RAIRO. RECHERCHE OPÉRATIONNELLE

JEAN M. MARTEL

Un modèle de remplacement adaptatif

RAIRO. Recherche opérationnelle, tome 15, n° 1 (1981), p. 15-25
<http://www.numdam.org/item?id=RO_1981__15_1_15_0>

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research
(vol. 15, n° 1, février 1981, p. 15 à 25)

UN MODÈLE DE REMPLACEMENT ADAPTATIF (*)

par Jean M. MARTEL (1)

Résumé. — *On considère le problème du remplacement d'une pièce d'équipement qui se détériore selon un processus aléatoire comportant un paramètre de valeur inconnue. Ce paramètre est modélisé comme une variable aléatoire bayesienne que l'on apprend à connaître au fur et à mesure que des décisions de remplacement sont prises. A cette propriété d'apprentissage s'ajoute également la dimension expérimentation en reconnaissant que le choix d'un intervalle de remplacement peut affecter notre état d'information concernant la valeur de ce paramètre. La programmation dynamique permet de traiter simultanément ces deux éléments : apprentissage et expérimentation.*

Mots clés : modèle adaptatif, approche Bayesienne, contrôle optimal et programmation dynamique.

Abstract. — *We are considering the replacement problem of piece of equipement that deteriotes according to a specific stochastic process with an unknown parameter. This parameter is looked as a bayesian random variable whose value is learned as our replacement decisions are taken. Besides that learning aspect we also have the experimentation dimension, knowing that the choice of the replacement interval can affect our information state concerning the parameter value. The dynamic programming allows to deal with both aspects: learning and experimentation.*

Keywords: Adaptative model, Bayesian approach, optimal control and dynamic programming.

I. INTRODUCTION

Un des problèmes importants de décision auquel le gestionnaire est confronté concerne le remplacement des pièces d'un équipement qui se détériorent. Cette détérioration peut se manifester par une diminution de productivité, ou par un abaissement de la qualité des produits, ou par un accroissement des coûts d'entretien et de réparation nécessaire au maintien en activité de l'équipement. Le plus souvent on a affaire à l'ensemble de ces effets.

L'obsolescence ou désuétude de l'équipement constitue un autre facteur pouvant affecter de façon importante le vieillissement d'un équipement. Toutefois la majorité des modèles portant sur les politiques de maintenance (remplacement, entretien et réparation, inspection, ...) omettent ce facteur.

Le problème de remplacement a été étudié sous divers aspects, mais on s'est surtout attaché à l'analyse d'une pièce qui peut comporter deux états : marche ou panne, avec une distribution de probabilité pour le temps de panne qui est parfaitement connu (Barlow and Proschan [1]). Comme il est en général moins coûteux de remplacer l'équipement avant l'état de panne, il s'avère avantageux

(*) Reçu juin 1979.

(1) Faculté des Sciences de l'administration, Université de Laval, Cité Universitaire, Quebec, Canada G1K7P4.

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research, 0399-0559/1981/ 15 /$ 5.00

d'effectuer des remplacements planifiés. Le cas où la distribution de probabilité du temps de panne n'est pas connue a été étudié par Derman [3] à l'aide d'une politique minimax. Roeloffs [9] a utilisé la méthode des fractiles pour le cas où un point de la distribution est connu. Jorgenson and McCall [6] et Fox [5] ont supposé que la forme de cette distribution était déterminée mais que l'un de ces paramètres était inconnu. Ils développèrent des politiques adaptatives incluant le phénomène d'apprentissage.

Admettant qu'une pièce d'équipement peut se trouver dans plus que deux états, notre étude se situe dans le prolongement de la voie ouverte par Jorgenson, McCall et Fox. A l'instar de Fox, nous reconnaissons l'aspect apprentissage et la dimension expérimentation. Ainsi, au fur et à mesure que le processus évolue (c'est-à-dire que l'on effectue des remplacements) il est possible d'accumuler de l'information concernant la valeur du paramètre inconnu (phénomène d'apprentissage). On dira que cette accumulation d'information se fait de façon active lorsqu'on choisit le moment du prochain remplacement, en sachant que ce choix peut influencer la quantité d'information disponible pour les décisions de remplacements futures (dimension expérimentation). Le choix optimal résulte d'un compromis entre un coût immédiat plus élevé (le coût du prochain intervalle de remplacement) et un gain potentiel anticipé dû à l'information additionnelle pour les décisions futures. Par conséquent ce choix optimal nécessite la connaissance de tous les choix optimaux futurs. Des difficultés assez importantes apparaissent dès que l'on considère un horizon relativement long qui nécessite la planification de plusieurs remplacements.

