RAIRO. Recherche opérationnelle

C. Dahan
M. Kadosch

Étude des déplacements de piétons par la méthodes des agrégats

RAIRO. Recherche opérationnelle, tome 14, n° 2 (1980), p. 193-210
<http://www.numdam.org/item?id=RO_1980__14_2_193_0>

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research
(vol. 14, n° 2, mai 1980, p. 193 à 210)

ÉTUDE DES DÉPLACEMENTS DE PIÉTONS PAR LA MÉTHODE DES AGRÉGATS (*)

par C. DAHAN et M. KADOSCH ([1])

Résumé. — *Déterminer les stations d'un Système de Transport desservant une aire piétonne de telle sorte que le chemin à parcourir* p_{ij} *entre une porte* X_i *quelconque de l'aire et la station* X_j *la plus proche soit inférieure à r, distance maximale de marche à pied.*

Les couples de portes $(X_i, X_j) \in V$ *tels que* $p_{ij} \leqq r$ *sont appelés liens et forment un graphe* $\Gamma_r(X, V)$, *indiquant les déplacements qui ne nécessitent pas de moyen de trãnsport.*

Un agrégat A (r) est une clique d'au moins trois sommets dans Γ_r : *il ne doit contenir qu'une station, de préférence à l'intersection de plusieurs agrégats.*

Une zone Z (r) est une composante connexe de $\Gamma_r(X, V)$: *un moyen de liaison est nécessaire entre zones, et entre portions d'une zone réunies par des liens ne formant pas un agrégat. La carte résultante affecte une structure cellulaire.*

Les circulations $s_{ij} p_{ij}$, *où* s_{ij} *(passagers/unité de temps) est la demande entre* X_i *et* X_j, *précisent l'intérêt de chaque liaison.*

Abstract. — *Determine the stations of a Transportation System over a pedestrian area such that the walking distance* p_{ij} *between a gate* X_i *and a station* X_j *of the system be smaller than r, a maximum walking distance.*

The couples of gates $(X_i, X_j) \in V$ *such that* $p_{ij} \leqq r$ *are termed links and form a graph* $\Gamma_r(X, V)$ *depending upon r: no transportation means is needed on a link.*

An aggregate A (r) is a set of at least three gates such that in A (r) every couple $(X_i, X_j) \in V$: *it must contain but one station, preferably common to several aggregates.*

A zone Z (r) is a connex component of $\Gamma_r(X, V)$: *transportation means are needed between zones, and between parts of a zone connected by links that do not form any aggregate. The resulting map looks like a set of cells linked by the Transportation System.*

Attention is also given to the circulation $(s_{ij} p_{ij})$ *where* s_{ij} *(passengers/unit time) is the traffic between* X_i *and* X_j.

1. INTRODUCTION

On se propose de présenter un formalisme destiné à l'étude des déplacements de piétons qu'on peut qualifier d'*obligés*, parce qu'on y associe une perte de temps, une fatigue, que le piéton voudrait éviter. Il en est ainsi des déplacements répétitifs comme les portions de trajet domicile-travail qu'un voyageur parcourt à pied quand il utilise un ou plusieurs moyens de transport successifs : un

(*) Reçu juillet 1978.
([1]) Société C.Y.T.E.C.-France.

R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle/Operations Research, 0399-0842/1980/193/$ 5.00

emplacement judicieux des stations et l'implantation de transporteurs de piétons permettraient d'en diminuer l'importance de manière significative. Mais la méthode est applicable à tout problème de distance à parcourir par des piétons : implantation d'un transporteur dans une zone piétonne étendue, un parc d'expositions ou d'attractions, pour conduire les piétons aux endroits les plus éloignés, ou pour les ramener après une visite fatigante; acheminement de voyageurs chargés de valises entre terminaux d'un aéroport; aménagement des sorties de parking, des arrêts d'autobus, des passages de piétons dans un grand ensemble, un centre commercial.

Les déplacements étudiés sont caractérisables par une propriété pertinente : la distance à parcourir à pied en s'éloignant d'un point initial pour se rapprocher d'un point final en suivant des chemins piétonniers. Sont donc exclues les promenades en rond ou en zig-zag, les allées et venues dans une habitation, un lieu de travail, la traversée d'un champ, et d'une manière générale toute marche sans origine ou destination précise. Sont inclus les déplacements d'un piéton d'un point quelconque vers une station de moyen de transport; d'un centre d'activité vers une voiture en stationnement dans la rue, dans un parking, et vice versa.

Considérons à titre d'exemple la figure 1 qui représente une aire où circulent des piétons, et la figure 2 qui la formalise : partant de la carte d'une zone piétonne étendue, on identifie des « origines » et des « destinations » numérotées (1) à (12) séparées par des distances significatives de marche à pied,

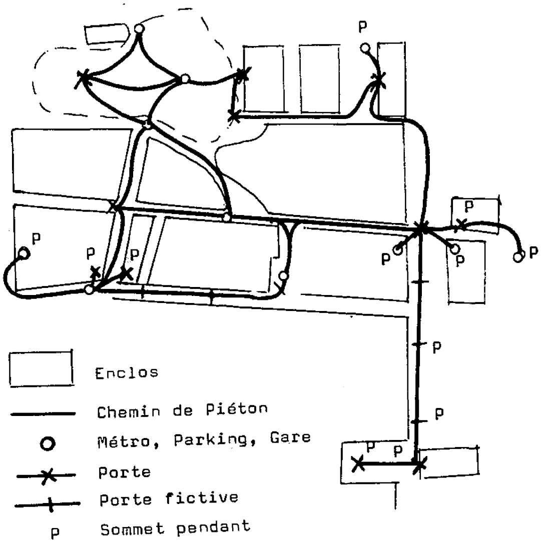
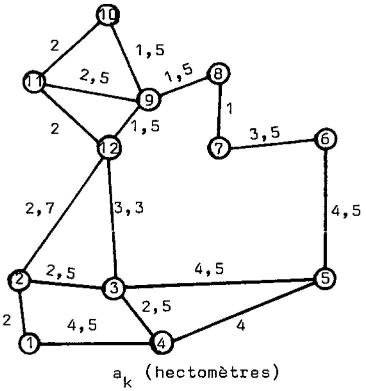


