait d'éviter sur certains indices des travaux inutiles et inciterait à développer la prospection en d'autres zones.

Je prends un exemple précis. A la Garet Deba près d'Ain-Sefra (Algérie) on observe dans un niveau déterminé des lentilles de grès à débris végétaux minéralisées en chalcosine et malachite. Les longueurs de ces lentilles sont faibles (figure n° 16). Elles ont une distribution lognormaloïde et la connaissance de cette lognormalité permet au prospecteur de savoir que, sauf apparition d'une population statistique nouvelle, 80 % de l'effectif des longueurs des lentilles seront compris approximativement entre 1,50 m et 57 mètres.

Dans ce cas il est aussi intéressant de noter que la distribution des espaces stériles du même horizon gréseux mesurés perpendiculairement aux axes des longueurs des lentilles minéralisées est aussi lognormaloïde (même figure).

Cette constatation pose le problème de la distribution des longueurs des espaces stériles entre les runs, les amas, les lentilles etc. d'une même zone minéralisée.

3/ Etude des longueurs des minéraux dans les roches.

A) Longueurs des minéraux automorphes.

La distribution de la longueur de ces minéraux est lognormale. Ce fait avait déjà été indiqué par les géologues américains déjà cités.

Ignorant alors leurs travaux, je l'avais retrouvée pour des minéraux variés : topaze, disthène, feldspath, béryl, wolframite, etc. de différentes roches et sur les échantillons pris dans des régions très éloignées les unes des autres. Sur les figures n° 17 à 21, on voit que les alignements sont excellents.

Le caractère constant et remarquable de toutes les mesures effectuées tant par les géologues américains que par moi, est une dispersion toujours faible des longueurs des cristaux (voir le tableau en fin d'article). L'écart-type logarithmique ne dépasse jamais un.

