

C. T. WANG

P. CHRÉTIENNE

Routage des voiliers et programmation dynamique

RAIRO. Recherche opérationnelle, tome 27, n° 1 (1993), p. 61-76

[<http://www.numdam.org/item?id=RO_1993__27_1_61_0>](http://www.numdam.org/item?id=RO_1993__27_1_61_0)

© AFCET, 1993, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « RAIRO. Recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

ROUTAGE DES VOILIERS ET PROGRAMMATION DYNAMIQUE (*)

par C. T. WANG ⁽¹⁾ et P. CHRÉTIENNE ⁽²⁾

Résumé. — Cet article concerne le problème du routage des voiliers de compétition. Un modèle global pour ce problème doit d'abord construire un réseau discret de routage couvrant la zone de navigation puis déterminer automatiquement le routage du voilier en tenant compte des conditions météorologiques pendant la période de course. Dans cet article, nous supposons le réseau de routage déjà construit et nous développons un algorithme pour le calcul d'une bonne route. Le problème de base qui suppose les conditions météorologiques connues a priori est résolu par la programmation dynamique. Pour le problème réel qui tient compte de l'échéance de validité des conditions météorologiques, nous avons développé une nouvelle heuristique. Nous proposons en conclusion les résultats de cette méthode sur la fin de la dernière course du Vendée-Globe-Challenge.

Mots-clés : algorithme; heuristique; programmation dynamique.

Abstract. — This paper deals with the general sailing ship routing problem. A general model for this problem must first build a discrete routing network covering the navigation area and then compute a good route while taking into account the weather forecast data over the race makespan. In this paper we assume that the routing network has already been determined and we focus on the design of an algorithm to compute a good route. The basic problem, which assumes the weather conditions known in advance for the whole race period, is solved by dynamic programming. When the weather forecast data are only available for a limited time ahead, a new heuristic has been developed. As a conclusion, we show the output of the method applied to the end of the last Vendée-Globe Challenge race.

Keywords: algorithm; heuristic; dynamic programming.

INTRODUCTION

La navigation à voiles de commerce ou de guerre est bien sûr dépassée aujourd'hui. Mais la pratique de la voile dans les courses transocéaniques

(*) Reçu en octobre 1991.

⁽¹⁾ Université Pierre-et-Marie-Curie, Laboratoire L.I.T.P., 4, place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05.

⁽²⁾ Université Pierre-et-Marie-Curie, Laboratoire M.A.S.I., 4, place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05.

connait depuis quelques années un intérêt croissant. Ces compétitions exigent des concurrents non seulement des qualités d'endurance dans l'effort physique mais aussi de savoir tirer parti des techniques les plus avancées. En particulier, la détermination du trajet le plus favorable, autrement dit un routage optimal, dans une situation météorologique réelle est un complément indispensable de l'assistance météorologique. Ce routage doit optimiser les performances du voilier dans des conditions météorologiques à échéance limitée en tenant compte des données géographiques et des contraintes de navigation.

A notre connaissance, il existe à ce jour deux approches principales pour résoudre ce problème. La méthode des isochrones [1, 2], issue de la théorie de la commande optimale, est de nature continue. La méthode des réseaux [3, 4, 5, 6] est de type discret et utilise la programmation dynamique. Nous proposons ici une méthode de réseaux. Son originalité tient à la modélisation des conditions météorologiques instantanées, au choix d'une hypothèse de stabilité qui permet de rendre efficace le calcul de programmation dynamique et à la présentation d'une heuristique prenant en compte l'échéance de validité des données météorologiques et d'autres contraintes spécifiques comme les courants.

Dans le premier paragraphe, nous présentons le modèle de base, l'hypothèse de stabilité et l'équation du modèle de programmation dynamique. Le deuxième paragraphe précise d'abord les principales contraintes et la manière dont elles sont prises en compte dans le modèle réel. Il rappelle ensuite les heuristiques habituellement utilisées et en présente une nouvelle fondée sur la notion de route climatologique optimale. Le dernier paragraphe illustre les performances de la nouvelle heuristique en donnant ses résultats sur l'exemple du Vendée Globe Challenge 1990. La conclusion dégage quelques éléments de réflexion concernant de futurs axes de recherche.

1. LE MODÈLE DE BASE

Etant donné un point de départ D et un point d'arrivée A , le réseau de routage est constitué en utilisant une technique de discrétisation. Il s'agit de décomposer la zone géographique de navigation entre D et A en n tranches selon l'ordre de parcours logique du départ vers l'arrivée. Chaque colonne frontière entre deux tranches voisines contient m points de passages possibles, sauf bien sûr les colonnes 0 et n qui ne contiennent que les points D et A respectivement. Un *trajet élémentaire* entre deux points de passage situés

sur deux colonnes voisines est par définition la route *loxodromique* reliant ces deux points. Rappelons que la route loxodromique entre deux points est la route suivie par un navire marchant au compas suivant le même angle par rapport au nord. La route *orthodromique* entre deux points est celle de longueur minimum et correspond à l'arc du cercle passant par ces deux points et dont le centre est le centre de la terre. Ces deux routes sont voisines si les deux points sont suffisamment rapprochés.

