

G. MONTY

**Automatisation de l'affectation des locomotives**

*Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle. Série verte*, tome 4, n° V1 (1970), p. 19-27

<[http://www.numdam.org/item?id=RO\\_1970\\_\\_4\\_1\\_19\\_0](http://www.numdam.org/item?id=RO_1970__4_1_19_0)>

© AFCET, 1970, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle. Série verte » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

R.I.R.O.

(4<sup>e</sup> année, V-1, 1970, p. 19-27)

## AUTOMATISATION DE L'AFFECTATION DES LOCOMOTIVES

par G. MONTY

*Études Générales de la S.N.C.F.*

---

Résumé. — *La Société Nationale des Chemins de Fer Français va expérimenter un système automatisé d'affectation des locomotives aux trains.*

*Un ordinateur recevra de postes terminaux les demandes de circulation de trains. Il enverra à ces postes les ordres d'affectation des locomotives.*

*L'algorithme s'inspirera de la « Méthode Hongroise ». Les adaptations à faire subir au modèle classique proviennent de la prise en compte des réutilisations successives des locomotives, et de la multiplicité de leurs types.*

### OBJECTIF

La plus grande part du trafic ferroviaire s'écoule par des mouvements de trains réguliers pour lesquels il est relativement aisé de bâtir des plans de traction applicables pendant de longues périodes. Mais le trafic subit des fluctuations qui se traduisent par des demandes de mise en marche de trains facultatifs auxquels il est moins facile d'attribuer des locomotives en temps voulu. Les difficultés proviennent du caractère aléatoire dans l'espace et dans le temps de ces demandes. Il se pose ainsi constamment un problème d'affectation des engins aux trains, problème qui se trouve actuellement traité à l'échelon des arrondissements par les permanences.

Le projet d'automatisation de l'affectation des locomotives a pour objectif de mettre en place un système qui réalise les affectations successives d'un parc de locomotives, en assurant le service avec un effectif d'engins aussi réduit que possible, notamment en période de pointe, tout en maintenant à un taux minime les transferts de locomotives seules, de centre à centre.

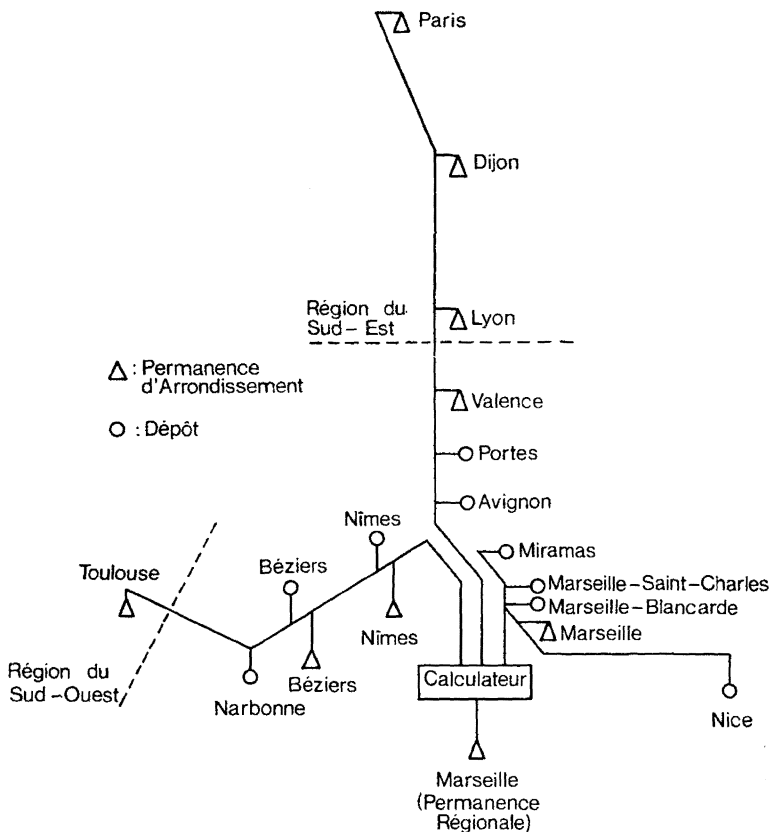
Le surcroît de performances par rapport au système actuel résultera, d'une part de la substitution d'une gestion d'ensemble du parc d'une région entière à la gestion fragmentée des arrondissements, d'autre part

de la réduction des intervalles de temps qui séparent l'établissement des plans de traction successifs, enfin du recours à un ordinateur pour la recherche des meilleures affectations.

