

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

G. ROUZET

Courbes d'efficacité de la carte de contrôle par mesures en fonction du pourcentage de pièces défectueuses

Revue de statistique appliquée, tome 5, n° 2 (1957), p. 19-32

http://www.numdam.org/item?id=RSA_1957__5_2_19_0

© Société française de statistique, 1957, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

COURBES D'EFFICACITÉ DE LA CARTE DE CONTROLE PAR MESURES EN FONCTION DU POURCENTAGE DE PIÈCES DÉFECTUEUSES

par

G. ROUZET

Ingénieur à la Compagnie des Compteurs

Lorsqu'on parle d'efficacité du contrôle par mesures, il s'agit généralement de l'efficacité de chacun des graphiques en fonction du dérèglement soit de la moyenne, soit de l'écart-type. Cette notion se rattache au fait que la loi normale dépend de deux paramètres : m et σ .

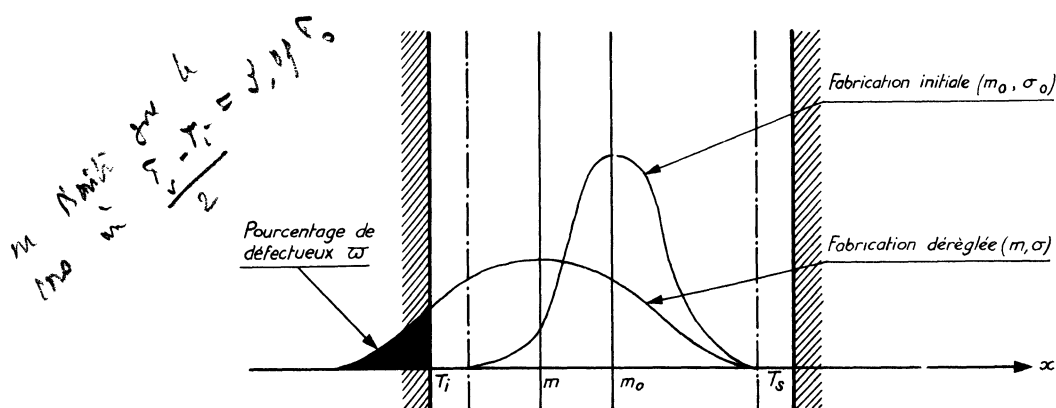
Mais ce qui importe finalement dans le résultat du contrôle est bien l'efficacité de celui-ci en fonction de la proportion de pièces défectueuses.

En particulier, si l'on veut comparer l'efficacité de la carte de contrôle aux calibres à celle de la carte de contrôle par mesures, il faut le faire en fonction d'une même variable : la proportion de pièces défectueuses.

Dans la présente étude, M. Rouzet étudie l'efficacité de la carte de contrôle par mesures en fonction du pourcentage de pièces défectueuses et montre comment elle varie en fonction de la nature du dérèglement.

I - HYPOTHÈSE I

L'efficacité de la carte de contrôle par mesures ne peut être directement calculée qu'en fonction du dérèglement de la fabrication par rapport aux limites de contrôle initiales (nous ne nous intéresserons pas ici aux limites de surveillance). Pour étudier le présent problème, il faut introduire une relation entre le dérèglement par rapport aux limites et le pourcentage de pièces défectueuses. Il est donc nécessaire de savoir où se situent les tolérances du dessin par rapport aux limites à 2 0/00 de la fabrication initiale.



Trois cas sont à distinguer :

1. Les tolérances coïncident avec les limites à 2 0/00. A l'origine, le pourcentage ω_0 de défectueux est égal à 2 0/00. Pour simplifier, nous écrirons dans ce cas $\omega_0 = 0$. La dispersion de la machine est exactement adaptée au travail : c'est dans ce cas limite que nous nous placerons : c'est l'hypothèse 1.

2. Les tolérances sont extérieures aux limites à 2 o/oo. Ce cas est plus favorable pour la production. Or, pour obtenir un certain pourcentage de défectueux ω , il faudra un dérèglement plus important que dans le cas précédent, par rapport aux limites à 2 o/oo, donc par rapport aux limites de contrôle des échantillons. L'efficacité sera donc plus grande. Ce cas est plus favorable également pour le contrôle. C'est pourquoi nous le rejeterons ici au profit de l'hypothèse 1 qui en constitue la limite inférieure.
3. Les tolérances sont intérieures aux limites à 2 o/oo. Autant que cela est possible, ce cas est à exclure puisqu'il entraîne fatalement une proportion ω_0 de pièces défectueuses dès l'origine.

Même en supposant la moyenne de la fabrication centrée par rapport aux tolérances, ce qui conduit à ω_0 minimum, il y a autant de réponses au problème posé que de valeurs de ω_0 .

Diverses hypothèses pourront être faites en complément de cette étude. On obtiendra ainsi des courbes d'efficacité pour quelques valeurs de ω_0 .

II - ÉFFICACITÉ DE LA CARTE DE CONTRÔLE PAR MESURES

La probabilité d'accepter un pourcentage ω de pièces défectueuses sur la carte de contrôle est le produit de la probabilité p_m d'accepter sur le graphique des moyennes par la probabilité p_w d'accepter sur le graphique des étendues (nous adopterons le cas courant du graphique des étendues).

$$P_A = P_m \times P_w$$

Nous étudierons successivement p_m et p_w .

