

J. PEYRELEVADE

G. GERVAIS

**Modèle de choix d'investissements d'une
compagnie aérienne**

Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle, tome 7, n° V2 (1973), p. 27-51

<http://www.numdam.org/item?id=RO_1973__7_2_27_0>

© AFCET, 1973, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

MODELE DE CHOIX D'INVESTISSEMENTS D'UNE COMPAGNIE AERIENNE

par J. PEYRELEVADE ⁽¹⁾ et G. GERVAIS ⁽²⁾

Résumé. — Les auteurs de l'Étude rappellent d'abord les divers modèles qui ont été conçus en vue de déterminer la composition optimale d'une flotte dans le cadre d'une compagnie aérienne pour une année déterminée : modèles utilisant la programmation linéaire en variables continues et modèles du type combinatoire (en particulier modèle Greiz). Ce sont des modèles statiques, qui ne permettent pas de définir une politique d'investissements sur une période de dix années : la prise en compte du temps n'y a pas encore été réalisée de façon satisfaisante.

Une décision d'investissement est en réalité une décision globale qui porte simultanément sur l'investissement et sur son financement. Plusieurs modèles ont déjà été utilisés, qui tiennent compte de ces deux aspects, mais leur application au transport aérien s'avère très difficile car, à la différence de ce qui se passe ailleurs, il n'existe pas dans son cas de fonction simple liant le bénéfice brut d'exploitation au capital mis en œuvre, donc à la composition des flottes.

Pour éviter des calculs d'une longueur excessive, on a ici recours à un modèle qui s'articule en deux parties. Dans la première s'effectue le dimensionnement optimal de la flotte, donc un premier échéancier d'investissements. Dans la deuxième, le modèle procède à une série de modifications marginales, année par année, qui permettent d'accroître progressivement la valeur d'une fonction économique qui synthétise les finalités de l'entreprise étudiée.

La fonction d'exploitation est traduite par un modèle classique de dimensionnement, du type combinatoire, en recherchant le type — ou le couple — d'appareils qui assure la plus grande marge d'exploitation.

La seconde partie du modèle est une transcription de la fonction financière de l'entreprise — un tableau de financement est bâti.

L'étude porte ensuite sur les fluctuations du trafic : on cherche à résoudre les problèmes qu'elles posent au moyen d'un schéma en deux parties : pour chaque année et pour chaque période de pointe ou de creux, est recherché le dimensionnement optimal de la flotte : ensuite, on procède à un ajustement marginal, année par année, qui permet d'accroître à nouveau progressivement la valeur d'une fonction économique choisie.

En conclusion, les auteurs rappellent les limites de tels modèles et évoquent les premiers essais d'application qu'ils ont faits.

Le texte ci-dessous a pour objet de présenter un modèle d'optimisation, en longue période, des investissements en matériel volant d'une compagnie aérienne. Le plan adopté est le suivant :

- I. Introduction. Présentation du problème.
- II. Rappel des méthodes classiques.

(1) Ingénieur en Chef de l'Aviation Civile, Maître de Conférences à l'École Polytechnique.

(2) Ingénieur de l'Armement.

- III. Présentation de l'approche retenue.
- IV. Application aux choix en présence de fluctuations saisonnières et modèle de synthèse.
- V. Discussion. Conclusions.

I. PRESENTATION DU MODELE

La recherche de modèles d'optimisation des investissements des compagnies aériennes répond à deux finalités différentes, suivant qu'on se place du côté du constructeur d'avions ou de la compagnie aérienne.

Pour le premier, en effet, c'est l'instrument privilégié des études de marché. Une fois déterminé le marché potentiel d'un appareil en projet, qui est le marché maximum possible en l'absence d'avion concurrent dans la catégorie envisagée, il s'agit d'évaluer le marché *probable*, compte tenu de la concurrence. Pour ce faire, le constructeur doit examiner les projections dans l'avenir des réseaux des compagnies susceptibles d'être ses clientes, et convaincre les responsables de celles-ci que son appareil est doté des caractéristiques qui en font l'investissement le plus rentable et le mieux adapté aux réseaux futurs.

Pour choisir le matériel volant dont elles ont besoin, et en passer commande suffisamment à l'avance, les compagnies procèdent à la même analyse, tout en introduisant explicitement ou implicitement les contraintes techniques, financières, voire politiques, qui leur sont propres et que le constructeur ne connaît pas nécessairement.

On conçoit donc sans peine l'intérêt d'un modèle dynamique de choix d'investissement prenant en compte d'une part les données d'exploitations réelles et leur extension à l'avenir prévisible (trafics, fréquences de desserte, ...), d'autre part les données financières qui déterminent l'acceptation ou le rejet d'un projet d'investissement.

II. RAPPEL DES METHODES CLASSIQUES

Le problème de dimensionnement de la flotte d'une compagnie aérienne, *pour une année donnée*, a fait depuis longtemps l'objet de nombreuses études. Il s'énonce ainsi : on se donne, pour une année future, le réseau d'une compagnie, caractérisé par un ensemble J de lignes. A chaque ligne j sont associées une demande globale de passagers D_j , supposée exogène, et une recette p_j par passager transporté. Il convient alors de déterminer le type d'avion i à affecter à chaque ligne j de la compagnie de manière à maximiser le bénéfice d'exploitation, compte étant bien sûr tenu des caractéristiques de coût d'exploitation et de capacité des appareils envisagés.

Les modèles permettant d'apporter une solution à cette question sont à présent bien connus. On peut sommairement les classer en deux grandes catégories :

a) les modèles fondés sur la programmation linéaire en variables continues se formulent comme suit :

— soit f_{ij} le nombre de vols assurés par l'avion de type i sur la liaison j pendant la période considérée (par exemple, journée moyenne de l'année). Des contraintes de caractère commercial imposent que :

$$f_j \leq \sum_i f_{ij} \leq F_j \quad (1)$$

En effet, d'une part l'exploitant s'impose sur chaque ligne un niveau minimum de service, en deçà duquel il estime que la demande serait rapidement décroissante. D'autre part, des considérations techniques ou opérationnelles (encombrement des aéroports notamment) peuvent amener à limiter vers le haut les fréquences offertes.

— par ailleurs, à chaque type d'appareil i est associé un coefficient de remplissage maximum k_i , qui dépend lui aussi de la qualité de service souhaitée, mesurée par la probabilité pour un passager quelconque de trouver une place sur le vol de son choix. La compagnie qui tient à maintenir sa part de marché, et donc satisfaire un niveau donné de demande, devra obéir aux contraintes :

$$D_j \leq \sum_i f_{ij} s_i k_i \quad (2)$$

où s_i est la capacité en nombre de sièges de l'appareil de type i .

— enfin, un avion donné ne peut pas assurer plus d'un certain nombre d'heures de vol l_i pendant la période considérée (limitation de potentiel). Le nombre d'avions du type i nécessaire pour effectuer f_{ij} fréquences sur la ligne j est donc :

$$x_{ij} = f_{ij} \frac{l_{ij}}{l_i}$$

où l_{ij} est le temps de vol de l'avion i sur la ligne j .

Si l'exploitant tient, pour des raisons variables, à respecter certaines limitations quant au nombre total d'appareils du type i qu'il mettra en œuvre, les contraintes correspondantes s'écriront :

$$n_i \leq \sum_j f_{ij} \frac{l_{ij}}{l_i} \leq N_i \quad (3)$$

où n_i et N_i sont les nombres extrêmes acceptables du type i .

Il ne reste plus qu'à préciser, en fonction des f_{ij} , la forme de la fonction objectif. On peut admettre que la compagnie aérienne cherche, sous les contraintes (1), (2) et (3), à maximiser le bénéfice de la période ce qui revient, la recette étant constante, à minimiser le coût, soit :

$$\text{Min} \sum_i \sum_j c_{ij} f_{ij}$$

où c_{ij} est le coût d'un vol de l'avion i sur la ligne j , supposé connu. La solution de ce programme linéaire donne le nombre de vols de chaque type d'appareil sur chaque ligne, et donc le nombre optimal de chaque catégorie. En ce sens, le modèle apparaît comme résolvant *simultanément* un problème de constitution de flotte (choix d'investissement) et un problème d'exploitation (affectation optimale des avions aux lignes). Il présente l'inconvénient de fournir des affectations avec des fréquences non entières, ce qui soulève certaines difficultés au niveau de l'interprétation des résultats. Cette lacune peut être palliée grâce à une programmation adéquate, assurant l'obtention de fréquences entières pour la quasi-totalité des liaisons. Cette méthode est actuellement employée à Air France.

