

D. CALVET

M. CANAL

M. JAHN

**Utilisation des coûts marginaux dans un
problème d'investissement production réactive
optimale sur le réseau français**

Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle,
tome 2, n° V2 (1968), p. 83-108

http://www.numdam.org/item?id=RO_1968__2_2_83_0

© AFCET, 1968, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

UTILISATION DES COUTS MARGINAUX DANS UN PROBLEME D'INVESTISSEMENT PRODUCTION REACTIVE OPTIMALE SUR LE RESEAU FRANÇAIS

par D. CALVET ⁽¹⁾, M. CANAL et M. JAHN ⁽²⁾

Résumé. — Cet article est consacré à l'étude d'un problème d'équipement en moyens de production de puissance réactive sur un réseau de transport d'énergie électrique.

La méthode d'étude utilise des coûts marginaux d'exploitation pour déterminer la localisation optimale des moyens de production. Les coûts marginaux sont les sous-produits d'un programme mathématique déterminant l'exploitation optimale instantanée des différents moyens de production du réseau et appelé « Dispatching Économique ».

Introduction

Considérons un bien X , un ensemble de points de consommation, un ensemble de points de production et un réseau de transport qui a la propriété de transformer X . Où doit-on installer des moyens complémentaires de production lorsque la demande de X s'accroît ?

Ce problème de localisation optimale de l'équipement dans le temps se particularise de la façon suivante :

- le bien considéré est l'énergie réactive,
- le réseau est un réseau de transport d'énergie électrique.

Les moyens de production sont de deux types :

- a) des usines annexes pour lesquelles X est un sous-produit et dont la localisation et la taille sont prédéterminées,
- b) des usines principales qui produisent uniquement X et qui peuvent être installées directement aux points de consommation.

(1) Chef de Division « Etudes et Recherches » E.D.F.

(2) Ingénieurs « Etudes et Recherches » E.D.F.

La solution optimale est le résultat du compromis suivant : produire par les usines a) et transporter X , installer des usines b) aux points de consommation.

Soit \mathcal{F} la fonction économique associée, cette fonction dépend d'un certain nombre de variables, en particulier des variables K_i et B_i . K_i représente l'importation de X au nœud consommateur i et B_i la puissance des usines principales installées à ce même nœud. Cette fonction s'exprime par

$$F(K_1 \dots K_i \dots K_n) + F'(B_1 \dots B_i \dots B_n).$$

Les variables K_i et B_i sont liées linéairement $B_i + K_i = D_i$ (D_i consommation au point i). Dans ce cas \mathcal{F} est minimum si

$$\frac{\partial F}{\partial K_i} - \frac{\partial F'}{\partial B_i} = 0 \quad \forall i$$

$\frac{\partial F}{\partial K_i}$, utilité marginale de modifier l'importation d'une unité, est une caractéristique d'exploitation,

$\frac{\partial F'}{\partial B_i}$, utilité marginale d'accroître la capacité d'une usine principale, est une variable exogène au problème d'exploitation. Si on admet que $\frac{\partial F'}{\partial B_i} = a \quad \forall i$ on doit résoudre

$$\frac{\partial F}{\partial K_i} = a \quad \forall i$$

Dans le problème qui nous préoccupe la fonction économique F a la caractéristique de ne pas s'exprimer analytiquement en fonction de variables K_i . Si le problème pouvait être considéré comme instantané, F correspondrait au coût d'exploitation du système de production mais pour une production optimisée et serait le résultat de la résolution d'un programme mathématique unique non linéaire.

Les quantités $\frac{\partial F}{\partial K_i}$ sont des multiplicateurs de Kuhn et Tucker de ce programme, et peuvent être interprétées comme des coûts marginaux de l'énergie importée.