III - ÉTUDE DE P_m

Soient m et σ les caractéristiques de la distribution de la fabrication dérèglée, et soit t la variable centrée réduite.

$$t = \frac{x - m}{\sigma}$$

A l'origine, on a :

$$t = \frac{x - m_0}{\sigma_0}$$

et par hypothèse :

$$\left\{ \begin{array}{l} -3,09 = \frac{T_i - m_0}{\sigma_0} \\ 3,09 = \frac{T_s - m_0}{\sigma_0} \end{array} \right.$$

Posons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_m = m - m_0 \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{\Delta_m}{\sigma_0} \\ \rho = \frac{\sigma}{\sigma_0} \end{array} \right.$$

Soient t_i et t_s les nouvelles valeurs de la variable centrée réduite, correspondant à T_i et T_s après dérèglement. On a :

$$\begin{aligned} t_i &= \frac{T_i - m}{\sigma} = \frac{T_i - (m_0 + \Delta_m)}{\rho \sigma_0} = \frac{T_i - m_0}{\rho \sigma_0} - \frac{\Delta_m}{\rho \sigma_0} \\ &= \frac{-3,09}{\rho} - \frac{\lambda}{\rho} = -\frac{3,09 + \lambda}{\rho} \end{aligned}$$

de même :

$$t_s = \frac{3,09 - \lambda}{\rho}$$

Le pourcentage de pièces défectueuses est alors donné par :

$$F(t_s) - F(t_i) = 1 - \varpi$$

D'où la relation entre λ et ρ :

$$F\left(\frac{3,09 - \lambda}{\rho}\right) - F\left(-\frac{3,09 + \lambda}{\rho}\right) = 1 - \varpi \quad (1)$$

REMARQUES :

1. La loi normale étant symétrique, il suffit d'étudier les valeurs positives de λ . On peut d'ailleurs vérifier que si l'on change λ en $-\lambda$ les deux relations sont identiques :

$$F\left(\frac{3,09 + \lambda}{\rho}\right) - F\left(-\frac{3,09 - \lambda}{\rho}\right) = 1 - \varpi \quad (1')$$

$$1 - F\left(-\frac{3,09 + \lambda}{\rho}\right) - 1 + F\left(\frac{3,09 - \lambda}{\rho}\right) = 1 - \varpi$$

$$F\left(\frac{3,09 - \lambda}{\rho}\right) - F\left(-\frac{3,09 + \lambda}{\rho}\right) = 1 - \varpi \quad (1') \equiv (1)$$

2. Sur le graphique des ranges, il est courant de ne pas considérer la limite de contrôle inférieure (lorsqu'elle n'est pas nulle). On néglige ainsi le dérèglement de l'écart-type lorsque celui-ci diminue (il est alors, en effet, favorable à la fabrication).

Pour simplifier, nous ferons également abstraction des valeurs de ρ inférieures à 1.

En définitive, nous étudierons :

$$\begin{cases} \lambda \geq 0 \\ \rho \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

Prenons un échantillon de n pièces.

La distribution des moyennes est normale, et de caractéristiques: $\left(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

A l'origine, les limites de contrôle L_{C_1} et L_{C_2} sont telles que :

$$\begin{cases} -3,09 = \frac{L_{C_1} - m_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \\ 3,09 = \frac{L_{C_2} - m_0}{\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} \end{cases}$$

Après dérèglage, les nouvelles valeurs de la variable centrée réduite t_{ni} et t_{ns} correspondant à L_{C_1} et L_{C_2} sont :

$$\begin{aligned} t_{ni} &= \frac{L_{C_1} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{L_{C_1} - (m_0 + \Delta m)}{\frac{\rho \sigma_0}{\sqrt{n}}} \\ &= \frac{L_{C_1} - m_0}{\rho \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}} - \frac{\Delta m}{\rho \sigma_0} \sqrt{n} \\ &= \frac{-3,09}{\rho} - \frac{\lambda \sqrt{n}}{\rho} \\ t_{ni} &= - \frac{3,09 + \lambda \sqrt{n}}{\rho} \end{aligned}$$

de même :

$$t_{ns} = \frac{3,09 - \lambda \sqrt{n}}{\rho}$$

La probabilité d'accepter le dérèglage est alors :

$$p_m = F \left(\frac{3,09 - \lambda \sqrt{n}}{\rho} \right) - F \left(- \frac{3,09 + \lambda \sqrt{n}}{\rho} \right) \quad (3)$$

Les relations (1) et (3) nous conduisent bien au but recherché qui est de déterminer p_m en fonction de ω . Toutefois, il faut remarquer qu'il subsiste une indétermination due au fait que ρ et λ n'ont à satisfaire qu'à la relation (1) et aux inégalités (2) pour une valeur donnée de ω . En d'autres termes, une même valeur de ω peut être obtenue avec différents couples (ρ, λ) . Or, ces différents couples conduisent à différentes valeurs de p_m .

On n'obtiendra donc pas une courbe d'efficacité du graphique des moyennes, mais une famille de courbes comprises entre deux limites.

Il reste d'ailleurs à vérifier que les courbes extrêmes de la famille correspondent bien aux valeurs extrêmes des paramètres ρ et λ dans le cadre des inégalités (2).

On a, en effet :