Les méthodes de programmation linéaire sont également utilisées à la S.N.I.A.S.

b) Les modèles de type combinatoire, au contraire, effectuent les affectations en fréquences entières, et permettent de prendre en compte certaines contraintes non linéaires. A partir du premier d'entre eux, mis au point en 1968, des modèles plus élaborées ont vu le jour, en particulier le modèle « GRETZ », du nom de l'ingénieur du SEEP qui travailla à son développement.

La résolution de tels modèles se fait en deux temps. On ne considère tout d'abord que les contraintes de types (1) et (2), et l'on néglige donc provisoirement celles qui portent sur le nombre d'avions.

On admet que sur chaque liaison on n'utilise que deux types d'appareils au plus. Le modèle teste sur chaque relation tous les couples d'avions possibles et ne retient, à la fin de l'exploration, que celui qui tout en respectant les contraintes (1) et (2) assure le bénéfice d'exploitation le plus élevé.

L'exploration se fait de la manière suivante :

— pour chaque liaison j ($j = 1, 2, \dots$), pour chaque avion i ($i = 1, 2, \dots$), pour chaque valeur de la fréquence f_{ij} ($f_{ij} = 0, 1, 2, \dots F_z$) on calcule le complément de fréquences f_{ij} que l'appareil de type l doit offrir sur la liaison considérée (avec $l \neq i = 1, 2, \dots$) de façon à ce que tout le trafic soit acheminé et les contraintes satisfaites. On évalue le bénéfice d'exploitation correspondant ;

— à la fin du processus, il ne reste en mémoire, sur chaque liaison, que le couple d'avions optimal. De cette affectation, on déduit aisément par sommation le nombre d'appareils de chaque type.

Ce nombre n'a aucune raison, *a priori*, de respecter les contraintes du type (3). Supposons par exemple que le nombre d'appareils du type i soit trop élevé $\left(\sum_j x_{ij} > N_i\right)$. On procède alors à la deuxième partie du calcul. Pour ce faire, on ne prend en compte que les relations sur lesquelles ce type d'avion a été affecté, et l'on essaye par des modifications marginales progressives choisies de façon à se traduire par des détériorations aussi faibles que possible du bénéfice d'exploitation, de satisfaire progressivement à l'inégalité (3). Le déroulement est comme suit :

— pour chaque liaison $j(j = 1, 2, \dots)$ sur lequel l'avion i est affecté avec une fréquence f_{ij} pour un bénéfice d'exploitation B_j , on envisage tous les f_{ij} entiers tels que :

$$0 \leq f'_{ij} < f_{ij}$$

Pour chaque valeur de f'_{ij} , on cherche le type d'avion k et la fréquence f'_{kj} qui, tout en permettant de répondre aux contraintes (1) et (2), donne le nouveau bénéfice d'exploitation B'_j plus élevé.

On classe ensuite l'ensemble des valeurs obtenues sur toutes les liaisons prises en compte par valeurs croissantes de l'expression

$$\frac{B_j - B'_j}{f_{ij} - f'_{ij}}$$

La première de ces valeurs correspond à la substitution qui, si elle est acceptable vis-à-vis des contraintes qui existent sur le nombre d'avions du type k , permet de diminuer, au coût le plus faible, le nombre d'appareils de la catégorie i . Cette substitution étant faite, on calcule le nouveau nombre d'avions du type i , et l'on recommence si nécessaire.

Bien entendu, ceci n'est qu'un exemple de ce que peuvent être les méthodes de type combinatoire. S'apparentent à ces méthodes les modèles mis au point par Mac Donnell, Douglas et Lockheed.

Ces modèles, qu'ils soient sous forme combinatoire ou de programmation linéaire, ont un grave défaut, qui est leur caractère statique. Or comment, à partir de l'étude d'une seule année, définir une politique d'investissements qui porte en général, de par la nature même des matériels concernés, sur une période au moins décennale ?

On peut certes prendre pour année de référence une année qui se situe aux environs de la moitié de la durée de vie économique des appareils examinés, et inclure l'amortissement de ces derniers dans les coûts d'exploitation, afin de tenir compte d'une certaine manière du poids de l'investissement. Mais cette façon de procéder soulève plus de difficultés qu'elle n'en résoud.

En effet, introduire les coûts du matériel volant sous forme d'un poste « amortissements » à l'intérieur de prix de revient d'exploitation à l'heure de

vol revient à ne comptabiliser les amortissements que proportionnellement au nombre d'appareils réellement utilisés. Cela suppose que chaque fois que l'on n'a plus besoin d'un avion, on puisse le revendre à un prix tel que l'on n'encoure ni perte ni gain du fait de cette transaction. Il faut donc que l'amortissement auquel on procède l'année t corresponde très exactement à la variation actualisée de valeur de l'appareil au cours de cette période. S'il en allait autrement, la perte ou le gain économique lors de la vente sur le marché de l'occasion, non comptabilisés dans ce modèle statique, viendraient en rendre les résultats irréalistes.

C'est très précisément de cette manière que se définit, sur le plan économique, la notion d'amortissement. Malheureusement, la traduction chiffrée de cette idée simple est fort malaisée, pour les raisons suivantes :

— il est quasi impossible de préciser quel devrait être l'amortissement économique d'avions neufs. On ne vend pas au bout de quelques mois des appareils que l'on vient d'acquérir, et l'absence de marché d'occasion pour cette catégorie de matériel volant nous laisse dans l'ignorance des valeurs résiduelles qu'il conviendrait de retenir ;

— à défaut, l'amortissement financier que l'on pourrait extraire des comptabilités des compagnies aériennes est souvent biaisé, car calculé pour des raisons fiscales sur une durée inférieure à la durée de vie réelle des avions. Or une durée d'amortissement trop courte gèle chaque année une partie trop importante du bénéfice brut d'exploitation, ce qui tend à défavoriser les matériels dont le coût d'achat est élevé mais dont les coûts d'exploitation sont par ailleurs faibles ;

— enfin, l'amortissement économique, à la différence de l'amortissement financier, n'est certainement pas linéaire, mais plutôt dégressif. De ce seul fait, il faudrait pour le connaître différencier tous les appareils d'un même type en fonction de leur année d'acquisition, ce qui oblige à garder en mémoire toute l'histoire de la constitution de la flotte, et contraint déjà à avoir une vision dynamique des choses.

On voit combien il serait arbitraire de laisser des modèles statiques, conformes à ceux précédemment décrits, décider du déclassement de tel ou tel type d'avions et de l'achat de tel ou tel autre.

Or la généralisation à une période plus longue (décennie) des modèles d'affectation et de dimensionnement sur une année s'est heurtée jusqu'ici à des obstacles conséquents.

Pour les modèles fondés sur la programmation linéaire, on peut très simplement, du moins en théorie, écrire autant de fois les contraintes (1), (2) et (3) qu'il y aura d'années prises en compte, et maximiser une fonction économique qui fasse intervenir avec le signe plus les revenus bruts d'exploitation actualisée de chaque année et les valeurs de revente des matériels au moment où l'on s'en défait, avec le signe moins leur prix d'achat au moment de leur

acquisition. On ajoute en général, pour tenir compte de l'impératif de cohérence des flottes successives (qui est l'un des aspects essentiels du problème) des conditions supplémentaires, souvent arbitraires, de non-décroissance des nombres d'avions « nouveaux » et de non-croissance des nombres d'avions « anciens ». En pratique, les temps de calcul augmentent très rapidement avec le nombre d'années retenues. Les modèles de ce type nécessitent donc, par la taille de mémoire imposée, un ordinateur très puissant, et donc d'une utilisation coûteuse, peu compatible avec une exploration assez large des diverses possibilités d'avenir de la compagnie aérienne intéressée. On peut tourner cette difficulté en sélectionnant, pour chaque année du programme, un certain nombre de flottes possibles, puis en adoptant une démarche du type « programmation dynamique » afin de déterminer la meilleure séquence d'investissement (méthode utilisée actuellement à Air France).