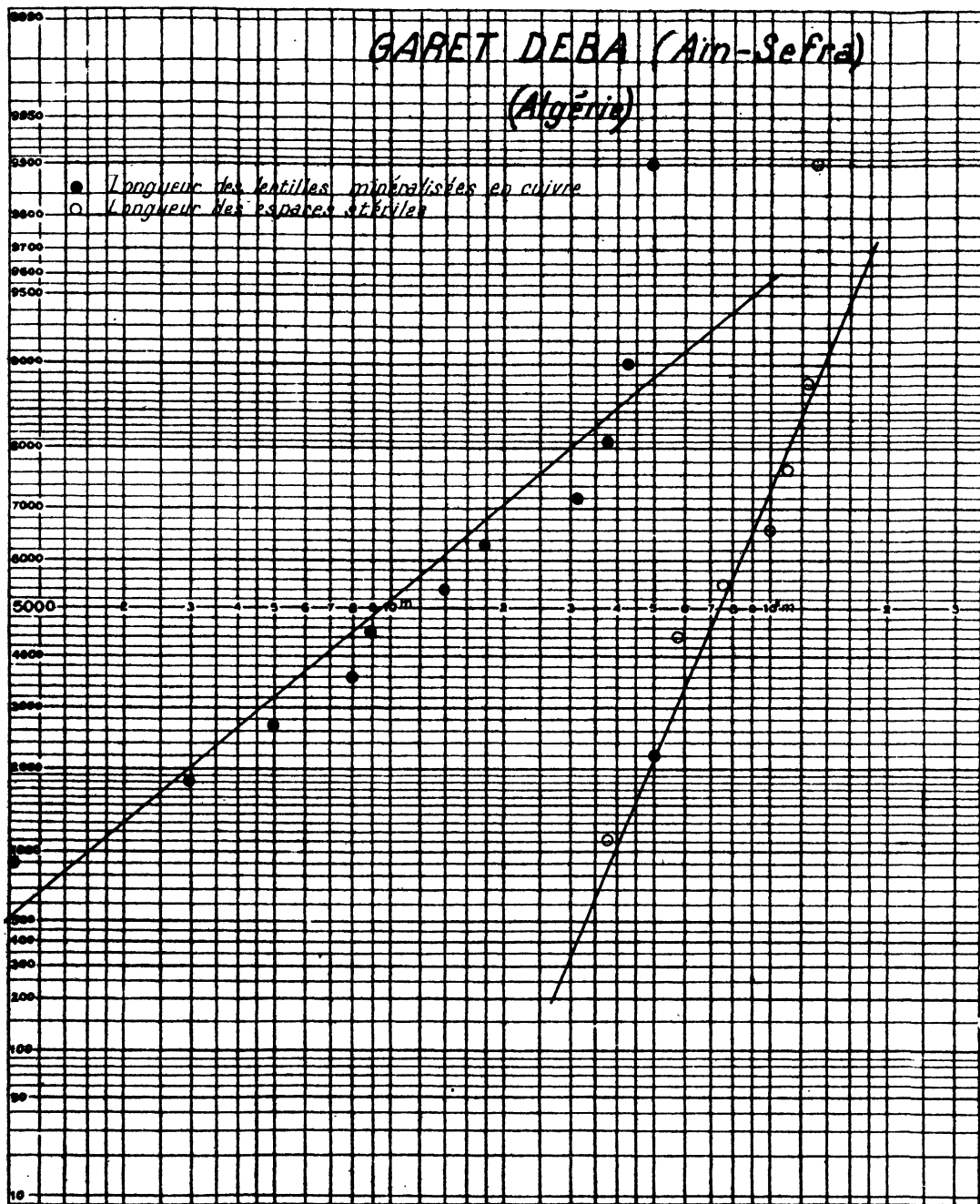


Fig. 16

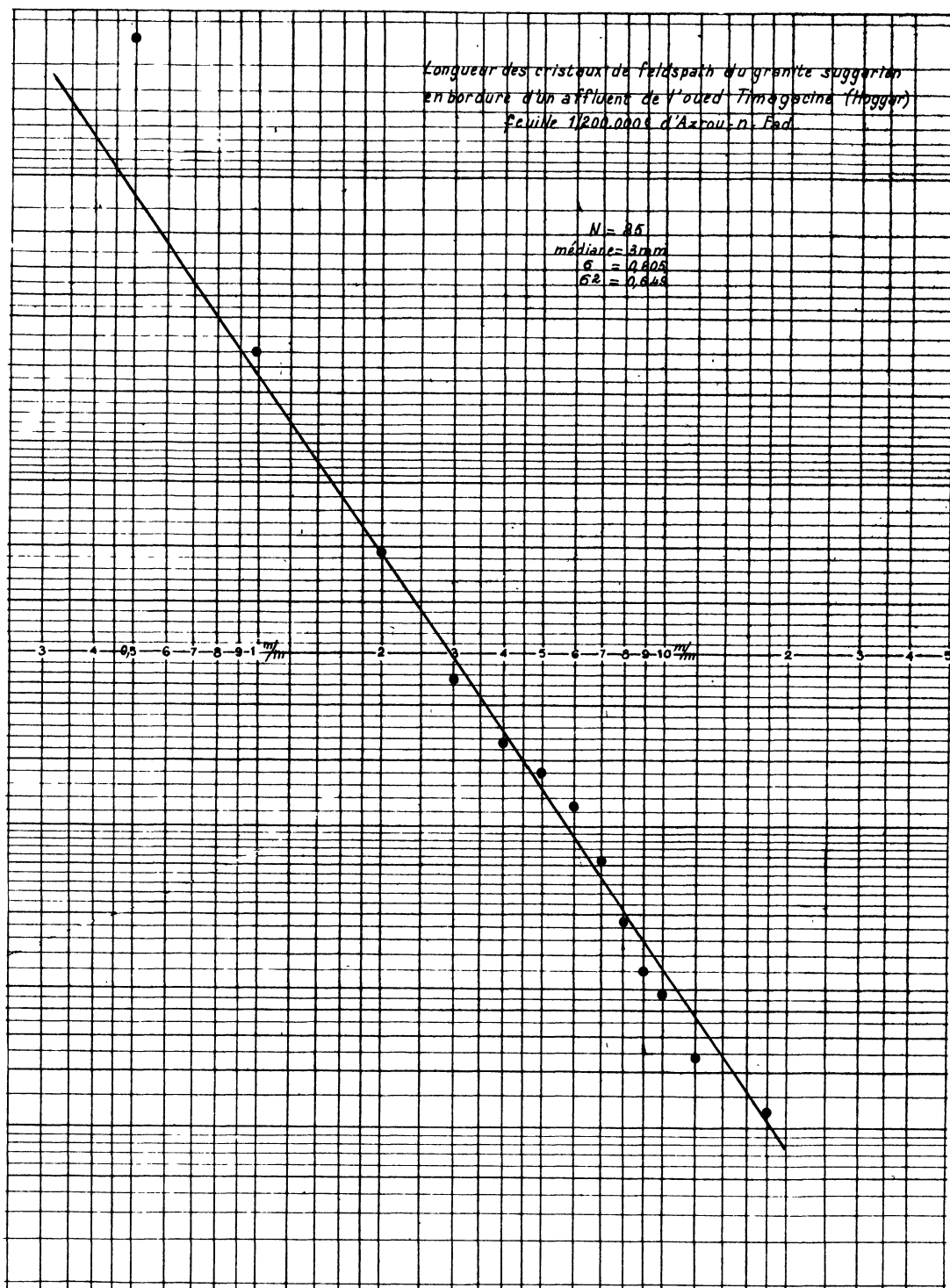


Fig. 17

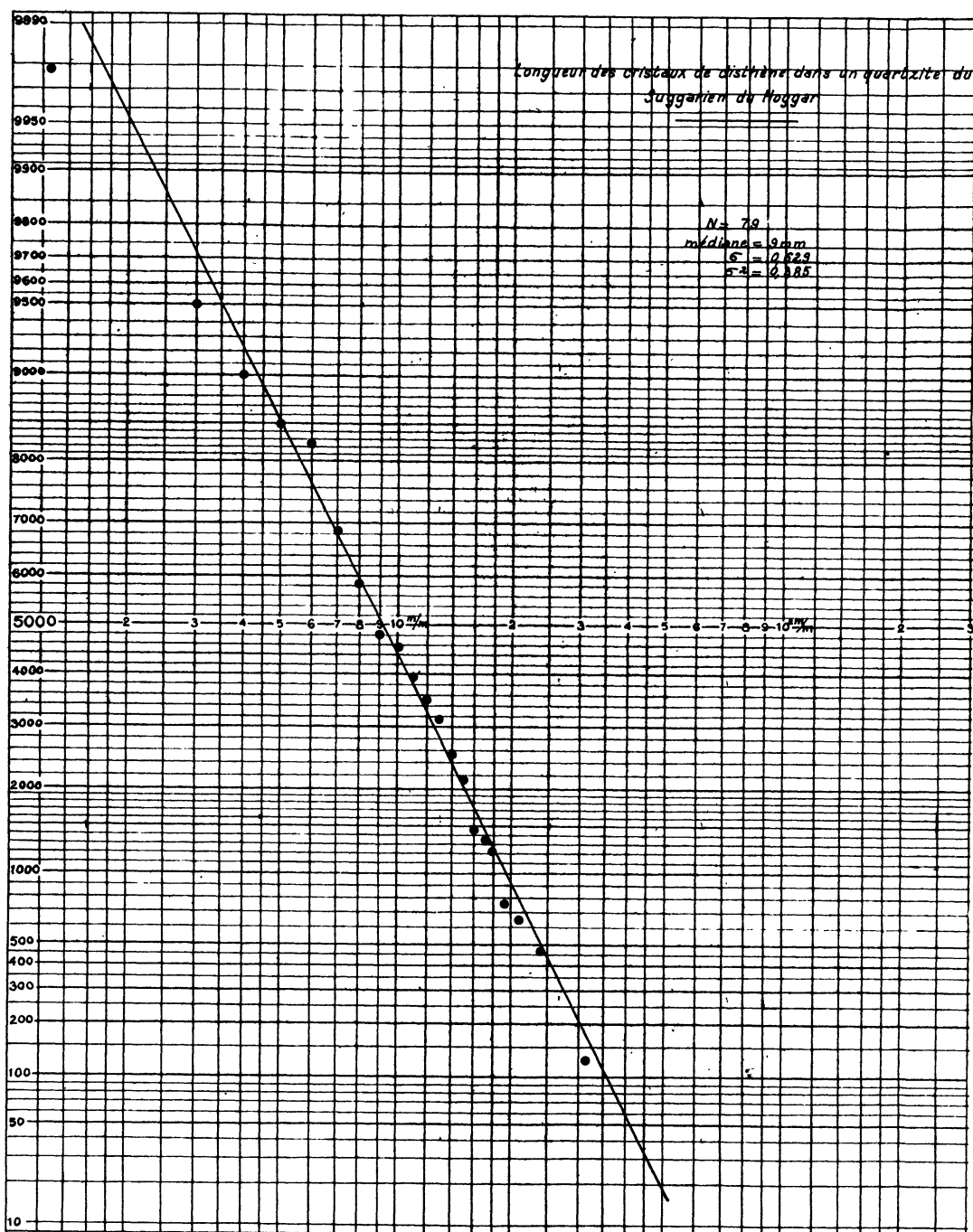


Fig. 18

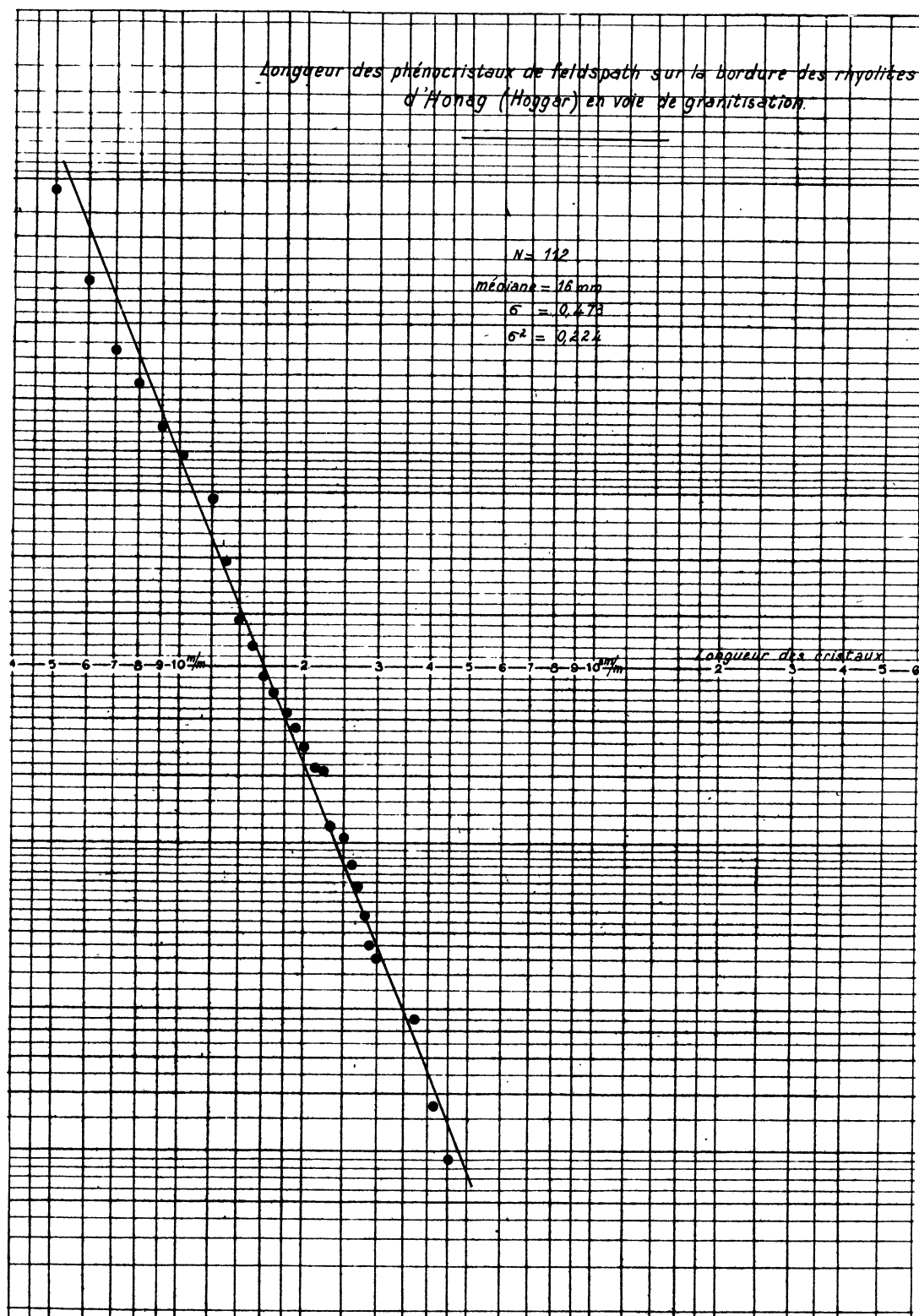


Fig. 19

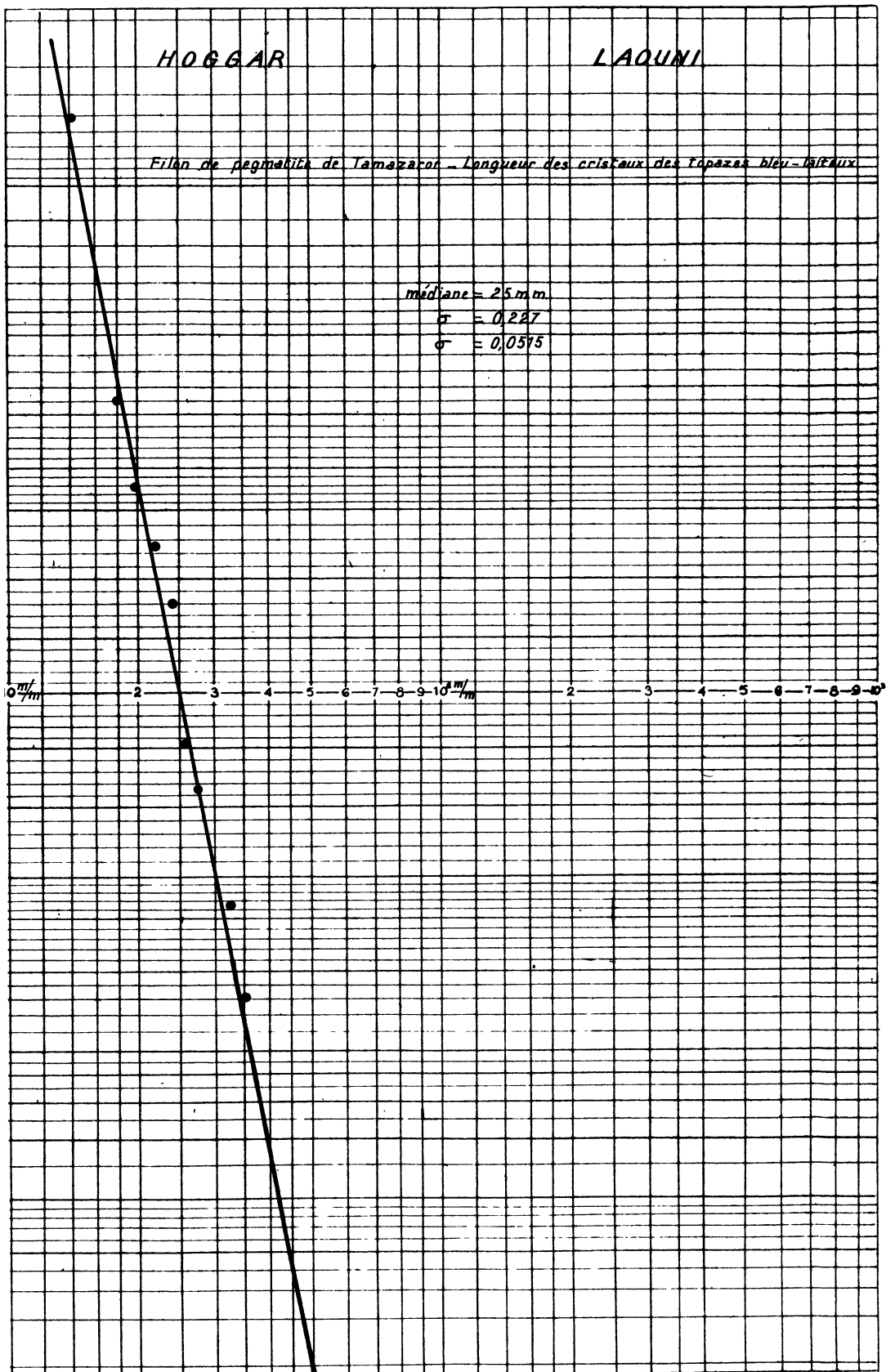


Fig. 20

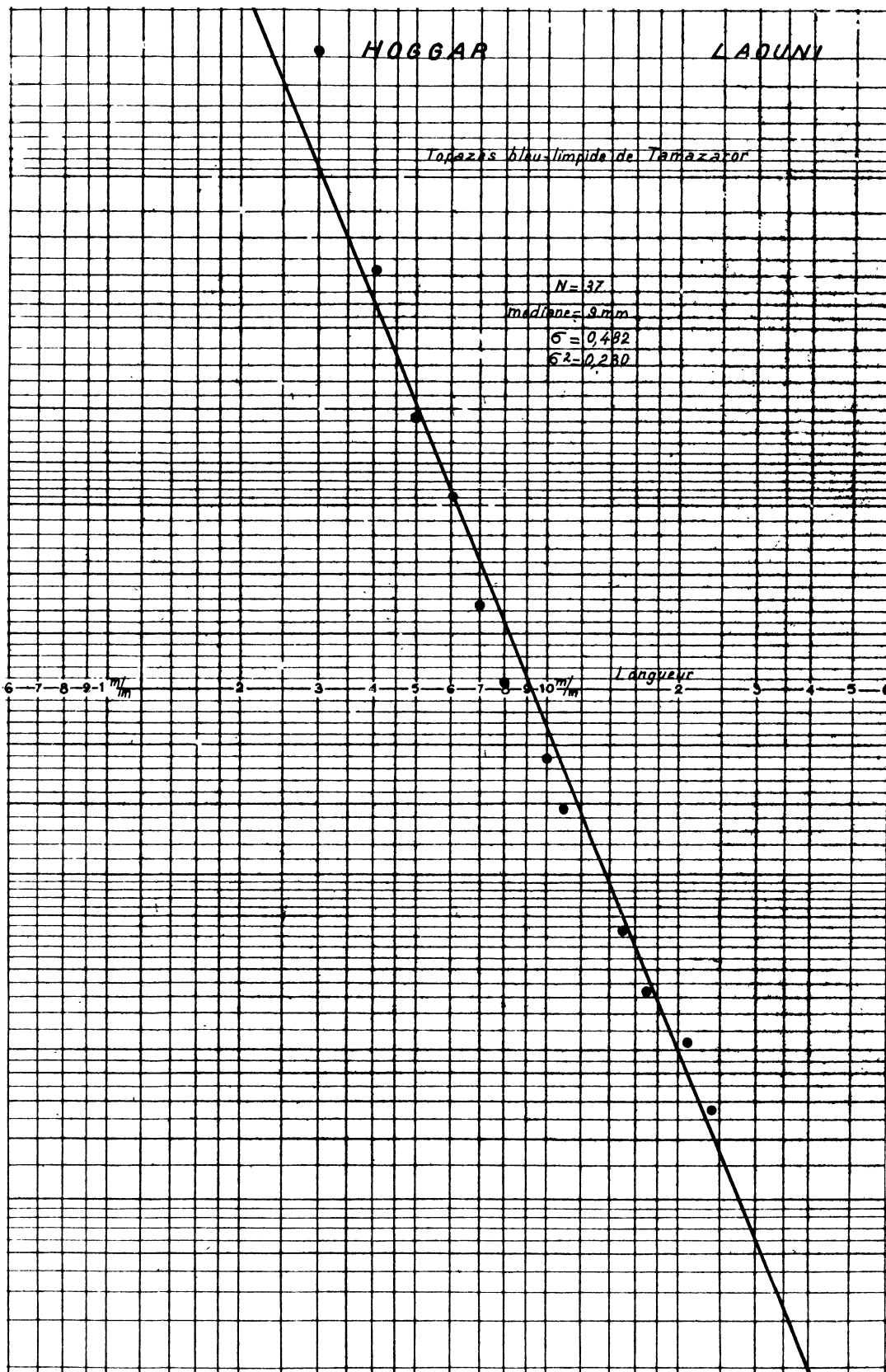


Fig. 21

La connaissance de cette distribution lognormale des longueurs des minéraux automorphes présente un intérêt appliqué de premier plan dans l'étude des dimensions des pierres précieuses dans leurs gisements. Il faudra s'attacher à reconnaître en premier lieu les différentes familles statistiques, on fera ensuite des mesures pour chaque famille. Monsieur G. Matheron a fait un test χ^2 à partir des mesures de longueur que j'avais effectuées sur 935 cristaux de wolframite. J'indique ci-dessous les résultats de son test et les conclusions qu'il en tire. La figure n° 22 donne la droite d'ajustement obtenue. Sur cette figure on avait un bon alignement des points. Comme on le verra ci-après le test χ^2 rejette la lognormalité. Il est donc plus exact de parler de distribution lognormaloïde.

Laoui - 935 mesures de longueurs de cristaux de wolframite. Test χ^2 d'ajustement à la loi lognormale de paramètres :

$\gamma = 15,796$ Médiane des longueurs

$\sigma^2 = 0,5991$ Variance des logarithmes népériens

Classe	Fréquence théorique n_t	Fréquence observée n_o	$\frac{(n_t - n_o)^2}{n_t}$
0 - 2,51	7,774	11	1,34
2,51 - 3,98	26,188	23	0,39
3,98 - 5,01	29,090	59	30,20
5,01 - 6,31	45,399	39	0,90
6,31 - 7,94	64,704	39	10,20
7,94 - 10	84,678	57	9,05
10 - 12,6	100,988	129	7,83
12,6 - 15,8	110,280	92	2,96
15,8 - 19,9	110,130	76	9,32
19,9 - 25,1	100,600	138	12,45