L'introduction du temps complique le problème. F est alors la somme de fonctions coûts d'exploitation optimale dans des intervalles de temps ω_k où les données du problème sont stationnaires. On est conduit à résoudre le système

$$\sum_k \frac{\partial F_k}{\partial K_i} \omega_k = a \quad \forall i \quad (1)$$

Dans la première partie on indique les hypothèses qui conduisent à la formulation simplifiée du problème.

La deuxième partie expose le principe de résolution.

La troisième partie explicite le programme mathématique qui génère les coûts marginaux.

La quatrième partie traite de la résolution du système (1) dans le cas du réseau français de transport.

1. FORMULATION DU PROBLEME

1.1. L'énergie réactive et ses inconvénients

Le but des réseaux de transport d'énergie électrique est d'acheminer à partir des sources de production cette énergie vers des centres de consommation. Les centres de consommation sont tels que lorsqu'ils sont soumis à un vecteur tension V , ils prélèvent un vecteur courant I déphasé sur ce vecteur tension. La puissance électrique effectivement transformable sous forme d'énergie mécanique ou calorifique appelée puissance active, est le produit du module de V par la composante du courant en phase avec la tension.

Par analogie on appelle « puissance réactive » le produit du module de V par la composante de I déphasée de $\frac{\pi}{2}$ sur V .

Par la nature même des appareils de consommation chaque production de puissance active s'accompagne d'une production de puissance réactive. Les sources d'énergie active habituelles (groupes) peuvent être conçues pour produire également une certaine puissance réactive. En outre, il existe des moyens particuliers locaux de produire cette puissance réactive (compensateurs, condensateurs, ...).

Les inconvénients résultant du transport de cette puissance réactive sont les suivants :

- pertes de puissance active, d'où augmentation des investissements en sources de production active et des coûts d'exploitation,
- augmentation des chutes de tension et des puissances transitées, d'où augmentation des investissements de réseau.

1.2. Hypothèses initiales

Hypothèse 1

Le réseau de transport et les sources actives sont imposées.

On s'intéresse donc uniquement à l'aspect « gain sur l'exploitation des sources actives ». Cette hypothèse est la moins réaliste de toutes celles qui ont été retenues mais elle est nécessaire, étant donné les techniques actuelles de calcul. Il paraît en effet difficile de traiter sur des réseaux réels le problème global « investissements en moyens de production active, en réseaux et en moyens de production réactive ».

Hypothèse 2

Les puissances des installations de production de l'énergie réactive sont supposées être des variables continues et les moyens retenus sont uniquement des batteries de condensateurs statiques.

1.3 Enoncé du problème

Considérons une période de T années.

Un réseau étant donné chaque année, ainsi qu'un ensemble de sources actives et un ensemble de consommations de puissances active et réactive, quel doit être l'ensemble des moyens de production de la puissance réactive qui rend optimale l'exploitation sur T de ce système production-transport sous certaines contraintes.

Hypothèse 3

La consommation est connue de façon certaine.

Il existe en certains points du réseau des sources d'énergie active et réactive de nature hydraulique dont la production dépend d'une variable aléatoire H l'hydraulicité ⁽¹⁾.

L'état du réseau et des sources actives est variable au cours de l'année. Cette variation est due :

- α) à l'entretien de certains éléments,
- β) à l'indisponibilité fortuite.

Ces aléas peuvent être introduits de deux façons :

- abaisser forfaitairement la production maximale de chaque groupe et la capacité de chaque élément en tenant compte du taux d'indisponibilité,
- considérer un certain ensemble d'états possibles de réseaux affectés par ces indisponibilités.

Hypothèse 4

Dans l'état actuel des études la première façon a été retenue c'est-à-dire qu'on se place en avenir certain et que l'on adopte comme valeur de production et de capacité l'espérance mathématique de la production de chaque groupe et de la capacité de chaque élément à un instant donné.

Dans ces conditions pour une hydraulicité donnée, l'année peut être découpée en un certain nombre d'intervalles pendant lesquels l'état du réseau et la consommation peuvent être considérés comme constants.