Nous faisons l'hypothèse que les conditions météorologiques restent constantes pendant la durée d'un trajet élémentaire. Cette hypothèse est correcte si une condition spatio-temporelle est satisfaite, c'est-à-dire si les deux extrémités d'un trajet élémentaire sont assez proches par rapport à la dimension de la grille du modèle atmosphérique et si la durée moyenne d'un trajet élémentaire est très inférieure à l'échéance des données météorologiques.

En théorie, le voilier peut, à partir d'un point de passage p de la colonne $i-1$, naviguer vers n'importe quel point de la colonne i . Cependant, pour réduire les temps de calcul, on impose un *angle d'ouverture* qui limite le nombre de points de passage de la colonne i accessibles à partir du point p par un trajet élémentaire. Nous noterons donc $R = (P, S)$ le réseau de routage où P est l'ensemble des points de passage et S est l'ensemble des trajets élémentaires. L'ensemble des points de passage de la colonne i est noté P_i ($P_0 = \{D\}$ et $P_n = \{A\}$).

Nous appelons *étape* i le parcours entre un point de la colonne $i-1$ et un point de la colonne i . L'état du voilier à l'étape i est alors défini par le couple $x_i = [p_i, t_i]$ où $p_i \in P_i$ et où t_i est l'heure de passage au point p_i . L'ensemble des états possibles de l'étape i est noté X_i .

Nous ferons l'hypothèse que l'ensemble des trajets élémentaires possibles à partir de l'état $x_i = [p_i, t_i]$ ne dépend que de p_i . Nous noterons alors $U^+(p_i)$ les points de P_{i+1} accessibles à partir de p_i et $U^-(p_i)$ les points de P_{i-1} qui permettent d'atteindre p_i . Une *décision élémentaire* à l'étape i est donc un trajet élémentaire (p_i, p_{i+1}) où $p_{i+1} \in U^+(p_i)$. Si la décision (p_i, p_{i+1}) est prise lorsque le voilier est dans l'état x_i , l'état de ce dernier à l'étape suivante sera :

$$x_{i+1} = [p_{i+1}, t_i + \delta(t_i, p_i, p_{i+1})]$$

où $\delta(t_i, p_i, p_{i+1})$ est le temps de parcours du trajet (p_i, p_{i+1}) à partir de la date t_i .

Les valeurs de la fonction δ sont obtenues à partir des données météorologiques. Or, puisque ces valeurs *dépendent du temps*, elles ne sont pas connues

a priori sur toute la durée d'une compétition mais sur un intervalle de temps, appelé *échéance de validité*, de l'ordre du tiers ou du quart de la durée de la compétition. On ne dispose donc en début de course que d'une partie de la fonction δ . Les principaux problèmes posés par le calcul de la fonction δ sont présentés dans le paragraphe suivant.

Dans le modèle de base, la fonction δ est supposée connue totalement et l'on fait l'hypothèse supplémentaire que cette fonction est *croissante au sens large* par rapport à sa première variable, le temps.

1.1. Résolution du modèle de base

Un *routing* est une suite de n décisions élémentaires compatibles où $x_0 = [D, 0]$ et $x_n = [A, t_n]$ et sa valeur est égale à la date d'arrivée t_n , somme des temps de parcours des trajets élémentaires empruntés par le routing.

La structure de décisions séquentielles du modèle de base et la séparabilité du critère incitent à utiliser la programmation dynamique. Cependant, comme le temps est présent dans la variable d'état du système, seule la programmation dynamique continue paraît adéquate. En fait, nous montrons maintenant que l'hypothèse de monotonie sur la fonction δ permet de simplifier le modèle et d'utiliser la programmation dynamique discrète.

Soit p_i un point de passage de la colonne i et soit $C^*(p_i) = \inf \{t_i | [p_i, t_i] \in X_i\}$ le temps de parcours minimal du point de départ D au point p_i . Le théorème suivant établit l'équation de récurrence vérifiée par la fonction C^* .

THÉOREME 1: *La fonction C^* satisfait $C^*(D)=0$ et pour $i \in \{1, \dots, n\}$:*

$$C^*(p_i) = \min \{C^*(p_{i-1}) + \delta(C^*(p_{i-1}), p_{i-1}, p_i) | p_{i-1} \in U^-(p_i)\}. \quad (1)$$

Preuve : Le théorème est vrai pour $i=1$ et nous le supposons vrai jusqu'à l'étape $i-1$. Nous notons α la valeur du second membre de (1). D'après l'hypothèse de récurrence α est le temps de parcours d'une route R^* de D à p_i . Considérons maintenant une route quelconque R de D à p_i et notons p le point de passage de R sur la colonne $i-1$, t le temps de parcours de la route R de D à p et θ le temps total de parcours de la route R . Nous avons par définition : $\theta = t + \delta(t, p, p_i)$, par définition de C^* : $t \geq C^*(p)$ et d'après la monotonie de la fonction δ : $\delta(t, p, p_i) \geq \delta(C^*(p), p, p_i)$. Il en résulte que :

$$\theta \geq C^*(p) + \delta(C^*(p), p, p_i)$$

et puisque $p \in U^-(p_i)$:

$$\theta \geq C^*(p) + \delta(C^*(p), p, p_i) \geq \alpha.$$

La route R^* est donc optimale et son temps de parcours satisfait l'équation du théorème. ■

Selon la remarque de l'un des rapporteurs de l'article, signalons que le théorème reste vrai si l'on suppose seulement que la fonction $t + \delta(t, \cdot, \cdot)$ est croissante par rapport à t .