Le nouveau système va être expérimenté sur la région de la Méditerranée de la S.N.C.F. L'ordinateur, installé à Marseille, sera relié à des postes terminaux implantés dans les permanences et dans les dépôts. Il aura connaissance des trains réguliers de chaque journée et des roulements correspondants, et enregistrera en permanence les commandes de trains facultatifs et les annonces de ressources en locomotives. La détermination des affectations aura lieu de façon discontinue à certaines heures.

La rentabilité du système se fonde sur une réduction du parc des locomotives nécessaires à l'exécution du service, et plus précisément en période de pointe de trafic.

Implantation des postes terminaux pour  
l'expérimentation du système



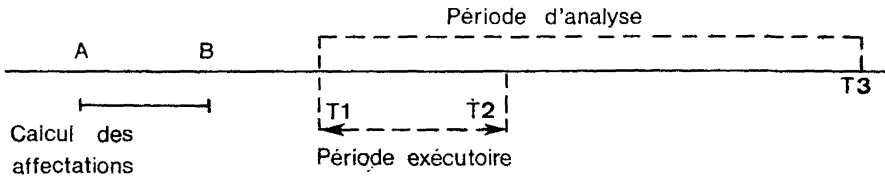
**Figure I**

## ROLE DE L'ORDINATEUR

Au moment de procéder aux affectations, l'ordinateur examinera d'une part l'ensemble des trains, réguliers ou non, dont les départs s'échelonneront sur une période assez longue, d'autre part l'ensemble des ressources prévisibles en locomotives pour la même période. L'ordinateur recherchera l'ensemble maximal des trains qu'il pourra faire partir, compte tenu de leurs priorités respectives, des possibilités de traction des engins de types divers vis-à-vis des trains, des possibilités de transfert d'engins entre points de stationnement. Il expédiera des messages indiquant aux dépôts les affectations à exécuter.

Eu égard à l'incertitude qui entoure l'heure de disponibilité prévisible d'un engin, compte tenu notamment des retards éventuels des trains, les ordres d'affectation ne porteront pas sur toute la période examinée dans les calculs, mais seulement sur le début de celle-ci. Les messages concernant les affectations plus lointaines ne seront expédiés qu'ultérieurement après confirmation des ressources, et modification éventuelle des affectations déjà calculées.

Les dispositions envisagées se traduisent par le schéma suivant :



— A est l'instant où débute le calcul pour la période T1T3 ou *période d'analyse*,

— T1T2 est la *période exécutoire* pour laquelle les affectations trouvées seront notifiées,

— BTI est un *délai de garde* allant de l'instant où l'ordinateur a achevé le calcul et l'envoi des ordres d'affectation jusqu'à celui où les premières affectations prescrites peuvent être réalisées.

## FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

On représente l'ensemble des possibilités d'affectations par un graphe constitué comme suit (voir la fig. 2) :

— un ensemble X de sommets représente les trains à faire partir au cours de la période analysée,

— un ensemble Y de sommets représente les locomotives,

— un ensemble  $U$  d'arcs dessinés en traits continus, traduit les possibilités d'affectations. A l'issue des calculs, certains de ces traits peuvent être renforcés et représenter les affectations choisies.