$$\begin{aligned} p_m &= F \left(\frac{3,09 - \lambda \sqrt{n}}{\rho} \right) - F \left(- \frac{3,09 + \lambda \sqrt{n}}{\rho} \right) \\ dp_m &= \frac{\partial p_m}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial p_m}{\partial \rho} d\rho \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_m}{\partial \lambda} &= \left[f \left(\frac{3,09 - \lambda \sqrt{n}}{\rho} \right) \right] \left(- \frac{\sqrt{n}}{\rho} \right) - \left[f \left(- \frac{3,09 + \lambda \sqrt{n}}{\rho} \right) \right] \left(- \frac{\sqrt{n}}{\rho} \right) \\ &= \frac{\sqrt{n}}{\rho} \left[f \left(- \frac{3,09 + \lambda \sqrt{n}}{\rho} \right) - f \left(\frac{3,09 - \lambda \sqrt{n}}{\rho} \right) \right] \\ &= \frac{\sqrt{n}}{\rho \sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(3,09 + \lambda \sqrt{n})^2}{2\rho^2}} - e^{-\frac{(3,09 - \lambda \sqrt{n})^2}{2\rho^2}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{n}}{\rho\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(3,09)^2}{2\rho^2}} e^{-\frac{\lambda^2 n}{2\rho^2}} \left[e^{-\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2}} - e^{-\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2}} \right] \\
&= -\frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-\frac{(3,09)^2}{2\rho^2}} e^{-\frac{\lambda^2 n}{2\rho^2}}}{\rho} \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right)
\end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p_m}{\partial \rho} &= \left[f \left(\frac{3,09 - \lambda\sqrt{n}}{\rho} \right) \right] \left(-\frac{3,09 - \lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) - \left[f \left(-\frac{3,09 + \lambda\sqrt{n}}{\rho} \right) \right] \left(\frac{3,09 + \lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) \\
&= \frac{\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \left[f \left(\frac{3,09 - \lambda\sqrt{n}}{\rho} \right) - f \left(-\frac{3,09 + \lambda\sqrt{n}}{\rho} \right) \right] - \frac{3,09}{\rho^2} \left[f \left(\frac{3,09 - \lambda\sqrt{n}}{\rho} \right) + f \left(-\frac{3,09 + \lambda\sqrt{n}}{\rho} \right) \right] \\
&= \frac{\lambda\sqrt{n}}{\rho^2\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(3,09-\lambda\sqrt{n})^2}{2\rho^2}} - e^{-\frac{(3,09+\lambda\sqrt{n})^2}{2\rho^2}} \right] - \frac{3,09}{\rho^2\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(3,09-\lambda\sqrt{n})^2}{2\rho^2}} + e^{-\frac{(3,09+\lambda\sqrt{n})^2}{2\rho^2}} \right] \\
\frac{\partial p_m}{\partial \rho} &= \frac{e^{-\frac{(3,09)^2}{2\rho^2}} e^{-\frac{\lambda^2 n}{2\rho^2}}}{\sqrt{2\pi} \rho^2} \left[\lambda\sqrt{n} \left(e^{\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2}} - e^{-\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2}} \right) - 3,09 \left(e^{\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2}} + e^{-\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2}} \right) \right] \\
&= 2 \frac{e^{-\frac{(3,09)^2}{2\rho^2}} e^{-\frac{\lambda^2 n}{2\rho^2}}}{\sqrt{2\pi} \rho^2} \left[\lambda\sqrt{n} \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) - 3,09 \operatorname{ch} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) \right]
\end{aligned}$$

D'où dp_m :

$$dp_m = 2 \frac{e^{-\frac{(3,09)^2}{2\rho^2}} e^{-\frac{\lambda^2 n}{2\rho^2}}}{\sqrt{2\pi} \rho} \left[-\sqrt{n} \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) d\lambda + \left[\lambda\sqrt{n} \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) - 3,09 \operatorname{ch} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) \right] \frac{d\rho}{\rho} \right]$$

Or, ρ et λ sont liés par la condition :

$$F \left(\frac{3,09 - \lambda}{\rho} \right) - F \left(-\frac{3,09 + \lambda}{\rho} \right) = 1 - \varpi$$

Si l'on considère ϖ constant et que l'on écrit $d\varpi = 0$, on obtiendra le même développement que dans le calcul de dp_m , avec $n = 1$. Nous avons donc immédiatement le résultat, qui s'écrit :

$$o = 2 \frac{e^{-\frac{(3,09)^2}{2\rho^2}} e^{-\frac{\lambda^2}{2\rho^2}}}{\sqrt{2\pi} \rho} \left[-\operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) d\lambda + \left[\lambda \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) - 3,09 \operatorname{ch} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) \right] \frac{d\rho}{\rho} \right]$$

d'où :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{\operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) d\lambda}{\lambda \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) - 3,09 \operatorname{ch} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)}$$

La variable conservée étant λ , on a donc pour dp_m :

$$dp_m = 2 \frac{e^{-\frac{(3,09)^2}{2\rho^2}} e^{-\frac{\lambda^2 n}{2\rho^2}}}{\sqrt{2\pi} \rho} \left[-\sqrt{n} \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) + \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) \frac{\lambda\sqrt{n} \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) - 3,09 \operatorname{ch} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right)}{\lambda \operatorname{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) - 3,09 \operatorname{ch} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)} d\lambda \right]$$

Sous cette forme, pour $\lambda = 0$, on obtient $dp_m = 0$. Le cas où seul l'écart-type est déréglé constitue donc bien un cas limite où p_m est maximum.

Ecrivons maintenant $\frac{dp_m}{d\lambda}$ sous la forme suivante, en supposant $\lambda \neq 0$:

$$\frac{dp_m}{d\lambda} = -2\sqrt{n} \frac{e^{-\frac{(3,09)^2}{2\rho^2}} e^{-\frac{\lambda^2 n}{2\rho^2}}}{\sqrt{2\pi} \rho} \text{sh} \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) \left[1 - \frac{\lambda - \frac{3,09}{\sqrt{n}} \coth \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right)}{\lambda - 3,09 \coth \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)} \right]$$

Or :

$$\coth \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) < \coth \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \coth \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) < \coth \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)$$

$$\frac{3,09}{\sqrt{n}} \coth \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) < 3,09 \coth \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)$$

$$\lambda - \frac{3,09}{\sqrt{n}} \coth \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right) > \lambda - 3,09 \coth \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)$$

Mais, nous avons plus haut :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{\text{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) d\lambda}{\lambda \text{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) - 3,09 \text{ch} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)}$$

qui peut s'écrire :

$$\frac{d\rho}{d\lambda} = \frac{\rho \text{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)}{\lambda \text{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) - 3,09 \text{ch} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)}$$

Or, pour λ positif, on a évidemment $\frac{d\rho}{d\lambda} < 0$ pour ϖ constant.

d'où :

$$\lambda \text{sh} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) - 3,09 \text{ch} \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) < 0$$

$$\lambda - 3,09 \coth \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right) < 0$$

Revenons au calcul de $\frac{dp_m}{d\lambda}$ nous avons donc :

$$\frac{\lambda - \frac{3,09}{\sqrt{n}} \coth \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right)}{\lambda - 3,09 \coth \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)} < 1$$

L'expression entre crochets est donc positive :

$$\left[1 - \frac{\lambda - \frac{3,09}{\sqrt{n}} \coth \left(\frac{3,09\lambda\sqrt{n}}{\rho^2} \right)}{\lambda - 3,09 \coth \left(\frac{3,09\lambda}{\rho^2} \right)} \right] > 0$$

et tous les autres facteurs étant positifs (puisque $\lambda > 0$), on en déduit que :

$$\frac{dp_m}{d\lambda} < 0$$

Lorsque λ croît de 0 à sa valeur maximum obtenue pour ρ décroissant égal à 1, la valeur de p_m diminue constamment.