Figure 1. — Plan de zone piétonne.

après avoir exclu des déplacements internes à des bâtiments (enclos) et des destinations non significatives : les cercles figurent les points d'arrivée et de départ des piétons (bouche de métro, parking, gare) les croix figurent les accès aux principaux centres d'attraction : (1) et (2) sont les portes d'un grand magasin; (6) est un musée très fréquenté; (7), (8) et (11) sont les pôles extrêmes d'attraction d'un grand centre commercial; enfin les piétons aiment se promener de boutique en boutique dans la rue commerçante joignant (1) à (4) et sur la promenade au sud du centre administratif (5), qui figurent deux lignes continues de destinations, représentées par des pôles fictifs distribués le long de ces lignes. On a déterminé par des comptages le nombre de personnes par unité de temps qui part de chaque



s_{ij} (passagers/minute)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	20										
3	10	20									
4	20	6	2								
5	4	10	16	2							
6	2		10		30						
7			2		2	10					
8			2	2	2	10	2				
9	10	10	10	4	10	20	10	10			
10						2	2	2	20		
11	10	10	10	4	10	10	10	10	10	20	
12		4				4			5		5

Sommets

Figure 2. — **Carte** C (X, U).

« origine » ou arrive à chaque « destination »; des hypothèses simples de répartition éventuellement testées permettent d'en déduire la matrice s_{ij} du nombre de déplacements entre tout couple origine-destination. Le service que la population des piétons attend d'un éventuel moyen de transport implanté dans l'aire serait de les aider à visiter les différents endroits où ils veulent ou doivent se rendre en se fatigant le moins possible. Il peut s'agir soit d'un service de *distribution* entre les pôles; soit d'un service de *liaison* entre aires séparées par une distance excessive; soit enfin de l'amélioration de *correspondances* entre les stations des moyens de transport existant par adjonction d'un transporteur de piétons, que ceux-ci s'arrêtent dans l'aire considérée ou ne fassent que la traverser.

Un bref rappel des études de déplacements de piétons usagers des Transports collectifs éclairera les objectifs qu'on peut assigner à de tels services.

Le déplacement global porte à porte d'un voyageur de son origine à sa destination comporte : un trajet à pied vers le moyen de transport le plus proche;

un temps d'attente pour accéder au premier véhicule qui passe, suivi d'un temps de trajet vers une autre station, entrecoupé d'arrêts intermédiaires, et un trajet à pied vers le moyen de transport suivant ou finalement vers la destination. L'utilisation d'un véhicule privé simplifie cette séquence sans l'éliminer totalement.

Les trajets parcourus à pied sont ressentis comme pénibles; ils constituent avec le temps d'attente d'un véhicule, et l'aléa sur ce temps d'attente, l'essentiel du désagrément des « ruptures de charge » entre moyens de transport successifs. Les usagers se comportent comme si 1 minute de marche à pied équivalait à près de 2 minutes de temps de transport [4]. La carte orange est utilisée comme moyen de réduire les marches à pied en prenant tout autobus qui passe, fût-ce pour descendre à l'arrêt suivant. Il résulte d'enquêtes récentes que les citadins disent souhaiter des arrêts très rapprochés, parfois tous les 50 m; sans doute n'ont-ils pas conscience de l'allongement du temps de transport engendré par une desserte aussi serrée. Mais il est clair qu'ils n'aiment pas marcher, qu'ils aiment être transportés, et qu'ils supportent l'existence d'arrêts intermédiaires.

L'évolution des moyens proposés pour améliorer les Transports collectifs est significative à cet égard : constatant la désaffection du public pour les transports en commun et les encombrements de la circulation automobile on a imaginé les combattre en offrant une alternative valable à l'usage de l'automobile constituée par un moyen de transport direct d'origine à destination dit *P.R.T.* (Personal Rapid Transit), l'attrait pour l'automobile étant attribué à sa disponibilité pour un voyage sans arrêts intermédiaires pour servir d'autres passagers.

C'est faire peu de cas des attentes pénibles (mais apparemment non dissuasives) que l'automobiliste subit dans les encombrements avant de disposer d'une voie libre, et dont on retrouve bien entendu l'équivalent dans les P.R.T. : comme on ne peut réserver une voie distincte à chaque couple origine-destination, le temps d'attente d'un véhicule libre deviendrait prohibitif aux heures de pointe, à moins de se limiter à un très petit nombre de stations à desservir [3], mais alors c'est la marche à pied vers ces stations qui augmenterait; n'est-ce pas précisément ce que l'automobiliste impénitent cherche à éviter.

C'est dans cette optique que la méthode des agrégats a été élaborée initialement, sans être comprise d'ailleurs : outre qu'on l'a traitée de vue de l'esprit, il a fallu, lors de sa présentation à la première conférence P.R.T. [1] expliquer aux auditeurs sans les convaincre, que la marche à pied avait un rapport avec les P.R.T. et le Transport urbain en général.

Si la situation est considérée du point de vue des piétons usagers des transports collectifs (y compris ceux qui viennent d'une voiture qui s'est garée) il apparaît que l'amélioration du service devrait porter sur les éléments de temps porte à porte qui ne sont pas pris en compte quand le service est caractérisé par le concept de vitesse commerciale, qui est la vitesse moyenne des véhicules et non celle des usagers. On a donc proposé des *transporteurs continus de piétons* (people movers) qui suppriment un trajet à pied, et où l'attente pour être transporté ne se compte pas en minutes mais en secondes. C'est une nécessité pour les transports à courte distance : l'usager n'attendra pas quelques minutes pour ne pas faire à pied quelques centaines de mètres.

La méthode des agrégats aide à déterminer l'emplacement d'un transporteur de piétons pour un service optimal, dont l'intérêt n'est saisi que depuis peu : ne va-t-on pas transformer en culs-de-jatte les descendants des grognards de Napoléon ? disait-on il n'y a pas si longtemps, avant que les piétons n'aient fait valoir une vision plus saine de leurs déplacements obligés.

