

JEAN-LOUIS ROOS

## **Les automates formels appliqués à l'étude et à la classification des modèles économétriques**

*RAIRO. Recherche opérationnelle*, tome 17, n° 2 (1983), p. 157-174

[http://www.numdam.org/item?id=RO\\_1983\\_\\_17\\_2\\_157\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RO_1983__17_2_157_0)

© AFCET, 1983, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « RAIRO. Recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## LES AUTOMATES FORMELS APPLIQUES A L'ÉTUDE ET A LA CLASSIFICATION DES MODÈLES ÉCONOMÉTRIQUES (\*)

par Jean-Louis Roos <sup>(1)</sup>

---

**Résumé.** — *Cet article propose une méthode d'analyse des modèles économétriques à travers un automate d'analyse syntaxique. L'analyse syntaxique a pour objet de vérifier qu'une phrase appartient, ou non, à une grammaire. Celle-ci étant une suite de règles formelles qui permettent de générer des phrases correctes, lesquelles forment un langage.*

*On peut comparer un paradigme économique à un langage, un modèle économétrique à un texte. Celui-ci est construit à partir d'éléments non terminaux comme l'〈offre〉, la 〈demande〉, la 〈consommation〉, d'éléments terminaux : les équations ou les variables économiques, et de règles d'ordre sur ces éléments.*

*On peut alors construire un automate d'analyse des modèles. Cet automate a pour rôle de contrôler l'appartenance d'un modèle à tel ou tel paradigme. A titre d'exemple il sera appliqué à deux modèles économétriques français : STAR et COPAIN.*

**Mots clés :** Analyse syntaxique; Automate; Modèles économétriques; Systèmes experts.

**Abstract.** — *This paper shows how an econometric model can be analysed with automatic syntactic analysis methods. The syntactic analysis has for goal to say if a sentence is grammatically correct. A grammar is a formal set of rules for generating all possible correct sentences of a language.*

*We can compare an economic paradigm with a langage and an econometric model with a text. This last one can be described with syntactic elements like: 〈supply〉, 〈demand〉, 〈consumption〉 and so, final elements: the relations, and rules on the order of the elements.*

*It is possible to build a parsing algorithm for econometric models, the result of this analysis can help to class a model in one or another economic paradigm. An exemple is showed on two French econometric models: STAR and COPAIN.*

**Keywords:** Syntactic analysis; Automata; Econometric models; Expert systems.

L'analyse et la prévision des phénomènes économiques passent désormais systématiquement par la modélisation économétrique. Mais d'un modèle à l'autre, les réponses à une même politique économique sont fréquemment très différentes. Ceci tient au fait que deux modèles peuvent avoir des schémas théoriques distincts ou même reposer sur des paradigmes opposés. Un modèle se présente comme un ensemble de relations et un ensemble de variables. Dans

---

(\*) Reçu novembre 1981.

(<sup>1</sup>) Faculté des Sciences Économiques, Centre d'Économie Industrielle, Université d'Aix-Marseille-II, Château La Farge, Route des Milles, 13290 Les Milles.

une formalisation graphique on pourra décrire de façon statique un modèle comme un graphe  $G(X, U)$ ,  $X$  étant un ensemble d'éléments « variables » (sommets du graphe) et  $U$  un ensemble de relations entre deux sommets (arc). Si un tel graphe décrit statiquement un modèle, il est cependant insuffisant pour traduire la dynamique créée par l'enchaînement des relations du modèle. En effet si l'on considère maintenant un graphe dont  $X$  est l'ensemble des grandeurs et agrégats économiques et  $U$  l'ensemble des relations possibles entre sommets <sup>(2)</sup>, il est possible de faire entrer dans un tel graphe tout modèle économique. Un modèle donné suivra un certain cheminement, un autre modèle un autre cheminement et ainsi de suite. Le chemin suivi pouvant être récursif ou connexe. Plusieurs modèles pourront présenter des chemins identiques, ou très proches, nous dirons qu'ils décrivent un certain paradigme économique caractérisé par un ensemble de relations ordonnées. Par exemple on pourrait définir un paradigme Keynésien, un paradigme Néo-Classique, un paradigme Monétariste. . .

Le graphe général qui sous-tend tous ces chemins décrit un système économique général, il est incapable de classer les chemins, il est incapable « d'agir ». La description et la classification des cheminements passent par l'existence d'un second système qui connaît l'ordre des relations dans chaque modèle et dans chaque paradigme. Ce second système est un automate [6]. Cet automate ne contrôle pas le premier système, comme un automatisme industriel par exemple, il a en fait la charge de reconnaître des modèles et pourquoi pas d'en générer.

Pour montrer l'intérêt d'une telle approche nous partirons de modèles économiques, et plus précisément de modèles économétriques.

Un modèle économétrique se présente comme un enchaînement de relations. Chaque relation déterminant une variable endogène qui sera une variable d'état au sens des automaticiens.

En pratique, l'enchaînement des relations ou l'évolution des états permet de distinguer deux types de modèles quant à la forme de leur causalité.

- un type fondamental : le modèle récursif ;
- un type opérationnel : le modèle interdépendant.

(i) Le modèle récursif est le type fondamental car il décrit un système économique dans lequel les relations de causalité sont enchaînées de façon successive, sans « feedback ». Ainsi la structure causale est claire et l'ensemble

---

<sup>(2)</sup> Il s'agit donc d'un graphe complet et antisymétrique, appelé encore « graphe à tournois » [15].

des équations peut être traduite dans une matrice d'incidence triangulaire <sup>(3)</sup>.