Le cas où seule la moyenne est dérégulée constitue donc bien un cas limite où p_m est minimum dans le cadre des inégalités

$$\begin{cases} \lambda \geq 0 \\ \rho \geq 1 \end{cases}$$

Pour illustrer ce résultat, prenons un exemple :

$$\bar{\omega} = 0,50 \quad n = 4$$

Le lieu des couples (ρ, λ) satisfaisant à (1) et aux inégalités (2) est donné par le graphique de la figure 1.

Le graphique de la figure 2 donne les valeurs de p_m obtenues par la relation (3) en fonction des différentes valeurs de λ (et de ρ correspondant).

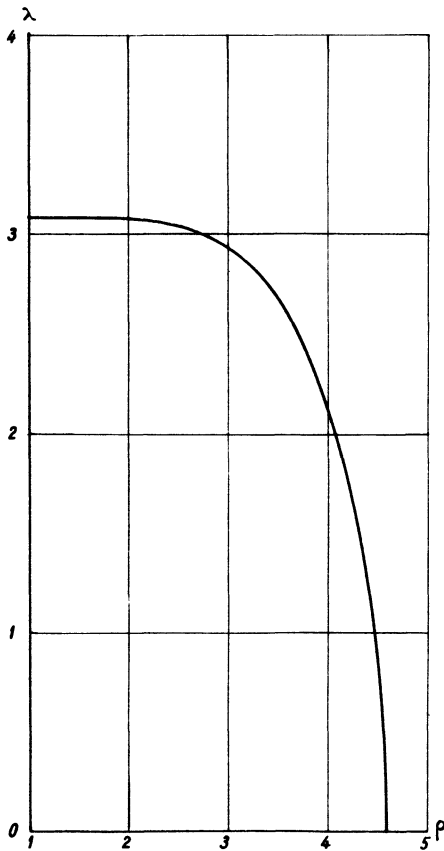


Fig.1 - $F\left(\frac{3,09-\lambda}{\rho}\right) - F\left(-\frac{3,09+\lambda}{\rho}\right) = 1 - \bar{\omega}$ (1)

Courbe (1) en λ et ρ pour $\bar{\omega} = C^{te} = 0,50$

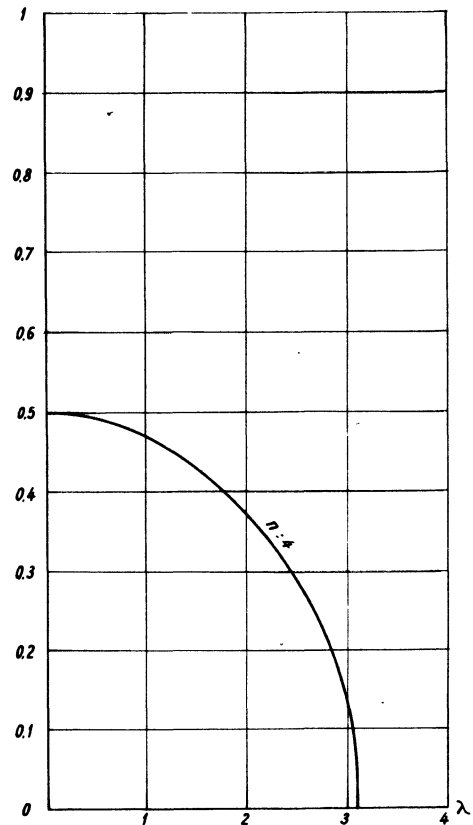


Fig.2 - Probabilité p_m d'accepter sur le graphique des moyennes pour $\bar{\omega} = 0,50$ et $n = 4$ en fonction de λ (et de ρ correspondant)

Deux remarques supplémentaires peuvent être faites :

1. La borne inférieure de p_m correspond au dérèglement de la moyenne seule.
L'efficacité est maximum dans ce cas.
La borne supérieure de p_m correspond au dérèglement de l'écart-type seul.
L'efficacité est minimum dans ce cas.
2. Dans le cas du dérèglement de l'écart-type seul, on a $\lambda = 0$: on voit dans la relation (3) que p_m est alors indépendante de n .

D'autre part, on voit immédiatement que dans ce même cas, on a :

$$p_m = 1 - \varpi$$

Faisons maintenant varier ϖ et n . D'où le graphique de la figure 3 qui se lit ainsi, pour n donné :

Selon le mode de dérèglement conduisant à la proportion ϖ de défectueux, la courbe d'efficacité est comprise entre la courbe indiquée pour la valeur de n (cas du dérèglement de la moyenne seule) et la droite Δ (cas du dérèglement de l'écart-type seul).

IV - ÉTUDE DE P_w

Soit $H\left(\frac{w}{\sigma}, n\right)$ la fonction de répartition du rapport $\frac{w}{\sigma}$ obtenu avec un échantillon de n pièces.

La moyenne de la distribution n'intervenant pas, p_w est insensible au dérèglement λ de la moyenne; p_w ne dépend que de ρ . A l'origine, on a σ_0 et la limite à 999 o/oo est donnée par $\mu = \frac{w}{\sigma_0}$, telle que :

$$H(\mu, n) = 0,999$$

Si $\sigma = \rho \sigma_0$, on a :

$$\frac{w}{\sigma} = \frac{w}{\rho \sigma_0} = \frac{1}{\rho} \frac{w}{\sigma_0} = \frac{\mu}{\rho}$$

et la probabilité p_w d'accepter est :

$$p_w = H\left(\frac{\mu}{\rho}, n\right)$$

Le graphique 3bis donne les courbes de p_w en fonction de ρ pour différentes valeurs de n .