Pour les modèles de type combinatoire, le passage à un horizon décennal s'effectue de la façon suivante : on fait des passages du modèle statique sur chacune des années successives, ce qui permet de déterminer pour les années à venir les flottes optimales, ces flottes n'ayant cependant aucune raison *a priori* d'être cohérentes entre elles (cf. schéma ci-joint : les courbes $t = Cte$ correspondent aux résultats de chaque année).

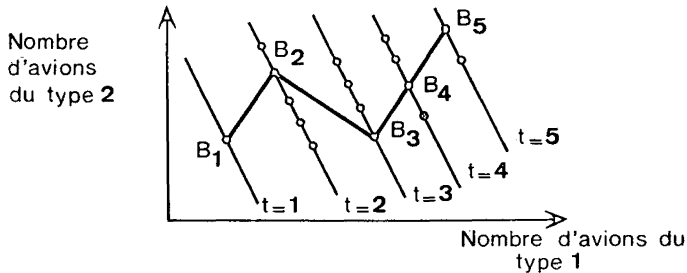


Figure 1

Supprimer les incohérences éventuelles, c'est se débarrasser des « coups d'accordéon » (séquence B_1, B_2, B_3) qui conduirait à acheter pour une année seulement des appareils d'un type donné, puis à les revendre (type 2 sur l'exemple), pour éventuellement en acheter à nouveau plus tard. En d'autres termes, il s'agit sur le graphe obtenu après passages successifs du modèle statique de dimensionnement et d'affectation de recenser tous les chemins *non décroissants* joignant B_1 à B_5 et de retenir celui qui conduit au bénéfice d'exploitation actualisé le plus élevé. Dans le cas où la demande est régulièrement croissante d'une année sur l'autre, on constate que la résolution de ce problème est en général possible sans trop de difficultés, quoique le nombre de cas à examiner puisse rapidement devenir important et conduire à des calculs très lourds. Il faut en effet, pour tout point pris en compte et non situé sur le chemin initial, procéder à une affectation ligne par ligne de la flotte

correspondante (c'est-à-dire à un passage du modèle statique) pour être en mesure d'en déduire le bénéfice d'exploitation associé pour l'année correspondante.

On voit donc qu'une telle méthode peut être utilisée dans le cas de petites compagnies (flottes de dimensions réduites). Pour des exploitations plus importantes, elle devient vite impraticable.

* * *

En conclusion, on peut considérer au terme de ces rappels que si le problème de dimensionnement et de l'affectation d'une flotte d'une compagnie aérienne pour une année donnée a été à peu près complètement résolu et modélisé, *la prise en compte du temps n'a pas été jusqu'ici effectuée de manière satisfaisante.*

En outre, le critère de choix le plus souvent retenu (maximisation du bénéfice net d'exploitation) ne laisse pas de soulever quelques problèmes. Il est assez paradoxal, en une période où le financement d'investissements extrêmement lourds semble constituer une difficulté majeure pour maintes compagnies aériennes, de fabriquer des modèles de choix d'investissements, d'où toute préoccupation de ce genre est absente.

Pour ces raisons, nous avons essayé d'adopter une démarche sensiblement différente de celles décrites ci-dessus, avec un double a priorisme : volonté de raisonner *sur une période décennale* et d'aboutir sur ce laps de temps à un modèle suffisamment rigoureux, volonté d'intégrer dans la fonction économique et le critère de choix *la dimension financière de l'entreprise.*

III. PRESENTATION DE L'APPROCHE RETENUE

Une entreprise quelconque a pour fonction essentielle de produire des biens et services (des sièges-kilomètres pour une compagnie aérienne) et l'on est amené à considérer qu'elle comporte à cette fin deux services principaux :

- un service de production,
- un service financier.

Le service de production réalise les investissements et produit les biens et services qu'il vend. Pour financer ses investissements, il s'adresse au service financier, à qui il réserve par ailleurs à la fin de chaque année les bénéfices bruts d'exploitation, c'est-à-dire la différence entre les recettes et les dépenses d'exploitation (non compris les amortissements des investissements).

Pour financer les investissements demandés par le service de production, le service financier dispose :

- de l'autofinancement, c'est-à-dire du bénéfice brut d'exploitation diminué des impôts directs et des versements de dividendes aux actionnaires,

- des augmentations de capital qui peuvent être décidées,
- d'éventuels emprunts obligataires,
- des emprunts à long et moyen terme effectués auprès de l'État (FDES) ou des banques.

On peut caractériser chacune de ces sources de financement par le taux d'intérêt que l'entreprise devra chaque année payer au bailleur de fonds. C'est au service financier qu'il revient, en regard du plan d'investissement proposé, de bâtir un schéma financier qui ne soit pas d'un coût prohibitif et qui reste compatible avec les contraintes de divers ordres que peuvent imposer à l'entreprise ses prêteurs et ses actionnaires. C'est lui qui, en fin de compte, accepte ou refuse un projet d'investissement selon qu'il peut, ou non, le financer.

En ce sens, on peut affirmer qu'il n'y a pas une décision d'investissement puis une décision de financement, *mais une décision globale qui porte simultanément sur l'investissement et son financement.*

C'est ce mécanisme à deux services, mais unidécisionnel, que nous avons voulu traduire dans notre approche. D'un côté un service de production affecte les avions aux lignes exploitées par la compagnie et dégage une marge brute d'exploitation. De l'autre un service financier paye les intérêts des emprunts passés, sert les dividendes aux actionnaires, emprunts, provoque des augmentations du capital, utilise au mieux les fonds ainsi dégagés et compare entre elles les stratégies possibles.

A dire vrai, cette approche n'est pas neuve et plusieurs modèles de programmation dynamique ou de théorie du contrôle ont ainsi servi à formaliser les décisions d'investissement et de financement de nombreuses entreprises. Nous avons tout d'abord été tentés de suivre cette voie.

La formalisation en eut été comme suit : la décision d'investissement à la fin de l'année n (variable de contrôle) détermine l'état du système à l'année $n + 1$ (composition de la flotte). Simultanément, le revenu brut d'exploitation de l'année $n + 1$, à réseau et trafic donnés, ne dépend que des appareils mis en ligne (c'est-à-dire de l'état du système). Quelle que soit l'écriture détaillée retenue pour la fonction économique, ce revenu brut y intervient, au moins en partie, de manière positive tandis que la décision d'investissement de l'année n , de par le financement qu'elle nécessite (emprunts, augmentation de capital) pèse négativement. Il suffit alors que la fonction économique soit séparable pour que les méthodes de programmation dynamique soient aisément applicables.

Nous nous sommes malheureusement heurtés à une difficulté que nous n'avons pu surmonter. A la différence de ce qui se passe dans d'autres domaines, il n'existe pas dans le transport aérien de fonction simple reliant le bénéfice brut d'exploitation au capital mis en œuvre, à la composition des flottes. Il faut, pour déterminer ce revenu brut, affecter *au préalable* les divers avions dont on dispose aux différentes lignes du réseau, et ceci, bien entendu, de

manière optimale. En d'autres termes il aurait été nécessaire, pour poursuivre dans cette direction, de faire tourner pour chacun des points du graphe sur lequel s'appuie la programmation dynamique (c'est-à-dire pour chaque composition de flotte envisageable pour chacune des dix années prises en compte) un sous modèle statique d'affectation du type de ceux antérieurement décrits. C'était là l'obstacle même qui nous a conduit plus haut à tenir pour impraticable le passage à un horizon décennal des modèles de type combinatoire.

Nous avons donc été obligés d'imaginer un processus qui nous permette de résoudre *tout à la fois*, sans calculs d'une longueur excessive, le problème principal de choix d'investissement et le sous-problème d'affectation. Le modèle que nous avons retenu s'articule en deux parties. Dans la première s'effectue, pour chacune des dix années successives, le dimensionnement optimal de la flotte, sur la base de la marge brute d'exploitation, ce qui permet de déterminer une première affectation, une première chronique de flottes, et donc un premier échéancier d'investissements qui nous sert de point de départ. Dans la deuxième partie, le modèle procède à une suite de modifications marginales des investissements, année par année, modifications marginales qui ont un sens économique et permettent d'accroître progressivement la valeur d'une fonction économique qui dépend des marges brutes annuelles, des investissements effectués, des frais financiers et de tout autre élément d'ordre financier que l'on désirerait y introduire. Cette fonction économique synthétise donc, en quelque sorte, les finalités de l'entreprise considérée.