(ii) Le modèle interdépendant est le type opérationnel car la quasi-totalité des modèles le sont. Ceci pour une raison simple qui est la difficulté dans le cadre d'un système d'information agrégé (annuel ou trimestriel) de définir un système récursif. En effet, sur une période de temps assez large (3 mois, et encore plus 1 an) la causalité avec des retards est insuffisante, car plusieurs variables définies sur la même période auront entre elles des relations dans un sens et dans l'autre.

La matrice d'incidence d'un tel modèle fera apparaître, à l'extérieur de son triangle inférieur, des variables de bouclage, définies par des équations de bouclage [5].

Normalement l'étude et la résolution des modèles macroéconomiques passent par l'analyse de la matrice d'incidence. Cette matrice présente deux intérêts :

(i) Au niveau de la conception d'un modèle elle permet de vérifier qu'une solution, et une seule, existe quant à la résolution future.

(ii) Au niveau de cette résolution, et lorsque le modèle est interdépendant, elle permet de rechercher les variables de bouclage et de les optimiser éventuellement [5].

Mais la matrice d'incidence, et son graphe associé, n'est qu'un instrument de contrôle logique du modèle. Elle ne fournit aucune information sur l'appartenance d'un modèle à un paradigme économique. Pour cela il est possible d'utiliser la méthode des automates finis. Les avantages de cette méthode en économie ont d'ailleurs déjà été signalés [12].

L'automate utilisé ici est l'automate que les linguistes utilisent pour analyser les grammaires. Il présente l'avantage de s'adapter facilement au niveau d'analyse recherché, et d'être transposable immédiatement aux concepts économiques. Par exemple on peut remplacer les mots d'une phrase par des relations économiques, l'automate décrivant l'enchaînement des relations d'un modèle. La « grammaire » correspond alors aux règles qui régissent la définition d'un paradigme économique.

L'utilisation d'un automate pour rechercher l'appartenance d'un modèle à un certain schéma économique sera faite dans la section 2 avec une application à deux modèles économétriques : STAR et COPAIN. Il est nécessaire auparavant, et ce sera fait dans la section 1, de présenter les instruments qui seront utilisés.

---

<sup>(3)</sup> La matrice d'incidence d'un graphe  $G(X, U)$  est une matrice dont les lignes sont indexées par  $X$  et les colonnes par  $U$ . Si un arc  $u$  arrive à un sommet  $x$  l'intersection ligne-colonne correspondante prend la valeur 1. Dans le cas contraire la valeur est nulle.

## SECTION 1 : L'INTÉRÊT D'UNE ANALYSE SYNTAXIQUE DES MODÈLES ÉCONOMÉTRIQUES

Un modèle économétrique peut être résumé en trois relations d'équilibre :

$$[1] \quad Q = C + I;$$

$$[2] \quad Qp = W + AUT;$$

$$[3] \quad p = Qp/Q.$$

La relation [1] implique l'équilibre en volume entre offre et demande, la relation [2] est une relation de répartition en valeur, la relation [3] détermine le niveau des prix <sup>(4)</sup>.

Habituellement le modélisateur estime par des relations dites « techniques » ou de « comportement » la consommation, l'investissement et les salaires  $W$ .

Si le profit  $AUT$  est estimé par de telles relations le modèle est à prix implicites. Si les prix sont au contraire explicitement calculés par une relation de comportement, c'est le profit qui est implicite.

Dans ce qui suit nous présenterons trois modèles :  $A$ ,  $B$ ,  $C$  de structures économiques différentes, mais tous à prix implicites ou exogènes pour des relations d'homogénéité. Ce choix n'implique cependant aucune conséquence sur les résultats obtenus.

Le paragraphe 1.1 décrit les trois modèles simplifiés et montre ce qu'apporte la matrice d'incidence et l'analyse graphique. On constatera que les différences de dynamique économique n'apparaissent pas aisément par cette méthode. C'est la raison pour laquelle nous proposerons dans le paragraphe 1.3 une méthode axée sur l'utilisation d'automates. Les outils pour l'utilisation de celle-ci sont présentés au paragraphe 1.2.

### 1.1. Analyse relationnelle des modèles

Le tableau I propose trois schémas de modèles notés  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Ces modèles sont tous récurrents mais il est aisé, nous le verrons, de les transformer en modèles interdépendants.

Le modèle  $A$  s'inspire très librement de STAR [2], c'est un modèle dont la dynamique repose sur la répartition. Le modèle  $B$  est un modèle de demande, il propose le schéma classique des modèles Néo-Keynésiens et peut s'apparenter à COPAIN [16]. Le modèle  $C$  est un modèle d'offre, il peut être rapproché de FIFI [1].

#### 1.1.1. Présentation rapide de la dynamique des modèles $A$ , $B$ , $C$

##### 1.1.1.a. Modèle $A$

La consommation  $Cp$  1 et les investissements  $Ip$  2 en valeur déterminent la production  $Qp$ , celle-ci se partage entre salaires  $W$  et profits  $AUT$  à partir de

<sup>(4)</sup>  $Q$  est la production en volume,  $C$  et  $I$  la consommation et les investissements en volume,  $W$  est la masse des salaires et  $AUT$  les profits.  $p$  est le niveau des prix.

la fonction  $w$ . Les profits  $AUT$  fixent le niveau de la production en volume  $Q$ .  $Cp1$  est fonction de  $W$ ,  $Ip2$  de  $AUT$ . Toute modification de la fonction de répartition  $w$  implique une modification de la production.