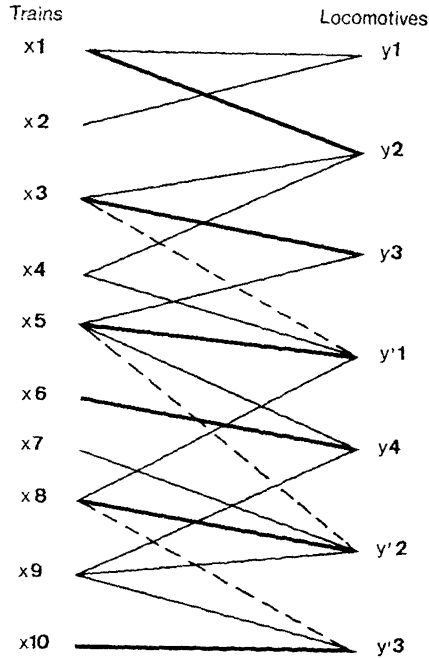


Figure 2

Lorsque la période analysée est suffisamment longue, l'affectation d'une locomotive à un train dont l'heure de départ se situe au début de la période, permet d'envisager de nouvelles affectations pour l'engin rendu à sa destination. De ce fait, l'ensemble  $Y$  se décompose en deux sous-ensembles : l'un  $Y$  représentant les locomotives réellement disponibles, l'autre  $Y'$  les réemplois éventuels des précédentes.

La distinction apparaît sur le graphe par la présence d'arcs dessinés en traits discontinus dits arcs  $\nu$ . L'existence d'un tel arc entre deux sommets  $x$  et  $y$  traduit le fait que l'engin peut être considéré comme une ressource réelle à partir du moment où le train  $x$  est couvert.

Lorsque les locomotives susceptibles d'être affectées à la remorque d'un train  $x$  sont de même type, et conviennent en simple traction, leur réemploi est unique. Lorsque les engins sont de type différents, ou ne conviennent qu'en double traction, il y a lieu d'envisager autant de réemplois que de types, et d'unités nécessaires dans chaque type.

Étant donné le graphe représentatif d'un ensemble de possibilités d'affectations, l'établissement d'un plan de traction effectif équivaut à

opérer la sélection parmi les arcs  $u$ , d'un sous-ensemble d'arcs, dits  $\omega$ , présentant les caractéristiques suivantes :

- de tout sommet  $y$  part au plus un arc  $\omega$ ,
- en tout sommet  $\omega$  aboutit au plus un arc  $\omega$ , ou deux arcs, en cas de double traction.

### CALCUL DES AFFECTATIONS

La méthode d'affectation employée répond à un double objectif :

- doter tous les sommets  $x$  d'un arc  $\omega$ , ou de 2 arcs si la double traction s'impose,
- aboutir au plan de traction le plus économique.

Elle fait intervenir, outre le graphe qui vient d'être décrit, une matrice renfermant les coûts des affectations. La case située à l'intersection d'une ligne  $i$  et d'une colonne  $j$  contient le coût  $c_{ij}$  d'affectation de la locomotive  $j$  au train  $i$ , et il y a correspondance biunivoque entre une case  $(i, j)$  et l'arc reliant les sommets  $x_i$  et  $y_j$  du graphe. La présence d'un coût infini dans une case traduit l'absence d'arc  $u$  entre les sommets correspondants.

En première analyse, un coût d'affectation représente, à un facteur près, le temps qu'il faut pour transférer une locomotive de l'endroit où elle se trouve, à l'issue d'un service, à l'endroit d'où partira le train correspondant à une nouvelle affectation.

La détermination des affectations se fait généralement en plusieurs étapes. La première consiste à repérer sur chaque ligne de la matrice la case renfermant le coût le plus faible et à extraire du graphe qui représente l'ensemble des possibilités d'affectation un graphe réduit ne comportant comme arcs que ceux qui correspondent aux cases repérées dans la matrice.

Dans le cas théoriquement possible, mais qui ne se présente pratiquement jamais, où les cases repérées correspondraient toutes à des locomotives disponibles et à des réemplois réels, et où, d'autre part, les cases en question se répartiraient entre les colonnes de telle sorte qu'aucune de celles-ci ne contiennent plus d'une case repérée, la détermination des affectations serait terminée. On aurait, en effet, obtenu d'emblée l'ensemble d'affectations tel que chaque train puisse être remorqué par la locomotive la moins chère.