Notre objectif est de :

(1) proposer une procédure permettant de résoudre numériquement un problème de remplacement dans lequel intervient le phénomène apprentissage et la dimension expérimentation;

(2) vérifier certaines conjectures intuitivement plausibles. Par exemple : (*a*) les premiers intervalles de remplacement devraient être choisis de façon à accumuler le plus d'information possible dans les premières périodes de décision; (*b*) plus l'horizon est long plus il y a place pour l'apprentissage... « This suggests that the optimal first period policy for long planning horizon would be relatively more conservative than for shorts horizons » (MacRae [7]).

II. LE MODÈLE

On considère une pièce d'équipement qui se détériore graduellement tout en continuant à fonctionner. Le coût attaché au fonctionnement croît avec le niveau de détérioration. Après un certain laps de temps il sera probablement moins coûteux de le remplacer que de continuer à l'utiliser.

Le niveau de détérioration d'une pièce d'âge t, c'est-à-dire t unités de temps après son entrée en fonction, est noté Z_t, et prend les valeurs 0, 1, ..., t. On débute avec une pièce d'équipement neuve, $Z_0=0$, et si à l'âge t la pièce se trouve au niveau de détérioration $Z_t=i$ alors à l'âge $t+1$ elle peut ou atteindre un niveau $Z_{t+1}=i+1$ avec une probabilité p; ou rester au niveau $Z_{t+1}=i$ avec une probabilité $1-p$. Différents facteurs sont à l'origine de cette détérioration comme les matières premières utilisées, les autres pièces défectueuses dans la même chaîne de production, les opérateurs, ... On suppose que la valeur de p est constante (en moyenne), indépendante de l'âge t de la pièce et de son niveau i de détérioration.

La valeur de p n'est pas connue et l'on modélise ce paramètre comme une variable aléatoire bayesienne ayant une loi bêta (r, l) :

$$\varphi_p(r, l)=\frac{1}{B(r, l-r)}p^{r-1}(1-p)^{l-r-1}, \qquad l>r\geqq 1 \text{ et entiers,}$$

où :

$$B(r, l-r)=\frac{\Gamma(r)\Gamma(l-r)}{\Gamma(l)}.$$

Les paramètres r et l de la loi bêta caractérisent notre état d'information. Tout se passe alors comme si *a priori* on avait déjà observé qu'une pièce d'équipement d'âge l était dans l'état de détérioration r. La loi bêta est très flexible et s'ajuste bien à différents états d'information, en plus d'être une conjuguée naturelle (Raiffa et Schlaifer [8]) pour le paramètre p du processus d'échantillonnage binomiale correspondant à notre structure d'information.

Le coût estimé de fonctionnement pendant une unité de temps avec une pièce d'équipement au niveau de détérioration i au début de cette unité de temps est $c(i)$. Ce coût n'est pas observé directement de sorte que le niveau de détérioration de la pièce n'est pas connu à tout instant. Cependant, on admet que cette fonction $c(i)$ est strictement croissante avec i. On a alors avantage à remplacer périodiquement cette pièce par une pièce absolument identique mais qui est dans un état de détérioration zéro Ces remplacements sont instantanés et ils coûtent un montant de K. Il est possible d'obtenir de l'information additionnelle sur la valeur du paramètre p en inspectant (en scrutant minutieusement chaque composante de la pièce) la pièce que l'on vient de remplacer afin de déterminer exactement son état de détérioration. Ainsi, lorsqu'on inspecte une pièce ayant fonctionné pendant L unités de temps (c'est-à-dire d'âge L) on observe un niveau de détérioration z, $z=0, 1, \ldots, L$. Cette information additionnelle nous conduira à modifier les valeurs des paramètres de la loi bêta et à adapter notre politique de remplacement. Par exemple, si les valeurs des paramètres de la loi bêta étaient (a, b) *avant l'obtention de cette information, ils prendront par la suite les valeurs* $(a+z,\ b+L)$. Le coût d'obtention de cette information additionnelle et d'adaptation de notre politique de remplacement est C_I. Comme en général ce coût sera plus grand que zéro, il ne sera pas toujours avantageux de payer pour obtenir cette information.