Soient $\omega_{t_1} \omega_{t_2} \dots \omega_{t_k} \dots$, ces intervalles pour l'année t .

A l'intérieur de chacun d'eux on peut définir un graphe associé au réseau à n sommets :

- associés à l'ensemble des sommets i du graphe,
 - un vecteur consommation active C défini dans R^n ,
 - un vecteur consommation réactive D défini dans R^n ,
 - un ensemble de données relatives aux sommets de production à savoir ;

m_i le nombre de groupes au sommet $i \left(\sum_i m_i = s \right)$

(1) Apports dans les usines hydrauliques.

$\bar{P}_{il}, \bar{Q}_{il}, \underline{P}_{il}, \underline{Q}_{il}$, les puissances maximales et minimales actives et réactives relatives au groupe il ,

$\alpha_{il} + \beta_{il}P_{il}; \delta_{il} + \varepsilon_{il}Q_{il}$ les fonctions coûts de production du groupe il , où $\alpha_{il}, \beta_{il}, \delta_{il}, \varepsilon_{il}$ sont des coefficients constants,

et P_{il}, Q_{il} les puissances effectivement produites par le groupe,

un vecteur tension maximale \bar{U} ,

un vecteur tension minimale \underline{U} ,

— associées aux différents arcs du graphe,

les caractéristiques des éléments du réseau,

les limites des déphasages $\bar{\theta}$ entre les tensions des sommets extrémités (capacité des éléments).

1.4 Formulation du problème

Soit b_t le vecteur puissance des batteries à installer l'année t , défini dans R^n .

Soit \bar{B}_t , le vecteur puissance des batteries installées l'année t , défini dans R^n (\bar{B}_t représente aussi le vecteur puissance maximale productible par les batteries)

$$\bar{B}_t = \bar{B}_{t-1} + b_t$$

b_t étant donné, on peut associer à chaque intervalle de temps ω_{ik} une fonction, « coût optimal d'exploitation » F_{ik}^0 , dépendante de \bar{B}_t , espérance mathématique de $f_{ik}^0(H)$.

Le problème se formule alors :

Trouver les T vecteurs b_t qui minimisent

$$\varphi = \sum_t \left[\sum_k F_{ik}^0 \omega_{ik} + I \cdot A_t \right] \frac{1}{(1+i)^t} - V_T$$

où A_t est le vecteur coût d'investissement des condensateurs installés l'année t de puissance b_t et I un vecteur unité.

V_T est la valeur d'usage actualisée des batteries de condensateurs de puissance \bar{B}_t installées l'année T ,

i est le taux d'actualisation.

Hypothèse 5

La fonction d'amortissement retenue est telle que les annuités sont constantes. Cette hypothèse se justifie s'il y a une certaine homogénéité dans les critères utilisés pour le choix de la structure du réseau chaque année ; dans ce cas en effet les batteries de condensateurs sont utilisées de façon identique chaque année de leur période de vie.

Dans ces conditions minimiser φ revient à minimiser

$$\varphi' = \sum_i \left[\sum_k F_{ik}^0 \omega_{ik} + I \cdot g_i \right] \frac{1}{(1+i)^i}$$

où g_i est le vecteur charges annuelles relatives aux batteries de condensateurs de puissance \bar{B}_i .

φ' ne diffère de φ que par un terme constant qui représente les charges annuelles relatives aux batteries de condensateurs existant l'année initiale de l'étude.