2. OBJET ET PORTÉE DE LA MÉTHODE DES AGRÉGATS

La méthode des agrégats est fondée sur le concept de *porte* imaginé par F. Giraud, et sur ceux d'*agrégat* et de *zone* introduits par C. Dahan qui en a établi les principales propriétés [1]. L'étude en a été poursuivie par M. Kadosch [2] auteur de la présente rédaction.

Appliquée à l'étude des déplacements de piétons autour de moyens de transport, la méthode a pour objet d'aider à la détermination du meilleur emplacement possible des stations : elle suppose qu'il existe une certaine liberté dans le choix des emplacements, d'autant plus grande que les stations sont plus compactes : c'est le cas pour les transporteurs continus caractérisés par une capacité élevée d'insertion dans le milieu urbain, et pour les autobus de petit gabarit... Le choix est au contraire très restreint pour les moyens de transport à fort groupage de passagers et à la limite, si certaines « stations » ont des dimensions de cathédrales, on devra envisager une aide aux déplacements des piétons à l'intérieur de ces « stations ».

Les choix d'emplacement se révèlent codifiables et classables selon un critère numérique qui éclaire le problème et écarte d'emblée nombre de configurations réalisables mais servant mal les piétons.

La méthode permet aussi d'analyser les effets d'une extension ultérieure du réseau, ou d'une demande de la population visant à raccourcir encore la distance de marche à pied : d'importants renseignements structurels sont obtenus.

Lorsque l'emplacement des stations est prédéterminé [5], ainsi que la configuration des voies les reliant, pour des raisons géographiques, historiques ou des décisions *a priori*, la pesanteur de ce choix comparé à d'autres plus économes en marche à pied, peut être appréciée.

La méthode des agrégats pourrait aussi servir de base à un algorithme minimisant les trajets à pied, mais cette optimisation partielle ne tiendrait pas compte des temps d'attente et de trajet. Cependant, la détermination rationnelle de l'emplacement des stations par un critère simple facilite beaucoup l'optimisation ultérieure.

Rappelons qu'un système de Transport n'a pas pour seul objet de minimiser la marche à pied, mais plutôt d'économiser à la population concernée un maximum de temps de déplacement porte à porte généralisé (c'est-à-dire facteurs économiques compris) en satisfaisant des contraintes de sécurité [8], de disponibilité [8], de capacité de débit et bien entendu de coût. Une telle optimisation [6] fait apparaître bien d'autres concepts intéressants, mais dépasse le cadre de cet article.

3. DONNÉES DU PROBLÈME

On se limite aux aires représentables sur un plan. Mais il n'est pas rare de rencontrer des zones piétonnes à plusieurs niveaux, communiquant par des escalators : il serait utile et sans doute intéressant d'étendre la théorie aux surfaces de Riemann dans $R^2 \times N$.

On construit un graphe C (X, U) dont les n sommets X_i correspondent à l'existence de pôles générateurs ou récepteurs de piétons sur l'aire, et les m arêtes U_k à l'existence d'un chemin de piétons reliant les pôles extrémités de U_k.

Si le document de départ (*fig.* 1) est un plan indiquant les chemins que les piétons peuvent emprunter : rues, allées, couloirs, passages, les pôles situés aux divers centres d'activité sont figurés à l'intersection de chemins, ou le long d'un chemin (X_i est alors un sommet de degré 2), ou au bout d'une impasse (X_i sommet pendant de degré 1). Si deux chemins se croisent en dehors des pôles, on place un pôle fictif à leur croisement pour que le graphe C soit planaire. S'il existe des lignes d'activité : rues commerçantes, promenades, on les représente par des pôles fictifs le long de la ligne. Enfin pour analyser la marche à pied sur l'aire, il est nécessaire que les données introduisent au moins un chemin entre deux sommets quelconques X_i, X_j : le graphe $C(X, U)$ est *planaire connexe*.

On associe à chaque arête U_k, joignant X_i à X_j, la mesure $a_k = a(i, j)$ en mètres de la *longueur* entre X_i et X_j du chemin de piéton les joignant. On associe à chaque sommet X_i le vecteur φ_{ij} dont les composantes sont les fréquentations de X_j par X_i; nombre de piétons par unité de temps d'origine X_i et de destination X_j($\varphi_{ii} = 0$; ainsi que φ_{kl} si X_k ou X_l est un pôle fictif).

On appelle *carte* le graphe C (X, U) complété par la matrice origine-destination $\|\varphi_{ij}\|$ et par les longueurs a_k (*fig.* 2).

On ne limite pas la généralité en rétrécissant le graphe par report de la fréquentation d'un sommet pendant au sommet de degré $\geqq 2$ le plus voisin. $C(X, U)$ est donc un graphe planaire connexe dont les sommets sont au moins de degré 2.

Si ν est le nombre de cycles indépendants : $m = n + \nu - 1 \geqq n$.

Une représentation plus générale des données peut être établie en prenant comme point de départ l'axiomatique proposée par Y. Friedman [7] :

(*a*) le travail des architectes et des urbanistes produit un *cloisonnement* de l'espace préexistant R^2 : il a pour résultat une partition de R^2 en sous-espaces, portions connexes de R^2;

(*b*) chaque sous-espace a au moins un *accès*, et communique donc avec au moins un autre sous-espace (*fig.* 3);

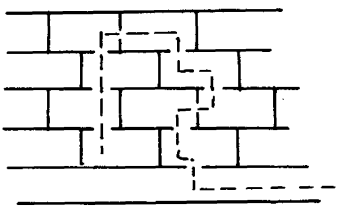


Figure 3 *a*. – **Structure troglodyte.**

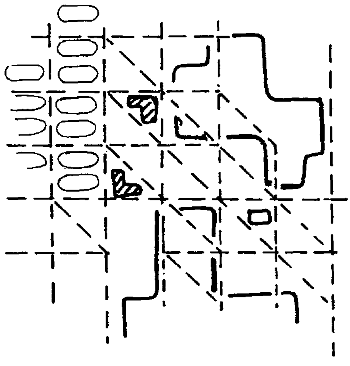


Figure 3 *b*. – **Structure triangulée.**

(*c*) il y a au moins deux classes de sous-espaces, qui diffèrent par au moins une propriété.

