

REVUE DE STATISTIQUE APPLIQUÉE

G. BLET

Une nouvelle méthode d'exploitation des résultats expérimentaux

Revue de statistique appliquée, tome 3, n° 3 (1955), p. 109-121

[<http://www.numdam.org/item?id=RSA_1955__3_3_109_0>](http://www.numdam.org/item?id=RSA_1955__3_3_109_0)

© Société française de statistique, 1955, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « *Revue de statistique appliquée* » (<http://www.sfds.asso.fr/publicat/rsa.htm>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UNE NOUVELLE MÉTHODE D'EXPLOITATION DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX⁽¹⁾

par

G. BLET

Docteur ès-Sciences

Collaborateur Scientifique au Centre de Recherches S.I.M.

Le physicien se trouve tous les jours devant le problème suivant: chercher une loi simple, empirique, reliant deux grandeurs. Ce problème est matérialisé par un ensemble de points situés sur un graphique. Il faut trouver la courbe passant « au mieux » par tous ces points. Lorsque la dispersion de ceux-ci est faible, la méthode des moindres carrés fournit une bonne solution. Lorsque, au contraire, la dispersion est grande, la courbe obtenue est encore trop influencée par de grands écarts accidentels. Une méthode de « lissage » de la courbe mise au point par Whittaker permet au prix de calculs compliqués d'obtenir un résultat bien supérieur.

La méthode préposée, d'inspiration purement géométrique conduit à des résultats équivalents à ceux de Whittaker avec ces deux avantages :

1) La transformation peut être effectuée graphiquement et vite.

2) Le calcul, plus simple que celui de Whittaker, ne fait intervenir que des coefficients très connus (coefficients binômiaux) au lieu des coefficients très longs à calculer que Whittaker utilise.

I. - INTRODUCTION

Les diverses méthodes de lissage utilisées emploient toutes la méthode suivante : chaque point est remplacé par une combinaison linéaire de lui-même et de lui-même et des points voisins. Soient par exemple :

$$u_1 \quad u_2 \dots \dots \dots u_p \dots \dots \dots u_n$$

les n points expérimentaux. On définit des coefficients fixes :

$$k_{-i} \quad k_{-i+1} \dots \dots \dots k_0 \quad k_{0+1} \dots \dots \dots k_i$$

au nombre de $2i + 1$ et on effectue la transformation symbolique :

$$U_p = k_{-i} u_{p-i} + \dots \dots k_{-1} u_{p-1} + k_0 u_p + k_1 u_{p+1} + \dots \dots k_i u_{p+i}$$

Cette transformation met à notre disposition $2i + 1$ paramètres.

Nous allons voir à quelles conditions élémentaires ils doivent satisfaire.

Tout d'abord, la transformation est symétrique, c'est-à-dire que l'on donne la même importance aux points précédents u qu'à ceux qui le suivent. Donc $k_{-j} = k_{+j}$. Le nombre de paramètres est réduit à $i + 1$.

De plus, si tous les points u avaient même valeur, les transformées U devraient avoir évidemment cette même valeur d'où :

$$U_p = u_p \sum_{-i}^{+i} k_j = u_p \left[k_0 + 2 \sum_1^{+i} k_j \right] = u_p$$

d'où la relation suivante entre les paramètres :

$$k_0 + 2 \sum_1^i k_j = 1 \quad (1)$$

(1) Note n° 213 - Centre de recherches scientifiques industrielles et maritimes de Marseille

Pour le moment, nous ne pouvons aller plus loin sans hypothèses supplémentaires.

Nous avons deux arbitraires : la valeur de i et la loi de formation des k qui dépendra des hypothèses nouvelles c'est-à-dire des conditions que nous nous imposerons.

REMARQUE

Une difficulté se présente aux deux extrémités de la série de points expérimentaux, qui n'ont plus alors de "prédécesseurs" ou de "successeurs". Trois cas peuvent être envisagés.

a - La série est périodique en théorie. On peut alors suppléer aux points manquants par une simple translation de la série existante.

b - i est petit devant n . On peut abandonner les deux extrémités de la série expérimentale.

c - Si l'on tient à conserver tous les points, ce qui est le cas général, on pourra compléter les deux extrémités par des points fictifs calculés de telle sorte qu'ils satisfassent aux conditions que l'on s'impose.

II. - RAPPEL DE LA MÉTHODE DE WHITTAKER -

Cette méthode a une base analytique. WHITTAKER envisage les différences d'ordre successif, soient :

$$\text{ordre 1 : } \delta_p^1 = u_p - u_{p-1}$$

$$\text{ordre 2 : } \delta_p^2 = u_p - 2 u_{p+1} + u_{p+2}$$

$$\text{ordre 3 : } \delta_p^3 = u_p - 3 u_{p+1} + 3 u_{p+2} - u_{p+3}$$

etc

Il considère ensuite arbitrairement les différences d'un certain ordre, trois par exemple, et calcule pour les points expérimentaux la somme des carrés :

$$\sum_1^n \delta_p^3{}^2$$

La transformation appliquée aux points u donne pour la courbe transformée :

$$\sum_1^n \Delta_p^3{}^2$$

Le "coefficient de lissage" (Smoothing coefficient) est défini par la relation :

$$\mathcal{L} = \frac{\sqrt{\sum_1^n \Delta_p^3{}^2}}{\sqrt{\sum_1^n \delta_p^3{}^2}} \quad (2)$$

c'est le rapport des erreurs probables sur les différences troisièmes (par exemple).