Hypothèse 6

On admet que \bar{B}_i doit toujours être supérieur ou égal à \bar{B}_{i-1} et on suppose que cette contrainte n'est jamais saturée dans l'optimisation ; dans ces conditions minimiser φ' revient à minimiser chaque année

$$\varphi'_i = \sum_k F_{ik}^0 \omega_{ik} + I \cdot g_i$$

Hypothèse 7

Le vecteur g_i est proportionnel au vecteur \bar{B}_i ,

$$g_i = a \bar{B}_i$$

On a ainsi à résoudre le problème suivant :

« Trouver l'ensemble des vecteurs \bar{B}_i qui minimisent la suite des fonctions

$$\boxed{\varphi'_i = \sum_k F_{ik}^0 \omega_{ik} + a I \cdot \bar{B}_i} \quad (1)$$

2. PRINCIPE DE RESOLUTION

S'il existe un vecteur \bar{B}_i qui minimise φ'_i il est solution de l'équation

$$\frac{\partial}{\partial \bar{B}_i} \left[\sum_k F_{ik}^0 \omega_{ik} + a I \cdot \bar{B}_i \right] = 0 \quad \forall i$$

c'est-à-dire de

$$\boxed{\sum_k \frac{\partial F_{ik}^0}{\partial \bar{B}_i} \omega_{ik} + a = 0 \quad \forall i}$$

2.1. Nature de F_{ik}^0

F_{ik}^0 est l'espérance mathématique sur l'ensemble des hydraulicités des fonctions coûts d'exploitation optimaux $f_{ik}^0(h)$. Les différentes fonctions f_{ik}^0 étant indépendantes la relation précédente peut s'écrire

$$\sum_k \sum_h p_h \frac{\partial f_{ik}^0(h)}{\partial \bar{B}_i} \omega_{ik} + a = 0 \quad \forall i \quad (2)$$

où p_h est la probabilité associée à chaque valeur h de l'hydraulicité H .

Les fonctions $f_{ik}^0(h)$ ne s'expriment pas analytiquement en fonction de \bar{B}_i .

En effet f_{ik}^0 est le résultat de la résolution d'un problème d'optimisation instantanée d'exploitation appelé Dispatching économique qui s'énonce ainsi : « Déterminer dans l'espace des R^s les vecteurs puissance active et réactive P, Q fournie par les différents groupes et dans l'espace des R^n le vecteur B puissance réactive fournie par les batteries de condensateurs pour que sous les contraintes :

$$\sum_{l=1}^{m_i} P_{il} - C_i = \Gamma_i(U, \theta) \quad \forall i \quad (3)$$

$$\sum_{l=1}^{m_i} Q_{il} + B_i - D_i = \Gamma'_i(U, \theta) \quad \forall i \quad (4)$$

$$\underline{P}_{il} \leq P_{il} \leq \bar{P}_{il} \quad \forall i \quad \forall l \quad (5)$$

$$\underline{Q}_{il} \leq Q_{il} \leq \bar{Q}_{il} \quad \forall i \quad \forall l \quad (6)$$

$$0 \leq B_i \leq \bar{B}_i \quad \forall i \quad (7)$$

$$\underline{U}_i \leq U_i \leq \bar{U}_i \quad \forall i \quad (8)$$

$$-\bar{\theta}_{i\gamma} \leq \theta_i - \theta_\gamma \leq \bar{\theta}_{i\gamma} \quad \forall i \text{ et } \forall \gamma \text{ voisin de } i \quad (9)$$

la fonction $\sum_i \sum_l \left[\alpha_{il} + \beta_{il} P_{il} + \delta_{il} + \varepsilon_{il} Q_{il} \right]$ soit minimale.

C'est un programme mathématique à fonction linéaire et à contraintes d'inégalité linéaires mais à contraintes d'égalité non linéaires.

Propriétés de $f_{ik}^0(\bar{B}_i)$

$f_{ik}^0(\bar{B}_i)$ peut être considérée comme une fonction continue par morceaux de \bar{B}_i sur des intervalles $]a, b]$,

f_{ik}^0 est monotone décroissante,

sa dérivée existe pour toute valeur de \bar{B}_i .