On peut compléter le point de vue des architectes et urbanistes par celui du transporteur, en spécifiant au surplus :

(*d*) il y a une communication par les accès entre deux sous-espaces quelconques;

(*e*) il y a deux classes de sous-espaces pour le transporteur :

– les *enclos*, liex d'activités autres que le Transport : les déplacements dans un enclos ou entre enclos adjacents peuvent avoir un intérêt ergonomique [7] mais ils ne sont pas pris en compte par le transporteur,

– les *galeries*, où les déplacements considérés par le transporteur ont lieu entre les accès de ces galeries qu'on appelle *portes*.

Les portes sont des passages obligés de piétons, où leurs déplacements peuvent être comptés; la carte $C(X, U)$ est donc obtenue en associant les sommes X_i aux portes et les arêtes U_k aux chemins de piétons existant entre deux portes, les autres données étant comme avant les longueurs et les fréquentations (on n'utilisera pas les termes de longueur et de chemin dans un autre sens). Si deux chemins de piétons se coupent, on place une porte à leur intersection.

Dans son analyse des enclos, Y. Friedman mentionne deux cas extrêmes d'introversion et d'extraversion (*fig.* 3) :

– *structure troglodyte :* en cloisonnant au maximum, puis en perçant les cloisons d'un minimum d'accès satisfaisant (*b*), on obtient un habitat peu accessible (tranquillité, isolement). Par extension, qualifions de troglodytes les galeries dont les portes sont reliées par un minimum d'arêtes satisfaisant l'axiome (*d*), donc telles que : $m-(n-1)=\nu$ petit;

– *structure triangulée :* à l'inverse, on obtient un habitat de grande accessibilité en reliant des enclos peu cloisonnés par un maximum de chemins de piétons, puis en obturant par des murs l'accès entre certains enclos.

On qualifiera de triangulées des galeries dont les portes sont reliées par un nombre d'arêtes proche du maximum qui correspond à un graphe saturé : $m=3(n-2)=3(\nu+1)/2$.

4. RELATION DE PLUS COURTE DISTANCE (P.C.D.)

Pour toute chaîne $X_{i1}\,X_{i2}\,\ldots\,X_{ik}$, on appellera *distance de* X_{i1} *à* X_{ik} *par les arêtes* de la chaîne la somme

$$a(i_1,\,i_2)+\ldots+a(i_{k-1},\,i_k)=a(a_1,\,i_2,\,i_k).$$

Il n'est pas impossible qu'une distance $a(i,j)$ par une seule arête soit plus longue que la distance par les arêtes d'une chaîne entre X_i et X_j : on commencera par éliminer ces « chemins des écoliers », c'est-à-dire toute arête telle que : $a(i,j)>a\,(i,\,i_1,\,\ldots,j)$. En général, le graphe C satisfaisant cette condition ne sera pas saturé : $m<3(n-2)$.

Il est alors possible, en appliquant par exemple l'algorithme de Ford-Fulkerson, de construire pour tout couple de sommets X_i, X_j de X une chaîne notée $c\,(i,j)$ le long de laquelle la distance par les arêtes de X_i à X_j est la plus courte. On notera p_{ij} la P.C.D. de X_i à X_j [qui est unique même s'il y a plusieurs $c\,(i,j)$], figure 4.

A chaque couple X_i, X_j, on associe également la *demande* symétrique : $s_{ij}=\varphi_{ij}+\varphi_{ji}$ (passagers par unité de temps).

Les matrices $\|p_{ij}\|$ et $\|s_{ij}\|$ sont symétriques, ainsi qu'à la figure 5 $\|f_{ij}\|=\|p_{ij}\;s_{ij}\|$, *circulation* entre i et j (passagers-mètre par unité de temps).

p_{ij} (hm)

Sommet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1											
2	2										
3	4,5	2,5									
4	4,5	5	2,5								
5	8,5	7	4,5	4							
6	12,2	10,2	9	8,5	4,5						
7	8,7	6,7	7,3	9,8	8	3,5					
8	7,7	5,7	6,3	8,8	9	4,5	1				
9	6,2	4,2	4,8	7,3	9,3	6	2,5	1,5			
10	7,7	5,7	6,3	8,8	10,8	7,5	4	3	1,5		
11	6,7	4,7	5,3	7,8	9,8	8,5	5	4	2,5	2	
12	4,7	2,7	3,3	5,8	7,8	7,5	4	3	1,5	3	2

Figure 4. — Matrice des P.C.D.

f_{ij} (passagers-hm/mn)

Zone	Sommet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Z_1	1											
Z_1 (Z'_1)	2	40										
Z_1 (Z'_1)	3	45	50									
Z_1	4	90	30	5								
Z_2	5	34	70	72	8							
Z_3	6	24	0	90	0	135						
Z_4	7	0	0	14	0	16	35					
Z_4	8	0	0	13	18	18	45	2				
Z_4	9	62	42	48	29	93	120	25	15			
Z_4	10	0	0	0	0	0	15	8	6	30		
Z_4	11	67	47	53	31	98	85	50	40	25	40	
Z_4	12	0	10	0	0	0	30	0	0	7	0	10

	Z'_1	Z''_1	Z_2	Z_3	Z_4
Z'_1	50				
Z''_1	120	90			
Z_2	142	42	0		
Z_3	90	24	135	0	
Z_4	227	207	225	330	258

Circulations:
internes
interzones

Figure 5. — Matrice des circulations entre sommets et entre zones.

Interprétation

Les piétons allant de X_i à X_j emprunteront en général une chaîne $c(i, j)$ de plus courte distance. La matrice $\| p_{ij} \|$ des P.C.D. montre quels sont les couples origine-destination séparés par une distance excessive de marche à pied, justifiant une aide par un moyen de transport. La matrice $\| f_{ij} \|$ des circulations précise l'intérêt de ce transport : si les fréquentations φ_{ij} sont interprétées à un facteur normatif près comme des probabilités de transition (i, j), la circulation est l'espérance mathématique de la P.C.D. p_{ij} : négligeable si la P.C.D. *ou* la fréquentation est petite; notable si la P.C.D. *et* la fréquentation le sont. Le moyen de transport recherché pour aider les piétons a bien pour objet de minimiser les *circulations en marche à pied.*

N. B. : On ne traite pas ici un problème de flot dans un réseau : on suppose que les capacités de chemins de piétons sont infinies et n'influent donc pas sur la détermination des P.C.D.