2. LE MODÈLE RÉEL

2.1. Les coûts immédiats

Pour évaluer le coût d'un trajet élémentaire, il faut déterminer la vitesse du voilier en fonction des conditions météorologiques et du *cap* suivi par le voilier à partir de l'origine du trajet élémentaire. Sur un plan d'eau immobile, la vitesse du voilier est une fonction $f(v, \theta)$ de la vitesse v du vent rencontré et du cap θ suivi par le voilier. Cette fonction est représentée par un ensemble de courbes appelées *polaires de vitesse* où chaque courbe correspond à une vitesse de vent. La figure 1 montre un ensemble de trois polaires pour des vents de 5, 10 et 15 nœuds. Si le vent est par exemple de 10 nœuds et si le bateau progresse au cap α , sa vitesse sera de 6,2 nœuds.

Cône de louvoyage

Le vent n'exerce une force sur la voile que si l'angle de la voile et du vent est supérieur à un angle limite qui dépend des caractéristiques du bateau et de la force du vent. Il en résulte que l'écart angulaire entre le vecteur vitesse du voilier et celui du vent doit rester supérieur à une valeur limite, de l'ordre de 30 à 40 degrés. Cette limite vaut 35 degrés pour l'exemple de la figure 1. Cet angle limite définit un *cône de louvoyage* à l'intérieur duquel le voilier ne peut remonter au vent qu'en « tirant des bords » face au vent.

Etant donné un trajet élémentaire (p_i, p_{i+1}) , deux cas sont alors possibles :

1. si le cap associé à la route loxodromique entre p_i et p_{i+1} appartient au cône de louvoyage, on admet que le skipper pourra, en tirant des bords « optimaux » par lui-même, obtenir une vitesse dite VMG (pour Velocity Made Good) définie comme suit : sur la polaire associée aux conditions météorologiques de l'état initial $[p_i, t_i]$ du trajet élémentaire, le point VMG est celui pour lequel la projection du vecteur vitesse sur la direction du

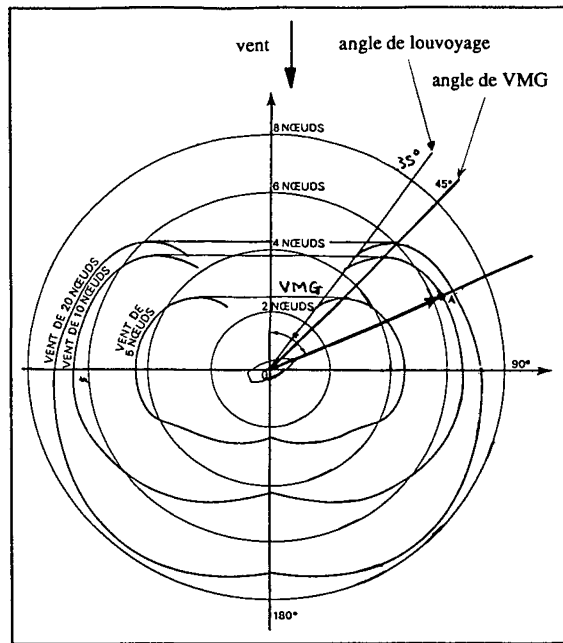


Figure 1. – Polaires de vitesse.

vent est maximale [3]. Sur l'exemple de la figure 1, la vitesse VMG pour un vent de 10 nœuds est de 6 nœuds. La figure 2 montre le cap des bords « optimaux » que doit réaliser le skipper pour obtenir la vitesse VMG.

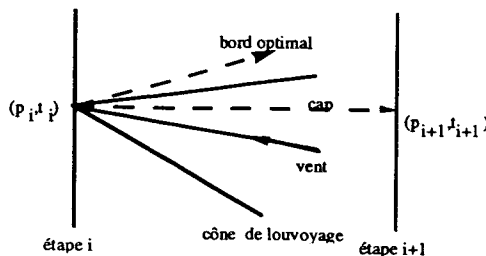


Figure 2. – Bords optimaux et cône de louvoyage.

2. Si le cap du trajet (p_i, p_{i+1}) n'appartient pas au cône de louvoyage, alors la vitesse du bateau est donnée directement par la polaire associée à l'état $[p_i, t_i]$.

La nécessité de tirer des bords existe non seulement à proximité du vent de bout mais aussi du vent arrière, surtout pour les multicoques. En effet,

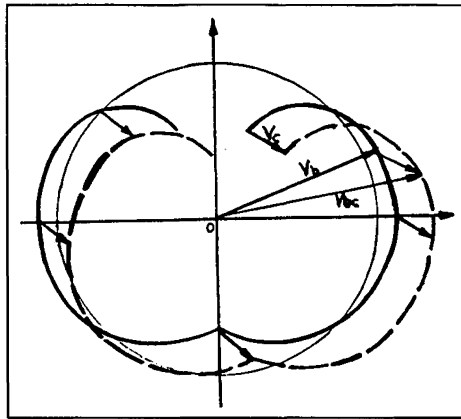


Figure 3. – Polaires avec courant.

même lorsque la voile et le vent sont perpendiculaires, l'écart angulaire entre le vecteur vitesse du vent et le vecteur vitesse du voilier n'est pas nul mais supérieur à un angle limite. Il peut donc être nécessaire de « tirer des bords » vent arrière. Ce problème est traité de la même manière que pour le vent du bout.