V - ÉTUDE DE P_A

La probabilité p_A d'accepter est égale au produit $p_m \times p_w$. Or, prenons un pourcentage ϖ donné : Lorsque λ croît de 0 à sa valeur maximum, p_m diminue. Dans le même temps ρ décroît et p_w augmente. Il faut donc vérifier encore que les deux courbes limites de la famille que nous obtiendrons pour p_A correspondent bien au produit des valeurs p_m des courbes limites du graphique de la figure 3 par les valeurs de p_w correspondantes.

On a :

$$P_A = p_m \times p_w$$

$$\frac{dp_A}{d\lambda} = p_w \frac{dp_m}{d\lambda} + p_m \frac{dp_w}{d\lambda}$$

$$\frac{dp_A}{d\lambda} = p_w \frac{dp_m}{d\lambda} + p_m \frac{dp_w}{d\rho} \frac{d\rho}{d\lambda}$$

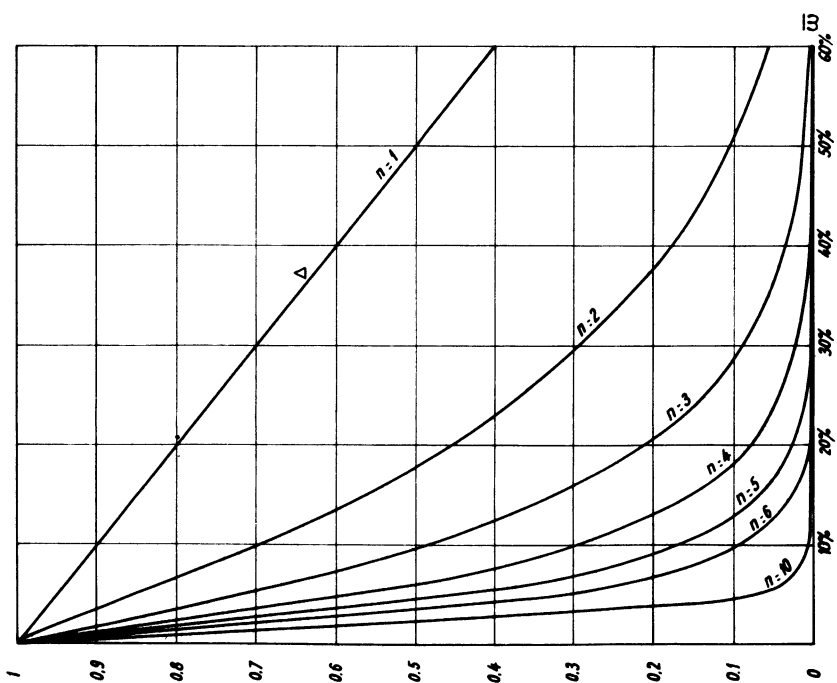


Fig. 3 - Zones de valeurs de p_m , pour Δ variable, entre Δ ($\lambda = 0$) et la courbe n ($\rho = 1$) limites (graphique des moyennes)

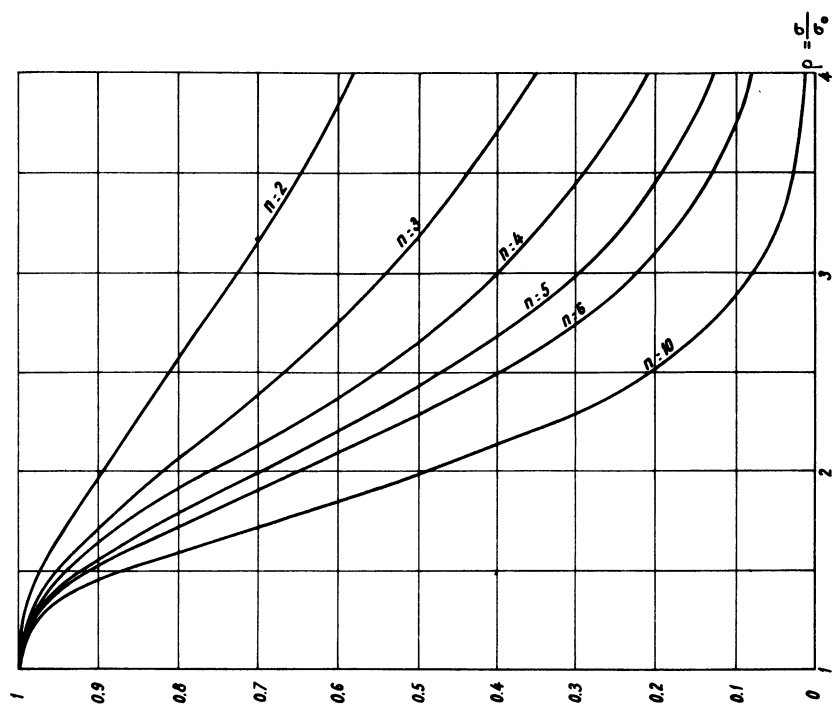


Fig. 3 bis - Courbes d'efficacité du Graphique des ranges
Déréglage de l'écart-type

Mais, comme p_m , p_w et $\frac{dp_w}{d\rho}$ ne peuvent être obtenus que par courbes ou tableaux, on ne peut mener le même calcul que celui qui nous a conduits à $\frac{dp_m}{d\lambda}$.

On pourra vérifier dans plusieurs cas différents que $\frac{dp_A}{d\lambda}$ reste constamment négatif.

Nous nous bornerons ici à un exemple.

Prenons encore $\bar{w} = 0,50$ et $n = 4$.

La valeur de p_A est portée sur le graphique de la figure 4 pour les différentes valeurs de λ , et les valeurs de ρ correspondantes.

On voit que les valeurs limites de p_A correspondent bien aux valeurs limites des couples (λ, ρ) .

Les courbes limites seront donc encore dans ce cas les courbes d'efficacité correspondant au dérèglement.

- de la moyenne seule, d'une part,
- de l'écart-type seul, d'autre part.