Face à ces alternatives, on cherche une stratégie de remplacement de cette pièce et de révision de notre état d'information qui *minimise le coût total espéré* sur un horizon de longueur H. La longueur de H est reliée au phénomène de désuétude et a une influence sur la stratégie optimale.

III. ÉQUATION A RÉSOUDRE

La stratégie optimale est fonction de l'état d'information (a, b) et de l'horizon τ, $0<\tau\leqq H$. Les variables d'état telles que définies dans la programmation dynamique seront donc (a, b, τ). La programmation dynamique permet en effet la prise en compte du compromis entre un coût immédiat plus élevé et un gain potentiel anticipé dû à l'information additionnelle.

Trois alternatives se présentent lorsqu'on se trouve dans la situation (a, b, τ) et que la pièce d'équipement vient d'être remplacée :

A_1 = ne plus remplacer la pièce d'ici la fin de l'horizon
correspondant est :

$$V(a, b, \tau)=\sum_{t=0} E_p q_t(p).$$

où :

$$E_p q_t(p)=\int_0^1 \sum_{i=0}^{t} \binom{t}{i} p^i (1-p)^{t-1}\, c(i)\, \varphi_p(a, b)\, dp.$$

En particulier pour la fonction de coût quadratique $c(i)=ki^2$, $k>0$, le coût espéré pour un intervalle T est :

$$\sum_{t=0}^{T} E_p q_t(p)=k\frac{a}{b}T(T+1)\left[\frac{1}{2}+\frac{T-1}{3}\left(\frac{a+1}{b+1}\right)\right];$$

A_2 = remplacer la pièce dans $L_0\,(<\tau)$ unités de temps et ne pas réviser notre état d'information. Le coût espéré de cette alternative est :

$$R_0(L_0 : a, b, \tau)=C(L_0 : a, b)+R_0^*(a, b, \tau-L_0),$$

où $C(L_0 : a, b) = K + \sum_{t=0}^{L_0-1} E_p\, q_t(p) =$ le coût espéré d'un intervalle de longueur L_0 incluant le coût d'un remplacement, et

$$R_0^*(a, b, \tau') = \min\left\{ V(a, b, \tau'),\ \min_{L_0} R_0(L_0 : a, b, \tau') \right\}.$$

On fait implicitement l'hypothèse qu'au cas où il n'est pas avantageux de réviser notre état d'information (a, b) lorsque l'horizon est τ, il l'est encore moins avec un horizon plus court pour ce même état d'information;

A_3 = remplacer la pièce dans L $(<\tau)$ unités de temps et réviser notre état d'information au moment de ce remplacement. Le coût espéré est :

$$R(L : a, b, \tau) = C(L : a, b) + E_Z R^*(a+Z, b+L, \tau-L) + C_I,$$

où $R^*(a+Z, b+L, \tau-L) =$ le *coût total espéré* de suivre une politique optimale à partir de la situation $(a+Z,\ b+L,\ \tau-L)$.

L'équation à résoudre est donc de la forme :

$$R^*(a, b, \tau) = \min\left\{ R_0^*(a, b, \tau),\ \min_{L} R(L : a, b, \tau) \right\}.$$

Il est assez facile de déterminer $R_0^*(r, l, H)$ par une analyse rétrograde de $\tau = 1$ à $\tau = H$. Il n'en est pas de même pour $\min R\,(L;\ r,\ l,\ H)$ qui conduit à la difficulté bien connue en programmation dynamique du « fléau des dimensions ». En partant de l'état (r, l, H) l'ensemble des états que l'on peut atteindre est (*fig.* 1) :

$$\mathcal{S} = \{ (a, b, \tau) : a,\ b \text{ et } \tau \text{ sont entiers},$$
$$0 \leqq \tau \leqq H,\ l \leqq b \leqq l + H - \tau \text{ et } r \leqq a \leqq b - l + r \}.$$

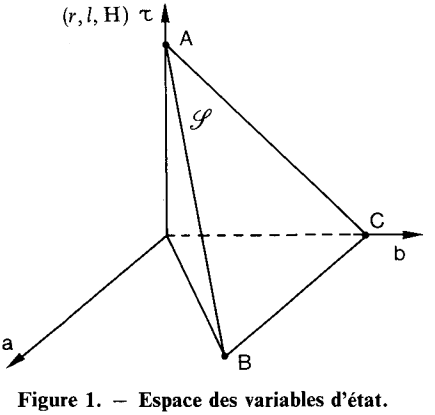

Figure 1. — Espace des variables d'état.