2.1.1. Courants

S'il existe un courant sur le plan d'eau, le vecteur vitesse du voilier par rapport au fond de la somme du vecteur vitesse du voilier par rapport à l'eau (donné par la polaire des vitesses) et du vecteur vitesse du courant. La présence d'un courant modifie donc non seulement le module mais aussi la direction du vecteur vitesse du voilier. Les nouvelles polaires de vitesse sont alors obtenues par une simple translation dont le paramètre est le vecteur vitesse du courant. La figure 3 représente cette transformation, la polaire en trait continu correspond à un plan d'eau immobile alors que celle en trait pointillé tient compte du courant.

2.2. Calcul de la route optimale

Rappelons que le modèle de base ne tient pas compte d'une contrainte importante du problème réel : l'échéance de validité des données météorologiques. Les calculs de la fonction C^* résultant du théorème 1 ne sont en fait valides que pour les points de passage p_i pour lesquels $C^*(p_i)$ est inférieur ou égal à cette échéance. Pour tenir compte de cette contrainte, la plupart des heuristiques employées s'appuient sur une route moyenne optimale,

appelée *route climatologique* obtenue à partir de données statistiques sur les conditions météorologiques de la zone de navigation.

La route climatologique

Pour déterminer la route climatologique, il est nécessaire d'avoir constitué le fichier des vents climatologiques sur la base de calculs mensuels de *roses des vents* sur des carrés géographiques prédéfinis. Ces statistiques fournissent les fréquences d'occurrence de k classes de vents. Dans notre cas, une classe correspondait au calme plat, les 72 autres étaient obtenues en combinant six forces et douze directions de vent.

Etant donné un trajet élémentaire (p_i, p_{i+1}) , on considère la rose des vents au point de grille le plus proche du milieu géographique du trajet. Le temps moyen de parcours $\Delta(p_i, p_{i+1})$ est alors égal à :

$$\sum_{r=1}^k \text{Pr}\{r, (p_i, p_{i+1})\} \Delta_r(p_i, p_{i+1}) \quad (2)$$

où $\text{Pr}\{r, (p_i, p_{i+1})\}$ est la probabilité du vent de classe r sur la rose des vents du trajet (p_i, p_{i+1}) et $\Delta_r(p_i, p_{i+1})$ est la durée de parcours du trajet (p_i, p_{i+1}) pour le vent de classe r .

La route climatologique est alors la route du départ à l'arrivée dont le temps de parcours moyen est minimum. Elle est fournie par l'équation de récurrence :

$$M(p_i) = \min \{ \Delta(p_i, p_{i+1}) + M(p_{i+1}) | p_{i+1} \in U^+(p_i) \} \quad (3)$$

où $M(p_i)$ est le temps de parcours moyen minimum du point p_i à l'arrivée et $M(A)=0$.

2.3. Echéance maximale

La route climatologique est une route optimale pour des valeurs moyennes des données météorologiques. Bien sûr le routeur ne peut se contenter de la suivre sans tenir compte des situations météorologiques prévues en temps réel. Cependant, la route climatologique sera très utile pour reconstituer des *isochrones* climatologiques qui serviront comme appoint au routage en mode prévision.

La période de validité des données météorologiques fournies par un modèle atomosphérique moderne est en général sensiblement inférieure à la durée minimale de la course. Par exemple, dans une course transatlantique, les

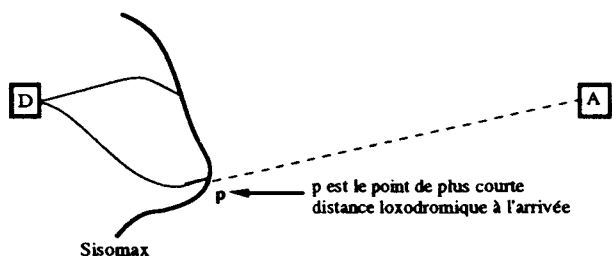
prévisions météorologiques sont valables pour au plus le tiers ou la moitié de la durée nécessaire aux voiliers les plus rapides.

Le calcul de la route optimale est alors décomposé en *phases*. La phase k mène le calcul de programmation dynamique du modèle de base à partir d'un point de départ D_k ($D_1=A$) en se restreignant à l'ensemble des points p du réseau accessibles à partir de D_k et pour lesquels le temps de parcours minimum de D_k à p est inférieur ou égal à l'échéance maximale. Soit T l'échéance maximale. On note alors S_{isomax}^k l'ensemble des points p du réseau dont le temps minimum de parcours à partir de D_k est égal à T . Les différentes heuristiques utilisées choisissent alors un point de S_{isomax}^k comme point de départ de l'étape $k+1$.

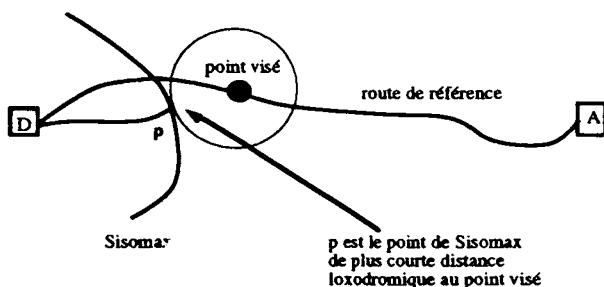
La première consiste à choisir le point p de S_{isomax}^k le plus proche géographiquement de l'arrivée (voir *fig. 4*). Cette méthode est en général trop brutale car elle ne tient pas du tout compte des conditions météorologiques sur le reste du parcours alors que ces dernières sont en général déterminantes. En l'absence de prévisions, il n'y a pas de raisons particulières pour utiliser le critère de la plus courte distance.