5. RELATION DE DESSERTE, CRITÈRE DE PROXIMITÉ, SYSTÈME DE TRANSPORT

S'il existe un moyen de transport sur l'aire, la relation de desserte exprime le choix de station que fait normalement un passager : il va de X_i vers la station la plus proche, et descend à la station la plus proche de sa destination X_j. Il est possible que le réseau de voies reliant les stations soit tel que ce choix minimisant la marche à pied ne soit pas le meilleur, mais il le devient certainement si le temps de trajet dans le moyen de transport est très court, ce qu'on supposera pour simplifier.

On supposera que les stations sont *placées à des portes*, et qu'elles forment donc un sous-ensemble $X' \subset X$, relié par des voies.

Si $I(X) = \{1, 2, \ldots, n\}$ est l'ensemble ordonné des indices des sommets X_i, on fait correspondre à tout ensemble X' de stations l'ensemble ordonné $I(X') \subset I(X)$ des indices retenus dans X'. La *relation de desserte* par X' est alors définie comme suit :

(*a*) *toute porte* $X_i [i \in I(X)]$ est *desservie* par la *station* $X_j [j \in I(X')]$ dont la P.C.D. à X_i est minimale;

(*b*) s'il y a plusieurs X_j minimisant p_{ij}, X_i est desservi par la station X_j de plus petit indice dans $I(X')$.

La relation de desserte, exprimée sous la forme

$$X_i = Y(X_j) \qquad \text{ou} \qquad Y : Y \to X',$$

est une surjection de X dans X', la station X_j étant l'image de la porte X_i par Y.

Le sous-ensemble de portes X_i desservies par la station X_j est une partie de X, formant l'image réciproque de X_j par l'application réciproque : $Y^{-1} : X' \to p(X)$ (ensemble des parties de X).

A tout ensemble X' de stations X_j, on associe une famille d'ensembles $Y^{-1}(X_j)$ qui sont les *dessertes* des stations X_j : aucune n'est vide, leur réunion est X, et elles sont disjointes, grâce à la propriété (*b*) artificielle, mais introduite pour que Y^{-1} forme une *partition* de X et non un simple recouvrement.

Interprétation et critique

La relation de desserte ne donne par elle-même aucun moyen d'apprécier le choix d'une implantation X' de stations, qui est précisément ce qu'on cherche.

Pour aller plus loin il faut user d'un critère à l'aide duquel on puisse définir une application de X dans X et non dans X' inconnu.

Critère de proximité

Soit $r \in R$ un nombre mesurant une *distance maximale* (m) *à parcourir à pied.*

Les déplacements à pied sur l'aire seront classés à l'aide des relations binaires complémentaires P, $\overline{P}$:

$$X_i P X_j \;\Leftrightarrow\; p_{ij} \leqq r, \qquad X_i \overline{P} X_j \;\Leftrightarrow\; p_{ij} > r.$$

Système de Transport

Appelons *Système de Transport* un ensemble de stations $X' \subset X$ reliées par des voies W, représentable par un graphe $S(X', W)$, satisfaisant aux conditions suivantes :

(*a*) quelles que soient les portes X_i et $X_j \in X$:

– ou bien $X_i P X_j$ (distance à pied $\leqq r$ entre X_i et X_j),

– ou bien il existe dans X' deux stations X_s, $X_t \neq X_s$, reliées par une chaîne dans $S(X', W)$, et telles que : $X_i\, P X_s$; $X_t\, P X_j$;

(*b*) il n'existe pas de sous-graphe partiel $S'(X'', W')$ avec $X'' \subset X'$, $W' \subset W$, satisfaisant la condition (*a*).

Le graphe $S(X', W)$ n'est pas forcément connexe. Il le devient si l'on précise que les stations X_s, X_t sont les plus proches de X_i, X_j, dans X : dans ce cas, on doit pouvoir aller de toute station X_s à une autre station X_t par une chaîne de $S(X', W)$ reliant X_s et X_t, et non deux autres stations $X_{s'}$, et $X_{t'}$, telles que : $X_s P X_{s'}$; $X_t P X_{t'}$.

Il peut y avoir plusieurs Systèmes de Transport pour une même valeur de r : l'outil de travail pour les comparer est l'analyse des circulations f_{ij} en marche à pied avec et sans recours au système.

On ne fera pas intervenir dans cette étude le *coût* du Système de Transport, somme des coûts des stations et de la longueur totale du réseau W, qui s'introduit par contre dans le concept de temps porte à porte généralisé [6].

6. DÉFINITION ET PROPRIÉTÉ DES AGRÉGATS

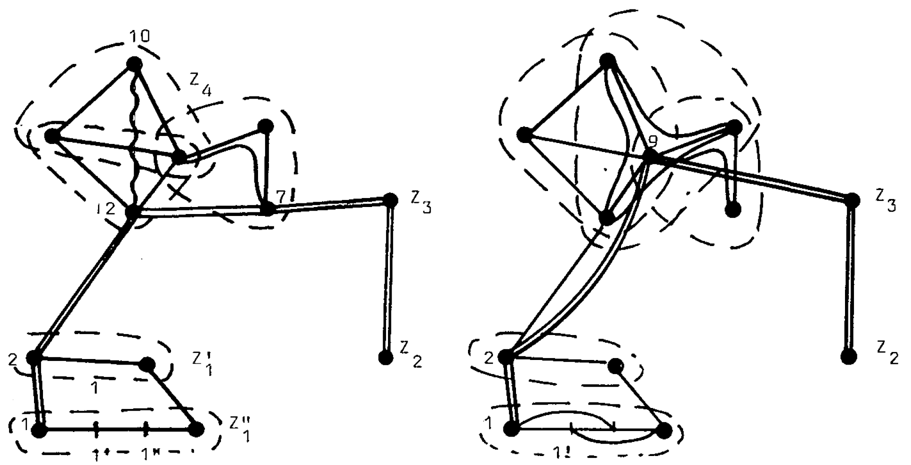
Un sous-ensemble de sommets de X est un *agrégat* $A(r)$ *par rapport à la distance* r ssi :

$$\forall X_i, \quad X_j \in A(r), \qquad X_i P X_j \iff p_{ij} \leqq r.$$

L'agrégation est une relation d'équivalence qu'on précise comme suit (*fig.* 6) :