Mais il n'en est généralement pas ainsi : la locomotive la moins chère pour un train l'est souvent aussi pour d'autres, et, par ailleurs, les locomotives les moins chères ne sont parfois que des réemplois virtuels, issus de locomotives disponibles mais non affectées. Il en résulte que certains trains restent dépourvus de locomotives.

Il est nécessaire dans ces conditions d'enrichir le graphe réduit, en lui ajoutant de nouveaux arcs prélevés dans le graphe complet. Le choix de ces arcs ainsi que l'examen des possibilités d'affectation qu'ils apportent,

s'opèrent au cours d'itérations en nombre variable, et qui se renouvellent jusqu'au moment où tous les trains sont dotés de locomotives, ou jusqu'à ce qu'il ne soit plus possible de trouver dans le graphe complet des arcs porteurs de possibilités nouvelles.

Il est normal d'ailleurs que certains trains de faible priorité, et dont l'heure de départ se situe à la fin de la période examinée, ne puissent pas toujours être pourvus d'engins. Ils seront traités à nouveau lors des calculs ultérieurs, et compte tenu de ressources nouvelles non encore connues au moment où ils restent dépourvus d'engins.

Cette méthode d'affectation s'inspire de la méthode hongroise, décrite dans les ouvrages classiques sur la programmation linéaire. Le détail des procédures mises en œuvre au cours des itérations est présenté en annexe.

La méthode a été élaborée avec le concours de la Société d'Economie et de Mathématiques Appliquées.

## ANNEXE

### DETAIL DES PROCEDURES D'AFFECTION

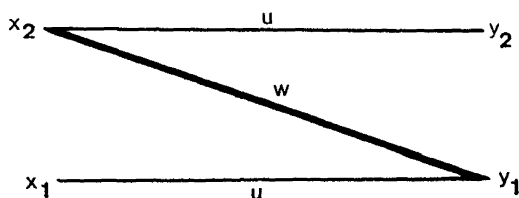
Chaque itération comporte les opérations suivantes :

- exploitation du graphe réduit,
- repérage des sommets entre lesquels il serait utile de disposer de nouveaux arcs,
- sélection parmi ces arcs de ceux qui offrent les possibilités d'affectation les plus économiques.

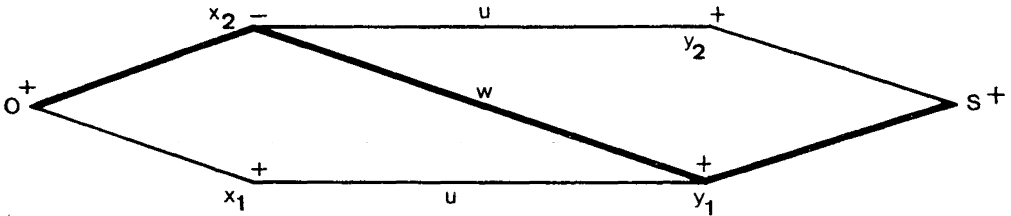
#### Exploitation du graphe réduit

D'une itération à la suivante, le graphe réduit ne diffère que par la présence d'arcs nouveaux, et par la disparition éventuelle d'arcs inutilisés. Les affectations obtenues à l'issue de l'itération précédente sont conservées, mais elles peuvent se trouver modifiées au cours de la nouvelle itération. L'exploitation du graphe réduit a pour but de doter d'arcs  $w$  les sommets  $x$  qui en sont restés dépourvus précédemment. Elle s'effectue par application de l'algorithme des chaînes alternées décrit ci-après :

Supposons que l'on puisse extraire du graphe réduit la figure suivante



dans laquelle  $x_1$  représente un train non pourvu de locomotive,  $y_1$  une locomotive affectée à  $x_2$ , et  $y_2$  une locomotive disponible ou un réemploi réel. Complétons ce graphe élémentaire par des arcs de capacité 1 issus d'une origine  $O$  et par des arcs de même capacité aboutissant à une sortie  $S$ .