25,1 - 31,6	83,956	82	0,05
31,6 - 39,8	64,313	91	11,09
39,8 - 50,1	44,881	63	7,33
50,1 - 63,1	28,685	20	2,62
63,1 - ∞	33,329	16	9,04
	934,995	935	$\chi^2 = 114,77$

La valeur de χ^2 (115) est énorme pour $15 - 3 = 12$ degrés de liberté. Elle conclut au rejet de la lognormalité.

Une bonne part du χ^2 étant imputable manifestement à l'attraction des chiffres ronds, G. Matheron, pour éliminer en partie cet effet a regroupé les classes.

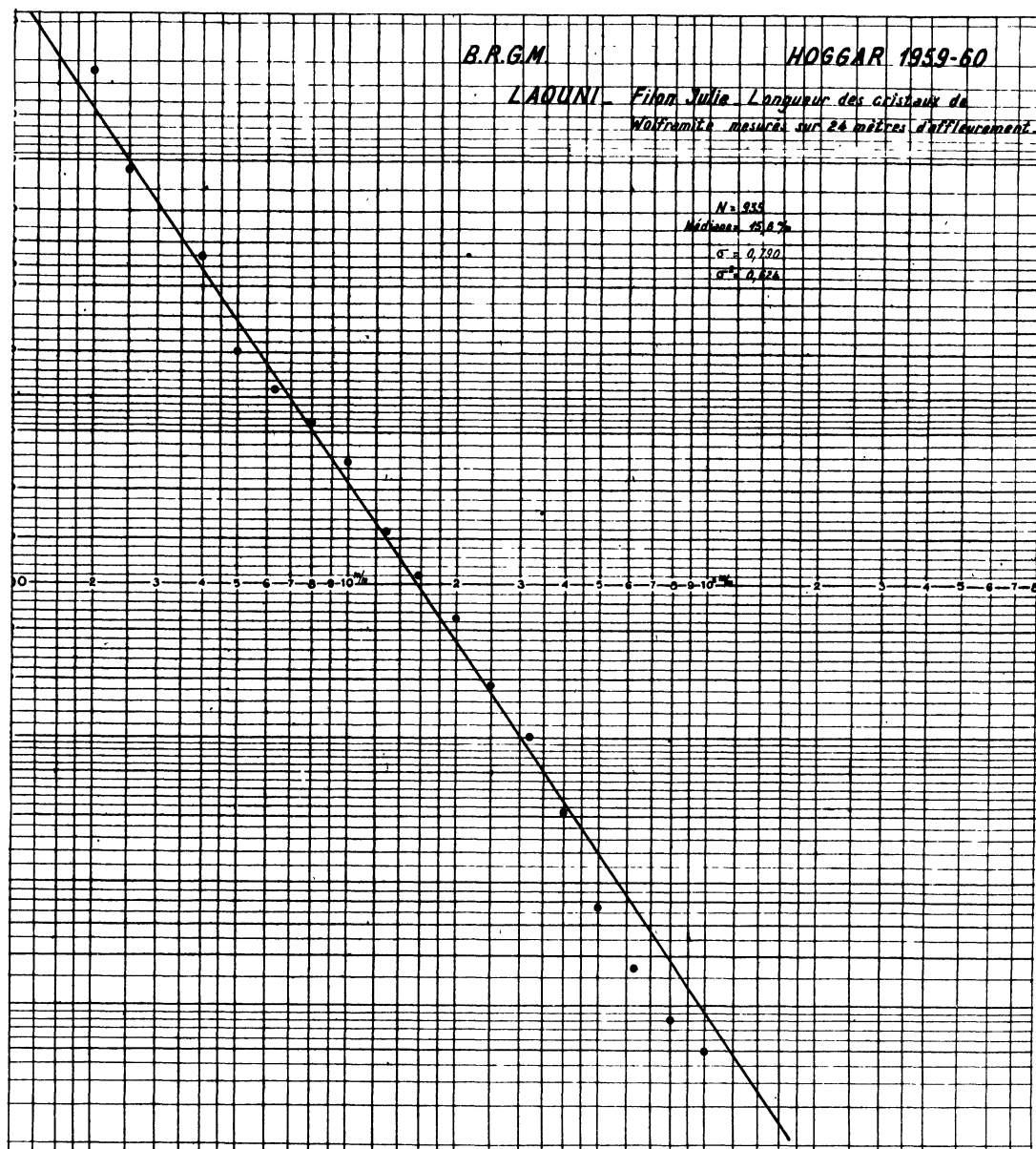


Fig. 22

Classes	n_t	n_o	$\frac{(n_t - n_o)^2}{n_t}$
0 - 2,51	7,774	11	1,34
2,51 - 7,94	165,381	160	0,17
7,94 - 15,8	295,946	278	1,08
15,8 - 25,1	210,730	214	0,05
25,1 - 31,6	83,956	82	0,05
31,6 - 39,8	64,413	91	11,09
39,8 - 50,1	44,881	63	7,33
50,1 - 63,1	28,685	20	2,62
63,1 - ∞	33,329	16	9,04
			$\chi^2 = 33,07$

Un χ^2 de 33 pour $9 - 3 = 6$ degrés de liberté, correspond à $P = 10^{-5}$. On conclut au rejet de la lognormalité. L'ajustement est excellent jusqu'à 31,6. Il y a ensuite un excès significatif de valeurs 32 à 50 et un manque significatif de valeurs supérieures à 50. En toute rigueur, on doit donc dire que les 935 longueurs mesurées ne se répartissent pas selon la loi log-normale. On peut penser que :

- ou bien la loi réelle n'est pas lognormale.
- ou bien la loi réelle était lognormale, mais les grands cristaux ont été préférentiellement mutilés par l'altération et l'érosion.
- ou bien la loi est bien lognormale, mais l'échantillonnage imparfait des mesures, imposé par les difficultés d'appréciation de l'unicité des grands cristaux, difficultés qui ont pu conduire en cas de doute à ne pas mesurer de grands cristaux, ont introduit des erreurs.