Pour tout r on construit le graphe $\Gamma_r(X, V)$ d'arêtes telles que

$$(X_i, X_j) \in V \iff X_i P X_j \iff p_{ij} \leqq r;$$



r	NS	c
r = 1	2	11
1,5	2	8 (7 avec pôles fictifs 1', 1")
2	2	6 (5)
2,5	3	4
2,7	3	3
3	4	3
3,5	4	2
4	5	1

Voie de liaison
Voie de distribution
Agrégat

Figure 6 *a*. — $\Gamma(X, V)$ **pour** $r = 2{,}5$.
$S(X', W)$: **liaisons, puis distribution.**

Figure 6 *b*. — $\Gamma(X, V)$ **pour** $r = 3$.
$S(X', W)$: **distribution puis liaison.**

ainsi que le graphe complémentaire $\Gamma_r^*(X, V^*)$ tel que

$$(X_i, X_j) \in V^* \iff X_i \bar{P} X_j \iff p_{ij} > r.$$

Si $r < p_m = \min p_{ij}$, l'ensemble V est vide et Γ_r^* est un graphe plein Γ_p.

Si $r \geqq p_M = \max p_{ij}$, Γ_r est plein et V^* est vide.

(*a*) $\Gamma_r^* = \Gamma_p - \Gamma_r$ représente les couples (X_i, X_j) entre lesquels il existe un besoin de desserte par un Système de Transport $S(X', W)$, et permet de classer ces besoins par ordre décroissant de r.

(*b*) Un agrégat $A(r)$ est une *clique* dans Γ_r.

(*c*) Deux agrégats A_1, A_2, peuvent avoir une intersection $A_1 \cap A_2$ non vide, qui est aussi un agrégat : nous les dirons *jointifs*. La réunion $A_1 \cup A_2$ n'est pas un agrégat, P n'étant pas transitive.

(*d*) Tout couple tel que $X_i PX_j$ forme un agrégat trivial de deux sommets. S'il n'est inclus dans aucun agrégat d'au moins trois sommets, nous dirons que c'est un *lien*.

(*e*) Un agrégat est caractérisé par son nombre de sommets $n(A)$, et son degré $d(A)$ qui est le nombre de couples $X_i PX_j$ dont X_i est dans A et X_j hors de A, dont l'ensemble forme le cocycle de A.

Un agrégat est *maximal* s'il n'est inclus dans aucun autre, et sa recherche revient à celle d'un sous-ensemble intérieurement stable maximal dans $\Gamma^*(r)$. Comme $\Gamma^*(r)$ est symétrique et sans boucle, un agrégat maximal A_m est un *noyau* de $\Gamma^*(r)$. Si le cocycle de A_m est vide ou ne comprend que des liens, nous dirons que A_m est un agrégat *isolé*.

Application

Les déplacements de piétons à l'intérieur d'un agrégat ne nécessitent pas de moyen de transport. Leur somme constitue la circulation interne à l'agrégat

$$f(A)=\sum f_{ij}, \qquad A\, X_i \in A, \quad \forall X_j \in A.$$

L'ensemble X' de stations du Système de Transport a pour premier objet de réduire les trajets terminaux à pied à r au plus, c'est-à-dire que

$$\forall X_i \in X, \quad \exists X_s \in X', \qquad X_i P X_s.$$

Le nombre de stations nécessaire croît de 0 à n quand r décroît de p_M à $< p_m$.

On notera que les agrégats ne sont pas des dessertes au sens du paragraphe 5 : à l'aide d'agrégats on opère un recouvrement et non une partition de X. Pour la même raison, la quantité :

$$d(A_1, A_2)=\min p_{ij}, \qquad \forall X_i \in A_1, \quad \forall X_j \in A_2,$$

ne définit pas une *distance entre agrégats*, car $d(A_1, A_2)=0$ implique que A_1 et A_2 sont jointifs, et non confondus.

Par contre, il est précisément utile de placer une station X_s à une porte située dans l'intersection de plusieurs agrégats $A_1, A_2, \ldots, A_p$, car elle assure la desserte de la réunion de ces agrégats :

si

$$X_s \in A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_p,$$

$$f_{is} < r \quad \Leftrightarrow \quad X_i P X_s \qquad \text{pour} \quad \forall X_i \in A_1 \cup A_2 \cup A_p.$$

A mesure que r diminue, il se peut que le meilleur choix de stations change de place. La demande desservie par la station X_s est

$$s(X_s)=\sum s_{ij}, \qquad \forall X_i \in A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_p, \quad \forall X_j \notin A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_p.$$

Les agrégats permettent donc un premier rassemblement sur X, opéré comme suit (*fig.* 6).

Pour tout r, on calcule : le degré $d_i(r)$ de chaque sommet X_i dans $\Gamma(r)$, qui est le nombre de portes X_j satisfaisant $X_i P X_j$; complété par n-d_i portes X_k telles que $X_i \overline{P} X_k$; le nombre NS de stabilité interne de $\Gamma^*(r)$ [plus grand nombre de sommets dans un agrégat $A_m(r)$]; et le nombre 0 de composantes connexes de $\Gamma(r)$.

Si $r \geqq P_M$, $\Gamma(r)$ est plein, $d_i(r)=n=NS$ et $c=1$.

Si r décroît, il apparaît des couples $X_i \overline{P} X_j$; le graphe $\Gamma(r)$ demeurant connexe jusqu'à $r=r_1$; puis le nombre de composantes connexes augmente, avec $0=i$ pour $r \in [r_i, r_{i-1}[$ jusqu'à $0=n$ pour $r < r_n = p_m$.