### 1.1.1.b. Modèle B

La consommation  $C$  et les investissements  $I$  en volume déterminent la production en volume  $Q$ . Les salaires distribués  $W$  sont fonction de  $Q$  et des prix en  $t-1$  (c'est une forme simplifiée de la relation de PHILLIPS). Les investissements suivent le niveau de  $Q$ , avec des retards (accélérateur) et la consommation de  $W$ . Le profit  $AUT$  se situe au niveau du besoin de financement aux prix de  $t-1$ , de la formation de capital.

### 1.1.1.c. Modèle C

L'offre en volume  $Q$  est fonction des capacités techniques disponibles :  $I-n$ . Les salaires  $W$  sont fonction de ce niveau de la production. Les prix sont imposés par la concurrence internationale, et donc exogènes. Le profit peut être calculé par solde et permet d'évaluer l'investissement. La consommation est liée aux salaires.  $C+I$  forme la demande, l'écart avec l'offre  $Q$  fixe le niveau des importations. Toute élévation de la demande sans augmentation dans le même rapport de l'offre entraîne une élévation des importations.

Figure 1. — Descriptif des modèles

Numéro	Modèle A	Modèle B	Modèle C
1 . . . . .	$Qp = Cp1 + Ip2$	$Qp = W + AUT$	$Imp = C + I - Q$
2 . . . . .	$W = w(Qp)$	$W = w(Q, p-n)$	$W = w(Q, p)$
3 . . . . .	$AUT = Qp - W$	$AUT = a(I, p2-n)$	$AUT = Qp - W$
4 . . . . .	$Q = q(AUT)$	$Q = C + I$	$Q = q(I-n)$
5 . . . . .	$Ip2 = i(AUT-n)$	$I = i(Q-n)$	$I = i(AUT, p2)$
6 . . . . .	$Cp1 = c(W-n)$	$C = c(W-n2, p1-n)$	$C = c(W, p1)$
7 . . . . .	$p = Qp/Q$	$p = Qp/Q$	$p = p^*$
8 . . . . .	$p1 = pi(p)$	$p1 = p1(p)$	$p2 = p2(p^*)$
9 . . . . .	$p2 = p2(p)$	$p2 = p2(p)$	$p1 = p1(p^*)$

#### Notation

Le facteur  $-n$  implique explicitement un ou plusieurs décalages.

$Qp$  = production en valeur

$p$  = niveau des prix à la production

$p1$  = niveau des prix à la consommation

$p2$  = niveau des prix des investissements

$p^*$  = prix imposés par la concurrence internationale

$W$  = masse salariale distribuée

$AUT$  = profits

$C$  = consommation en volume

$Cp1$  = consommation en valeur

$I$  = investissements en volume

$Ip2$  = investissements en valeur

( ) = implique une relation fonctionnelle

### 1.1.2. Matrice d'incidence et résolution graphique

Les figures 2, 3, 4 présentent les matrices d'incidence et les résolutions graphiques des modèles A, B, C. En colonne sont notés les « arcs », c'est-à-dire les liaisons entre une variable explicative et une variable expliquée. Celles-ci sont notées en ligne.

Les matrices ont été mises ici sous forme triangulaire inférieure après utilisation d'un algorithme de recherche de niveaux [4].

Figure 2. — Modèle A

	AUT-n	W-n	Ip2	Cp1	Qp	W	AUT	Q	p	p1	p2
AUT-n.....	1										
W-n.....		1									
Ip2.....	1		1								
Cp1.....		1		1							
Qp.....			1	1	1						
W.....					1	1					
AUT.....					1		1				
Q.....							1	1			
p.....					1				1	1	
p1.....									1		
p2.....											1

Graphe associé

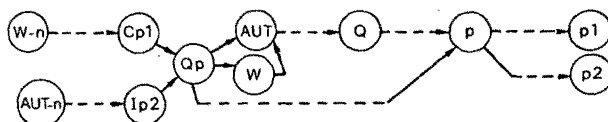


Figure 3. — Modèle B

	p2-n	p1-n	p-n	Q-n	W-n	I	C	Q	W	AUT	Qp	p	p1	p2
p2-n.....	1													
p1-n.....		1												
p-n.....			1											
Q-n.....				1										
W-n.....					1									
I.....				1		1								
C.....		1			1		1							
Q.....						1		1						
W.....							1		1					
AUT.....			1			1				1				
Qp.....	1										1			
p.....								1				1		
p1.....											1		1	
p2.....												1		1

Graphe associé

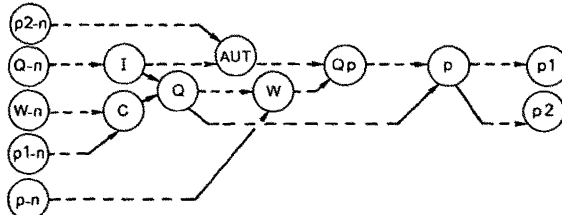
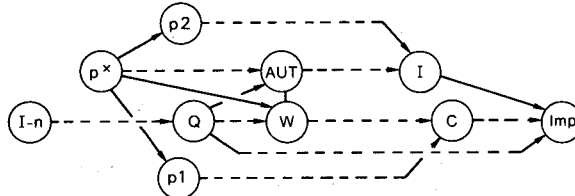


Figure 4. — Modèle C

	$I-n$	$p^*$	$Q$	$W$	$AUT$	$p2$	$p1$	$I$	$C$	$Imp$
$I-n$ . . . . .	1									
$p^*$ . . . . .		1								
$Q$ . . . . .	1		1							
$W$ . . . . .		1	1	1						
$AUT$ . . . . .		1	1	1	1					
$p2$ . . . . .		1				1				
$p1$ . . . . .		1					1			
$I$ . . . . .					1	1		1		
$C$ . . . . .				1			1		1	
$Imp$ . . . . .			1					1	1	1