IV. ALGORITHME DE SOLUTION

Afin de s'affranchir du « fléau des dimensions », on cherche à déterminer, aussi exactement que possible, l'ensemble des variables d'état (a, b, τ) pour lesquelles il n'est pas avantageux de réviser notre état d'information, c'est-à-dire $R^*(a, b, \tau) = R_0^*(a, b, \tau)$. Ceci revient à diviser l'espace $\mathscr{S}$ des variables d'état en deux régions. Pour opérer cette division, on utilise la notion de procédure tronquée telle que De Groot [2], l'a décrite.

Dans une procédure tronquée on fixe à l'avance le nombre maximal de révisions permises de notre état d'information. Si ce nombre est n, on doit résoudre :

$$R_n^*(r, l, H) = \min \left\{ R_0^*(r, l, H), \min_{L_n} [C(L_n : r, l) + E_Z R_{n-1}^*(r+Z, l+L_n, H-L_n) + C_I] \right\},$$

où L_n est la longueur du premier intervalle de remplacement.

Le nombre de révision de notre état d'information auquel il est réellement avantageux de procéder est fonction de n sans être nécessairement égal à n. Par exemple, comme nous le montrerons sur un exemple numérique, lorsque $n = 1$, il peut ne pas être avantageux de réviser notre état d'information pour la variable d'état (a, b, τ) bien qu'il puisse être avantageux de faire au moins une révision si $n = 2$.

On désigne par D l'ensemble des variables d'état contenues dans la face ABC du tétraède $\mathscr{S}$ et pour lesquelles il n'est pas avantageux de réviser notre état d'information lorsque $n = 1$;

$$D = \{ (a, b, \tau) : (a, b, \tau) \in \triangle\mathscr{S} \text{ et } R_1^*(a, b, \tau) = R_0^*(a, b, \tau) \},$$

où $\triangle\mathscr{S}$ = face ABC de $\mathscr{S}$.

L'ensemble G est (voir *fig.* 2) :

$$G = \{ (a, b, \tau) : (a, b, \tau) \in D \quad \text{et} \quad P[(a, b, \tau) \to (a', b', \tau')] = 0 \text{ si } (a', b', \tau') \notin D \}.$$

Alors, on fait la proposition que s'il n'est pas de notre avantage de réviser notre état d'information au moment du j-ième remplacement de la pièce d'équipement, il ne le sera pas pour tous les remplacements ultérieurs :

Proposition A : *Si* $R^*(a, b, \tau) = R_0^*(a, b, \tau)$ *alors pour tout* $\tau' < \tau$, $R^*(a, b, \tau') = R_0^*(a, b, \tau')$.

A partir de la définition de G et de la proposition A, il est possible de démontrer quelle condition (suffisante) doivent satisfaire les variables d'état pour qu'il ne soit pas de notre avantage de réviser notre état d'information.

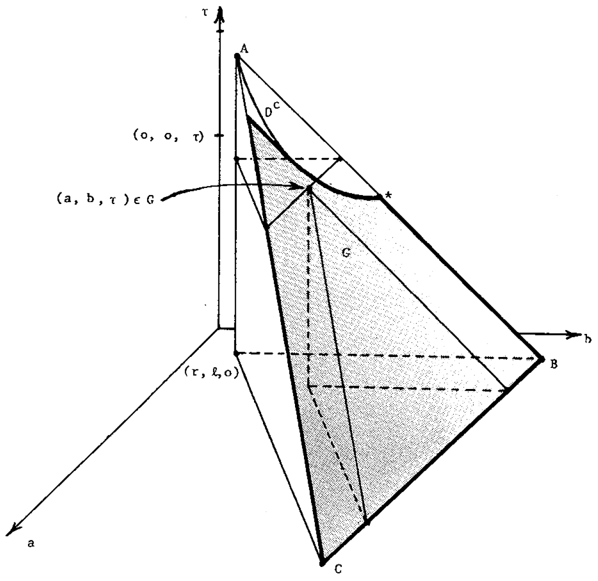

Figure 2

THÉORÈME : *Si la proposition A est vraie, alors dans la politique optimale il ne sera plus avantageux de réviser notre état d'information dès que l'on aurait atteint une variable d'état* $(a, b. \tau) \in G$.