Parallèlement, les agrégats $A_m(r)$ perdent des sommets : $NS=i$ pour $r \in [r'_i, r'_{i+1}$ [diminue de n à $2(r'_2=p_m)$ puis à $1(r<p_m)$.

Les déplacements dans un agrégat sont également caractérisés par *l'éloignement* de chaque porte $X_i \in A(r)$: $e_i = \max p_{ij}(X_j \in A(r))$, qui varie entre un minimum $m(A)=\min(i) \max(j) p_{ij}$ et un maximum $M(A)=\max(i, j) p_{ij}$

7. DÉFINITION ET PROPRIÉTÉS D'UNE ZONE

On appelle *zone* par rapport à r l'ensemble $Z(r) \subset X$ des sommets d'une composante connexe de $\Gamma(r)$ (X, V), en nombre $n(Z)$.

S'il y a c composantes connexes pour r, la réunion des c zones correspondantes forme une partition de X. On peut définir une *distance entre zones :*

$$d(Z_1, Z_2)=\min f_{ij} > r, \qquad \forall X_i \in Z_1, \quad \forall X_j \in Z_2 \neq Z_1.$$

Donc $d(Z_1, Z_2)=0$ implique $Z_1 \equiv Z_2$.

Application

Si $r < r_1$, $c > 1$, le système de Transport $S(X', W)$ doit contenir au moins $(c-1)$ arêtes correspondant à des voies de liaison entre les zones, puisque $\forall X_i \in Z_1$, $\forall X_j \in Z_2 \neq Z_1$ on a : $X_i \overline{P} X_j$.

Il est indiqué de choisir les portes les plus rapprochées $X_2^1 \in Z_1$ et $X_1^2 \in Z_2$ séparées par la distance $d(Z_1, Z_2)$, par lesquelles on canalise la demande et la circulation interzones définies par

$$f(Z_1, Z_2)=\sum f_{ij}, \qquad s(Z_1, Z_2)=\sum s_{ij} \quad (X_i \in Z_1, X_j \in Z_2).$$

On peut toujours choisir les zones à relier de telle sorte que la voie de liaison corresponde à une arête de U : par exemple, pour Z_2 et Z_1 (*fig.* 6) si la chaîne de P.C.D. reliant X_2^4 et X_4^2 passe par un sommet intermédiaire X_a, ce sommet appartient nécessairement à une zone distincte de Z_2 et Z_4, soit Z_3; et la somme $d(Z_2, Z_3)+d(Z_3, Z_4) \leqq d(Z_2, Z_4)$. Par une suite de réductions de ce type, on ramène le réseau de liaisons interzones à un sous-ensemble de U.

8. STRUCTURES DES ZONES

Une zone $Z \subset X$ est une réunion d'agrégats recouvrant Z. Il se peut qu'elle soit réductible en sous-ensembles disjoints d'agrégats maximaux Z'_1, Z'_2, tels que le cocycle de Z'_i ne contienne que des liens.

Si Z est décomposable en c' sous-ensembles Z' disjoints d'agrégats, et irréductibles, les Z' seront appelées des *zones réduites*.

Une zone réduite contient $n(Z')$ sommets, et peut être (*fig.* 7) :

– soit un agrégat maximal isolé;

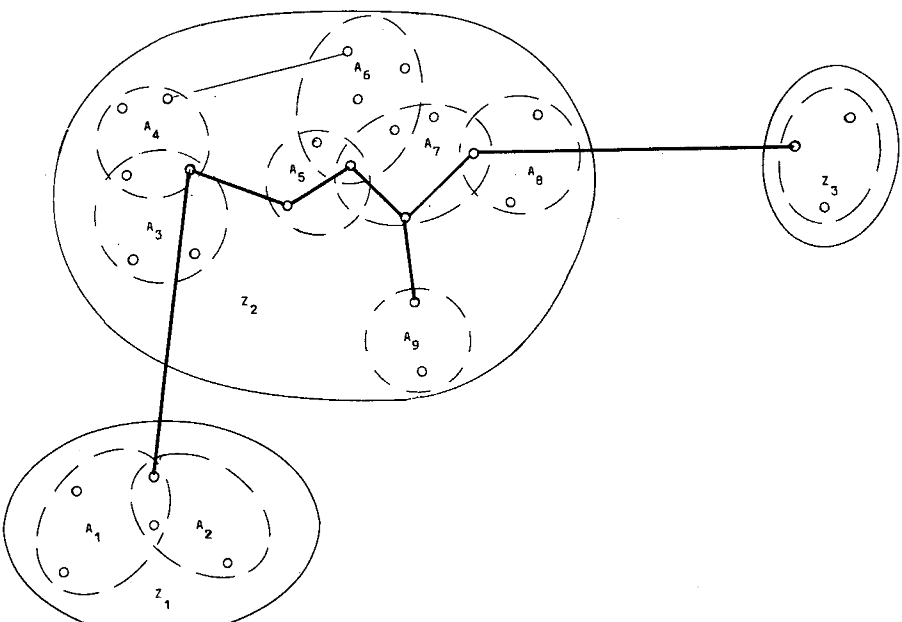


Figure 7. – Système de transport sur un ensemble de zones.

— soit une réunion d'agrégats A_m jointifs tels que

$$Z''=A_{i1}\cup A_{i2}\cup\ldots\cup A_{ip}\subset Z'$$

et

$$Z'-Z''\neq\emptyset \quad\Rightarrow\quad Z''\cap(Z'-Z'')\neq\emptyset.$$

En particulier

$$\forall A_i\subset Z',\quad \exists A_j\subset Z' \qquad \text{tel que} \quad A_i\cap A_j\neq\emptyset.$$

La réunion des c' zones réduites forme une partition de Z. On peut définir une distance $d(Z'_i, Z'_j)$ entre zones réduites et de plus (définition de Z) :

$$\forall Z'_i\subset Z,\quad \exists Z'_j\subset Z \qquad \text{tel que} \quad d(Z'_i, Z'_j)\leqq c.$$

Les c' zones réduites de Z peuvent être couplées par $(c'-1)$ arêtes de W correspondant à des voies reliant des couples de zones réduites satisfaisant cette relation, et dont les extrémités sont les stations les plus rapprochées $X^i\in Z'_i$, $X^j\in Z'_j$ distantes de

$$d(X^i, X^j)=\min p_{kl}(X_k\in Z'_i,\ X_l\in Z'_j).$$

L'ensemble de toutes les zones réduites constitue une partition de X, leur groupage en zones n'ayant pas d'autre propriété caractéristique que la distance entre zones qui est toujours $>r$, alors qu'une zone réduite de Z est à une distance $\leqq r$ d'au moins une autre zone réduite de Z.