Les graphiques des figures 5, 6, 7, 8, 9 et 10 représentent le faisceau formé par les courbes de la famille pour différentes valeurs de n .

VI - CONCLUSION

Cette étude montre que l'efficacité de la carte de contrôle par mesures en fonction du pourcentage de pièces défectueuses est variable dans des proportions importantes en fonction de la nature du dérèglement.

Par exemple sur le graphique de la figure 10, on voit que dans le cadre de l'hypothèse 1 et pour $n = 10$, la probabilité d'accepter un dérèglement donnant 10 % de pièces défectueuses est presque nulle si le dérèglement affecte uniquement la moyenne de la distribution, alors qu'elle reste supérieure à 50 % si le dérèglement affecte uniquement l'écart-type.

Rappelons que si l'intervalle de tolérances est supérieur à l'intervalle entre les limites à 2 $\sigma/100$, la moyenne étant supposée centrée par rapport aux tolérances, l'efficacité est plus grande.

Enfin, il est intéressant de comparer l'efficacité de la carte au calibre à celle de la carte aux mesures.

Dans le cas de l'hypothèse 1, on s'aperçoit que la courbe d'efficacité du contrôle au calibre pour une taille n de l'échantillon (voir figure 11) est intérieure à la zone d'efficacité de la carte de contrôle par mesures pour la même taille n d'échantillon.

L'efficacité du contrôle au calibre, plus faible dans le cas de dérèglement de la moyenne (cas fréquent) est donc un peu supérieure dans le cas de dérèglement de l'écart-type seul.

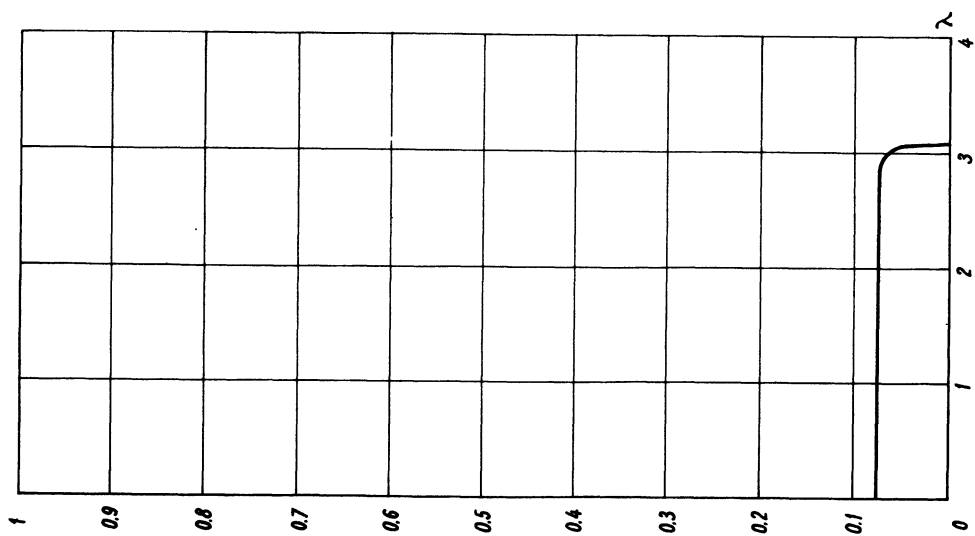


Fig. 4 - Probabilité P_A d'accepter sur la carte de contrôle par mesures pour $W = 0,50$ et $n = 4$ en fonction de λ (et de ρ correspondant)