Preuve : On peut montrer que pour tout

$$(a, b, \tau) \in G, \; R_n^*(a, b, \tau) = R_0^*(a, b, \tau), \qquad n = 1, 2, \ldots (\leqq \tau).$$

Par définition de G, cette égalité est vérifiée pour $n=1$, En supposant qu'elle le soit pour $n=m-1$, on montre qu'elle l'est pour $n=m$. En effet,

$$R_m^*(a, b, \tau) = \min \{ R_0^*(a, b, \tau), \min_{L_m} [C(L_m : a, b) + E_Z R_{m-1}^*(a+Z, b+L_m, \tau-L_m) + C_I] \}$$

et comme $(a+Z, b+L_m, \tau-L_m) \in G$,

$$R_{m-1}^*(a+Z, b+L_m, \tau-L_m) = R_0^*(a+Z, b+L_m, \tau-L_m),$$

alors $R_m^*(a, b, \tau) = R_1^*(a, b, \tau) = R_0^*(a, b, \tau)$.

L'algorithme proposé est en deux parties :

(1) on détermine la région G en utilisant la procédure tronquée à $n=1$;

(2) on effectue, en utilisant l'équation 4.1, une analyse rétrograde pour tous les points $(a, b, \tau) \in \mathscr{S}$ et n'appartenant pas à G et cela en partant du point « le plus bas » [le point $(\star)$ sur la figure 2] vers le point (r, l, H) sommet du tétraèdre :

$$(4.1)\quad R^*(a, b, \tau)=\min\left\{R_0^*(a, b, \tau),\ \min_L\left[C(L : a, b)+C_1 + E_z \left| \begin{array}{l} R_0^*(a+z, b+L, \tau-L) \text{ si } (a+z, b+L, \tau-L)\in G \\ R^*(a+z, b+L, \tau-L) \text{ si } (a+z, b+L, \tau-L)\notin G \end{array}\right.\right]\right\}.$$

V. QUELQUES RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Tous les résultats présentés dans cette section ont été obtenus en utilisant la fonction de coût de fonctionnement quadratique, $c(i)=ki^2$. La politique de remplacement lorsque l'on ne révise pas notre état (r, l) d'information s'obtient facilement par une analyse rétrograde. Le tableau I présente les politiques de remplacement pour différentes valeurs des paramètres K, k et (r, l, H). Même si notre état d'information reste inchangé la politique optimale de remplacement n'est pas strictement périodique et le phénomène d'indivisibilité que cause la discrétisation du temps est très marqué.

TABLEAU I

K	k	(r, l, H)	Politique de remplacement sans révision	R_0^*
5 000	500	(1, 5, 120)	{6, 6, ..., 6}	151 667
5 000	500	(1, 5, 115)	{6, 6, ..., 6, 7}	145 333
5 000	500	(1, 5, 60)	{6, 6, ..., 6}	73 333
5 000	500	(1, 5, 50)	{6, ..., 6, 5, 5, 5, 5}	60 833
5 000	500	(1, 31, 60)	{15, 15, 15, 15}	25 444
5 000	500	(1, 32, 60)	{16, 15, 15, 14}	25 052
5 000	500	(1, 33, 60)	{16, 15, 15, 14}	24 648
5 000	500	(1, 34, 60)	{20, 20, 20}	24 130
5 000	50	(1, 4, 120)	{11, ..., 11, 10}	75 138
5 000	50	(1, 4, 60)	{12, ..., 12}	35 125
5 000	50	(2, 8, 60)	{12, ..., 12}	33 292