Graphe associé

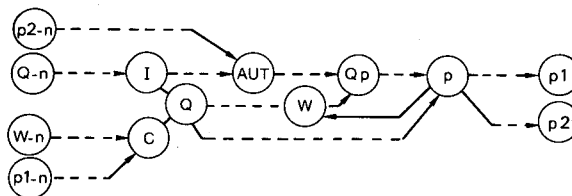


Il faut noter qu'il est facile de transformer un modèle récursif en modèle interdépendant. Ainsi pour le modèle *B* la transformation de la liaison  $W = w(Q, p-n)$  en  $W = w(Q, p)$  implique une interdépendance. Dès lors les relations  $Qp$  et  $p$  sont des relations de bouclage. La figure 5 décrit la matrice d'incidence d'un tel modèle. On remarquera qu'au plan théorique il s'agit du même modèle économique.

Figure 5. — Modèle B

	$p2-n$	$p1-n$	$Q-n$	$W-n$	$I$	$C$	$Q$	$W$	$AUT$	$Qp$	$p$	$p1$	$p2$
$p2-n$ . . . . .	1												
$p1-n$ . . . . .		1											
$Q-n$ . . . . .			1										
$W-n$ . . . . .				1									
$I$ . . . . .			1		1								
$C$ . . . . .		1		1		1							
$Q$ . . . . .					1	1	1	1					
$W$ . . . . .							1	1				1	
$AUT$ . . . . .	1				1				1	1			
$Qp$ . . . . .							1	1		1	1		
$p$ . . . . .										1	1	1	
$p1$ . . . . .											1	1	
$p2$ . . . . .													1

Graphe associé





Les figures 2 à 5 montrent l'intérêt des matrices d'incidence pour l'analyse de la résolution des modèles. Mais on constate que cette méthode est insuffisante pour faire clairement apparaître une classification des modèles en fonction des enchaînements économiques. Un autre instrument doit alors être utilisé.

## 1.2. Éléments pour la conception d'un système formel

En linguistique une grammaire est un ensemble de règles qui permet de produire des phrases. Ces phrases qui ont en commun une structure forment un langage. Parallèlement, en économie un paradigme peut être comparé à un langage, et un modèle à une phrase ou à un ensemble de phrases.

### 1.2.1. Concepts de base d'un langage

Les définitions présentées ici sont celles utilisées habituellement en théorie des langages [8].

On appelle ALPHABET  $A$  un ensemble fini d'éléments. Ces éléments sont aussi notés SYMBOLES. On appelle CHAÎNE ou MOTS une séquence finie de SYMBOLES appartenant à  $A$  et notés  $a$ . Le MONOÏDE LIBRE  $A^*$  est l'ensemble des séquences finies pouvant être constituées sur  $A$ . La GRAMMAIRE  $G$  est un ensemble de règles descriptives d'un langage : la SYNTAXE.

Une grammaire  $G$  est formée de quatre ensembles [7] :

- un ensemble de symboles  $V_t$  : le vocabulaire terminal c'est-à-dire les symboles  $a$  ou les chaînes construites sur  $A$  ; ils sont notés dans ce qui suit en minuscules ;

- un ensemble d'entités syntaxiques  $V_n$  : le vocabulaire non terminal qui décrit les constituants de la grammaire (ce sont les phrases, groupes verbaux, verbes . . . ) ; elles sont notées en majuscules ;

- un axiome  $S$  : entité syntaxique appelée symbole de départ ;

- un ensemble de règles sur les symboles  $A$  et les entités syntaxiques.

Un langage  $L(G)$  engendré par une grammaire  $G$  est l'ensemble des chaînes  $a$  sur  $A^*$  dérivé de  $S$ .

Nous nous intéresserons ici seulement aux langages de type 2 et 3 au sens de Chomsky [3]. Soit  $\alpha$  une « forme propositionnelle », c'est-à-dire une « suite » de symboles terminaux et non terminaux, le langage de type 2 permet <sup>(5)</sup> :

$$B \rightarrow \alpha.$$

---

<sup>(5)</sup> Les langages de type 2 sont dits « context free » ou algébriques [3].

C'est-à-dire qu'un symbole non terminal peut être produit <sup>(6)</sup> par une suite de symboles terminaux et non terminaux. Dans un langage de type 3 on peut seulement avoir :

$$B \rightarrow a \quad \text{ou} \quad B \rightarrow aC.$$

On peut ramener un langage de type 2 à un langage de type 3 ce qui permet de l'analyser dans un automate fini : en présence d'un élément de  $Vt$  ou de  $Vn$ , un automate donne une réponse vrai/faux quant à l'appartenance de l'élément au langage qu'il est chargé de reconnaître. Un automate se définit par le quintuplé [9] :

- un ensemble d'entrées (des éléments de  $Vt$  ou de  $Vn$ );
- un ensemble d'états;
- un état initial;
- un ou plusieurs états terminaux;
- une correspondance des chaînes sur les états, dans l'ensemble des états.

Ainsi l'analyse syntaxique d'un texte aura pour objet de reconnaître si ce texte appartient à un langage donné.

Cette analyse sera réalisée dans un AUTOMATE qui, pour chaque mot, déclarera si ce mot est juste ou faux. Avant l'analyse syntaxique une analyse LEXICALE sera nécessaire qui transformera le texte pour le rendre accessible à l'automate.