L'application de l'algorithme de Ford et Fulkerson, pour la détermination d'un flot maximal, se traduit par le marquage d'un signe + en  $O$ ,  $x_1$ ,  $y_1$  d'un signe - en  $x_2$  enfin d'un signe + en  $y_2$  et  $S$ . Ce marquage traduit une possibilité d'augmentation de flot, conduisant au graphe saturé représenté ci-après (cf. fig. 3) :

L'algorithme de Ford et Fulkerson se prête ici à une formulation simple.

Étant donné une chaîne d'arcs  $uwu$ , issue d'un sommet  $x_1$  insaturé, et aboutissant en un sommet  $y$  insaturé représentant une ressource réelle, l'inversion des arcs le long de la chaîne, c'est-à-dire le remplacement des arcs  $u$  par des arcs  $w$ , et de l'arc  $w$  par un arc  $u$ , sature le sommet  $x_1$  et conserve la saturation du sommet intermédiaire  $x_2$ .

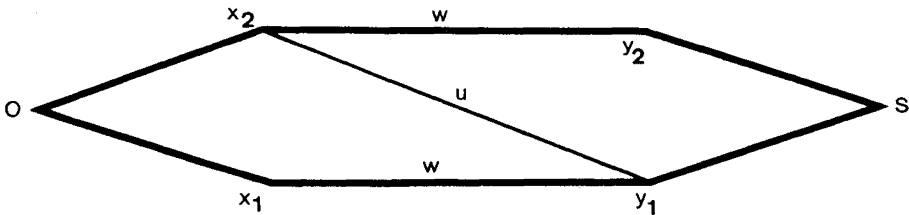


Figure 3

Cette formulation s'étend à des chaînes de type  $uwuw$ , ...,  $uwu$ , issues d'un sommet  $x$  insaturé, aboutissant en un sommet  $y$  insaturé, et constituées d'un nombre quelconque d'arcs  $u$  et  $w$  en alternance. De plus, elle se transpose immédiatement au cas de chaînes de type  $u$  ( $w$  ou  $v$ )  $u$  ( $w$  ou  $v$ ) ... ( $w$  ou  $v$ )  $u$  dans lesquelles existent des arcs  $v$  à la place d'arcs  $w$ . Étant donné une telle chaîne, l'inversion des arcs qui la composent entraîne la saturation du sommet de départ et celle de tous les sommets  $x$  insaturés qu'elle rencontre (cf. fig. 4).



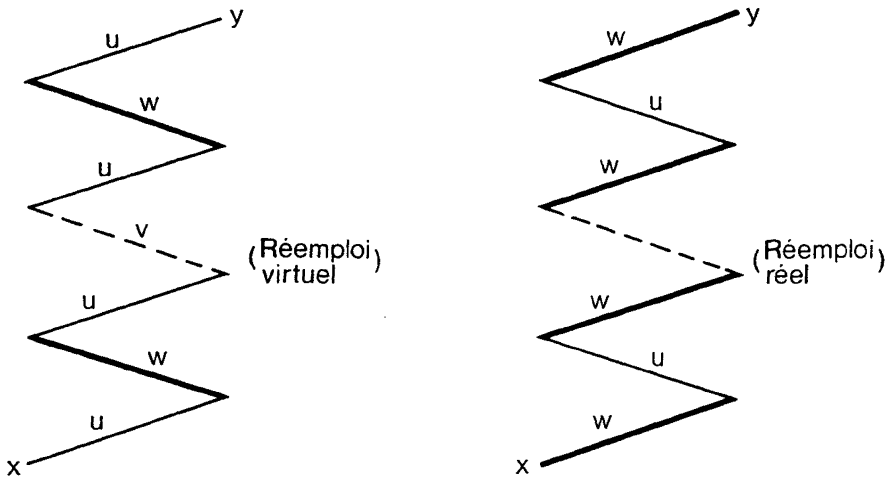


Figure 4

L'exploitation du graphe réduit s'effectue en définitive par assemblage systématique de maillons de chaîne, à partir de chaque sommet  $x$  insaturé, jusqu'à ce que le dernier maillon assemblé aboutisse en un sommet  $y$  représentant une locomotive non affectée, ou un réemploi réel.