De manière plus précise :

a) la première fonction de l'entreprise, la fonction d'exploitation, est traduite par un modèle classique de dimensionnement, de type combinatoire, à une simplification importante près : pour chaque ligne du réseau, nous nous sommes contentés de rechercher le *type d'appareil* (et non plus le couple d'avions) qui dégage la *marge brute d'exploitation* la plus grande ⁽¹⁾, sous les seules contraintes de fréquences minimales et maximales et d'écoulement du trafic (1) et (2). Notre modèle n'inclut donc *aucune contrainte du type* (3), portant *a priori* sur des nombres d'avions extrêmes, et de ce fait nécessairement arbitraires.

(1) Cette méthode nous a paru beaucoup plus rapide que celle fondée sur le meilleur couple d'appareils par ligne, et finalement aussi satisfaisante. En l'absence de toute fluctuation saisonnière du trafic (fluctuations que nous n'avons pas encore introduites), le seul mérite théorique du mélange de types d'avions de capacités différentes sur une même liaison est de permettre, tout en satisfaisant à la contrainte (1) de fréquences, de rendre aussi faible que possible la différence entre le potentiel de transport offert $\sum_i f_{ijs} k_i$ et la

demande effective D_j (contrainte 2), ou en d'autres termes, de se rapprocher le plus possible du coefficient de remplissage maximum. Cela suppose en fait une précision dans la connaissance de la demande que les compagnies aériennes sont loin d'avoir, et impliquerait en outre une politique commerciale assez malaisée à mettre en œuvre. Le mélange de types d'appareils sur une même liaison prend en revanche tout son sens si l'on tient compte des fluctuations saisonnières du trafic. C'est ce que nous allons essayer de faire au paragraphe IV suivant.

Conformément à la description du service de production donnée ci-dessus, les coûts d'exploitation introduits dans cette phase du modèle ne comprenant ni les charges d'amortissement, ni les frais financiers. Le service de production dispose en effet en début d'année d'une certaine flotte, et ne dépense pour l'utiliser que des frais directs (consommation de carburants, de matières, dépenses de personnel, frais d'escales, redevances...). D'autre part, les recettes par lui perçues sont calculées nettes hors taxes, c'est-à-dire diminuées des marges commerciales des agences de vente et du montant des impôts indirects (TVA). La marge totale d'exploitation, sommée sur l'ensemble des lignes du réseau, est enfin pour chaque année diminuée des frais dits « de structure » ou « de siège social », non comptabilisés par ailleurs.

Cette première phase permet de déterminer pour chaque année, et d'associer à une *marge brute d'exploitation maximale*, le nombre n_{ijt} d'appareils du type i qu'il faut mettre en œuvre sur la liaison j . En sommant par rapport à j , on obtient les nombres N_{it} d'appareils du type i dont il faudrait disposer l'année t pour exploiter l'ensemble du réseau. Les différences $N_{i,t+1} - N_{it}$ donnent l'investissement K_{it} en nombre d'appareils du type i auquel il convient de procéder à la fin de l'année t (certains au moins des K_{it} pouvant être négatifs dans le cas d'appareils à déclasser).

b) La seconde partie du modèle est une transcription de la deuxième fonction de l'entreprise, la fonction financière. Si le service d'exploitation n'a en effet à se préoccuper que de l'obtention d'une marge brute aussi élevée que possible, le service financier est bien obligé de juger le programme d'investissements correspondant (la séquence des K_{it}) au regard des possibilités financières de l'entreprise et des objectifs de rentabilité qu'elle poursuit.

Le tableau de financement est bâti de la manière suivante :

Supposons connu le bilan de l'entreprise à la fin de l'année $t - 1$, caractérisé par les postes suivants :

A l'actif

— Immobilisations brutes en matériel volant C_{t-1} . si P_{it} , donnée exogène, est le prix d'achat l'année t de l'appareil de type i , C_t s'obtient aisément à partir de C_{t-1} et de la chronique proposée d'investissements par :

$$C_t = C_{t-1} + \sum_i P_{it} \times K_{it},$$

avec, ici encore, certains des K_{it} éventuellement négatifs (P_{it} devant alors être remplacé par $P_{i,\theta}$, θ étant la date d'achat de l'appareil déclassé l'année t);

— immobilisation nettes en matériel volant, G_{t-1} , dont la variation entre la fin de l'année

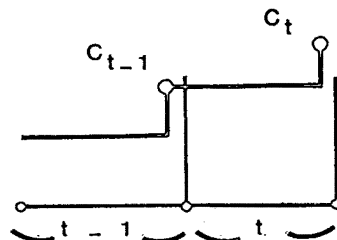


Figure 2

$t - 1$ et la fin de l'année t est égale, pour l'ensemble des appareils non déclassés à cette date, à la variation de l'investissement brut à la fin de l'année t , diminuée de l'annuité fiscale d'amortissement comptabilisée au cours de cette période, A_t , soit :

$$G_t - G_{t-1} = C_t - C_{t-1} - A_t$$

Il suffit qu'un sous-programme précise la durée et les règles d'amortissement fiscal de tout appareil acheté à une période antérieure à t pour que A_t soit parfaitement connu. On passe donc aussi facilement, à séquence d'investissements donnée, de G_{t-1} à G_t que de C_{t-1} à C_t (pour l'ensemble des appareils déclassés à la fin de l'année t , il est évident que $G_t = C_t = 0$).

— Fonds de roulement net R_{t-1} , que l'on peut exprimer comme variant proportionnellement aux immobilisations nettes

$$R_{t-1} = \lambda G_{t-1}' \quad (4)$$

la constante λ résultant des objectifs de liquidité générale que l'entreprise poursuit, ou qui lui sont imposés par ses banquiers.

Au passif

— Fonds propres F_{t-1} ,

— en cours d'endettement à long et moyen terme E_{t-1} , avec en outre l'équation comptable :

$$G_{t-1} + R_{t-1} = F_{t-1} + E_{t-1} \quad (5)$$

G_{t-1}	F_{t-1}
R_{t-1}	E_{t-1}

Bilan à la date $t - 1$

On a vu ci-dessus que la séquence d'investissements proposée par le service production permet de déterminer aisément G_t et donc R_t à partir de G_{t-1} . Il suffit, pour compléter le bilan de l'année t de préciser les valeurs de F^t et/ou de E_t . On admet pour ce faire que l'entreprise est obligée de respecter

un ratio de structure financière à long terme, reliant son endettement au volume de ses fonds propres ⁽¹⁾ :

$$E_{t-1} = \mu F_{t-1} \quad (6)$$

Au stade actuel, la petite mécanique financière qui précède nous permet d'associer à toute séquence d'investissements une suite de bilans pour toutes les années étudiées. Encore faut-il juger de la valeur de ces bilans successifs par comparaison aux objectifs de l'entreprise.

Pour arrêter le critère de choix servant à la détermination de la politique optimale, nous nous sommes placés du point de vue de l'actionnaire ⁽²⁾. L'entreprise fait appel à lui pour la constitution de son capital, et lui verse en contrepartie des dividendes. Le premier terme de la fonction économique intègre sur la période décennale considérée ces flux entre la société et ses propriétaires légaux. Il est donc égal à la somme actualisée des dividendes D_t , versés chaque année, diminués des appels de capital H_t , aux actionnaires.

Reste bien entendu à mesurer la valeur de l'entreprise à la fin de la période considérée, c'est-à-dire à obtenir une approximation de la somme actualisée de tous les avantages ultérieurs pour les actionnaires liés à l'existence, au-delà des dix ans pris en compte, des moyens de production jusqu'alors constitués. Le moyen le plus simple serait de retenir les fonds propres à la fin de l'année 10, soit :

$$F_{10} = G_{10} + R_{10} - E_{10}$$

Pour approcher d'un peu plus près la réalité, nous avons préféré, dans cette équation, retenir non pas G_{10} , valeur comptable des immobilisations nettes qui résulte des règles d'amortissement fiscal, mais g_{10} , valeur résiduelle effective de la flotte. Cette valeur résiduelle est calculée sur la base des coefficients dégressifs suivant l'âge du matériel ⁽³⁾.

(1) On notera l'écriture $E_{t-1} = \mu F_{t-1}$, et non pas $\leq \mu F_{t-1}$. Tant que le taux d'intérêt sur les emprunts est inférieur ou égal au taux d'actualisation, l'entreprise a en effet intérêt à s'endetter le plus possible. Le fait que les intérêts sur emprunts soient déductibles du revenu imposable ne peut que renforcer cette préférence. C'est dans ce cas de figure que nous nous sommes volontairement placés.