### 1.2.2. Application aux modèles économiques

Un modèle est constitué de relations, formées elles-mêmes de variables. Nous appellerons alphabet de variables un ensemble fini d'éléments notés « variables » qui pourront, dans le modèle, être endogènes ou exogènes. Les relations sont des séquences finies de variables appartenant à  $A$  et présentées ainsi :

$$\text{variable} : = f(\text{variable}, \text{variable} \dots)$$

ou : = est un symbole d'affectation et  $f(\text{variable}, \text{variable} \dots)$  une combinaison de variables paramétrées. Les relations se présentent donc comme des « chaînes » ou des « mots ». On peut définir un paradigme économique comme un langage. Il est engendré par une grammaire qui se caractérise par :

- (i) Un ensemble de variables.
- (ii) Un ensemble d'entités syntaxiques : les formes de relations (par exemple < demande >).

---

(6) La production permet une analyse « descendante », de l'axiome vers les phrases; la « réduction » est son inverse et permet une analyse « ascendante ».

(iii) Un axiome.

(iv) Un ensemble de règles sur l'ordre des entités.

Un modèle économique, ou économétrique, peut alors être comparé à une phrase, ou à une succession de phrases.

Une telle utilisation des méthodes de l'analyse syntaxique peut avoir deux intérêts :

(i) On dispose d'un automate décrivant la totalité du paradigme économique et d'un modèle donné. L'automate peut analyser le modèle et accepte ou rejette son appartenance au paradigme.

(ii) On dispose de l'automate et l'on désire construire un modèle correspondant au paradigme. L'automate peut faire ce travail à partir de spécifications précisées.

### 1.2.3. Utilisation de la notation de BACKUS pour la formalisation

La notation B.N.F. (BACKUS-NAUR Form) a été proposée par J. W. Backus pour la formalisation d'ALGOL 60. Il s'agit d'un langage expliquant la destination des éléments de  $Vt$ . Ce langage, appelé métalangue, est formé de métavariables. On distingue comme métavariables les éléments du vocabulaire terminal notés entre cote et en majuscules; les éléments du vocabulaire non terminal qui sont notés entre chevrons. Les éléments alternatifs sont notés entre crochets; ceux facultatifs sont séparés par des barres.  $S$  est l'axiome. La notation B.N.F. s'adapte parfaitement à des langages de type 2. En voici un exemple pour le modèle de type keynésien à prix implicites (type B). A gauche de  $=$  se trouve un élément non terminal, à droite une « forme propositionnelle » qui définit la production de l'élément. L'ordre des éléments dans la forme propositionnelle est important. Nous définissons par ailleurs ici un élément non terminal < fonction > qui est formé d'éléments terminaux : les paramètres des fonctions économétriques et leur forme.

< modèle keynésien > : = < production volume >

< répartition valeur > < prix > ,

< production volume > : = < demande volume > ,

< demande volume > : = < consommation > '+' < investissements > ,

< répartition valeur > : = < salaires > '+' < profits > ,

< consommation > : = < fonction > (< salaires > < prix > / < autre facteur > / ) ,

< investissements > : = < fonction > (< production volume > / < autre facteur > / ) ,

$\langle \text{salaires} \rangle := \langle \text{fonction} \rangle (\langle \text{production volume} \rangle^{(7)} \langle \text{prix} \rangle),$   
 $\langle \text{profit} \rangle := \langle \text{fonction} \rangle (\langle \text{investissements} \rangle \langle \text{prix} \rangle / \langle \text{autre facteur} \rangle /),$   
 $\langle \text{prix} \rangle := \langle \text{répartition valeur} \rangle ' : ' \langle \text{demande volume} \rangle,$   
 $\langle \text{autre facteur} \rangle := \text{'VARIABLE (S) EXOGENE (S)}$   
 $\text{AU MODÈLE OU NON'}^{(8)} [\langle \text{autre facteur} \rangle \langle \text{autre facteur} \rangle],$   
 $\langle \text{fonction} \rangle := \text{'ENSEMBLE DES FONCTIONS PARAMÈTRES}$   
 $\text{DU MODÈLE'}.$

Une telle notation permet de construire aisément un automate d'analyse. Il est possible d'écrire tout schéma économique sous cette forme à condition de l'avoir simplifié après une « analyse lexicale ». Celle-ci consiste à l'écrire sous une forme structurelle, ne conservant que les variables endogènes présentes et faisant disparaître les délais.

Il est bien sûr plus intéressant, mais plus long, de décrire un langage plus complet que celui-ci. Plus la métalangue est proche des modèles réels, moins l'analyse lexicale à faire est importante et plus l'automate sera détaillé s'il est construit au niveau du plus grand détail du métalangage.

### 1.3. Une application : trois automates en modélisation

Les trois modèles *A*, *B*, *C* décrits plus haut peuvent être traduits dans des automates et écrits en notation de BACKUS. Nous avons choisi ici un niveau de détail qui est celui des équations de calcul de chacune des variables. On vérifiera que chaque automate correspond strictement à un modèle et un seul.

#### 1.3.1. Les automates de *A*, *B*, *C*

Les colonnes des automates présentent les relations (qui sont détaillées dans la figure 1) et non des arcs entre deux sommets comme pour les matrices d'incidence <sup>(9)</sup>. Le passage d'une relation à une autre se fait par un numéro d'état donné dans l'automate. L'ordre des états est en fait celui de la matrice d'incidence après l'avoir mis sous forme triangulaire inférieure. On notera qu'à

(7) En pratique la production en volume détermine l'emploi et le niveau du chômage, la fonction implique en fait la prise en compte de tensions sur le marché du travail.