#### Repérage des sommets intéressants pour la création de nouveaux arcs

Chaque fois qu'une chaîne ne peut trouver un aboutissement, les sommets  $x$  et  $y$  qu'elle contient sont marqués. Les marques présentent un caractère provisoire, tant que se déroulent les recherches intéressant un sommet particulier. S'il reste des sommets  $x$  insaturés à l'issue des recherches, les marques qui leur correspondent, servent à déterminer les sommets entre lesquels il serait utile de disposer de nouveaux arcs.

Les sommets  $x$  marqués sont tous intéressants comme origine de nouveaux arcs. C'est en effet par manque d'arcs partant de ces sommets et aboutissant en des sommets  $y$  insaturés que les chaînes ne peuvent aboutir.

L'ensemble des arcs utiles est constitué de tous ceux qui existent dans le graphe complet et qui créeraient des liaisons dans le graphe réduit entre sommets  $x$  marqués et sommets  $y$  non marqués. Toutefois, les coûts d'affectation attachés à ces possibilités nouvelles peuvent différer beaucoup d'un arc à l'autre. Il est donc nécessaire d'opérer un choix parmi ceux-ci.

#### Sélection des nouveaux arcs

Au cours de la première itération, les minimum par ligne ont été repérés dans la matrice des coûts, et ces minimum ont été soustraits de tous les coûts de leur ligne, conformément à la méthode hongroise. Chaque

ligne a commencé ainsi à contenir un zéro, ou plusieurs si le minimum était commun à plusieurs cases de la ligne. Les arcs du premier graphe réduit ont été définis par le premier ensemble de cases nulles.

Les opérations qui ont été effectuées ensuite sur la matrice des coûts, se reproduisent lors de chaque itération. Ce sont les suivantes :

Les lignes correspondant à des sommets  $x$  non marqués sont rayées. Les colonnes relatives à des sommets  $y$  marqués sont rayées. L'ensemble des arcs susceptibles d'enrichir le graphe réduit est défini par l'ensemble des cases non rayées. Aucune de celles-ci ne renferme un zéro. Soit alors  $m$  la valeur minimum que contient l'ensemble de ces cases. La soustraction de  $m$  de toute valeur non rayée fait apparaître un zéro, ou plusieurs si  $m$  est commun à plusieurs cases. L'ensemble des arcs sélectionnés est défini par les nouveaux zéros.

Conformément à la Méthode Hongroise, la soustraction de  $m$  dans les cases non rayées s'accompagne de l'addition de  $m$  aux valeurs rayées deux fois. Cette opération peut faire disparaître des zéros, donc supprimer des arcs, mais il ne peut s'agir d'arcs  $\omega$ . Elle est donc sans effet sur les affectations déjà réalisées.

### Conséquences de la multiplicité des types de locomotives.

Les précisions fournies dans cette annexe ne concernent que le cas où les locomotives seraient toutes de même type et toujours utilisées en unité simple. Des indications complémentaires assez abondantes seraient nécessaires pour traiter le cas général. Sans entrer dans les détails, signalons cependant les points suivants :

1° Le fait qu'il existe à la S.N.C.F. plusieurs séries de locomotives, et qu'elles ne puissent toutes fournir les mêmes services, oblige à distinguer pour chaque train autant de réemplois éventuels qu'il y a de types présents parmi les locomotives qui peuvent « faire » le train. Il faut en effet, lorsque l'on construit une chaîne contenant des arcs  $V$ , pouvoir s'assurer que les arcs  $u$  qui encadrent un arc  $\nu$  sont afférents à des locomotives de même type.

2° La présence de plusieurs types d'engins s'oppose à l'application intégrale de la Méthode Hongroise. Les procédures de calcul qu'il est prévu de mettre en œuvre s'en inspirent, mais ne fournissent pas toujours les affectations optimales.

Ces procédures ont été simulées sur ordinateur. Les essais qui ont été effectués ont confirmé, et cela n'a pas été une surprise, que dans un problème de nature combinatoire l'ordinateur prend facilement l'avantage, en raison de sa rapidité et de son infatigabilité, sur les opérateurs manuels.