Si dans la relation (2) nous choisissons arbitrairement la valeur numérique de $\mathcal{L}$, on obtient une relation entre les k_j . Cette relation peut être résolue indépendamment des points u par une méthode que Whittaker a développée dans "The calculus of Observations". Il obtient ainsi une relation de la forme :

$$k_j = f(\mathcal{L}, j)$$

Cette formule ne donne pas de valeur limite i pour j , mais les coefficients k tendent rapidement vers zéro, d'autant plus vite que $\mathcal{L}$ est plus voisin de 1.

Whittaker fait intervenir un paramètre ε variant de zéro à l'infini pour $\mathcal{L}$ croissant de zéro à 1.

Il obtient la formule ci-dessous :

$$k = -\varepsilon \sum \frac{\alpha^{n+2}}{(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma)(\alpha - \frac{1}{\alpha})(\alpha - \frac{1}{\beta})(\alpha - \frac{1}{\gamma})}$$

où α, β, γ sont les trois racines du module plus petit que l'unité de l'équation :

$$(Z - 1)^6 - \varepsilon Z^3 = 0$$

le signe $\sum$ indiquant la permutation de α, β , et γ .

Cette expression développée est très complexe.

Le calcul numérique en est évidemment très long et l'on trouvera reproduit sur la figure 1 un tableau calculé par Whittaker dans l'ouvrage mentionné ci-dessus. La lettre n dans son tableau correspond à la lettre i de notre exposé. Le tableau inférieur de cette même figure (Fig. 1 a) donne la correspondance entre le paramètre ε et le coefficient de lissage.

n	$\varepsilon=0.01$	$\varepsilon=0.02$	$\varepsilon=0.03$	$\varepsilon=0.1$	$\varepsilon=0.25$	$\varepsilon=1$
0	0.1570	0.1769	0.2076	0.2347	0.2771	0.3601
1	0.1482	0.1644	0.1873	0.2056	0.2297	0.2604
2	0.1254	0.1329	0.1397	0.1412	0.1356	0.1045
3	0.0948	0.0928	0.0842	0.0721	0.0486	0.0023
4	0.0628	0.0536	0.0359	0.0191	- 0.0046	- 0.0293
5	0.0341	0.0216	0.0027	- 0.0110	- 0.0236	- 0.0213
6	0.0117	- 0.0004	- 0.0145	- 0.0211	- 0.0211	- 0.0056
7	- 0.0035	- 0.0125	- 0.0191	- 0.0186	- 0.0108	0.0032
8	- 0.0119	- 0.0165	- 0.0161	- 0.0110	- 0.0017	0.0044
9	- 0.0148	- 0.0151	- 0.0099	- 0.0035	0.0031	0.0023
10	- 0.0139	- 0.0110	- 0.0038	0.0014	0.0039	0.0003
11	- 0.0108	- 0.0062	0.0005	0.0034	0.0027	- 0.0006
12	- 0.0070	- 0.0021	0.0027	0.0033	0.0010	- 0.0005
13	- 0.0034	0.0008	0.0032	0.0022	- 0.0001	- 0.0002
14	- 0.0005	0.0024	0.0026	0.0009	- 0.0005	0.0000
15	0.0014	0.0028	0.0016	0.0000	- 0.0005	0.0001
16	0.0023	0.0025	0.0006	- 0.0004	- 0.0003	0.0000
17	0.0025	0.0018	- 0.0001	- 0.0005	- 0.0001	
18	0.0022	0.0010	- 0.0004	- 0.0004	0.0001	
19	0.0017	0.0003	- 0.0005	- 0.0002	0.0001	
20	0.0010	- 0.0001	- 0.0004	0.0000	0.0000	
21	0.0005	- 0.0004	- 0.0002	0.0000		
22	0.0000	- 0.0004	- 0.0001	0.0001		
23	- 0.0002	- 0.0004	0.0000	0.0001		
24	- 0.0004	- 0.0003	0.0001			
25	- 0.0004	- 0.0002	0.0001			
26	- 0.0003	0.0000	0.0001			
27	- 0.0002	0.0000				
28	- 0.0001	0.0001				
29	- 0.0001	0.0001				
30	0.0000	0.0001				
31	0.0000					
32	0.0001					
33	0.0001					
34	0.0001					
35						

Fig. 1

ε	0	0.01	0.02	0.03	0.1	0.25	1	10	∞
Coefficient de lissage	0	$\frac{1}{270}$	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{105}$	$\frac{1}{70}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{2}$	1

Fig. 1a

III. - NOUVELLE MÉTHODE PROPOSÉE

Cette fois, nous effectuons la transformation des points expérimentaux par une méthode géométrique.