Au point de vue pratique, que la distribution soit lognormale ou "log-normaloïde" comme G. Matheron propose d'appeler ces distributions proches de la lognormalité, revient au même pour les applications que l'on peut tirer de la connaissance de ces distributions. G. Matheron a également étudié [11] la répartition des longueurs de 5627 feldspaths que nous avons mesurés à Laouni (Hoggar) sur une dalle de granite porphyroïde.

Ces feldspaths ont une distribution lognormale de leurs longueurs, à condition de procéder à des regroupements des données pour éviter l'attraction des chiffres ronds et d'éliminer un certain nombre de petits feldspaths mesurés, qui correspondraient non à des petits cristaux, mais à des sections de grands cristaux.

Je donne ci-dessous un large extrait de l'étude de G. Matheron.

α) "Les données"

"Les mesures ont été effectuées carré par carré en progressant selon des lignes. Seules ont été mesurées sur l'affleurement les longueurs des feldspaths présentant une section longitudinale, de sorte que les mesures représentent en principe les plus grandes longueurs des cristaux eux-mêmes. Cependant, s'il n'y avait guère de confusion possible pour les grands cristaux, les petites sections posaient un problème plus délicat. Certaines d'entre elles devaient indéniablement correspondre à des sections transverses de grands cristaux, donc introduire des données parasitaires. Mais d'autres aussi devaient représenter des sections longitudinales de cristaux réellement petits ,

sans qu'il soit toujours possible de faire la distinction. Il est probable en fait que l'on a introduit un certain nombre de petites valeurs parasites".

"Au total 5627 mesures ont été effectuées".

β) "Ajustement lognormal des 5627 mesures"

"Disposant d'un grand nombre de données, nous pouvons tester de manière très précise la lognormalité de la répartition du tableau suivant I au moyen d'un test χ^2 . Toutefois l'examen direct de l'histogramme montre que l'attraction psychologique des chiffres "ronds" a exercé un effet très important. Les valeurs 20, 25, 30 etc. de l'histogramme correspondent à des pointes très fortes, et les valeurs immédiatement inférieures : 19, 24, 29, 34 etc. à des creux également très prononcés. De même, quoique dans une moindre mesure, les valeurs 16, 22, 32, etc. donnent des pointes, les valeurs 23, 33, etc. ne correspondant pas à des creux visibles par suite de la proximité des valeurs encore plus deshéritées : 24, 34..."

"Pour éliminer autant que possible cet effet, les données ont été groupées par classes de longueur 5 centrées sur les multiples de 5 :

<u>Classe</u>	<u>Nombre de mesures</u>
8 - 12	64
13 - 17	550
18 - 22	1248
23 - 27	1566
28 - 32	1130
33 - 37	560
38 - 42	279
43 - 47	136
48 - 52	53
53 - 57	21
58 - 62	12
63 - 67	4
-----	-----
78 - 82	1

"Ce groupement élimine l'influence de l'attraction des multiples de 5, mais laisse subsister l'influence, moindre il est vrai, de l'attraction des valeurs : 22, 32..."

"Puisque l'emploi de classes arithmétiques nous est imposé, il est naturel de calculer les paramètres arithmétiques de cette distribution (moyenne et variance arithmétiques) et d'en déduire les paramètres logarithmiques correspondants par les formules théoriques de la loi lognormale. L'étape suivante consistera à tester l'ajustement de la distribution empirique avec la distribution lognormale possédant les paramètres ainsi calculés".

"On trouve pour les paramètres arithmétiques :

moyenne $m = 26,441$

variance $\Sigma^2 = 65,536$

Tableau I
Tableau des 5627 mesures

Longueur en mm	Nombre de mesures	Longueur en mm	Nombre de mesures	Longueur en mm	Nombre de mesures	Longueur en mm	Nombre de mesures
8	1	25	391	42	58	59	3
9	0	26	388	43	30	60	5
10	10	27	275	44	14	61	1
11	24	28	232	45	46	62	2
12	29	29	125	46	26	63	0
13	43	30	345	47	20	64	0
14	50	31	172	48	11	65	3
15	91	32	256	49	5	66	1
16	184	33	120	50	22	67	0
17	172	34	76	51	4	68	1
18	185	35	150	52	11	69	0
19	134	36	119	53	6	"	"
20	308	37	97	54	3	"	"
21	279	38	53	55	2	"	"
22	322	39	21	56	6	79	1
23	277	40	121	57	4		
24	235	41	26	58	1		

"A la variance ainsi calculée, il convient de retirer le terme correctif de Sheppard (correction pour groupement), égal à : $\frac{h^2}{12}$, h étant l'intervalle de classe : $\frac{h^2}{12} = \frac{25}{12} = 2.083$. Il vient :

$$\begin{cases} m = 26,441 \\ \Sigma^2 = 63,453 \end{cases}$$

"On remarque que cette correction de Sheppard revient implicitement, en ce qui concerne le calcul de la variance, à éliminer l'effet de la concentration préférentielle des données sur les multiples de 5. De ces paramètres arithmétiques, on déduit ce que devraient être les paramètres logarithmiques si la loi était lognormale :

$$\begin{cases} \text{Variance} & : \sigma^2 = L \left(1 + \frac{\Sigma^2}{m^2} \right) = 0,086876 \\ \text{Ecart-type} & : \sigma = 0,29475 \\ \text{(des logarithmes népériens)} & \\ \text{Médiane} & : \gamma = m e^{\frac{-\sigma^2}{2}} = 25,318 \\ \text{(des longueurs)} & \end{cases}$$

"Appliquons le test χ^2 à l'ajustement de la distribution observée à la distribution lognormale ayant les paramètres précédents".

Tableau II

Test χ^2

Classe	Fréquence théorique n_t	Fréquence observée n_o	$\frac{(n_o - n_t)^2}{n_t}$
0 - 12,5	46,83	64	6,28
12,5 - 17,5	544,60	550	0,05
17,5 - 22,5	1 347,30	1 248	7,43
22,5 - 27,5	1 495,60	1 566	3,34
27,5 - 32,5	1 075,80	1 130	2,73
32,5 - 37,5	602,77	562	2,76
37,5 - 42,5	292,03	279	0,58
42,5 - 47,5	129,70	136	0,31
47,5 - 52,5	54,72	53	0,05
52,5 - 57,5	22,415	21	0,09
57,5 -	15,235	18	0,50
Total	5 627,000	5 627	24,12

"Les trois dernières classes ont été groupées en une seule pour avoir dans chaque classe le minimum de 10 données requis en pratique pour l'application du test".

"La valeur observée $\chi^2 = 24,12$ correspond à une probabilité de $P = 0,00229$, soit 2,3 chances sur mille seulement, avec $11 - 3 = 8$ degrés de liberté, pour qu'une distribution lognormale ayant les paramètres calculés se traduise, par tirage au sort de 5627 échantillons, par une répartition numérique possédant un tel χ^2 . Ceci équivaut à un rejet de la lognormalité".

"Cependant, dans la colonne de droite du tableau II, nous observons que les données apportant au χ^2 la plus forte contribution sont celles des classes :

$$\begin{array}{rcl}
 0 - 12,5 & = & 6,28 \\
 17,5 - 22,5 & = & 7,43 \\
 22,5 - 27,5 & = & 3,34 \\
 \hline
 & & 17,05
 \end{array}$$

avec une contribution de 17,05 sur un χ^2 de 24,12. Or :

1 - Nous savons que, sur le terrain, des sections transverses de feldspaths grands ou moyens ont été prises pour des sections longitudinales de petits feldspaths. Nous avons donc introduit, dans les petites classes, un nombre plus grand de données qu'il n'y en avait réellement. Or, justement, la classe 0 - 12,5 contient 64 observations contre une prévision théorique de 46,83 soit un excès de 17 environ responsable de 6,28 dans la somme du χ^2 . Il est fort possible, en effet, qu'on ait introduit 17 mesures parasites de sections transverses dans cette classe. Pour éliminer cette cause très réelle d'erreur, il convient d'ajuster seulement les observations supérieures à 12,5 à la loi lognormale tronquée à 12,5".

2 - Le groupement des données par 5 a éliminé l'influence de l'attraction psychologique des multiples de 5, mais non pas celle des valeurs 22, 32, etc. avec leur contrepartie négative sur les classes 23, 33, etc. Les deux classes

apportant une importante contribution au χ^2 , en dehors de la classe < 12,5 ont justement l'une comme limite supérieure la valeur 22, l'autre la valeur 23. Sur l'histogramme du tableau I nous lisons :

322 valeur 22
277 valeur 23

"Comme on est dans une partie croissante de l'histogramme, cela indique qu'au moins une vingtaine de mesures légèrement supérieures à 23 ont été classées à la valeur 22. Si l'on admettait par exemple :

299 valeur 22
300 valeur 23

On aurait :

Classe	Fréquence théorique	Fréquence observée	2
17,5 - 22,5	1 314,30	12,48	3,34
22,5 - 27,5	1 518,60	15,66	1,82

"Soit une contribution au χ^2 de 3,34 et 1,82 au lieu de 7,43 et 3,34. Il va de soi qu'on n'a pas le droit de se livrer à une opération aussi arbitraire. Par contre, puisque nous avons des raisons solides de penser qu'un certain nombre de valeurs de la classe supérieure ont été rangées par erreur dans la classe inférieure, nous avons le droit, pour éliminer cette cause d'erreur, de grouper ensemble les données de ces deux classes, en supprimant naturellement un degré de liberté pour le χ^2 ".