(8) Par exemple : le patrimoine financier, le profit, l'endettement, . . .

(9) Il existe en outre un décalage : dans la matrice d'incidence la variable « arc » est la variable antérieure, dans l'automate c'est le « relation » courante.

ce niveau l'automate n'apporte guère plus d'information que cette matrice. Il indique cependant clairement l'ordre de résolution du modèle et la forme des relations, c'est-à-dire finalement l'enchaînement de la dynamique économique du modèle <sup>(10)</sup>.

Figure 6. — Automate de A

	<i>I p 2</i>	<i>C p 1</i>	<i>Q p</i>	<i>W</i>	<i>AUT</i>	<i>Q</i>	<i>p</i>	<i>p 1</i>	<i>p 2</i>	Fin
État 1 . . . . .	2	3	4	5	6	7	8	9	10	→
État 2 . . . . .										
État 3 . . . . .										
État 4 . . . . .										
État 5 . . . . .										
État 6 . . . . .										
État 7 . . . . .										
État 8 . . . . .										
État 9 . . . . .										
État 10 . . . . .										

Figure 7. — Automate de B

	<i>I</i>	<i>C</i>	<i>Q</i>	<i>W</i>	<i>AUT</i>	<i>Q p</i>	<i>p</i>	<i>p 1</i>	<i>p 2</i>	Fin
État 1 . . . . .	2	3	4	5	6	7	8	9	10	→
État 2 . . . . .										
État 3 . . . . .										
État 4 . . . . .										
État 5 . . . . .										
État 6 . . . . .										
État 7 . . . . .										
État 8 . . . . .										
État 9 . . . . .										
État 10 . . . . .										

Figure 8. — Automate de C

	<i>Q</i>	<i>W</i>	<i>AUT</i>	<i>p 2</i>	<i>p 1</i>	<i>I</i>	<i>C</i>	Imp	Fin
État 1 . . . . .	2	3	4	5	6	7	8	9	→
État 2 . . . . .									
État 3 . . . . .									
État 4 . . . . .									
État 5 . . . . .									
État 6 . . . . .									
État 7 . . . . .									
État 8 . . . . .									
État 9 . . . . .									

<sup>(10)</sup> En outre il permet de simplifier la matrice d'incidence, en effet on montre que si deux lignes de la matrice ont les mêmes incidences il est possible de les faire entrer dans le même état.

### 1.3.2. Test des automates

Essayons en effet de tester le déroulement du modèle *C* sur l'automate *A*. Dès le départ ce modèle est rejeté car l'axiome est différent pour *A* : il faut en effet disposer des investissements en valeur et ceux-ci ne seront calculés dans *C* qu'après l'état 6. Ainsi l'automate d'un modèle lui est propre. Il rejette tout modèle n'ayant pas les mêmes caractéristiques « syntaxiques » sur l'ordre ou la forme des relations.

A partir des automates des modèles *A*, *B*, *C* nous nous proposons de construire ici un automate plus général, intégrant ces trois modèles. Un tel automate n'est pas unique et il serait possible d'en réaliser un différent qui aurait les mêmes propriétés.

Le paragraphe 2.1 décrit l'automate, le paragraphe 2.2 montre comment il peut être utilisé sur deux modèles : COPAIN et STAR.

### 2.1. Construction de l'automate

L'automate de la figure 9 a été construit à partir d'une matrice d'incidence de l'ensemble des variables en regroupant dans un seul état les relations ayant

Figure 9. — Automate de modèles à prix implicites

	$Cp1 = c(W)$	$C = c(W, p1)$	$Ip2 = i(AUT)$	$I = i(AUT, p2)$	$I = i(Q)$	$Q = C + I$	$Q = q(AUT)$	$Q = q(I)$	$AUT = Qp - W$	$AUT = a(I, p2)$	$W = w(Q, p)$	$W = w(Qp)$	$Qp = Cp1 + Ip2$	$Qp = AUT + W$	$Imp = C + I - Q$	$p = Qp/Q$	$p = p^*$	$p1 = p1(p)$	$p2 = p2(p)$	Type de modèle
État 0 . . . . .	1	10																		
État 1 . . . . .			2																	
État 2 . . . . .													3	12	20					
État 3 . . . . .												4								
État 4 . . . . .									5	2										
État 5 . . . . .						11	6	16												
État 6 . . . . .																7				
État 7 . . . . .																		8		
État 8 . . . . .																			9	A
État 9 . . . . .					5												5			
État 10 . . . . .																				
État 11 . . . . .											4									
État 12 . . . . .			2												13					
État 13 . . . . .																		14		
État 14 . . . . .																			15	B
État 15 . . . . .																				
État 16 . . . . .									18		17									
État 17 . . . . .																				
État 18 . . . . .																		19		
État 19 . . . . .																		12		C
État 20 . . . . .																				

les mêmes incidences. C'est un automate pour modèle à prix implicites ou exogènes et qui ne fait intervenir que les variables propres à *A*, *B*, *C*. En pratique rien ne s'oppose bien sûr à la constitution d'un automate plus vaste <sup>(1)</sup>. Les variables d'états sont les équations des modèles, sous une forme simplifiée et excluant les retards <sup>(12)</sup>. Si des problèmes d'interdépendance se posent ils doivent être résolus par la matrice d'incidence. Essayons de traduire les modèles *A*, *B*, *C* dans l'automate.