Une autre heuristique, un peu plus performante, définit une stratégie à plus court terme en visant non pas le point d'arrivée mais un point intermédiaire appartenant à une *route de référence* préétablie. La méthode consiste alors à choisir sur la route de référence un point ne pouvant être atteint avant l'échéance maximale. Le calcul de programmation dynamique, limité à l'échéance maximale, est réalisé. Le point de S_{isomax}^k le plus proche géographiquement du point visé sur la route de référence est alors retenu. La difficulté de cette méthode tient au choix du point visé sur la route de référence. Si l'algorithme de choix sélectionne presque toujours un point proche de la position du voilier, la route obtenue sera très proche par construction de la route de référence. Dans le cas contraire, l'avantage potentiel de la méthode n'est pas pris en compte.

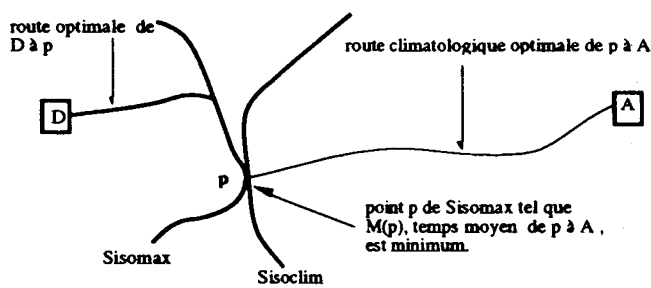
Nous proposons une heuristique sensiblement meilleure qui s'appuie sur l'hypothèse sous-jacente que la durée de validité des prévisions météo à court terme est suffisante pour atteindre l'état stationnaire du moyen terme. Elle consiste à choisir le point de p de S_{isomax}^k qui rend minimum $M(p)$, temps de parcours moyen minimum de p à l'arrivée A . La procédure ROUTE-OPT (D, θ, T, Δ) présentée ci-dessous décrit l'algorithme de calcul d'une phase. Les valeurs D et θ sont respectivement le point de départ et la date de départ de cette phase, T est l'échéance maximale et Δ est la durée minimale d'un trajet élémentaire entre les deux extrémités d'un arc du réseau. Un point q appartiendra à S_{isomax} si $C^*(q) + \Delta > T$. Lorsqu'un point q est ajouté



Heuristique de la plus courte distance à l'arrivée



Heuristique de la plus courte distance au point visé



Nouvelle heuristique

Figure 4. – Trois heuristiques pour l'échéance maximale.

à S_{isomax} , on « supprime » tous les trajets élémentaires (q, r) et si tous les trajets élémentaires d'extrémités r sont supprimés, on ferme le sommet r . Une colonne est dite « fermée » si tous ses points de passage sont fermés. Au départ, tous les points de passage du réseau sont supposés ouverts. Lorsque l'ensemble des points de S_{isomax} est connu, on détermine celui pour lequel la route climatologique jusqu'à l'arrivée est de durée minimale. Pour tout point de passage r , on initialise $N(r)$ par le nombre de trajets élémentaires

du réseau d'extrémité r . Rappelons également que les routes climatologiques fournissant les valeurs de $M(p)$ ne sont calculées qu'une seule fois et sont donc disponibles avant le calcul de la route optimale.

```

procédure ROUTE-OPT ( $D, \theta, T, \Delta$ );
début
 $C^*(D) := 0$ ;  $S_{\text{isomax}} := \emptyset$ ;
soit  $j$  la colonne du point  $D$  dans le réseau;
 $j := j + 1$ ;
(* Calcul de  $S_{\text{isomax}}$  *)
tant que la colonne  $j$  n'est pas fermée faire
  pour tout sommet  $q$  ouvert de la colonne  $j$  faire
     $C^*(q) = \min \{C^*(p) + \delta(C^*(p), p, q) \mid p \in U^-(q)\}$ 
    si  $C^*(q) + \Delta > T$  alors
       $S_{\text{isomax}} := S_{\text{isomax}} \cup \{q\}$ ;
    pour tout arc  $(q, r)$  du réseau faire
       $N(r) := N(r) - 1$ ;
      si  $N(r) = 0$  alors Fermer  $(r, j+1)$ 
    fin pour
  fin si
fin pour
 $j := j + 1$ ;
fin tant que;
(* Calcul de la route « optimale » de la phase en cours *)
déterminer un point  $p^* \in S_{\text{isomax}}$  tel que  $\forall p \in S_{\text{isomax}}, M(p^*) \leq M(p)$ ;
déterminer la route de  $D$  à  $p^*$ ;
fin.

```

En réalité, le calcul de la route climatologique est effectué sur un réseau dont la maille est plus large que celui du réseau prévision. L'heuristique détermine l'isochrone climatologique S_{isoclim}^k pour la durée $\Delta - kT$, c'est-à-dire l'ensemble des points p du réseau climatologique tels que $M(p) = \Delta - kT$ où Δ est la durée de la route climatologique de D à A . Ensuite, par une technique d'extrapolation du réseau climatologique sur le réseau prévision, l'heuristique choisit un point de l'intersection de S_{isomax}^k et de l'ensemble des points extrapolés de S_{isoclim}^k . La figure 4 schématise cette heuristique.