Il est possible d'observer (tableau II) pour la procédure tronquée à $n=1$, qu'avec un gain potentiel dû à l'information anticipé, la longueur du premier intervalle de remplacement peut s'avérer plus court que lorsqu'il n'est pas anticipé $(L_1^* < L_0^*)$. Ce résultat contredit le sens commun selon lequel la politique adaptative serait plus agressive (chercherait à accumuler plus d'information) que celle où l'on ne considère pas le gain potentiel en information. MacRae, [7] observa la même contradiction. Cependant, il n'est pas surprenant qu'en anticipant le gain potentiel dû à l'information il soit de notre avantage d'utiliser plus rapidement l'information même si sa quantité sera moindre. On constate aussi qu'un « meilleur » état d'information n'est pas nécessairement plus avantageux. On dit que l'état d'information (a, b) est meilleur que l'état (a', b') si les moyennes des distributions bêta associées sont égales $(a/b = a'/b')$ et que la variance $[a/b\ (1-a/b)]/(b+1)$ de la première distribution est plus petite que celle de la deuxième. En effet, on observe que $R_1^*\ (1, 4, 60) < R_1^*\ (2, 8, 60)$.

L'explication est que pour deux distributions de même moyenne et de dissymétrie positive, la plus dispersée [par exemple $\varphi_p\ (1, 4)$ est plus dispersée que $\varphi_p\ (2, 8)$] offre une plus grande probabilité d'observer un état de détérioration moins élevé au moment du premier remplacement. Suite à cette information favorable, le coût total espéré de la stratégie optimale est réduit. La stratégie de remplacement étant plus sensible aux variations des valeurs des paramètres a et b lorsque pour ces valeurs leur rapport a/b est faible explique en partie la forme de la région D. En conséquence, l'information est plus avantageuse pour des valeurs a et b où a/b est faible car dans notre modèle l'information a de la valeur dans la mesure où elle est susceptible de modifier la décision.

TABLEAU II (*)

K	k	(r, l, H)	Politique de remplacement sans révision	R_0^*	L_1^*	R_1^*
5 000	50	(1, 4, 60)	$\{12, \ldots, 12\}$	35 125	11	32 365
5 000	50	(2, 8, 60)	$\{12, \ldots, 12\}$	33 292	12	32 704
5 000	500	(1, 31, 60)	$\{15, 15, 15, 15\}$	25 444	17	25 090
5 000	500	(1, 34, 60)	$\{20, 20, 20\}$	24 130	17	23 757
5 000	500	(3, 6, 60)	$\{4, \ldots, 4\}$	109 643	4	(109 683)
5 000	500	(3, 6, 50)	$\{4, \ldots, 4, 3, 3\}$	91 143	4	91 006

(*) Le coût d'obtention de l'information additionnelle et d'adaptation de la politique de remplacement est $C_1 = 1\ 000$.

En général plus l'horizon est long plus le gain espéré dû à l'information est élevé, mais il n'en est pas toujours ainsi. Par exemple, et comme les résultats sur les deux dernières lignes du tableau II l'indiquent pour l'état d'information (3, 6) et avec un horizon de 60 il n'est pas avantageux de réviser cet état d'information alors qu'il l'est pour un horizon de 50. Donc, la proposition A n'est pas toujours vraie et cela est dû à la discrétisation du temps. Cette discrétisation facilite cependant le calcul numérique avec l'ordinateur.

Le tableau III présente la « politique adaptative optimale » ainsi que les politiques tronquées à $n=0$, 1 et 2 pour $K=5\,000$, $k=500$ et (1, 4, 60). A cause des phénomènes d'indivisibilité mentionnés, on n'est pas tout à fait certain d'avoir obtenu la politique adaptative optimale et c'est pourquoi l'on utilise les guillements « » :

TABLEAU III

$c(i)=ki^2$, $K=5\,000$, $k=500$, $C_1=1\,000$ et (1, 4, 60)

L_0^*	R_0^*	L_1^*	R_1^*	L_2^*	R_2^*	« L^* »	« R^* »
5	82 000	6	77 257	5	76 336	5	76 208

On relève aussi :

(1) $K=500$, $k=500$, (1, 6, 50), la longueur du premier intervalle de remplacement dans la « politique adaptative optimale » est 7 alors que la longueur de ce même premier intervalle est 6 pour un horizon de 40, les autres paramètres étant inchangés. Ce résultat atténue la proposition de MacRae [7] selon laquelle la première période d'une stratégie optimale pour un horizon de planification qui est long devrait être relativement « plus conservatrice » que pour un horizon qui est court. Si l'horizon est relativement court, il n'est pas surprenant que l'on choisisse un premier intervalle de remplacement plus court afin de bénéficier plus rapidement de cette information additionnelle;