#### MODÈLE A

Passage d'état	Action
état 0 → état 1	Consommation en valeur
état 1 → état 2	Investissements en valeur
état 2 → état 3	Production en valeur <sup>(13)</sup>
état 3 → état 4	Salaires
état 4 → état 5	Profit par solde <sup>(13)</sup>
état 5 → état 6	Production volume <sup>(13)</sup>
état 6 → état 7	Prix implicite
état 7 → état 8	Prix à la consommation
état 8 → état 9	Prix des investissements
état 9 → état final	Modèle de type A

#### MODÈLE B

Passage d'état	Action
état 0 → état 10	Consommation en volume
état 10 → état 5	Investissements en volume <sup>(13)</sup>
état 5 → état 11	Production en volume <sup>(13)</sup>
état 11 → état 4	Salaires
état 4 → état 2	Profits fonction des investissements
état 2 → état 12	Production en valeur <sup>(13)</sup>
état 12 → état 13	Prix
état 13 → état 14	Prix à la consommation
état 14 → état 15	Prix des investissements
état 15 → état final	Modèle de type B

#### MODÈLE C

Passage d'état	Action
état 0 → état 10	Consommation en volume
état 10 → état 5	Prix imposés par l'extérieur
état 5 → état 16	Production en volume <sup>(13)</sup>
état 16 → état 17	Salaires
état 17 → état 18	Profit
état 18 → état 19	Prix à la consommation
état 19 → état 12	Prix des investissements
état 12 → état 2	Investissements en volume <sup>(13)</sup>
état 2 → état 20	Importations
état 20 → état final	Modèle de type C

<sup>(11)</sup> Ou encore d'un automate fortement décontracté en « sous-automate ».

<sup>(12)</sup> On peut admettre qu'à ces états se trouve un renvoi vers un automate d'analyse syntaxique de l'équation.

<sup>(13)</sup> Les éléments qui définissent des passages vers d'autres états n'appartiennent pas au modèle.

## 2. 2. Test de l'automate sur deux modèles

Nous proposons ici deux tests de l'automate sur deux modèles économétriques : STAR et COPAIN, tous deux modèles à prix implicites. Les relations de ceux-ci ont été simplifiées pour ramener les variables en présence au niveau de celles de l'automate.

### 2. 2. 1. Test sur COPAIN

Le modèle de comportement patrimonial intégré [16] a été conçu en 1980 à la direction de la prévision pour remplacer STAR dans les opérations variantes. C'est un modèle intégré prenant en compte les comportements patrimoniaux des agents économiques. Ainsi on trouve une « norme d'endettement » des entreprises. Les principales fonctions économiques de COPAIN sont les suivantes :

$$I = i(Q, \text{Capa}, \text{AUT}, r).$$

L'investissement  $I$  des sociétés est fonction de la production ( $Q$ ), des marges de capacités (Capa), du profit (AUT), du taux d'intérêt ( $r$ ).

$$\text{AUT} = a(I, \text{End}, \text{Liq}, \text{Stock}).$$

Le profit des sociétés est connu par solde : dans un premier temps est utilisée une relation qui permet de calculer la variation nette de passif. L'autofinancement est la différence entre cette variation, notée End et le total des liquidités Liq, des investissements en valeur et des stocks.

$$C = c(Rd, \text{Liqu}, p, \text{Pop}).$$

La consommation des ménages est fonction du revenu disponible :  $Rd$ , lui-même calculé à partir des salaires distribués et des autres revenus des ménages. La consommation est aussi fonction des liquidités détenues par ceux-ci : Liq, du niveau des prix et de la population : Pop.

$$Qp = W + \text{AUT} + \text{autres postes du compte d'exploitation},$$

$$Q = C + I + \text{autres postes exogènes},$$

$$p = Qp/Q,$$

$$W = w(\text{smic}, p, u, N).$$

Les salaires distribués sont fonction du smic, des prix, du taux de chômage :  $u$ , et des effectifs  $N$ . Le taux  $u$  est connu à partir des effectifs  $N$  et de la population active exogène. Les effectifs  $N$  sont évalués à partir de la production et du niveau du capital.



Le test du modèle sur l'automate est le suivant (si l'on néglige les variables non décrites dans l'automate, qui sont placées entre crochet) :

Passage d'état	Action
état 0 → état 10	$C = c(W, p [\text{pop}, \text{liqu}])$
état 10 → état 5	$I = i(Q [, \text{capa}, AUT, r])$
état 5 → état 11	$Q = C + I + [\text{autres agrégats}]$
état 11 → état 4	$W = w(Q, p [N, \text{smic}, \text{pop active}])$
état 4 → état 2	$AUT = a(I, p2 [, \text{End}, \text{liq}, \text{stocks}])$
état 2 → état 12	$Qp = AUT + W + [\text{autres éléments des comptes de secteurs}]$
état 12 → état 13	$p = Qp/Q$
état 13 → état 14	$p1 = p1(p)$
état 14 → état 15	$p2 = p2(p)$
état 15 → état final	Modèle de type B

### 2.2.2. Test sur STAR

Le modèle STAR [2] a été construit à la direction de la prévision pour remplacer DECA dans la préparation des budgets économiques. Il a ensuite été utilisé dans les opérations variantes. Les principales relations de STAR sont les suivantes :

$$Ip = i(K, AUT, \text{End}).$$

Les investissements des sociétés en valeur sont fonction du capital  $K$ , des profits et de l'endettement possible  $\text{End}$ . Celui-ci dépend de la consommation des ménages et des possibilités techniques d'endettement.

$$Cp = c(\text{End}_m, Rd).$$

La consommation en valeur des ménages est liée à l'endettement possible des ménages  $\text{End}_m$  et au revenu disponible, lui-même fonction principalement des salaires et des effectifs.

$$W = w(Qp, \text{conflits}, I - N).$$

Les salaires distribués dépendent de la production en valeur, des conflits du travail et de la substitution capital-travail :  $I - N$ .

$$Q = q(AUT, \text{End}).$$

La production en volume (en fait sa variation) dépend de l'autofinancement réalisé  $AUT$  qui est égal à  $Qp - W - (\text{autres facteurs})$ , et de l'endettement des entreprises.