3. UN EXEMPLE DE ROUTAGE

Pour tester l'implémentation informatique du modèle, nous avons simulé un routage en temps réel durant le Vendée Globe Challenge 1989-1990, à partir du Cap Horn jusqu'à l'arrivée aux Sables d'Olonne pour les premiers concurrents T. Lamazou et L. Peyron. Les deux bateaux étaient considérés comme identiques mais les options choisies par les skippers ont été très différentes (voir fig. 5). Par souci de simplification, nous nommerons les skippers et non les bateaux.

Après le passage du Cap Horn, nous considérons trois points où les routes des deux concurrents se sont croisées.

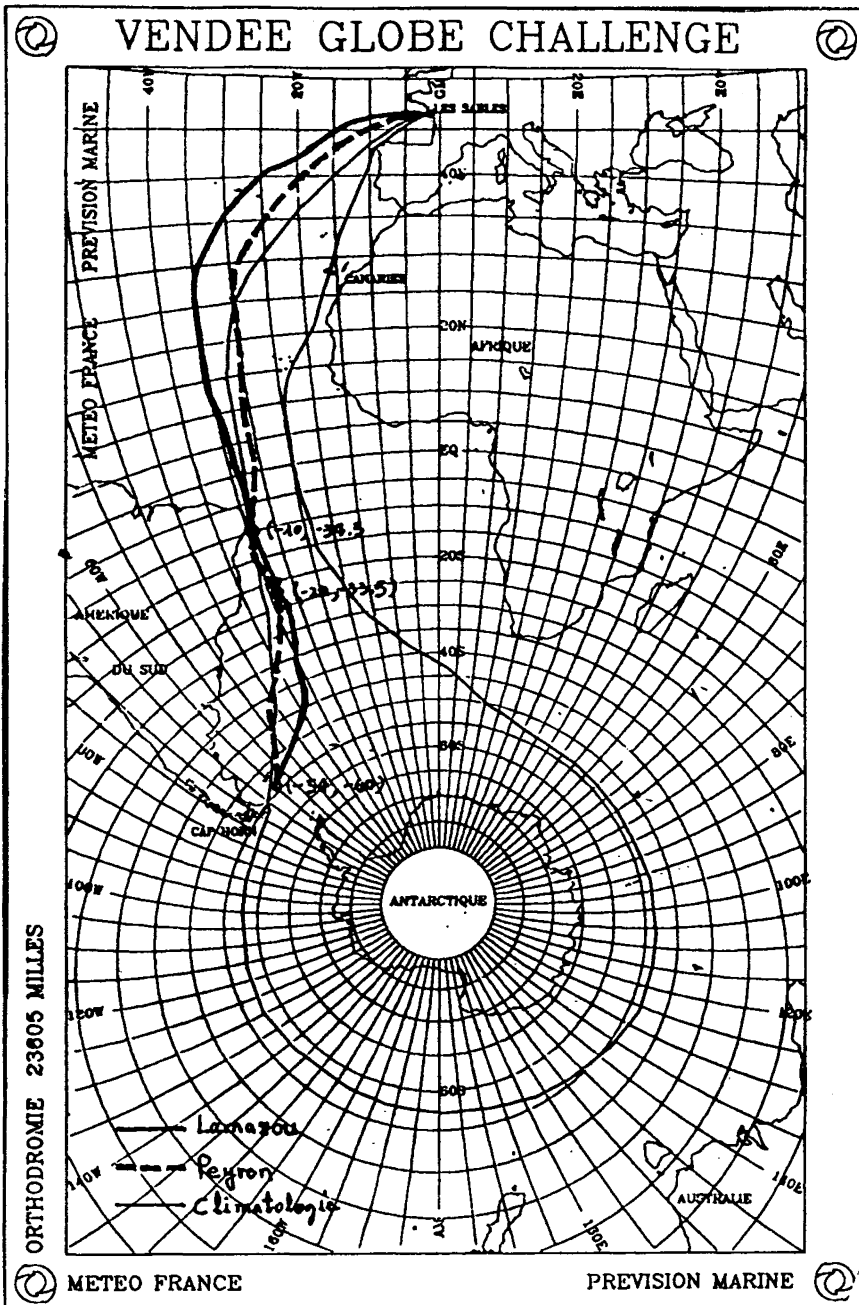


Figure 5. – Routes suivies par Lamazou et Peyron.

L'écart horaire au premier point de croisement [coordonnées (-54, -60)] est d'environ 37 heures et l'écart en distance sur l'orthodromie est de l'ordre de 300 milles le 12 février 1990. Après le franchissement de ce point, Lamazou s'engage sur une option et Peyron sur une route plus directe, proche de la route climatologique que nous avons calculée.