(2) La fonction économique que nous avons retenue est relativement arbitraire, et l'on pourrait penser à bien d'autres formulations. La structure du modèle en deux blocs, les équations financières et l'écriture de la fonction économique étant regroupées dans le second, autorise des modifications nombreuses et aisées sur ce point. Il est donc assez facile de tester des critères de choix différents.

(3) On retrouve, ici, au niveau de la valeur de l'entreprise à l'année 10 (mais cette valeur est divisée de manière importante par le fait de l'actualisation, et n'intervient donc que de façon relativement faible dans la fonction économique) et au moment du déclassement de certains appareils antérieurement à la fin de la période des incertitudes analogues à celles liées à la détermination des amortissements dans les modèles statiques. Du moins distingue-t-on bien maintenant l'amortissement fiscal, qui joue sur la détermination des résultats annuels et sur la valeur comptable nette des immobilisations, et l'amortissement économique, approché au moyen des coefficients dégressifs qui, quelle que soit l'imprécision qui les affecte, fournissent une approximation sans doute meilleure de la valeur réelle du parc en matériel volant.

Au total, la fonction économique retenue peut s'écrire :

$$f = \sum_1^{10} \frac{D_t - H_t}{(1 + \rho)^t} + \frac{g_{10} + R_{10} - E_{10}}{(1 + \rho)^{10}}$$

où ρ est le taux d'actualisation.

Apprécier l'influence sur la fonction économique d'une séquence d'investissements quelconque, c'est relier la deuxième partie du modèle à la première, calculer D_t et H_t en fonction de la suite des bilans successifs, établir un pont entre le compte d'exploitation, dont le résultat est la marge brute, et le bilan de l'entreprise.

Des équations (4), (5) et (6) on déduit immédiatement :

$$F_t - F_{t-1} = \frac{1 + \lambda}{1 + \mu} (G_t - G_{t-1}) \quad (7)$$

égalité qui donne l'accroissement nécessaire des fonds propres en fonction de l'augmentation du poste « immobilisations nettes » du bilan à la fin de l'année t .

Quelles sont, en comparaison, les possibilités de cash-flow net de l'entreprise?

α) La marge brute d'exploitation M_t est dégagée pendant l'année t grâce à l'affectation optimale sur le réseau des avions dont on dispose et qui résultent des investissements auxquels on a procédé à la fin de l'année $t - 1$. Cette marge brute a été calculée grâce au passage de la première phase du modèle.

Encore convient-il d'en déduire :

— les intérêts, calculés au taux i supposé exogène et payés sur l'encours d'endettement existant à la fin de l'année $t - 1$, E_{t-1} ;

— si l'on retranche de la somme ainsi calculée, soit

$$M_t - iE_{t-1}$$

l'annuité d'amortissement de l'année t , A_t , on obtient le revenu net d'exploitation avant impôts, soit :

$$M_t - iE_{t-1} - A_t$$

Si ce revenu est positif, il convient d'en déduire les impôts directs, calculés au taux de 50 %. Le solde *net* disponible (amortissements soustraits) est alors :

$$S_{1t} = \frac{1}{2} [M_t - iE_{t-1} - A_t] \quad \text{si} \quad M_t - iE_{t-1} - A_t \geq 0$$

$$S_{2t} = M_t - iE_{t-1} - A_t \quad \text{si} \quad M_t - iE_{t-1} - A_t < 0$$

β) Pour obtenir les possibilités *internes* d'augmentation des fonds propres de l'entreprise, il faut ajouter à ce solde net les profits exceptionnels qui peuvent

découler du déclassement à la fin de l'année t de certains appareils de la flotte, alors vendus sur le marché de l'occasion.

Soit $l = 1, 2, \dots$ les types d'avions déclassés à la fin de l'année t . Si $\sum_l g_{lt}$ est alors leur valeur résiduelle, calculée par application des coefficients dégressifs auxquels il a déjà été fait allusion et $\sum_l G_{lt}$ leur valeur comptable nette dans l'hypothèse où on les aurait gardés, le profit (ou la perte) exceptionnel lié à leur vente est égal à :

$$\sum_l (g_{lt} - G_{lt})$$

D'où l'augmentation totale interne possible des fonds propres à la fin de l'année t , égale, suivant les cas, à :

$$S_{1t} + \sum_l (g_{lt} - G_{lt})$$

ou

$$S_{2t} + \sum_l (g_{lt} - G_{lt})$$

Si cette quantité est supérieure à $F_t - F_{t-1}$, la différence peut être distribuée sous forme de dividendes, d'où D_t . Si elle est en revanche inférieure à $F_t - F_{t-1}$, il faut se livrer à une augmentation de capital pour compenser l'insuffisance des fonds propres, d'où H_t ⁽¹⁾.

On voit qu'à partir d'une séquence d'investissements et des marges brutes associées (première partie du modèle), on peut dresser la suite des bilans qui en découle et être ainsi en mesure de calculer de proche en proche tous les D_t et tous les H_t (deuxième partie), c'est-à-dire en fin de compte la valeur de la fonction économique ⁽²⁾.

(1) Le modèle semble exclure les cas où il y aurait simultanément, pour une même année, distribution de dividendes et augmentation de capital. En fait, toute distribution minimale de dividendes qui serait imposée par des considérations boursières viendraient diminuer d'autant les possibilités internes d'augmentation des fonds propres par incorporation de bénéfices. Elles devraient donc, à programme d'investissements donné, être équilibrée par une augmentation de capital pour un montant exactement égal. Comme seule la différence $D_t - H_t$ intervient dans la fonction économique, on peut en rester au cas simple ici étudié, des schémas plus réalistes mais plus complexes conduisant à des valeurs strictement équivalentes de cette dernière. Il n'en irait plus de même si les taux d'actualisation des actionnaires anciens (prélevant des dividendes) et des actionnaires nouveaux (participant aux augmentations de capital) étaient à un instant quelconque différents.

(2) On peut aisément vérifier que la méthode très simple de calcul que nous avons retenue conduit bien à tout moment à un équilibre des besoins et ressources de financement. Notons par l'indice 1 l'ensemble des grandeurs relatives aux appareils déclassés à la fin de l'année, par l'indice j celles intéressant l'ensemble des autres avions.

Le besoin de financement est, à la fin de l'année t , la somme :

- des investissements en avions nouveaux, soit $C_u - C_{t-1} = G_u - G_{t-1} + A_t$
- de l'augmentation du fonds de roulement net correspondant à la variation des immobilisations nettes en appareils de la catégorie i , soit $\lambda(G_{it} - G_{i,t-1})$;
- de la diminution du fonds de roulement net correspondant à la disparition du bilan des appareils déclassés, soit $-\lambda G_{it-1} = \lambda(G_{it} - G_{i,t-1})$ puisque $G_{it} = 0$.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à expliciter le processus suivant lequel on peut modifier de façon marginale et de proche en proche les échéanciers d'investissement de façon à améliorer la valeur de la fonction économique résultant de la première phase du modèle.

L'algorithme est comme suit :

— pour une année donnée, le programme explore successivement chacune des liaisons du réseau. Soit une liaison j , où l'avion i est affecté avec une fréquence f_{ij} . On envisage le remplacement sur cette liaison de l'avion i ($f_i = 0$) par celui des autres appareils k ($k \neq i$) dont l'affectation, tout en respectant les contraintes (1) et (2), conduit à la meilleure valeur de la fonction économique, dans la mesure où cette valeur est bien entendu supérieure à celle initialement calculée;

— une fois l'exploration de toutes les liaisons effectuées, le programme conserve *seulement la meilleure de ces modifications*, rectifie en conséquence les affectations, la marge brute d'exploitation et l'échéancier d'investissements. A partir de ce nouveau point de départ, on recommence le processus en passant à l'année suivante, et ainsi de suite. Dans une phase ultérieure, nous avons l'intention d'évaluer une procédure de descente systématique, consistant à retenir la première amélioration trouvée au cours du balayage d'une année,

D'où un besoin total de financement égal à :

$$G_u - G_{i,t-1} + \lambda(G_t - G_{t-1}) + A_u$$

Les ressources de financement sont obtenues en additionnant :