Si nous remplaçons deux points par le milieu du segment qui les joint, nous avons :

$$\frac{1}{2} (u_p + u_{p+1})$$

$$\frac{1}{2} (u_{p+1} + u_{p+2})$$

En recommençant cette opération une seconde fois :

$$\frac{1}{2^2} (u_p + 2 u_{p+1} + u_{p+2})$$

$$\frac{1}{2^2} (u_{p+1} + 2 u_{p+2} + u_{p+3})$$

Au bout de i opérations nous aurons :

$$u'_p = \frac{1}{2^i} (u_{p-i+1} + u_{p+i-1}) \quad (i)$$

le symbole (i) , puissance symbolique i signifiant que chacun des termes successifs

$$u'_{p-i+1} \dots u_p \dots u_{p+i-1}$$

doit être affecté dans l'ordre, des coefficients successifs du binome élevé à la puissance i . Remarquons que pour avoir des termes symétriques avec le coefficient maximum pour u nous sommes obligés de choisir pour i une valeur paire.

Les coefficients que nous obtenons ainsi ont donc les valeurs suivantes :

$$k_0 = \frac{1}{2^i} \frac{i!}{\left(\frac{i}{2}\right)! \left(\frac{i}{2}\right)!}$$

$$k_1 = \frac{1}{2^i} \frac{i!}{\left(\frac{i}{2} - 1\right)! \left(\frac{i}{2} + 1\right)!}$$

.....

$$k_j = \frac{1}{2^i} \frac{i!}{\left(\frac{i}{2} - j\right)! \left(\frac{i}{2} + j\right)!}$$

.....

$$k_i = \frac{1}{2^i}$$

Ce mode de calcul des coefficients conduit donc à un nombre fini de termes dépendant de la valeur choisie pour i .

Ces coefficients du binome sont aisés à calculer et se trouvent d'ailleurs dans toutes les tables.

Toutefois, on peut en avoir une valeur approchée en remplaçant les factorielles d'après la formule de STIRLING :

$$x! = x^x e^{-x} \sqrt{2\pi x} \left(1 + \frac{1}{12x} + \dots\right)$$

En particulier, on obtient pour k_0 la valeur :

$$k_0 = \frac{1}{2^i} \frac{i e^{-i} \sqrt{2\pi i} \left(1 + \frac{1}{12i} + \dots\right)}{\left(\frac{i}{2}\right) e^{-i} (\pi i) \left(1 + \frac{1}{6i} + \dots\right)} \quad (2)$$

$$k_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi i}} (1 + \varepsilon_1)$$

On obtient d'ailleurs une valeur assez approchée en prenant :

$$k_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi i}}$$

Le calcul montre de même que le terme général est donné par :

$$k_j = \sqrt{\frac{2}{\pi i}} e^{-\frac{2j^2}{i}}$$

On voit, si l'on adopte ce mode de calcul, que la série des k n'est pas limitée à $j = i$, mais que les termes tendent vers zéro très rapidement.

Pour la première détermination (coefficients du binome) on voit immédiatement que la relation de base (formule 1) :

$$k_0 + 2 \sum_{j=1}^i k_j = 1$$

est vérifiée.

Pour la formule de STIRLING on doit avoir :

$$\sqrt{\frac{2}{\pi i}} \left[1 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} e^{-\frac{2j^2}{i}} \right] = 1$$

quel que soit i .

En fait, cette relation n'est pas rigoureuse, mais elle est vérifiée avec une très grande précision dès que i est assez grand.

Pour $i = 2$ l'écart n'est que de 0,0001 et il diminue très rapidement lorsque i augmente.

Cette relation peut d'ailleurs se mettre sous la forme :

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} x^{n^2} = \sqrt{\frac{\pi}{4 L \frac{1}{x}}}$$

En fait, nous utiliserons toujours des puissances symboliques supérieures à 2 donc la série des coefficients peut être considérée comme satisfaisant rigoureusement la relation de base (1).

IV. - COMPARAISON DES MÉTHODES -

Nous nous trouvons en présence de deux méthodes reposant sur le même principe de substitution : remplacer un point par une fonction linéaire des points voisins.

A la base, un premier arbitraire : soit la réduction de la somme des carrés des différences troisièmes (ou d'un autre ordre), soit le moyennage des points consécutifs.

Ce premier choix étant fait, il reste un second arbitraire, le degré de rectification que l'on peut obtenir.