L'influence de cette distinction, sur le réseau de voies de liaison interzones réduites ou non, est faible, et il suffit de considérer directement la circulation $f(Z'_i, Z'_j)$ et la demande $s(Z'_i, Z'_j)$ entre zones réduites.

S'il n'y a qu'une station de liaison interzones dans chaque zone réduite Z'_i, indicée X_l dans X, on peut évaluer dans Z'_i la circulation induite par toutes les autres zones :

$$f(Z'_i)=\sum_k p_{kl}\sum_j s_{kj}(X_k\in Z'_i,\ X_j\in X-Z'_i).$$

L'économie de circulation à pied dans Z'_i est : $\sum f(Z'_i, Z'_m)-f(Z'_i)$ la somme étant étendue à toutes les autres zones Z'_m de X.

Si le réseau de voies de liaison comprend plusieurs stations par zone réduite, les demandes s_{kj} se répartissent entre ces stations en fonction des caractéristiques de service du Système de Transport.

9. SERVICE DE DISTRIBUTION

Une zone, réduite ou non, est une réunion d'agrégats où il est possible de circuler entre deux portes quelconques X_{i1}, X_{ip} en une suite d'étapes $X_{i1}\,X_{i2}$, $X_{i2}\,X_{i3}$, etc., chacune de longueur au plus égale à r. Sur une telle réunion, le service utile qui consiste à éviter au piéton la fatigue consécutive à de trop nombreuses étapes est un *service de distribution*. Il est assuré de la manière la plus économique en reliant les stations de voies de liaison déjà introduites dans la zone, entre elles et à des stations supplémentaires placées de préférence dans les intersections du plus grand nombre possible d'agrégats ne contenant pas déjà une station.

Soit $Z' = A_{i1} \cup A_{i1} \cup \ldots \cup A_{ik}$ la réunion de k agrégats contenant $n'(Z')$ stations.

La dernière étape est de compacter la circulation et la demande des agrégats desservis par une station et de l'associer à cette station.

Soit $X_s \in A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_p$ une station de la zone réduite

$$\begin{array}{l} s(X_s) = \sum s_{kl} \\ f(X_s) = \sum f_{kl} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \forall X_k \in A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_p, \\ \forall X_l \in Z' - A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_p. \end{array} \right.$$

Les aires de desserte des stations dans Z' ne sont généralement pas disjointes; et les demandes à certaines portes devront être partagées arbitrairement entre deux stations.

Une autre méthode est d'analyser finement une zone réduite avec une valeur de r plus petite, pour laquelle le sous-graphe partiel ne contenant que les sommets de Z' se décompose en composantes connexes, dont le système de voies de liaison est assimilé au service de distribution dans Z' cherché.

N.B. : Si les stations du service de distribution sont déterminées tout d'abord, et si certaines d'entre elles sont utilisées comme extrémités de voies de liaison, on obtient un autre Système de Transport avec moins de stations, mais avec des voies de liaison plus longues. Il est recommandé de construire les deux systèmes et de les comparer.

10. CONCLUSION

La méthode des agrégats conduit à déterminer, selon un critère de service rendu aux piétons circulant sur l'aire considérée, le meilleur emplacement possible pour les stations d'un Système de Transport sur l'aire.

Cette analyse de la marche à pied attire l'attention sur la structure du Système de Transport le plus économique (*fig.* 7) : c'est un réseau cellulaire constitué par des chaînes ou mieux des cycles de distribution dans les zones, interconnectés par des voies de liaison interzones : ce n'est pas du tout un « réseau de Manhattan » de voies perpendiculaires divisant la ville en blocs, ni un réseau triangulé, dont le nombre excessif et inutile de points de croisement est une source de conflits et de complication architecturale. Ces voies affectent une structure plutôt « troglodyte », plaquée sur une structure de voies piétonnières qui devrait au contraire être aussi triangulée que possible [2].

Nous avons présenté dans un article précédent [3] une analyse du temps d'attente aux stations, qui bien que répondant à des critères très différents, conduit curieusement à des conclusions analogues.

BIBLIOGRAPHIE

1. C. Dahan, *Transportation Network Layout Using the Concept of Aggregate*, Ist Conference on Personal Rapid Transit, Minneapolis, 1971.
2. M. Kadosch et F. Giraud, *Conséquences architecturales et urbanistiques des modes nouveaux de transport urbain*, Cahier I.A.U.R.P., vol. 35, supplément n° 7, 1974.
3. F. Giraud et M. Kadosch, *Limites d'emploi imposées par la contrainte de sélectivité aux systèmes de transport guidé en site propre*, R.A.I.R.O., 1974.
4. P. Merlin et M. Barbier, *Les transports urbains et leurs usagers en région de Paris*, Cahiers de l'I.A.U.R.P., vol. 4-5 et 17-18, 1969.
5. J. P. Rigault, C. Dahan et M. Kadosch, *Liaison en transport hectométrique sur le réseau métropolitain de Paris*, Étude sous contrat, I.A.U.R.P., 1974.
6. F. Giraud et M. Kadosch, *Lectures on Transportation*, Cycle de Conférences à Transportation Systems Center, Cambridge (Mass), 1973.
7. Y. Friedman, *Pour l'architecture scientifique*, P. Belfond, 1971.
8. M. Kadosch, *La sécurité dans les systèmes nouveaux de transport*, Sciences et Techniques, février 1975.