"On pourrait remarquer que les deux classes suivantes 27,5 - 32,5 et 32,5 - 37,5, contiennent l'une la valeur favorisée 32 et un excès de valeurs sur la prévision théorique, l'autre la valeur défavorisée 33 et un défaut sur la prévision théorique, avec pour ces deux classes une contribution totale au χ^2 de 5,49. Cependant, nous ne les grouperons pas".

Tableau III

Test χ^2 après tronquage à 12,5 et fusion des classes
17,5 - 22,5 et 22,5 - 27,5

Classe	Fréquence (1) théorique n_t	Fréquence observée n_o	$\frac{(n_t - n_o)^2}{n_t}$
12,5 - 17,5	544,60	550	0,05
17,5 - 27,5	2 842,90	2 814	0,29
27,5 - 32,5	1 075,80	1 130	2,73
32,5 - 37,5	602,77	562	2,76
37,5 - 42,5	292,03	279	0,58
42,5 - 47,5	129,70	136	0,31
47,5 - 52,5	54,72	53	0,05
52,5 - 57,5	22,415	21	0,09
57,5 -	15,235	18	0,00
			$\chi^2 = 7,36$

(1) On a utilisé des fréquences théoriques de la distribution complète ci-dessus. Le calcul correct de la distribution tronquée ne modifiant pas la conclusion relative χ^2 .

"Le χ^2 atteint une valeur de 7,36 pour $9 - 3 = 6$ degrés de liberté, correspondant à une valeur $P = 0,285$. Si la loi était réellement lognormale avec les paramètres admis, il y aurait 28,5 chances sur cent pour que la valeur observée du χ^2 dépasse 7,36. Le test conclut en faveur de la lognormalité".

"On remarquera bien que les deux opérations auxquelles nous nous sommes livrés :

- tronquage à 12,5 pour mettre hors jeu les petites valeurs,
- fusion des classes 17,5 - 22,5 et 22,5 - 27,5

ne sont pas arbitraires. Leur but était d'éliminer des causes d'erreur d'origine subjective (petites sections et répulsion psychologique pour la valeur 23) dont la réalité est indéniable et qui déformaient réellement la représentation du phénomène naturel".

B) L'ensemble des minéraux d'une roche éruptive.

Ayant vérifié sur de nombreux échantillons la distribution lognormaloïde d'une population de cristaux, il est tentant d'étudier si cette distribution lognormale se fait aussi, du moins pour les roches grenues, équigranulaires, à l'échelle de la roche.

Pour une roche microgrenue, ou porphyroïde, il est certain au départ que l'on a plusieurs familles statistiques.

Le seul essai que j'aie tenté de façon partielle sur un granite équigranulaire a été satisfaisant. Mais ce genre d'étude est malaisé en raison des difficultés que l'on a à séparer les divers constituants.

Cet essai dont on verra les résultats sur les figures n° 23, 24 et 25 montre l'intérêt qu'il y aurait à poursuivre de telles études. La pente des droites est à peu près la même pour les différents minéraux constituant la roche. On observe sur la figure n° 30 que les divers minéraux se séparent par leur position sur la courbe.

4/ Distribution lognormale des longueurs de failles dans un domaine donné.

J'ai travaillé à partir de cartes géologiques au 1/50 000 extrêmement bien levées en Algérie par MM. Mattauer et Voute, ces cartes étant celles de Teniet el Haad et d'Ain-Babouche. Ces géologues s'étaient aidés de photographies aériennes pour leurs levés.

Le but que je me proposais était double :

- a) voir, si les failles correspondant à une activité tectonique déterminée appartenaient à une même famille statistique.
- b) ce premier point étant acquis, étudier si dans un cas de tectonique plus complexe, ces caractères statistiques permettaient de séparer une population de failles d'une autre ; donc de différencier des activités tectoniques différentes.

J'ai commencé par mesurer les longueurs des failles recoupant le barrémo-aptien de la carte de Teniet el Haad, jusqu'à avoir une population $N = 100$.

Comme on peut le voir sur la figure n° 26, ces failles forment une même famille et la distribution de leurs longueurs s'ordonne suivant une loi lognormaloïde.