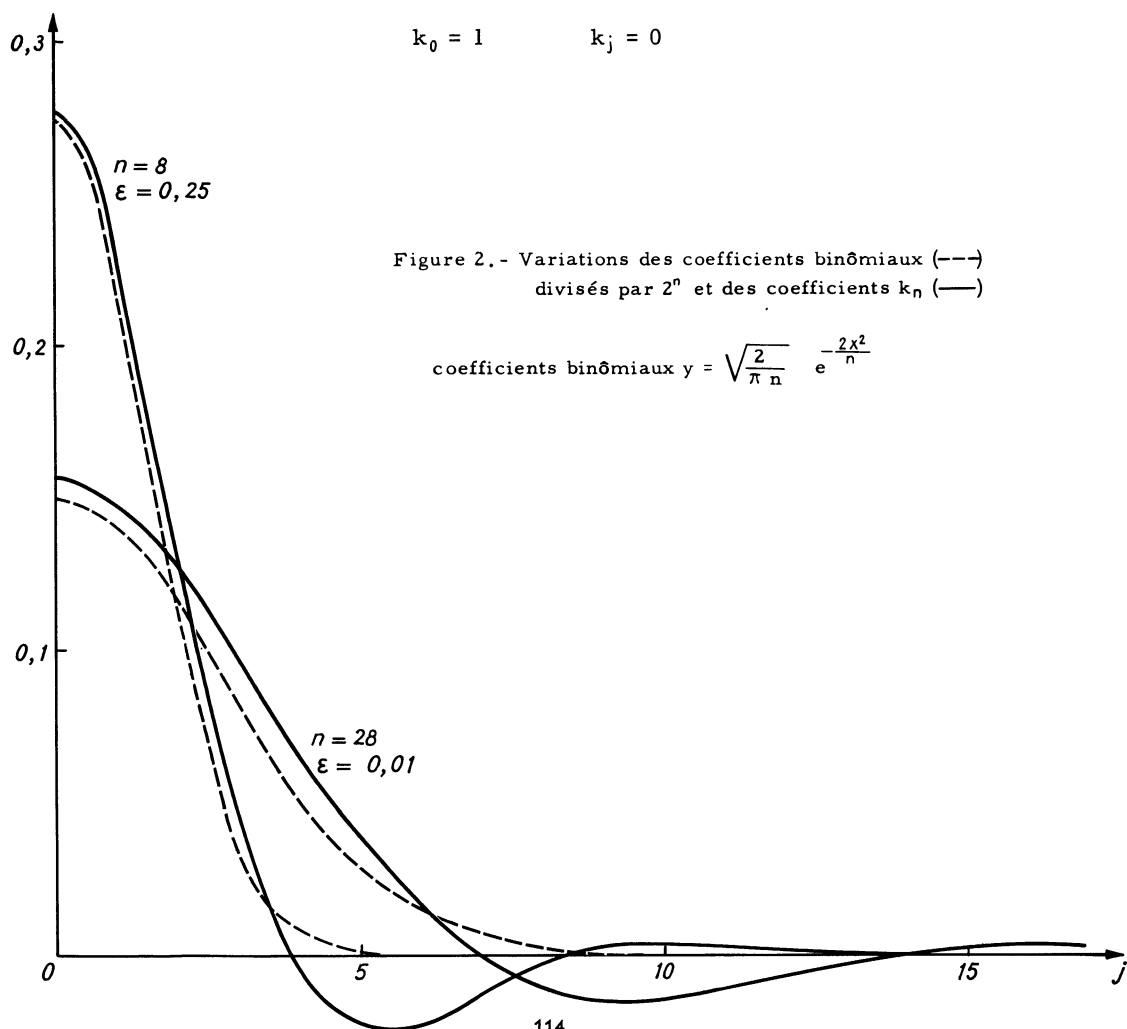
Dans la méthode analytique, le paramètre est le coefficient de lissage.

Si ce coefficient vaut 1, cela signifie que l'on n'effectue aucune modification des données. Il correspond en effet à la valeur "infini" pour $\mathcal{E}$ et la relation de Whitaker devient :

$$Z^3 = \frac{1}{\mathcal{E}}$$

et les coefficients deviennent :

$$k_0 = 1 \quad k_j = 0$$



Au contraire, pour un coefficient de lissage nul, la relation de Whittaker devient :

$$(Z - 1)^6 = 0$$

On a alors :

$$k_0 = k_j \longrightarrow 0$$

mais le nombre des coefficients est infini et ils ont tous des valeurs très voisines. Donc, en vertu de la condition de base, tous les points u_i , qui tendent à devenir égaux, deviennent égaux à la valeur moyenne des u .

Autrement dit, la courbe obtenue sera une droite dont l'ordonnée sera la valeur moyenne expérimentale.

Dans la méthode géométrique, il est encore plus aisé de voir que l'on obtient les mêmes résultats :

points expérimentaux pour $i = 1$

droite moyenne pour $i \longrightarrow \infty$

En résumé, chacune de ces deux méthodes permet d'obtenir par le choix arbitraire d'un paramètre, une courbe quelconque d'une famille dont les extrêmes sont la ligne brisée expérimentale et la droite moyenne.

Au fur et à mesure que l'on progresse dans la famille, la courbe obtenue fait disparaître des accidents de plus en plus marqués. Au début, on n'efface que les petites aspérités, puis de plus grosses ... et à la fin on efface tout !

Les familles de courbes définies par ces deux méthodes sont d'ailleurs très voisines, sinon rigoureusement confondues.