On a alors, si on teste STAR dans l'automate :

Passage d'état	Action
état 0 → état 1	$Cp = c(W, [N, \text{End m. .}])$
état 1 → état 2	$Ip = i(AUT, [K, \text{End. .}])$
état 2 → état 3	$Qp = Cp1 + Ip2 + [\text{autres facteurs}]$
état 3 → état 4	$W = w(Qp, [\text{conflits}, I - N. .])$
état 4 → état 5	$AUT = Qp - W - \text{autres facteurs}$
état 5 → état 6	$Q = q(AUT, [\text{End}])$
état 6 → état 7	$p = Qp/Q$
état 7 → état 8	$p1 = p1(p)$
état 8 → état 9	$p2 = p2(p)$
état 9 → état final	Modèle de type A

## CONCLUSION

Il est techniquement possible de construire un plus vaste automate qui accepterait les principaux modèles économétriques. Un tel automate pourrait avoir, sans difficultés techniques plusieurs centaines d'états<sup>(14)</sup>. Son intérêt serait double :

(i) L'automate permettrait l'analyse systématique de tout modèle économétrique : type de modèle, forme des enchaînements et même niveau probable des effets multiplicateurs. Il permettrait de faire apparaître immédiatement les différences, entre deux modèles, de telle ou telle mesure de politique économique. Ainsi les modèles ne seraient plus des « boîtes noires » pour les non spécialistes, l'automate se chargeant de les « décrire » et de les rendre accessibles au plan de l'interprétation économique.

(ii) L'automate aurait un second rôle, à notre avis plus intéressant, il pourrait permettre de construire des modèles à partir de spécifications précisées (les positions successives qu'il doit prendre). L'automate aurait ainsi le rôle du modélisateur, il pourrait être utilisé comme un « robot économiste » ou encore comme « métarègles » dans un système expert [11] de construction de modèle. Le modélisateur n'aurait ainsi plus besoin de maîtriser les techniques économétriques : il préciserait les enchaînements économiques qu'il désire à partir de ceux disponibles sur l'automate, le reste des opérations étant « transparent » pour lui. Un logiciel interne pouvant calculer les paramètres des relations fournies par l'automate, sur une banque de données internes, l'automate fournissant ensuite la logique de résolution.

La construction de l'automate serait longue à réaliser mais le coût marginal de construction de modèles serait ensuite négligeable. La « robotisation » de la modélisation rendrait à l'économiste son seul vrai rôle : étudier et comparer les dynamiques économiques.

(14) Ou tout au moins l'équivalent compte-tenu de sous-automates.

## BIBLIOGRAPHIE

1. M. AGLIETTA, R. COURBIS et C. SEIBEL, *Le modèle physico-financier de projection à moyen terme*, tome 1, Collections de l'I.N.S.E.E., n° 9, juin 1973.
2. R. BOYER, J. MAZIER, G. OLIVE, J. BOULLE et J. MISTRAL, *Le modèle STAR, Statistiques et Études financières*, n° 15, 1974.
3. N. CHOMSKY, *Structures syntaxiques*, Le Seuil, 1969.
4. R. FAURE, *Éléments de recherche opérationnelle*, Gauthier-Villars, 1974.
5. B. GABAY, P. NEPOMIATCHY, M. RACHDI et A. RAVELLI, *Étude, résolution et optimisation de modèles macroéconométriques*, Inria Laboria, 1978.
6. G. GIRALT, *Automatique et analyse de système*, Informatique et Gestion, n° 79, 1976.
7. M. GROSS et A. LENTIN, *Notions sur les grammaires formelles*, Gauthier-Villars, 1971.
8. M. GROSS, *Méthodes en syntaxe*, Hermann, 1975.
9. F. R. A. HOPGOOD, *Compiling Techniques*, McDonald Eisevier, 1969.
10. M. HUGUES, *Initiation mathématique aux grammaires formelles*, Larousse Université, 1972.
11. J. L. LAURIERE, *Représentation et utilisation des connaissances*, Technique et Science informatique, n° 1, vol. 1, 1982.
12. R. PARAIRE et S. BOYAT, *Réalisation d'un automate à partir d'un modèle simplifié de politique économique*, Institut de Sciences Mathématiques et Économiques Appliquées, Collège de France, 1982.
13. J. L. ROOS, *Semantic Recognition of Econometric Models with Syntactic Automata*, COMPSTAT 82, tome 2, Physica, Verlag, Vienne, 1982.
14. B. ROY, *Analyse moderne et théorie des graphes*, Dunod, 1970.
15. A. SACHE, *La théorie des graphes*, P.U.F., 1974.
16. D. VALLET, A. FAUQUEUR, M. DEHOVE, S. P. GAUDERNET, M. HUSSON, M. MATHIS, G. MONCHY, *Le modèle COPAIN : comportements patrimoniaux et intégration financière*, Économie et Prévision, 1981, n° 3.