- le solde net d'exploitation S_t ,
- l'annuité d'amortissement $A_t = A_u + A_n$,
- les sommes résultant de la vente des appareils déclassés, g_u , que l'on peut écrire :

$$\underbrace{g_u - (G_{i,t-1} - A_{i,t})}_{\text{plus value sur vente}} + \underbrace{(G_{i,t-1} - A_n)}_{\substack{\text{valeur comptable} \\ \text{à la fin de l'année } t}}$$

— les augmentations de capital avec le signe +) ou les dividendes distribués (avec le signe -),

— la variation de l'endettement, égale à μ fois celle des fonds propres, soit $\mu(F_t - F_{t-1})$ d'où des ressources totales se montant à :

$$S_t + g_u - (G_{i,t-1} - A_{i,t}) + H_t + A_u + G_{i,t-1} - G_{i,t} + \mu(F_t - F_{t-1})$$

puisque par construction même du modèle on a toujours :

$$S_t + g_u - (G_{i,t-1} - A_{i,t}) + H_t = F_t - F_{t-1},$$

il suffit de comparer les expressions $G_u - G_{i,t-1} + \lambda(G_t - G_{t-1})$ et

$$(1 + \mu)(F_t - F_{t-1}) + G_{i,t-1} - G_{i,t}$$

c'est-à-dire $(1 + \lambda)(G_t - G_{t-1})$ et $(1 + \mu)(F_t - F_{t-1})$, qui ne sont autres que les deux termes de l'équation (7).

puis à passer à l'année suivante, ce qui conduit peut-être à une exploitation plus rapide du modèle »;

— l'algorithme s'achève lorsque, parcourant ainsi à plusieurs reprises la période décennale considérée (chaque fois que l'on atteint l'année 10, on recommence un nouveau balayage à partir de l'année 0), on ne trouve plus de modification marginale améliorant la valeur de la fonction économique.

On comprend bien pourquoi, à partir de la situation initiale, on trouve des modifications marginales qui augmentent la valeur de la fonction économique : les affectations de départ étaient calculées sur la seule base d'une maximisation de la marge brute d'exploitation. Chaque fois que l'on remplace sur une liaison quelconque l'avion i par l'avion k , un peu plus onéreux en coûts d'exploitation hors amortissements (c'est-à-dire un peu moins favorable sur le plan de la marge brute) mais beaucoup plus léger en investissements (et donc nécessitant de moindres augmentations de capital et conduisant à des frais financiers plus faibles), on se rapproche de l'optimum. Il en est en particulier ainsi pour les appareils déjà existant au début de la période décennale étudiée : s'agissant d'avions de conception en général ancienne, leurs coûts d'exploitation sont relativement élevés et ils n'apparaissent pas dans la constitution de flotte qui résulte du passage de la première partie du modèle. En revanche, lorsqu'on tient compte dans la deuxième partie de ce qu'étant déjà achetés et financés, ils ne pèsent plus du tout sur les fonds propres de la société, on les voit progressivement se réintroduire, au fur et à mesure des modifications marginales.

Le sens économique de ces modifications marginales est d'ailleurs très clair. Chercher si l'on a intérêt à diminuer le nombre d'appareils achetés à la fin de l'année t sans changer la constitution de la flotte à la fin de l'année $t + 1$, c'est tout simplement s'interroger pour savoir si l'on a intérêt à retarder d'un an l'investissement en appareils du type i . Inversement, augmenter le nombre d'avions k à la fin de l'année t , c'est avancer d'un an un investissement ou retarder d'un an un déclassement. En ce sens, on peut dire que le modèle et l'algorithme qu'il contient recherchent de proche en proche la date optimale de chaque décision d'investissement et de chaque décision de déclassement.

Enfin, on constate que toute modification marginale du calendrier d'investissements conduit à un nouvel état du système où les nouvelles affectations des appareils aux lignes, et donc les marges brutes d'exploitation, sont *immédiatement connues*, puisque l'on sait que c'est sur telle ligne j que l'avion de type i (fréquence f_{ij}) a été remplacé par un avion de type k (fréquence f_{kj}). Les difficultés, précédemment signalées, d'établissement d'une fonction reliant composition des flottes et bénéfice brut d'exploitation sont bien surmontées.

IV. APPLICATION AUX CHOIX EN PRÉSENCE DE FLUCTUATIONS DU TRAFIC

Comme nous venons de le voir, le modèle décrit ci-dessus s'appuie sur un schéma d'exploitation dans lequel les affectations des appareils aux liaisons sont établies pour une journée, voire une semaine moyenne à l'intérieur de l'année. Or, dans la plupart des cas, la demande de transport subit, au cours de l'année, de la semaine ou de la journée des fluctuations assez sensibles, dont il n'est pas possible de rendre compte dans le schéma simple précédent.

Il peut s'agir de fluctuations annuelles pour les liaisons à caractère touristique, pour lesquelles on pourra définir des périodes (journée ou semaine de pointe, et des périodes de creux).

Ce peut être encore des fluctuations à l'intérieur de la semaine, que l'on pourra traduire par l'analyse de deux journées-type (« pointe » et « creux »).

Il peut s'agir enfin, pour les relations d'affaires, de fluctuations journalières du trafic, permettant de définir des bandes horaires de pointe et de creux, à l'intérieur même de la journée moyenne.

Dans tous les cas, l'existence de fluctuations de trafic se traduit, au niveau du problème de l'affectation, par la nécessité de prendre en compte non plus seulement une période (journée ou semaine) moyenne annuelle sur laquelle on affecte les appareils, mais plusieurs périodes de référence, représentatives des pointes et des creux du trafic, *la même flotte* devant être affectée dans chacune de ces périodes.

Le problème se pose alors sous deux aspects :

— la flotte de la compagnie doit recevoir des affectations *distinctes* dans chacune des périodes de pointe et de creux. On voit donc qu'à ce niveau est nécessaire, au sein d'une même année, un compromis entre la flotte optimale de pointe et la flotte optimale de creux. Faut-il acheter des avions gros porteurs, qui seront bien utilisés en pointe, mais peu remplis en creux, ou faut-il s'équiper d'avions moyens qui, sans être vraiment optimaux pour aucune des deux périodes, réalisent au niveau de l'ensemble un meilleur compromis?

— au-delà de ce problème de cohérence à l'intérieur d'une même année, se pose le problème de la cohérence des flottes successives.

Devant ce double problème, nous avons exploité jusqu'à son terme l'idée de base du modèle précédent, c'est-à-dire l'étude des variations marginales d'affectation.

Le schéma général du modèle de synthèse est le même que ci-dessus et s'articule en deux parties :

— Dans la première, s'effectue pour chacune des dix années successives et, à l'intérieur d'une année, pour chacune des périodes de pointe ou de creux,

appelées « bandes » (étant entendu qu'une « bande » peut être une partie d'un jour moyen, d'une semaine moyenne, ou une partie de l'année), le dimensionnement optimal de la flotte sur la base de la marge brute d'exploitation.

Pour chaque année, la flotte correspondante est alors déterminée (pour chaque type d'appareil) par la bande où le nombre d'avions de ce type est le plus élevé.

Ceci permet de déterminer une première chronique de flottes et donc une première séquence d'investissements, qui nous servent de point de départ.

— Dans la deuxième partie, le modèle procède à une suite de modifications marginales des investissements, année par année, permettant d'accroître progressivement la valeur d'une fonction économique du même type que celle décrite au § III.

Plus précisément :

* pour une année donnée, le programme explore successivement chacune des bandes et, à l'intérieur de chaque bande (soit K_b) chaque liaison du réseau. Soit une liaison j , où est affecté l'avion i , à la fréquence f_i . On envisage les modifications suivantes :

α) remplacement de l'avion i par chacun des autres types d'appareils autorisés sur la liaison j , en respectant les contraintes (1) et (2) ⁽¹⁾;

β) diminution d'une unité de la fréquence i , sous réserve du respect de la contrainte (1) : ceci revient à s'interroger pour savoir s'il n'est pas avantageux, dans certains cas, de ne pas satisfaire toute la demande.

On ne retient, après exploration de toutes les liaisons et de chaque bande, que celles de ces modifications qui conduit à la plus forte augmentation de la valeur de la fonction économique.

On rectifie alors en conséquence les affectations, la marge brute d'exploitation et l'échéancier d'investissements. Le programme enchaîne, à partir de cette nouvelle situation de référence, l'exploration de l'année suivante.