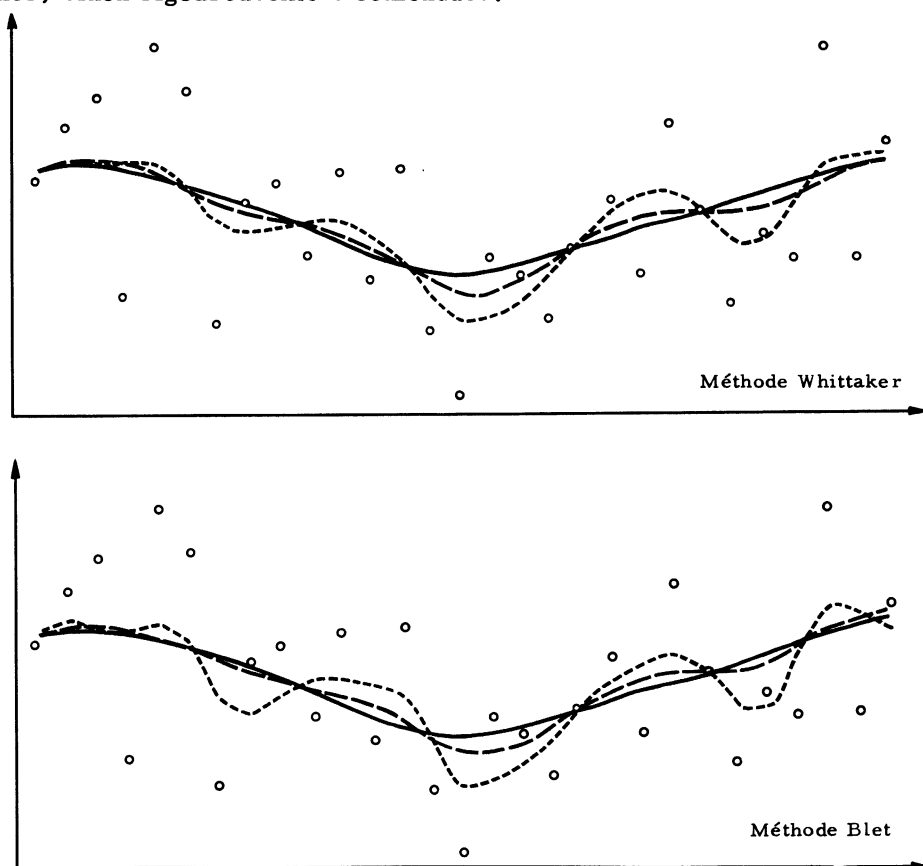


Figure 3.- Courbes de lissage de degrés différents obtenues par chacune des deux méthodes.

On peut le constater sur le graphique de la figure 2 où sont reportées les valeurs des coefficients déterminés par les deux méthodes. On constate que par un choix convenable des paramètres on peut amener ces courbes à être presque superposées dans leur début au moins puisque les coefficients de Whittaker présentent des oscillations amorties et que ceux du binôme sont en nombre fini, ou du moins toujours du même signe si l'on prend la formule de STIRLING.

On constate également cette similitude d'allure sur les deux graphiques de la figure 3 ou sont représentées trois courbes successives obtenues par chacune des méthodes pour un même groupe de points expérimentaux.

De cette quasi identité des courbes, nous pouvons tirer la conclusion suivante :

La méthode analytique et la méthode géométrique peuvent conduire, par un choix judicieux de leur paramètre arbitraire à la même interprétation des résultats expérimentaux. Ces méthodes sont équivalentes.

Whittaker indique comment calculer le coefficient de lissage à partir des k_n :

$$\mathcal{L} = \frac{\sqrt{\sum (\Delta^3 k_n)^2}}{\sqrt{20}}$$

Elle résulte de la définition.

Mais d'après les valeurs qu'il donne lui-même pour $\mathcal{L}$ nous constatons que l'approximation obtenue est très satisfaisante en posant :

$$\mathcal{L} = k_0^3$$

Or, nous avons :

$$k_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi i}}$$

Nous en déduisons :

$$i = \frac{2}{\pi k_0^2} = \frac{2}{\pi \mathcal{L}^{2/3}}$$

Nous pouvons dresser le tableau reproduit sur la figure 4 donnant les valeurs correspondantes de $\mathcal{L}$, de k_0 et de i .

Figure 4 - Tableau donnant k et i en fonction du coefficient de lissage

$\mathcal{L}$	$\frac{1}{\infty}$	$\frac{1}{300}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{75}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{10}$
k_0	0	0,1493	0,1710	0,2155	0,2370	0,2715	0,3420	0,4640
i		28,5	21,8	13,7	11,3	8,65	5,44	2,95

Du fait de l'équivalence, démontrée précédemment entre les coefficients binomiaux et ceux de Stirling, notre méthode géométrique, qui nous avait conduit à des coefficients obtenus à partir d'une puissance paire, subit une généralisation. Nous pouvons déterminer les coefficients $k_0, k_1, \dots$ etc. à partir d'une valeur quelconque de i , ce qui permet de choisir à volonté le coefficient de lissage désiré.