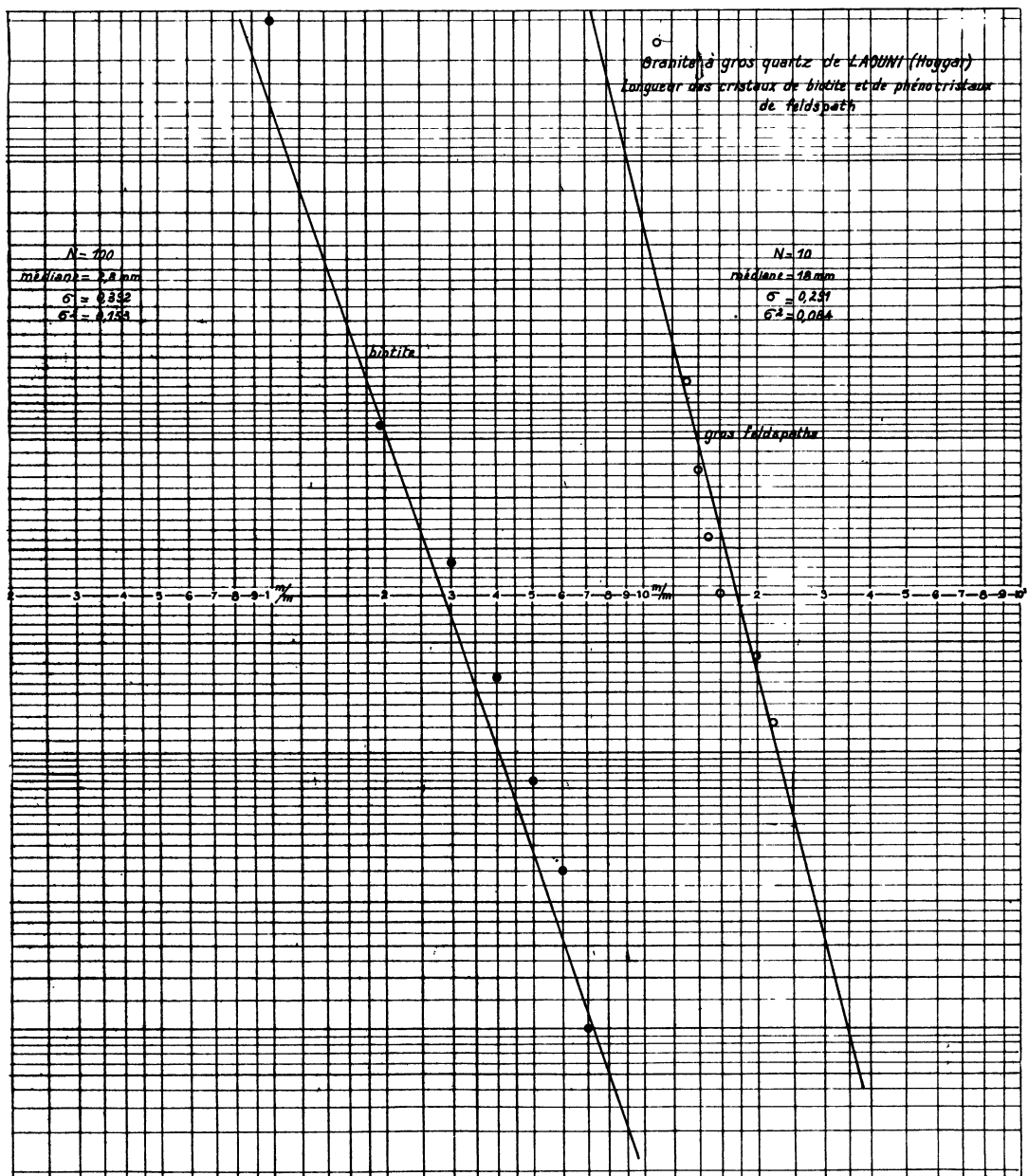


Fig. 23

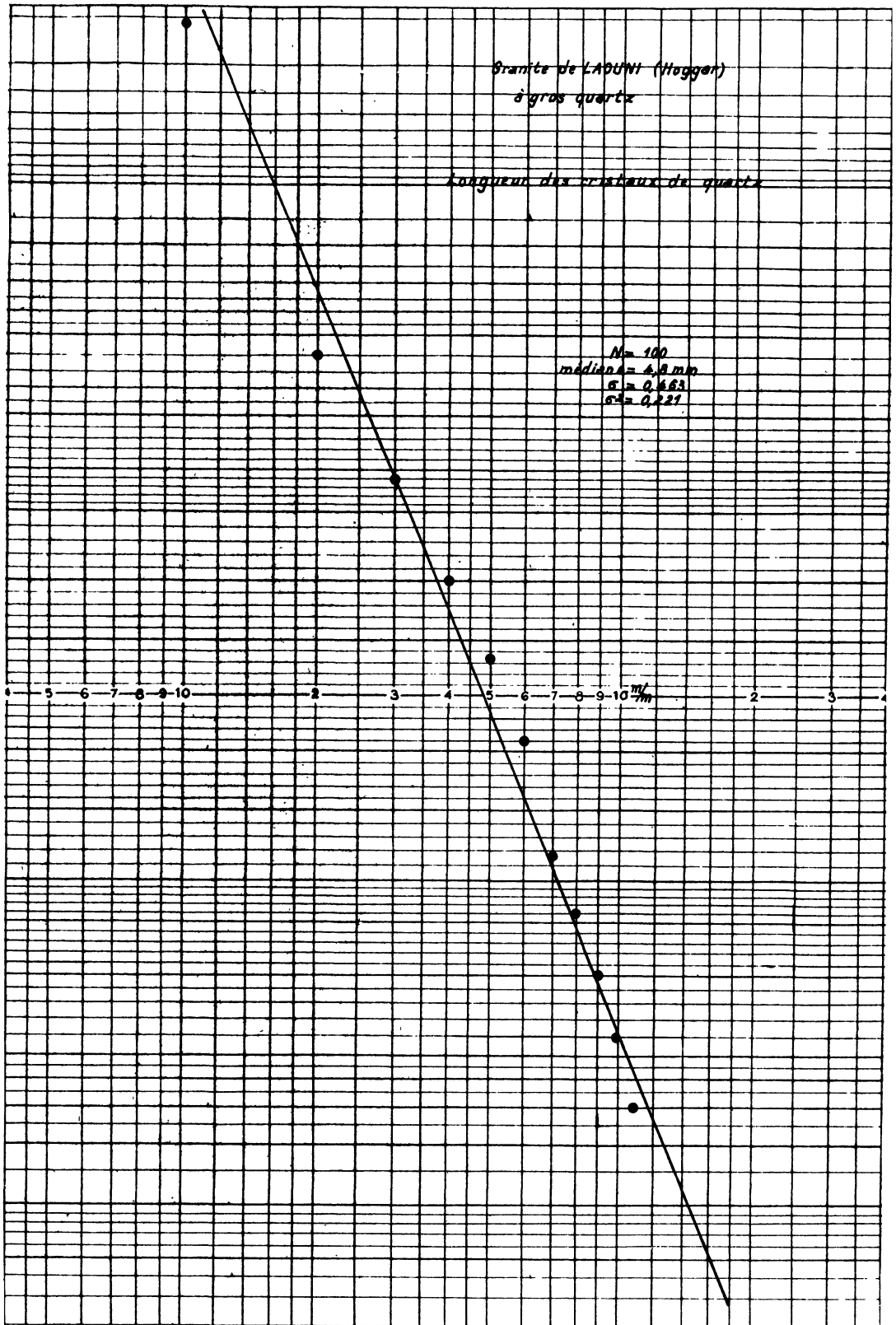


Fig. 24

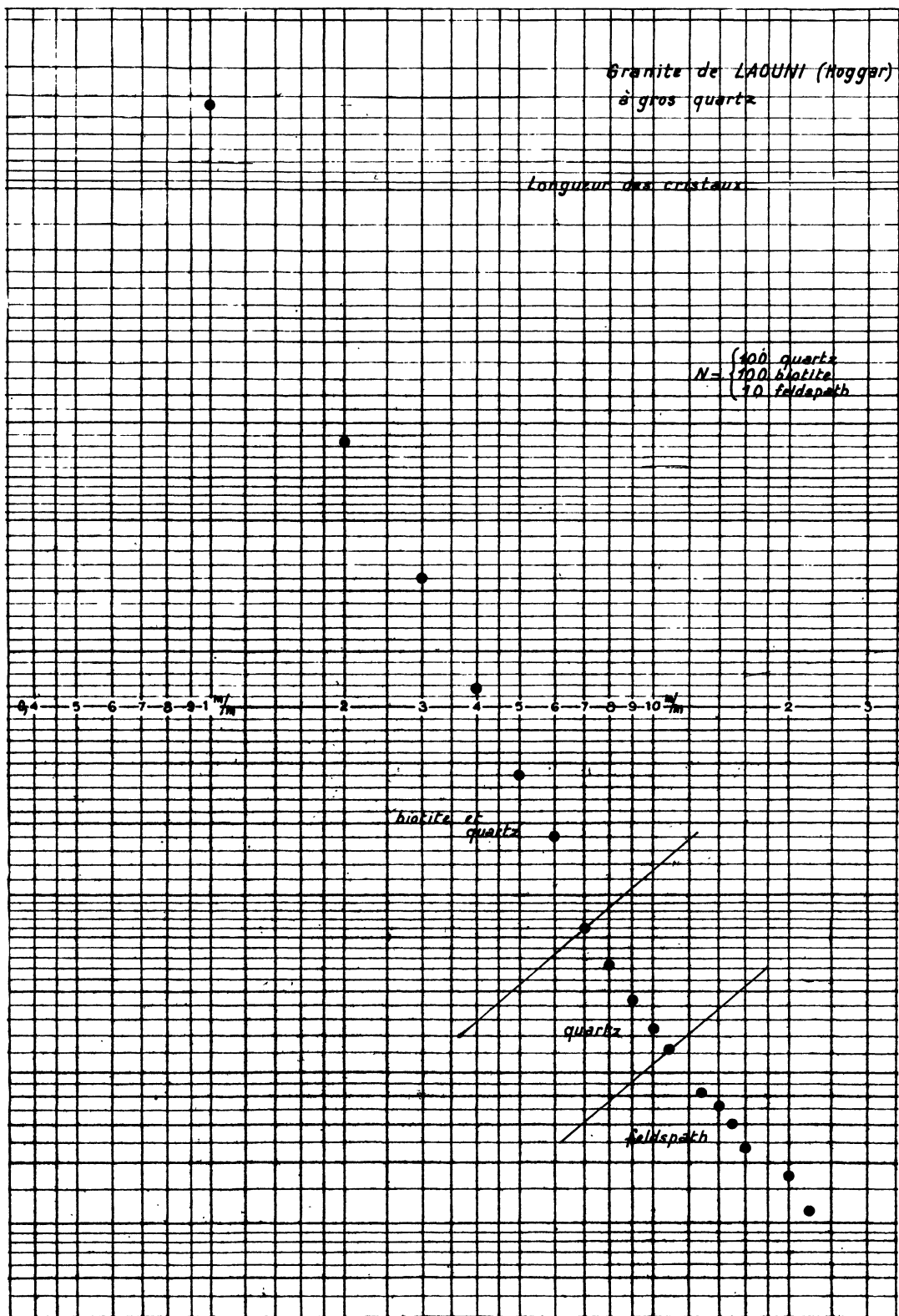


Fig. 25

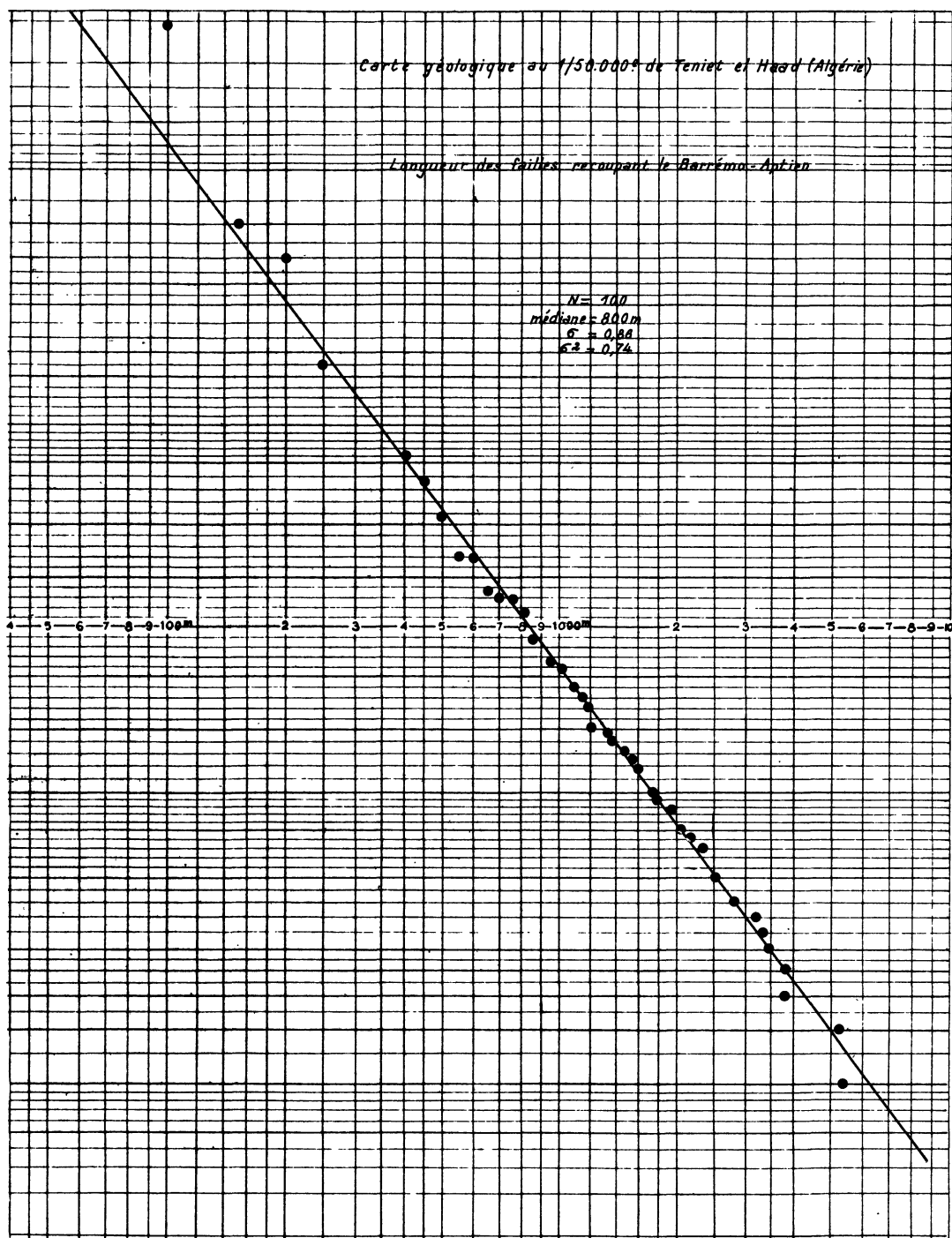


Fig. 26

J'ai ensuite fait les mêmes mesures sur les failles recoupant le burdigalien dans la partie Ouest de la carte d'Aïn Babouche. Il y a là manifestement deux systèmes de failles différents : de petites failles N.N.E à N.E qui n'affectent guère que le burdigalien, et des failles N.E à E.N.E. qui affectent aussi le crétacé et qui correspondent à une tectonique très différente.

J'ai mesuré 87 de ces failles sans les distinguer. Sur la figure n° 27 j'ai reporté ces mesures : deux populations y apparaissent de façon flagrante. Pour chacune de ces populations, la longueur des failles s'ordonne suivant une lognormalité excellente. Sur la figure n°28 est représentée la population des petites failles. Il est à noter que la dispersion est faible.

5/ Distribution lognormale de la population des longueurs des massifs de granite Taourirt dans le Hoggar.

Ces massifs de granite intrusif se caractérisent très bien par rapport aux autres granites par des caractères morphologiques, pétrographiques, métallogéniques particuliers. Leurs affleurements sont généralement elliptiques. Nous avons pris comme longueur le grand axe de ces ellipses.

Nous obtenons une très belle distribution lognormaloïde de ces longueurs - (figure n° 29).

Ce caractère permet de vérifier d'une manière nouvelle la parenté de ces granites qui forment de façon évidente une même population statistique et ceci à l'échelle colossale du Hoggar.

La connaissance de cette unité statistique permet de penser que la mise en place des différents massifs correspond à un phénomène d'ensemble.

Les diverses minéralisations associées à ces massifs ne semblent pas liées de façon rigoureuse à la dimension du massif, mais on peut constater pourtant que les plus grands massifs sont stériles et que les indices de minéralisation sont plus fréquents dans les petits Taourirt.