* L'algorithme s'achève lorsque, parcourant ainsi plusieurs fois la période décennale considérée, on ne trouve plus de modification marginale améliorant la valeur de la fonction économique.

On voit, là encore, très bien le sens économique des modifications marginales effectuées. Elles consistent :

— soit à évaluer l'incidence d'un décalage de un an d'un investissement, comme au § III,

(1) Parmi les modifications de ce type, le programme envisagera en particulier le remplacement de l'avion l , dimensionné par la bande k_b , par l'avion m , dont le nombre est déterminé par une autre bande, et qui ne coûte donc rien en investissement, tandis que la diminution du nombre d'avion l dans la bande k_b procure une économie d'investissement. On voit bien là le mécanisme de convergence à l'intérieur d'une même année.

— soit à évaluer l'incidence de la non satisfaction de la totalité du trafic, ce qui prend tout son sens dans un problème où l'on tient compte de fluctuations saisonnières : ceci revient en effet à se demander si, pour un type d'appareil i dont le nombre n_i est fixé par la bande k_b , il n'est pas avantageux de ne pas écouler tout le trafic de cette bande de pointe, ce qui conduit certes à un manque à gagner, mais aussi à un nombre $n'_i < n_i$ plus faible, et donc à un investissement moins important ⁽¹⁾.

V. CONCLUSION

Il convient maintenant après les avoir décrits de rappeler les limites de ces modèles.

a) La première de ces limites est commune à tous les modèles de type combinatoire *conçus pour ce type d'application* : dans ce type de modèle en effet, on n'est pas certain d'avoir atteint l'optimum global et non un sous-optimum local. Compte tenu cependant de la stabilité des résultats d'exploitation vis-à-vis des affectations des appareils (constance relative des coûts d'exploitation ramenés au sko), on peut penser être finalement assez proche de l'optimum.

b) Les solutions sont fournies avec des compositions de flottes en nombres réels, donc non systématiquement entiers. Pour une compagnie dotée d'une flotte suffisamment importante, cet inconvénient prend cependant une dimension bien plus faible. Il est toujours, en outre, possible de considérer que le demi-avion inemployé est loué à une filiale « charter » ou à une autre compagnie.

c) Comme dans tous les modèles de ce type, également les résultats sont assez sensibles aux valeurs retenues pour les contraintes de fréquence et de coefficient de remplissage. Il importe donc d'être particulièrement prudent dans le choix de ces paramètres et de vérifier, par une analyse de stabilité, la validité des résultats obtenus.

d) La dernière critique importante que l'on peut faire à ce modèle concerne les valeurs de revente des appareils dont la compagnie est amenée à se défaire. En l'absence de véritable « marché de l'occasion », surtout pour les types d'avions nouveaux, qui ne sont pas encore en exploitation, la fixation de barèmes de revente relève du plus complet arbitraire ⁽²⁾.

Les premiers essais que nous avons effectués jusqu'ici ont mis en évidence un certain nombre de résultats positifs :

— les compositions de flottes successives suivent une évolution *continue*, à partir de la flotte initiale. Les avions nouveaux sont introduits progressive-

(1) Il est d'ailleurs possible d'envisager des modifications de ce type dans le modèle décrit au § III.

(2) Cf. note p. 42.

ment, et les avions anciens sont, dans le même temps, progressivement déclassés, grâce au simple jeu des modifications décrites ci-dessus.

— Afin de vérifier la stabilité des solutions, nous avons effectué deux passages successifs du modèle. Le premier, sur les années 1 à 10, nous a fourni la flotte, le bénéfice brut, les données financières relatives à la première année. Ces résultats ont servi de données de départ pour le second passage, sur les années 2 à 11. Et l'on a pu vérifier la constance des résultats, d'un passage à l'autre, pour les années 2 à 10.

Ces essais, faits sur un réseau de l'ordre d'une vingtaine de liaisons, mettant en jeu cinq types d'appareils différents, ont été effectués sur terminal IBM Call/360. Le temps de calcul (ordinateur IBM 360.50 assez peu adapté au langage FORTRAN) a été de l'ordre de 20 minutes de CPU.

Nous avons effectué un autre essai, sur le réseau intérieur français (une quarantaine de liaisons, ce qui est la moyenne des réseaux moyen-courriers européens), en affectant cette fois un couple d'avions à chaque liaison. Cet essai, mettant en jeu six types différents d'appareils, a été effectué sur IBM 360/75-360/65, qui est doté d'un compilateur FORTRAN plus performant, et a nécessité 7 minutes de CPU.