La transformation géométrique proposée procède par étapes discontinues, La méthode de calcul précédente permet d'assurer la continuité de cette transformation.

V. - MÉTHODE INTUITIVE

Il est pourtant courant que le scientifique, en présence de points expérimentaux

taux réunis sur un graphique, cherche à avoir une idée de la courbe moyenne en traçant celle-ci à main levée, au jugé. Cette méthode paraît évidemment caractérisée par le plus grand empirisme. Mais il faut reconnaître que l'expérimentateur n'a pas son libre arbitraire : il est guidé par une idée préconçue sciente ou inconsciente qu'il a de son phénomène.

Nous avons cherché à savoir si en l'absence de toute idée préconçue, le "sens" que nous n'oserons pas qualifier de "bon sens" permet à un opérateur de tracer une courbe moyenne.

A cet effet nous avons représenté sur un graphique 29 points expérimentaux (voir figure 5) en demandant au sujet : **«tracez la courbe moyenne qui, d'après vous, représente l'allure générale du phénomène».**

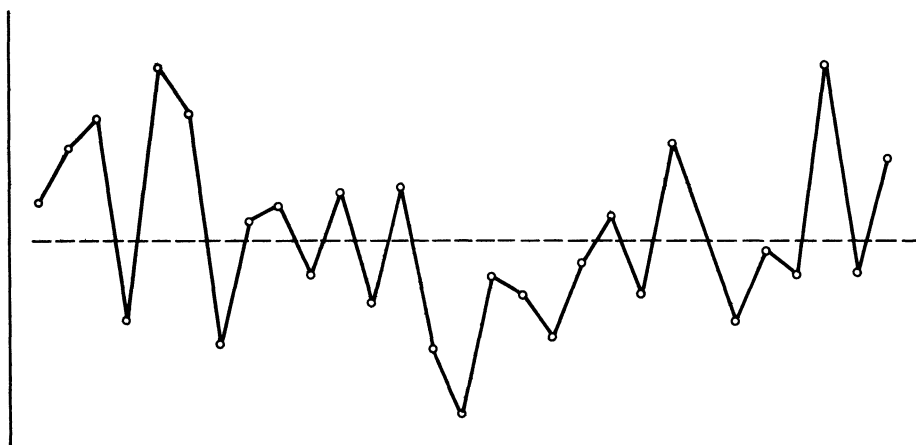


Figure 5. - Série de points expérimentaux à interpréter

Chaque sujet a été pris isolément et au dépourvu, sans aucun renseignement supplémentaire de quelque nature que ce soit. Le temps accordé était de deux minutes.

Cette expérience en soi est certainement sujette à bien des critiques. Toutefois, elle apporte certains renseignements. Quelques sujets (étudiants, dactylos) ont mal ou pas du tout compris le problème proposé. Les autres se répartissent en quatre groupes, les courbes tracées par chacun de ces groupes étant presque rigoureusement superposables à l'intérieur d'un groupe, chacun de ceux-ci étant caractérisé par une valeur différente du coefficient de lissage.

Il est curieux en effet de constater avec quelle précision la courbe faite "au jugé" se superpose avec l'une des courbes obtenues par l'un des moyens mathématiques exposés précédemment en choisissant une valeur convenable du paramètre.

Les quatre groupes obtenus correspondent aux coefficients de lissage $1, \frac{1}{17}, \frac{1}{270}$ et 0.

Les sujets ayant donné les coefficients extrêmes (zéro, une ligne droite et $1, \frac{1}{270}$) la succession des points expérimentaux) sont très peu nombreux. La majorité a donné la courbe de coefficient $\frac{1}{270}$. Dans ce groupe on peut encore distinguer deux catégories : ceux qui ont fait remonter la courbe sur les deux bords (forme de cuvette) et ceux plus nombreux qui ont deviné la périodicité réelle du phénomène et ont amorcé une redescende de la courbe à l'extrémité gauche.

Les résultats statistiques sont les suivants :

Catégories	Nombre	%
Sujets n'ayant pas compris le test	10	16
Ligne droite ($\mathcal{L} = 0$)	2	3
Courbe lissée { périodique	20	34
($\mathcal{L} = \frac{1}{270}$) { non périodique	8	13
	28	47
Courbe lissée ($\mathcal{L} = \frac{1}{17}$)	13	22
Courbe non lissée ($\mathcal{L} = 1$)	7	12

Il est à remarquer que les 10 personnes n'ayant pas compris le test, sont toutes des employées de bureau ou étudiantes n'ayant pas l'habitude des courbes.

VI. - MÉTHODE GRAPHIQUE

A titre de curiosité, nous avons essayé la transformation géométrique suivante :

Construire les deux lignes polygonales passant par les points expérimentaux de telle sorte qu'il ne reste aucun point à l'extérieur et aucun à l'intérieur.

Un point se trouve donc obligatoirement sur l'une ou l'autre de ces lignes. Prendre ensuite la demi-somme des ordonnées, ce qui donne la courbe médiane.