(2) $K=5\,000$, $k=500$, (3, 6, 60), il n'est pas avantageux de réviser notre état d'information pour la procédure tronquée à $n=1$, $R_1^* < R_0^*$ mais il est avantageux de faire au moins une révision pour la procédure tronquée à $n=2$, $R_2^* < R_0^*$. Le nombre de révisions de notre information est donc fonction du nombre maximal de révisions permises.

VI. CONCLUSIONS

La principale difficulté avec cette approche adaptative réside dans le fait que, même si l'équation (section III) est soluble, il est à peu près impossible de trouver une forme analytique explicite exprimant la dépendance fonctionnelle de l'action choisie avec les distributions de probabilités conditionnelles des états d'information futurs (El-Fattah et Foulard [4]). A cause principalement de cette interaction entre l'information et la décision il ne semble pas exister de solution analytique à notre problème. Les tentatives de solutions numériques se heurtent au problème de dimensionalité de la programmation dynamique. L'algorithme proposé permet de s'affranchir de cette difficulté, et est d'autant plus efficace que le coût d'obtention de l'information et d'adaptation de la politique de remplacement est élevé. Bien que l'algorithme proposé soit basé sur une structure d'information particulière, il est à certains égards généralisable.

Ces résultats montrent la méfiance qui doit entourer toute intuition reliée à ces approches adaptatives. La prudence est de rigueur avant toute généralisation des conclusions.

En modifiant quelque peu certaines de ses hypothèses, notre modèle pourrait gagner en réalisme. Par exemple, au lieu de laisser la pièce d'équipement se détériorer indéfiniment on pourrait supposer qu'elle doit être remplacée dès qu'elle aurait atteint un niveau M. On introduirait ainsi la notion de remplacement non planifié qui implique généralement un coût K_0 plus élevé que K. Bien que la structure d'information serait modifiée, cette modification ne semble pas poser une difficulté insurmontable car la loi bêta jouerait encore le rôle de conjuguée naturelle pour cette structure d'information concernant la valeur du paramètre p.

Il serait également intéressant de modifier l'hypothèse selon laquelle p est indépendant de l'âge de la pièce et de son niveau de détérioration. Nos recherches à partir de cette hypothèse se sont heurtées à une difficulté majeure. Il n'existe pas de statistique exhaustive de dimension fixe pour les structures d'information qui résultent du processus d'information. L'existence d'une telle statistique conditionne celle d'une conjuguée naturelle (Spragins [10]).

BIBLIOGRAPHIE

1. R. E. Barlow et F. Proschan, *Mathematical Theory of Reliability*. John Wiley and Sons, 1965.
2. M. H. De Groot, *Optimal Statistical Deicisions*, McGraw-Hill, 1970.
3. C. Derman, *On Minimax Surveillance Schedules*, Naval Research Logistics Quarterly, decembre 1971, p. 415-419.
4. Y. M. El-Fattah et C. Foulard, *Commande adaptative sous-optimale de systèmes dynamiques stochastiques récurrents linéaires avec des paramètres variables inconnus*, R.A.I.R.O., novembre 1975, p. 5-32.
5. B. L. Fox, *Adaptive Age Replacement*, J. Math. Anal. and Appl., vol. 18, 1967, p. 365-376.
6. D. W. Jorgenson et J. J. McCall, *Optimal Scheduling of Replacement and Inspection*, Operations Research, octobre 1963, p. 723-745.
7. E. C. MacRae, *Linear Decision with Experimentation*, Ann. Econ. Soc. Meas., vol. 1/4, 1972, p. 437-447.
8. H. Raiffa et R. Schlaifer, *Applied Statistical Decision Theory*, Harvard Business School, 1961.
9. R. Roeloffs, *Minimax Surveillance Schedules with Partial Information*, Naval Research Logistics Quarterly, vol. 10, 1963, p. 307-322.
10. J. Spragins, *A Note on the Iterative Application of Bayes' Rule*, I.E.E.E. Trans. Inf. Theory, vol. IT-11, n° 4, 1965.