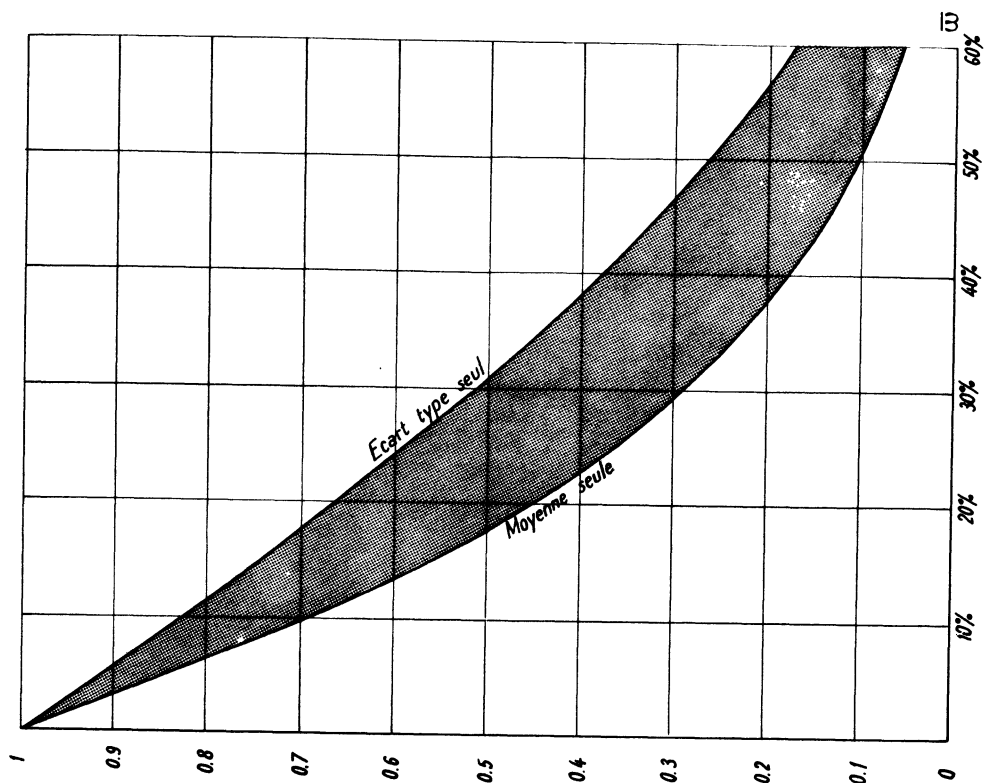


Fig. 5 - Courbes d'efficacité de la carte de contrôle par mesures pour $n = 2$

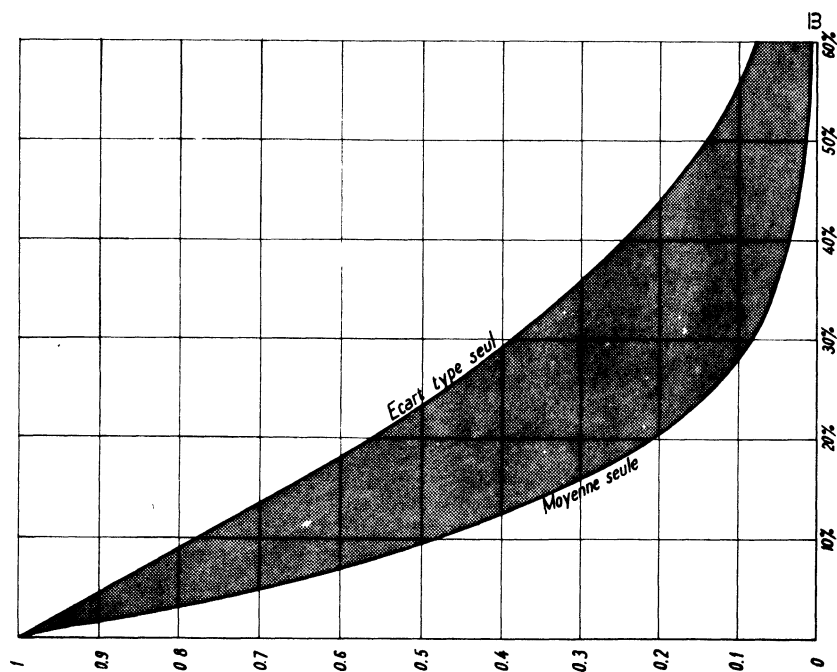


Fig.6 - Courbes d'efficacité de la carte de contrôle
par mesures pour $n = 3$

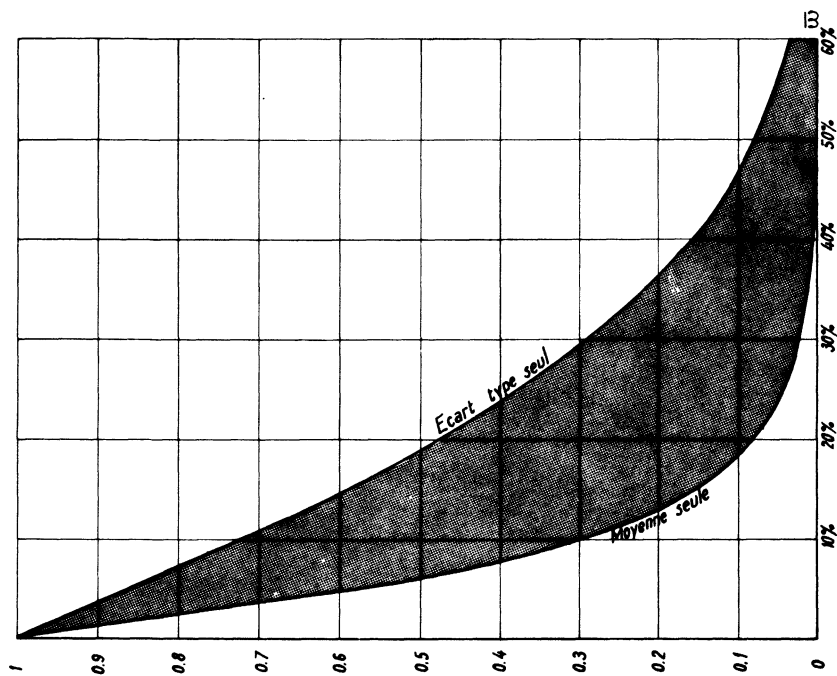


Fig.7 - Courbes d'efficacité de la carte de contrôle
par mesures pour $n = 4$

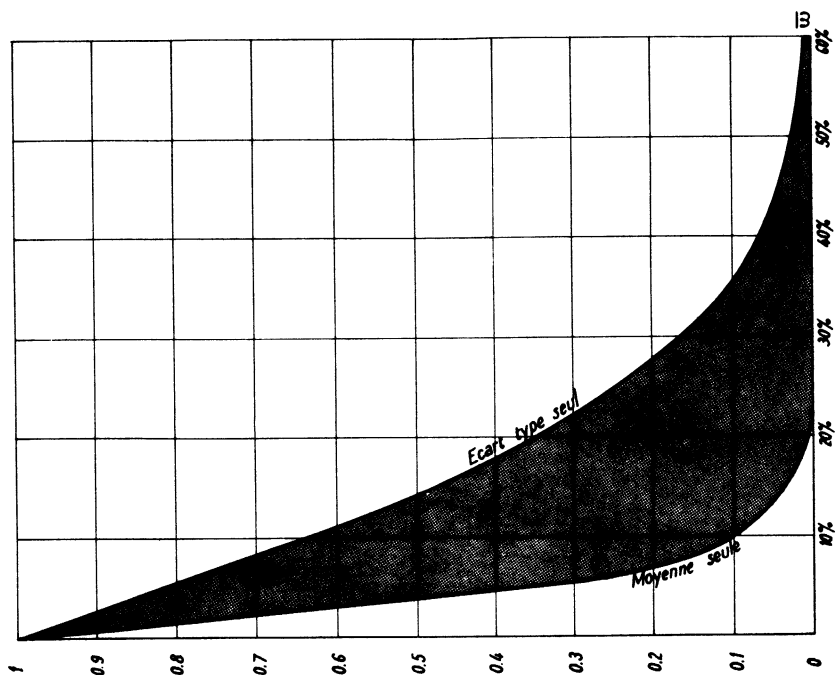


Fig. 9 - Courbes d'efficacité de la carte de contrôle