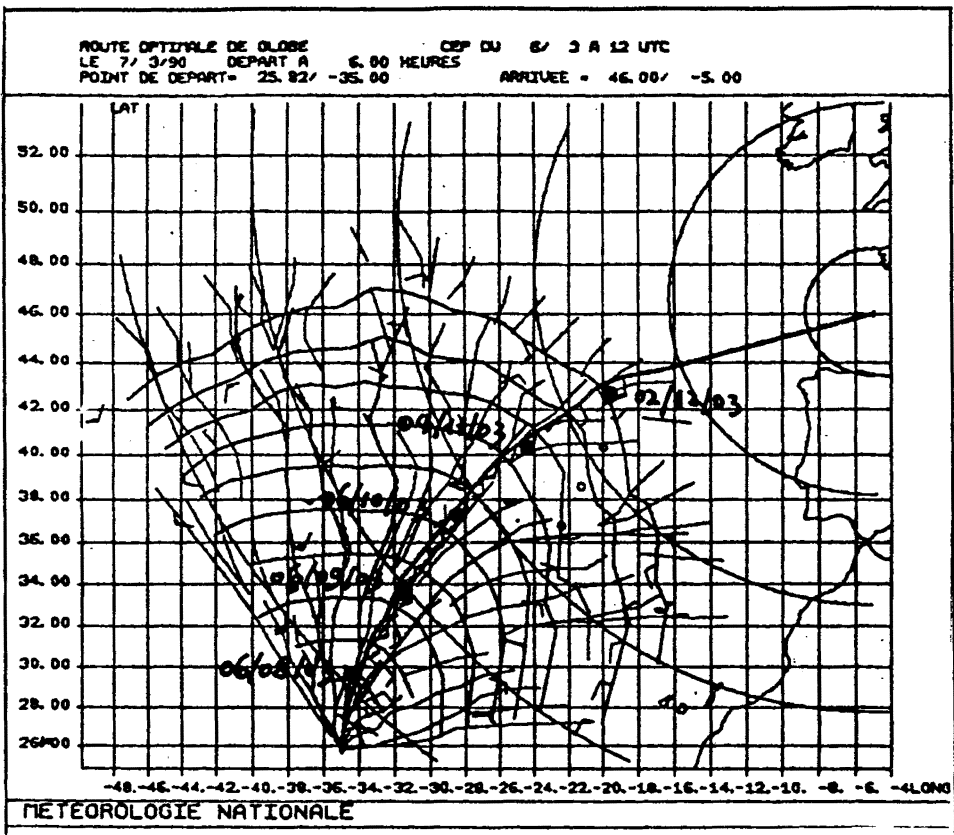


Figure 6. - Route de Lamazou.

L'écart horaire au deuxième point de croisement [coordonnées (-20, -33,5)] est de 20 heures et l'écart en distance sur l'orthodromie est de l'ordre de 130 milles le 23 février 1990. Peyron a donc rattrapé 17 heures sur son concurrent entre ces deux points.

L'écart horaire au troisième point de croisement [coordonnées (-10, -34,5)] est d'à peu près 23 heures et l'écart en distance sur l'orthodromie est

de l'ordre de 210 milles le 26 février 1990. Lamazou a donc à nouveau augmenté son avance d'environ 80 milles sur ce parcours.

Peyron a réduit ensuite son retard à 6 heures et 50 milles le 7 mars 1990 en prenant une option Est après le franchissement du troisième point de croisement. On pouvait alors penser qu'il gagnerait la course puisqu'il avait obtenu une bonification de 14 heures 30 minutes.

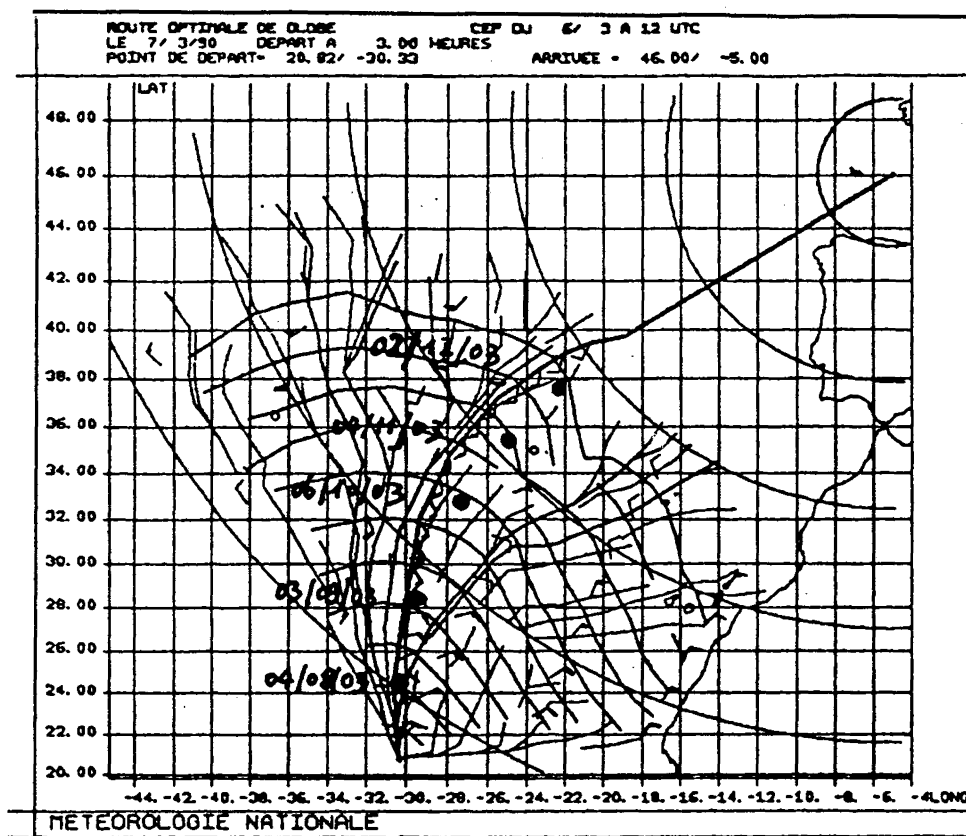


Figure 7. - Route de Peyron.