III - CONCLUSION -

De l'étude qui précède, il apparaît que de nombreux phénomènes géologiques suivent des distributions sinon lognormales, du moins proches de la lognormalité.

L'étude d'autres caractères géologiques amènera sans doute à découvrir leur distribution lognormaloïde. Ainsi, récemment S. Pichard [12] a démontré la distribution lognormale des dimensions des cratères des volcans basiques à cône élevé de l'Ouest du massif du Tibesti. La pente de sa droite d'ajustement est de 61°. C'est là un caractère remarquable que pour la plupart des distributions étudiées, les dispersions sont faibles.

Un autre caractère se dégage de l'étude des graphiques c'est la tendance au parallélisme des droites d'ajustement :

- des diverses puissances d'un filon, ceci pour les filons d'un même champ filonien,
- des puissances des filons de divers champs filoniens d'une même région,
- des poids de métal des divers métaux contenus par filon par mètre d'approfondissement, ceci dans un même champ filonien,
- des longueurs des différents minéraux d'une même roche.

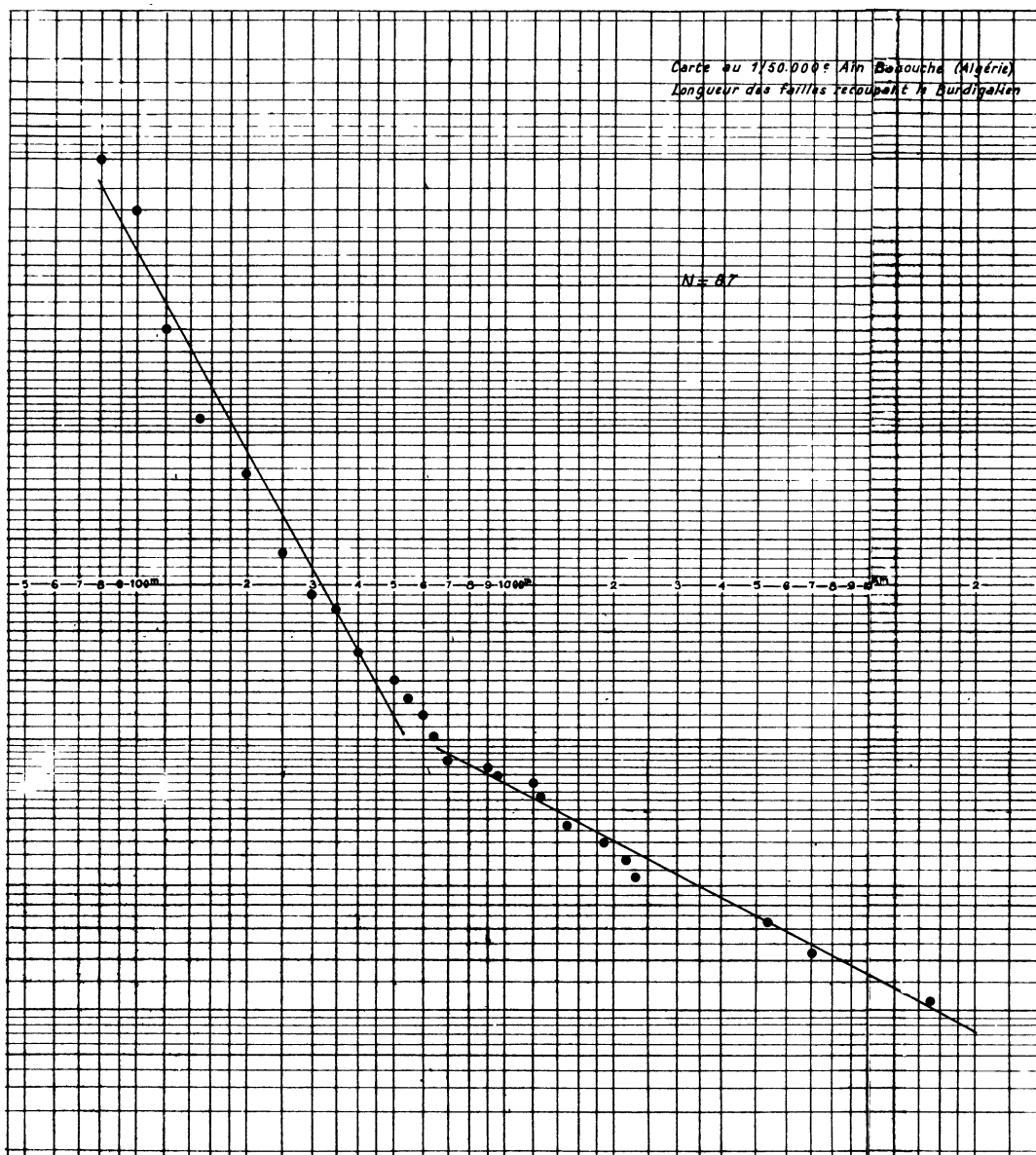


Fig. 27

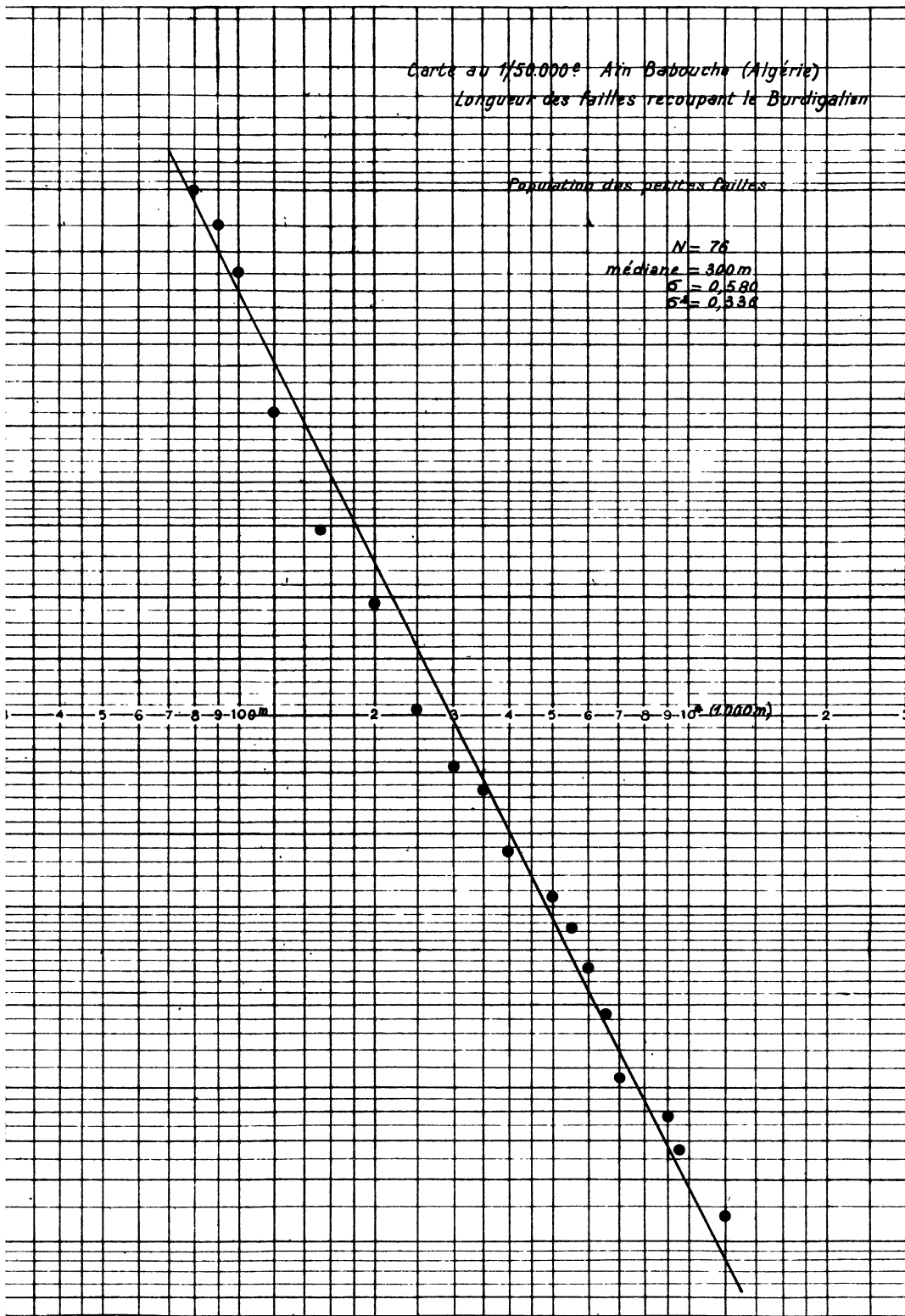


Fig. 28

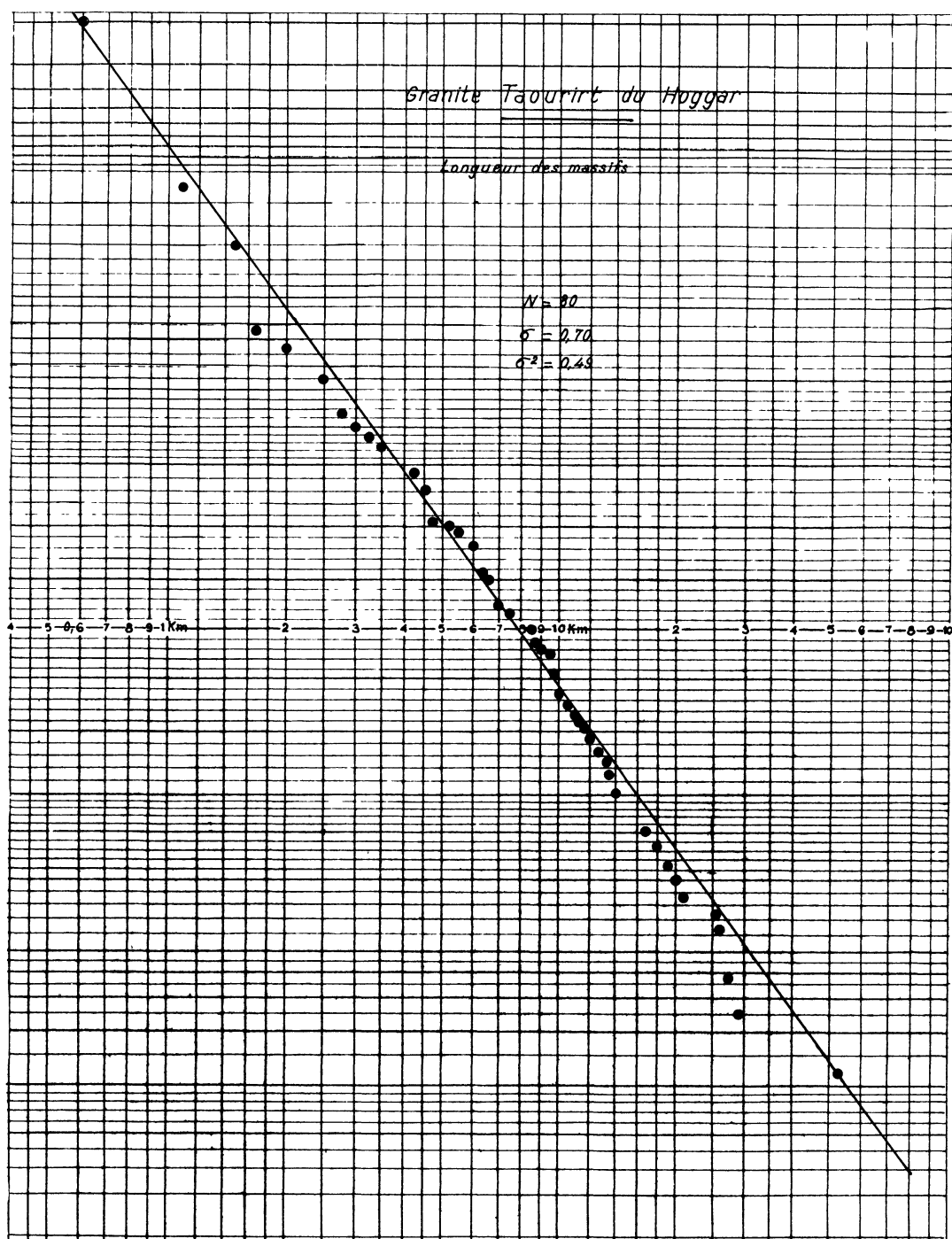


Fig. 29

On a vu que la distribution des longueurs des cristaux de certaines roches éruptives peut être lognormaloïde, il y a là une intéressante corrélation à établir entre l'éruptif et le sédimentaire.

La connaissance de la distribution des longueurs des minéraux présente un intérêt appliqué, mais peut être aussi utilisée en géologie générale comme méthode d'approche nouvelle pour la pétrographie, l'étude du métamorphisme et des phénomènes de migmatisation.

De même la connaissance de la distribution lognormale des puissances et des longueurs de filons dans un champ filonien, et celle probable des longueurs de corps de minerai et des masses de métal dans les filons, doivent servir au mineur et au prospecteur. Elle permet d'envisager la recherche sous une optique nouvelle qui devrait être payante.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] ROGERS J.J.W. and DAWSON R.E. Jr. - 1958 - Size distribution of zircon and tourmaline grains in some samples of the Lissie Formation. Jour. Sedim. pétrology - vol.28 - p.361-365.
- [2]
- [3] KRUMBEIN W.C. and TISDEL F.W. - 1940 Size distribution of Source rocks of sediments. Am. jou. Sci. V.238 - P.296-305.
- [4] J. LOMBARD - Raisons et principes fondamentaux de l'application des méthodes statistiques à quelques problèmes géologiques - Chronique Mines Outre-Mer - Avril 58 p.p.103-111.
- [5] G. MATHERON - Utilité des méthodes statistiques dans la recherche minière - Centenaire de la Sté de l'Industrie minérale - Janvier 56 - N° spécial 1R.
- [6] G. MATHERON - "Théorie lognormale de l'échantillonnage systématique des gisements" - Annales des Mines - Déc. 1955 et Sept. 1957.
- [7] J.Y. THEBAULT - Pourcentage de matières des filons par rapport à l'encaissant et étude statistique de la distribution de leur puissance et parfois de leur longueur-Chr. Mines d'Outre Mer n° 283 Janv. 1960.
- [8] Michael C.Mc EWEN, Franklin W. FESSENDEN and John J.W. ROGERS - Texture and composition of some weathered granites and slightly transported arkosic sands - Jo of sedim. pétrology - Vol. 29 n° 4 p.447-492 - Déc. 1959.
- [9] KOULOMZINE T. and DAGENAIS R.W. - Statistical determination of the chances of success in mineral exploration in Canada - Can. Min. Jour. Quebec - 1959 - Vol.80 - N° 4 - p.107-110.
- [1] J.Y. THEBAULT - déjà cité.
- [10] F. PRIEUR - Etude statistique des filons de la région de Dinard - Dipl. étud. Sup. soutenu à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris. Mai 1960.

- [11] G. MATHERON - Etude inédite - "Etude de la loi de répartition des longueurs des feldspaths d'une dalle de granite" - Avril 1960.
- [12] S. PICHARD - Etude statistique des formes des appareils volcaniques de la partie Ouest du Massif du Tibesti - (Sahara) - Mémoire présenté à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris 1960.

Tableau des : médiane, écart-type et variance des longueurs de cristaux

Indication du lieu et de l'objet mesuré	mesures graphiques		
	médiane en mms	écart-type	variance
Ernestine - 2° gradin de 44 à 51 mètres-Longueur des cristaux de wolframite	23, -	0, 805	0, 649