Cette construction est effectuée sur la figure 6. Il est intéressant de constater sa parfaite similitude avec la courbe lissée de coefficient $\mathcal{L} = \frac{1}{17}$.

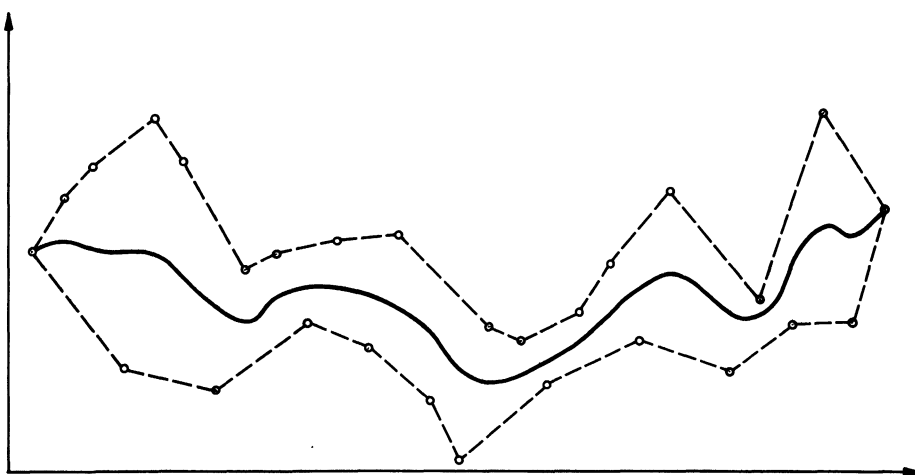


Figure 6. - Polygones enveloppes 1ère étape.

Si au contraire on enveloppe les lignes polygonales précédentes par d'autres lignes polygonales ne comprenant que les sommets des premières, nous obtenons le graphique de la figure 7 dont la ligne médiane donne une très bonne reproduction de la courbe lissée avec le coefficient $\frac{1}{270}$.

Cette méthode d'application très simple comporte comme les autres sa part d'arbitraire ; les conditions imposées au tracé des lignes polygonales. Selon ces

conditions, les courbes médianes obtenues donneront toutes les approximations possibles de lissage compris entre 1 et 0.

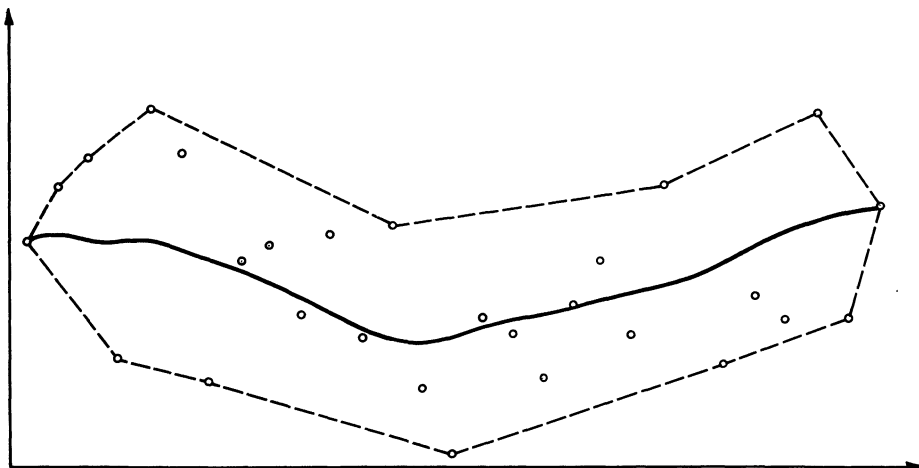


Figure 7. - Polygones enveloppes 2e étape.

VII. - EXAMEN ET DISCUSSION DES RÉSULTATS

La comparaison des quatre méthodes étudiées ici se fait d'un coup d'œil en examinant les figures 8 et 9. Sur chacune d'elles on a reproduit les quatre courbes :

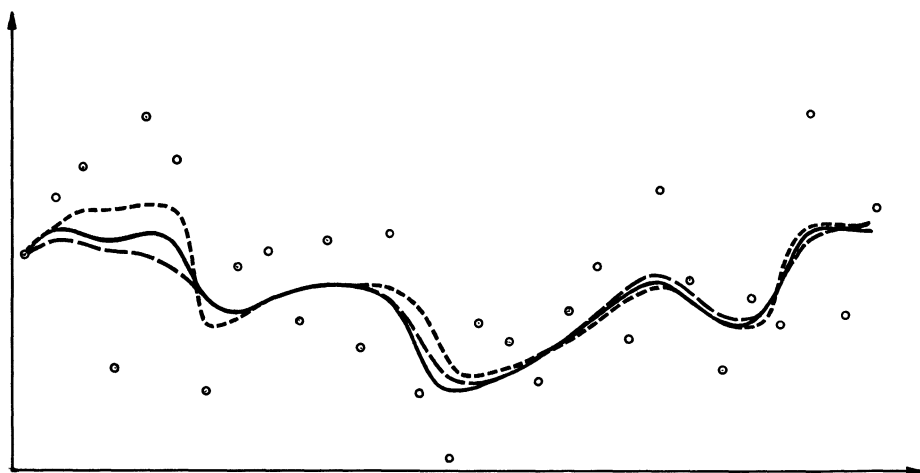


Figure 8. - ($\mathcal{L} = \frac{1}{17}$)

a - en trait continu, les courbes (confondues à cette échelle) obtenues par les méthodes analytique (Whittaker) et géométrique (G. Blet).

b - en tirets, la courbe obtenue par la méthode graphique.

c - en pointillés, la courbe intuitive fournie par l'un des sujets étudiés.