Nous avons réalisé la simulation pour chacun des deux bateaux à partir de leur position du 5 mars 1990. Les figures 6 et 7 montrent les routes empruntées par les skippers (points noirs reportés manuellement) et les routes calculées par le modèle (trait noir continu) à partir des prévisions météorologiques du modèle du Centre Européen de Prévision Météorologique à Moyen Terme. Dans chaque cas, nous avons donné un tableau numérique indiquant les divers paramètres de la route « optimale » calculée par le

Route numérique de Lamazou						
heure	position		vent		bateau	
	latitude	longitude	cap	vitesse	cap	vitesse
6	25,92	-35	60	15	7	9,07
12	26,72	-34,97	60	14	12	8,81
24	28,44	-34,47	85	9	20	8,83
36	30,25	-31,72	142	11	25	10,08
48	32,07	-32,73	171	10	24	10,5
60	33,99	-31,71	178	23	35	11,15
72	35,82	-30,16	175	25	38	11,21
84	37,59	-28,43	181	23	39	10,85
96	39,27	-26,68	182	20	50	9,98
108	40,56	-24,69	203	16	56	8,02
120	41,46	-22,9	209	9	55	8,42
132	42,43	-21,09	153	9	44	8,4
144	43,33	-19,04	172	13	70	9,34
154,1	43,64	-16,88	275	14	80	9,53
distance parcourue: 1444,7 nm						
temps de parcours: 148,08 hrs						
vitesse moyenne: 9,76 kt						

Route numérique de Peyron						
heure	position		vent		bateau	
	latitude	longitude	cap	vitesse	cap	vitesse
36	20,82	-30,33	45	14	-5	9
12	22,16	-30,46	46	16	-3	9,11
24	21,38	-30,57	56	16	5	9,12
36	25,8	-30,39	68	14	8	9,18
48	27,62	-30,1	89	14	8	9,27
60	29,5	-29,78	139	14	9	9,45
72	31,37	-29,45	152	16	18	9,61
84	31,28	-28,74	165	19	25	9,55
96	24,93	-27,78	180	17	39	9,43
108	36,4	-26,31	190	14	47	8,6
120	37,58	-24,75	190	10	55	8,26
132	38,52	-23,02	191	15	56	9,33
144	39,37	-20,92	207	10	68	9,16
155,7	39,73	-18,88	279	10	78	8,18
distance parcourue: 1393,6 nm						
temps de parcours: 152,69 hrs						
vitesse moyenne: 9,13 kt						

modèle. Il apparaît que la route suivie par Lamazou (le vainqueur) est très voisine de celle du modèle. Au contraire, après le 9 mars, la route suivie par Peyron s'écarte de celle du modèle par le choix d'une option Nord-Nord Est qui vise plus directement l'arrivée mais passe par une zone de vents faibles. Au contraire Lamazou, et notre modèle, choisissent une route qui contourne

cette zone de vent défavorable en choisissant un cap Nord-Nord Ouest. Cet exemple fait donc bien apparaître l'adéquation du modèle pour trouver des routes qui vont chercher des zones de vent favorable et évitent des zones de vent défavorable.

4. CONCLUSION

Dans une aire de navigation, les situations météorologiques peuvent être très complexes. Il existe souvent des routes qui possèdent à peu près le même coût que la route optimale mais en diffèrent spatialement de façon notable. Il serait très utile au routeur de connaître la répartition géographique de ces routes. Le problème plus général de déterminer dans le cadre de la programmation dynamique des solutions ϵ -approchées mérite donc d'être étudié. Une fois les routes ϵ -approchées déterminées, leur classement sera également un problème important. Le modèle que nous avons élaboré dépasse dans une certaine mesure le cadre des compétitions de voiliers. Il pourrait être appliqué à d'autres systèmes qui évoluent dans un espace spatio-temporel.

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier les deux rapporteurs anonymes pour leurs remarques très pertinentes et leurs conseils visant à l'amélioration de la rédaction de cet article.

BIBLIOGRAPHIE

1. P. DE LA COCHETIÈRE, La Navigation Météorologique, *La Météorologie*, Série VI, 1, 1977, p. 67-83.
2. R. GELCI, La Navigation Maritime Météorologique, *Cahiers Océanographiques*, vol. XX, 1, janvier 1968, p. 25-36.
3. M. ALQUIER, Navigation et Intelligence artificielle, *Pour la Science*, août 1986, p. 78-87.
4. J. Y. BERNOT, Navigation à temps Minimum, *Navigation*, 34, septembre 1985, p. 86-88.
5. R. MOTTE, Ship-based Weather Routing Using Dynamical Meteorology, *J. Navigation*, 36, 3, septembre 1983, p. 480-495.
6. C. BILLARD, Le routage des Navires, *Navigation*, 148, octobre 1989, p. 434-447.