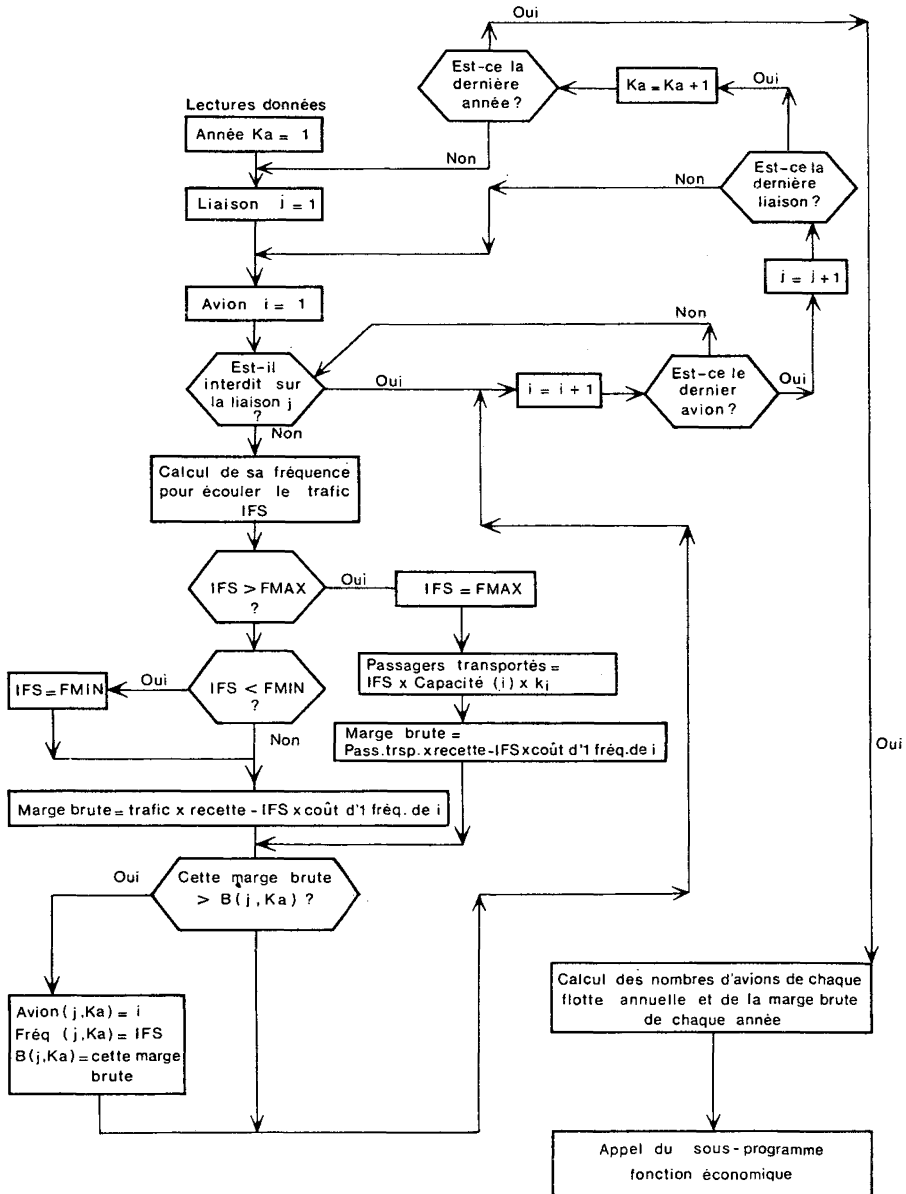
* * *

ANNEXE 1

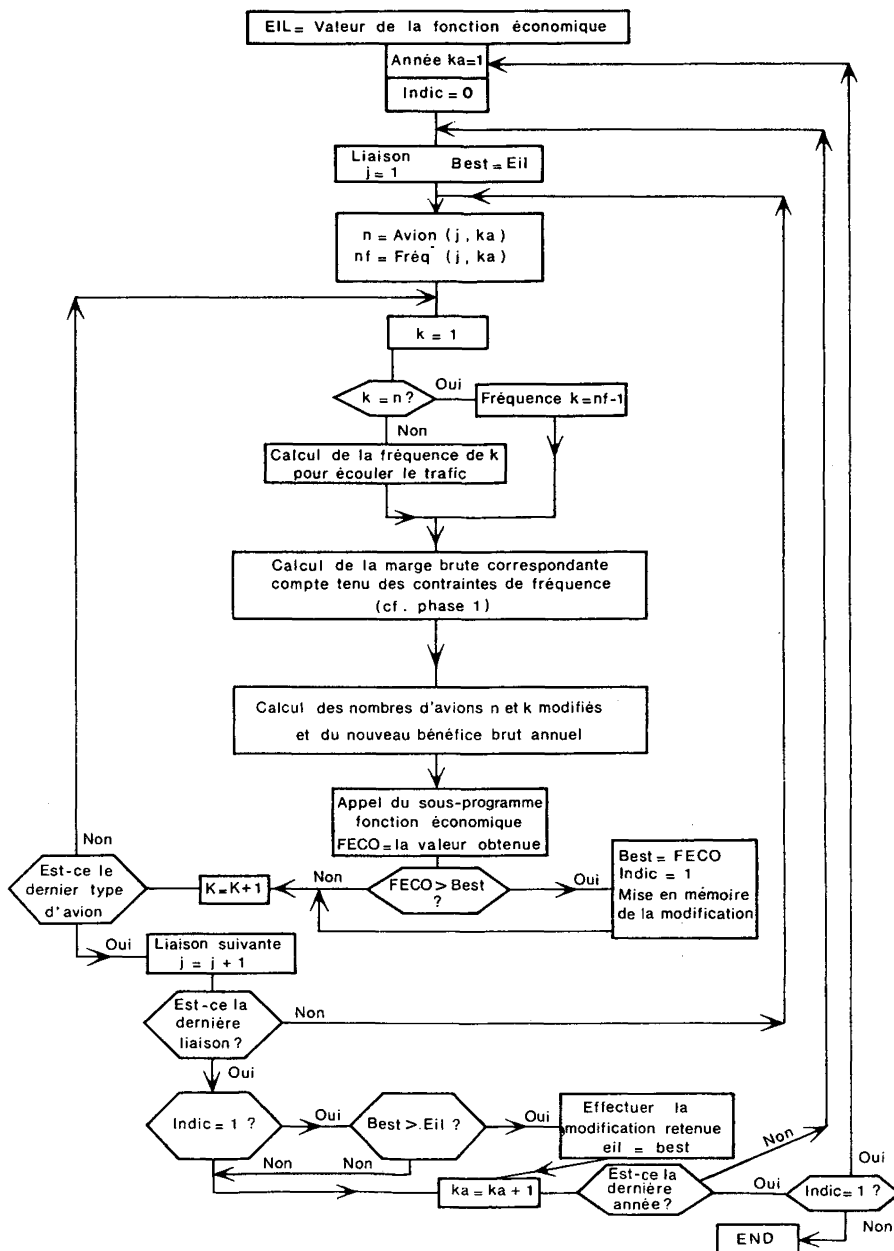
ORGANIGRAMMES DU MODELE

PHASE 1

Optimisation en marge brute

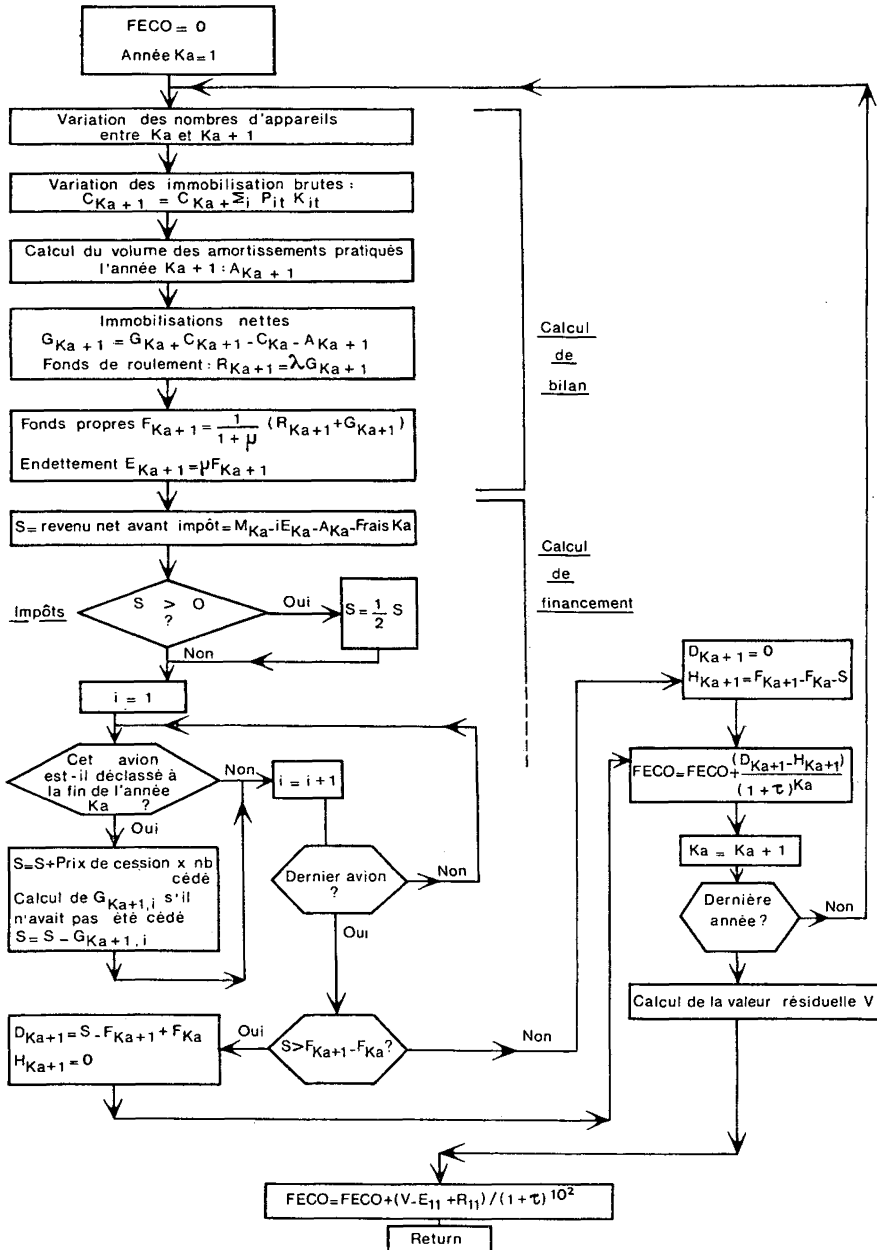


PHASE 2
Modifications marginales



PHASE 3

Fonction économique



ANNEXE 2. BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

[1] J. AGARD (*Air France*)

- Note interne à Air France du 24 octobre 1968 : rationalisation des choix de commandes d'avions.
- Modèle sur la recherche de composition des flottes moyens courriers 1971 et 1974, 6 décembre 1968.

[2] S.G.A.C. — B.C.E.O.M.

- Étude d'optimisation d'une flotte aérienne, novembre 1968.
- Étude d'optimisation d'une flotte aérienne, décembre 1969.
 1. Affectation par tranches horaires.
 2. Sélection des horaires et des rotations.

[3] J. PEYRELEVADE (*S.E.E.P.*)

- Note méthodologique sur la composition optimale des flottes, 3 décembre 1968.
- Méthodologie pour la définition optimale des flottes aériennes publiée par l'I.T.A., juin 1969.

[4] D. GRETZ (*S.E.E.P.*). *Notes internes*

- Modèle d'affectation de flottes en fréquences entières, juin 1969.
- Modèle d'investissements en achats d'avions, 6 octobre 1969.

[5] J. A. KOSCIUSKO-MORIZET et D. GRETZ (*S.E.E.P.*)

- Application de la programmation linéaire aux investissements des compagnies aériennes, 16 février 1970.

[6] Douglas Aircraft Company.

Airline Operations and Planning Model, mai 1968.

[7] Lee R. HOWARD et D. O. EBERHARDT.

Airline Simulation for analysis of commercial airline market (Lockheed).