La figure 8 est relative :

pour a - au coefficient de lissage $\frac{1}{17}$.

pour b - à la première étape de lignes polygonales.

pour c - au groupe correspondant.

La figure 9 est relative par contre :

pour a - au coefficient de lissage $\frac{1}{270}$.

pour b - à la deuxième étape de lignes polygonales.

pour c - au groupe correspondant.

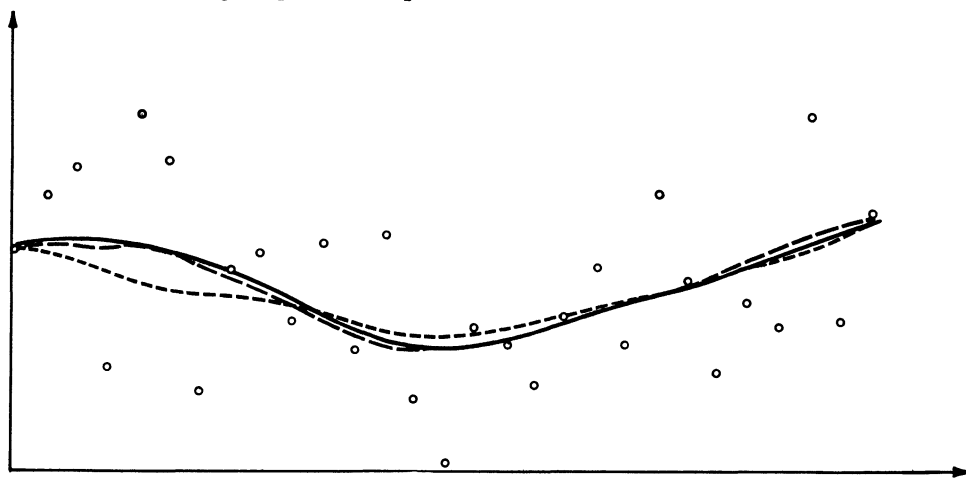


Figure 9. - ($\mathcal{L} = \frac{1}{270}$)

Comparaison des 4 méthodes : a) analytique et géométrique (—)
b) graphique (---)
c) intuitive (— · —)

L'examen de ces deux dernières figures montre que les quatre méthodes étudiées ici sont susceptibles de donner, avec une très bonne approximation, la même courbe moyenne, celle-ci pouvant d'ailleurs être quelconque parmi toutes les courbes moyennes possibles.

Au premier abord, ce résultat peut paraître décevant. Quelques lignes d'explications suffiront pourtant à montrer son intérêt.

Il réside essentiellement dans la justification réciproque des diverses méthodes. Il existe une correspondance étroite entre le lissage d'une courbe par une méthode géométrique ou analytique (moyenne des points deux à deux ou différences troisièmes réduites dans un rapport donné) et l'idée plus ou moins précise qu'un esprit de bon sens peut avoir d'une courbe régulière.

Par ailleurs, l'arbitraire qui préside à chacune de ces méthodes est bien mis en évidence en ce qui concerne les méthodes mathématiques : définition du coefficient de lissage, réduction de la somme des différences troisièmes, tracé des lignes polygonales, nombre d'opérations effectuées en prenant la moyenne deux à deux.

En ce qui concerne la méthode intuitive par contre, les sujets ont été volontairement privés de toute indication sur le phénomène étudié, sa nature, l'ordre de grandeur probable des erreurs. Ils ont ainsi réagi un peu au hasard, sans idée préconçue, d'où la répartition des résultats obtenus. L'arbitraire de cette méthode réside dans l'idée que l'on se fait sciemment ou inconsciemment du phénomène étudié.

CONCLUSION

Cette étude comparative de diverses méthodes de lissage des résultats expérimentaux met en évidence la part d'arbitraire commune à chacune d'elles et montre que toutes sont susceptibles de donner le même résultat pour une valeur judicieuse de leur paramètre.

En fait, on est libre d'appliquer selon ses goûts telle ou telle méthode en remarquant toutefois que la méthode intuitive est très rapide et que par contre les méthodes analytiques nécessitent des calculs très longs.

Mais, quelle que soit la méthode appliquée, on sera toujours obligé de choisir un degré de lissage qui en fait s'imposera d'après la nature du phénomène que l'on veut mettre en évidence.