par mesures pour $n = 6$

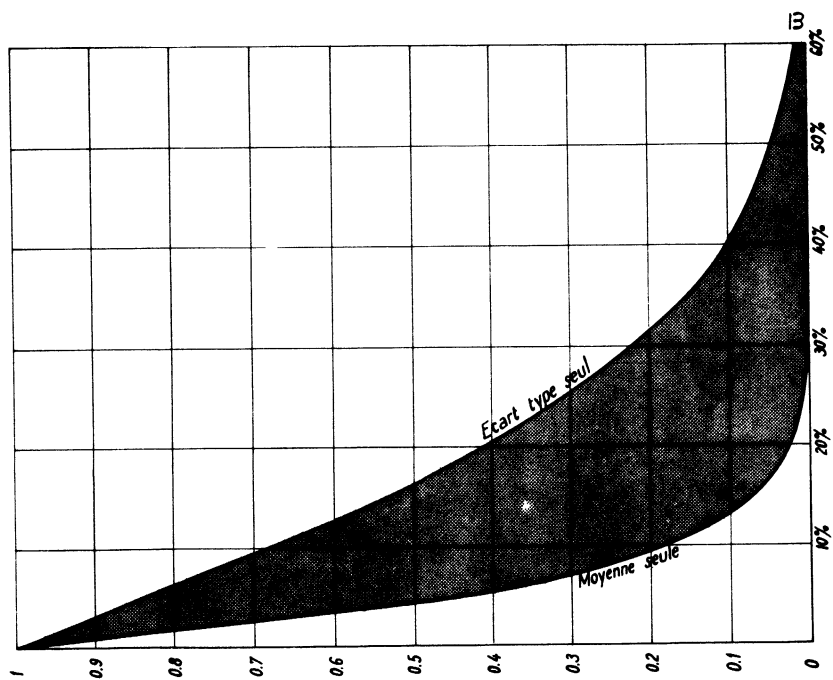


Fig. 8 - Courbes d'efficacité de la carte de contrôle
par mesures pour $n = 5$

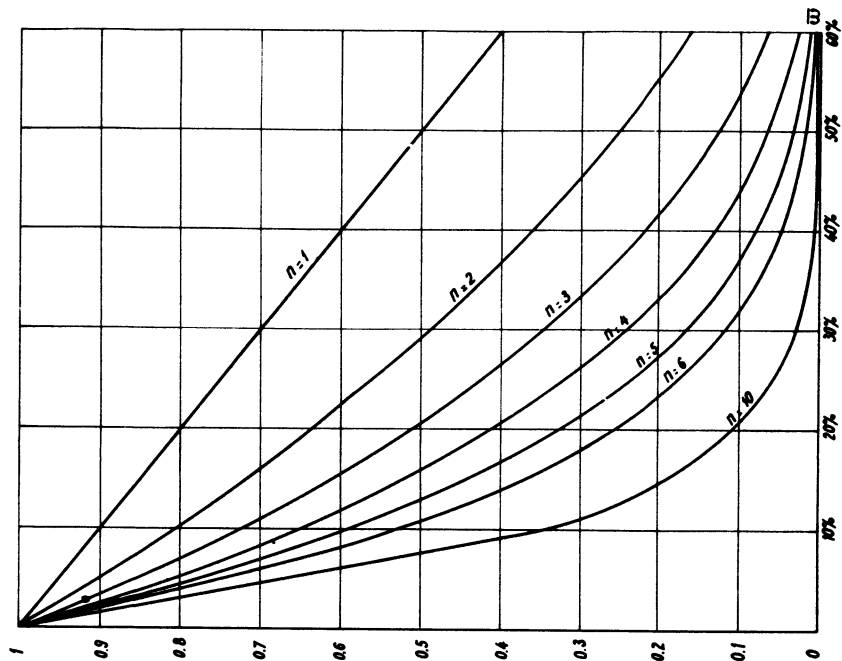


Fig. 11 - Courbes d'efficacité du contrôle au calibre pour $w = 0,002$ (mêmes résultats pour $w_0 = 0$)

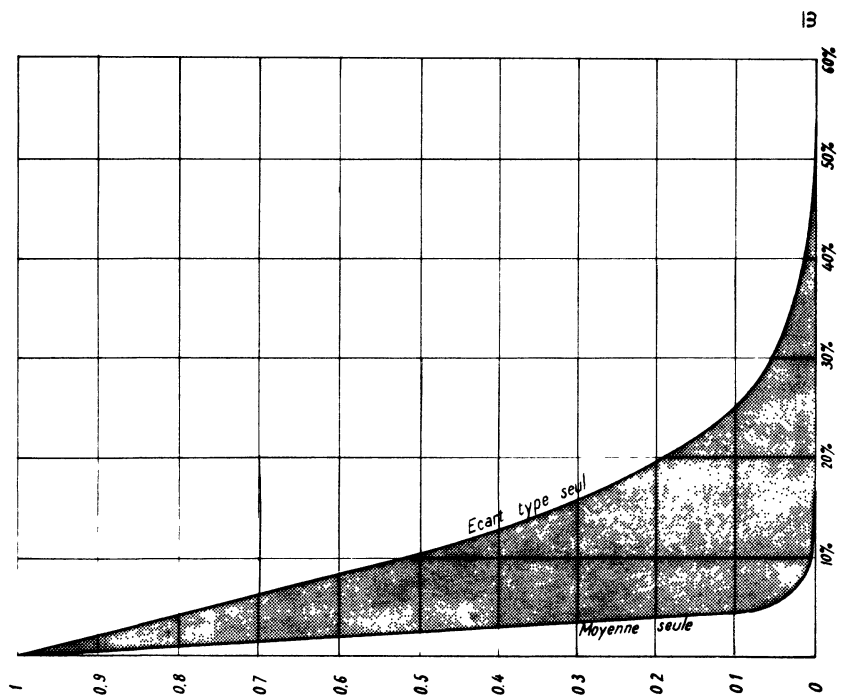


Fig. 10 - Courbes d'efficacité de la carte de contrôle par mesures pour $n = 10$