Julie - Affleurement sur 24 m.	15, 6	0, 790	0, 624
Julie - Affleurement 1°m.	19, -	0, 785	0, 615
" " 3°m.	24, 5	0, 665	0, 442
" " 5°m.	19, 1	0, 601	0, 361
Laouni - Un échantillon pris au hasard"	20, -	0, 731	0, 531
" Un autre " " " " " "	6, -	0, 912	0, 835
" " " " " " " " " "	22, -	0, 546	0, 297
" Total des 3 échantillons précédents -	12, 7	0, 912	0, 835
Ursule - Dans un filonet de quartz de 1 à 2 cm de pu.	17, -	0, 534	0, 285
" " " " " " 6 cm.	7, -	0, 621	0, 386
" " divers filonets " " " "	14, -	0, 789	0, 624
Laouni - Filon Ernestine - Cristaux de molybdénite	2, 8	0, 621	0, 386
Zircons d'un granite - U.S.A.		0, 73	0, 531

Indication du lieu et de l'objet mesuré	mesures graphiques		
	médiane en mms	écart-type	variance
Zircons d'un granite - U.S.A.		0,62	0,385
" " " "		0,62	0,385
" " " "		0,57	0,325
" " " "		0,64	0,406
" " " "		0,62	0,385
" " " "		0,62	0,385
" " " "		0,60	0,360
Hornblende d'un granite - U.S.A.		0,97	0,941
" " " "		0,77	0,592
" " " "		0,64	0,406
" " " "		0,64	0,406
Béryl du granite de "Renaissance" Hoggar	2,8	0,704	0,496
Topaze bleu - limpide de Tamazaror - Hoggar	9	0,482	0,230
Topaze bleu - laiteux de Tamazaror - Hoggar	25	0,227	0,0515
Disthène d'un quartzite du Suggarien du Hoggar	9	0,629	0,385

Indication du lieu et de l'objet mesuré	mesures graphiques		
	médiane en mms	écart-type	variance
Granite grossier de Renaissance (Hoggar) - Longueur des micas	2,8	0,392	0,153
" " " " " " quartz	4,8	0,463	0,221
" " " " " " feldspath	18	0,291	0,084
" porphyroïde " " " " "	25,31	0,294	0,086
Andésite de Bou - Kaïs - Algérie - Longueur des grands plagioclases	4,6	0,546	0,297
Rhyolite d'Honag - Hoggar - Longueur des feldspaths	16	0,473	0,224
Granite de Timagacine " " " "	3	0,805	0,649

LEXIQUE MINÉRALOGIQUE ET PETROGRAPHIQUE

- Andésite - lave à plagioclases et amphibole.
- Aplite - granite clair à éléments de petite taille.
- Automorphe - qui a ses formes propres de cristallisation.
- Béryl - silico aluminat de béryllium.
- Biotite - mica noir ferro-magnésien.
- Cassitérite - oxyde d'étain.
- Chalcosine - sulfure de cuivre.
- Columbite - minéral de niobium et de tantale.
- Disthène - silicate d'alumine.
- Equigranulaire (structure) - où les grains ont des dimensions de même ordre de grandeur.
- Feldspath - groupe de minéraux. Silico aluminates de K, Na, Ca.
- Granite - roche éruptive grenue à quartz, feldspath potassique, plagioclase et mica.
- Grès - roche sédimentaire composée de sables quartzeux cimentés.
- Hornblende - variété d'amphibole, métasilicate complexe, hydraté.
- Malachite - carbonate de cuivre hydraté.
- Microgrenue (structure) - Structure des roches éruptives à deux stades de cristallisation.
- Molybdénite - sulfure de molybdène.
- Pegmatite - roche éruptive dont tous les éléments sont de grande taille.
- Phénocrystal - gros cristal.
- Plagioclase - minéraux du groupe des feldspaths essentiellement à Na et Ca.
- Porphyroïde (structure) - structure caractérisée par des feldspaths anormalement grands sur un fond plus fin.
- Quartz - silice cristallisée.
- Rhyolite - lave de granite.
- Roche éruptive - roches cristallines formées à des températures et pressions relativement élevées.
- Topaze - silico aluminat fluoré.
- Tourmaline - silico aluminat boré.
- Wolframite - tungstate de fer et de manganèse.
- Zircon - silicate de zirconium.

TERMES GEOLOGIQUES EMPLOYES

Champ filonien - ensemble des filons d'une même venue et d'une même nature pétrographique.

Colonne minéralisée - corps de minerai formant une colonne allongée dans le plan d'un filon.

Faille - décrochement suivant un plan, des terrains situés de part et d'autre de ce plan.

Filon - plan de matière minérale, d'épaisseur étroite par rapport à ses autres dimensions.

Gîte stratoïde - gîte interstratifié dans les sédiments.

Lentille - amas de forme lenticulaire.

Métallogénie - étude des gîtes minéraux.

Métamorphisme - transformation des roches à la suite de pressions exercées à des températures variables mais élevées.

Migmatisation - transformation des roches par apports chimiques ou remise en mouvement des éléments présents.

Province métallogénique - province géographique caractérisée par la présence de certaines minéralisations et de certaines associations minérales.

Run - colonne de minerai dans une couche sédimentaire.