En effet une variation de \bar{B}_i conduit à la variation d'une des contraintes du type (7) dans le programme mathématique ; il n'en résulte une modification des vecteurs P , Q , B optimaux et de la fonction $f_{ik}^0(\bar{B}_i)$ que dans le cas où cette contrainte est satisfaite sous forme d'égalité.

Or dans l'ensemble des moyens de production, soit de puissance active, soit de puissance réactive, on peut considérer trois sortes de groupes :

- ceux qui sont en butée sur la puissance maximale,
- ceux qui sont en butée sur la puissance minimale,
- ceux qui produisent une puissance intermédiaire (groupes marginaux).

Dans ces conditions une variation $\Delta \bar{B}_i$ (par exemple négative) de la valeur d'une des contraintes réagit à la fois sur la production active et réactive et peut le faire de deux façons différentes :

- soit par une variation (positive) de la puissance fournie par les groupes marginaux,
- soit par une mise en fonctionnement à puissance autre que minimale d'un des autres groupes.

On a démontré dans le cas particulier d'un réseau à deux sommets que la fonction $f_{ik}^0(\bar{B}_i)$ était continue par morceaux et changeait de détermination pour les valeurs de \bar{B}_i qui conduisaient à introduire un nouveau groupe fonctionnant à une puissance autre que minimale. De plus on a observé qu'elle était monotone décroissante puis constante lorsque \bar{B}_i atteignait une valeur telle que la contrainte n'était plus influente dans l'optimisation. Aux points anguleux seule une des deux déterminations est à considérer, ce qui conduit à introduire des intervalles du type $[a, b]$.

On a admis que ces propriétés se conservaient dans le cas des réseaux à n sommets.

2.2 Calcul de la dérivée

D'après l'équation (2) on est conduit à résoudre le système suivant

$$\sum_k \sum_h p_h \frac{\partial f_{ik}^0(h)}{\partial \bar{B}_i} \omega_{ik} + a = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n$$

où $-\frac{\partial f_{ik}^0}{\partial \bar{B}_i}$ est, dans le Programme Mathématique associé, égal au multiplicateur relatif à la borne supérieure de production de puissance réactive par les batteries de condensateurs (contrainte 7). Soit d_{ikh} ce multiplicateur.

2.3 Système fondamental à résoudre

$$\boxed{\sum_k \sum_h p_h d_{ikh} \omega_{ik} = a \quad \forall i} \quad (10)$$

Si on appelle Δ_{ik} l'espérance mathématique des d_{ikn} d_{ikh} le système devient chaque année

$$\sum_k \Delta_{ik} \omega_k = a \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

3. NATURE DU PROGRAMME MATHEMATIQUE ASSOCIE AU MODELE D'EQUIPEMENT

3.1. Particularités du programme

Le programme mathématique P. 1 ou « Dispatching Économique » défini précédemment se caractérise par les propriétés suivantes :

- a) les variables sont bornées sauf les θ_i assujettis à satisfaire des contraintes linéaires,
- b) les équations que doivent satisfaire les inconnues, connues des électriciens sous le nom de relations d'injection, ne sont pas indépendantes car leur jacobien est une matrice singulière,
- c) la fonction économique est la somme de fonctions linéaires,
- d) les fonctions du système d'équations ainsi que la fonction économique sont continûment différentiables dans les intervalles où elles sont définies.

3.2. Programme simplifié

On peut simplifier la présentation du programme étudié en faisant le changement de variables suivant :

$$P_i = \sum_{l=1}^{m_i} P_{il} \quad ; \quad Q_i = \sum_{l=1}^{m_i} Q_{il}$$

Le programme du dispatching économique s'écrit alors :

$$\begin{array}{ll} \min_{P, Q} F(P, Q) = \sum_{i=1}^n f_i(P_i, Q_i) & \\ i = 1, 2, \dots, \gamma, \dots, r & \\ \begin{array}{ll} P_i & - \quad C_i = \Gamma_i(U, \theta) & (12) \\ Q_i + B_i - D_i & = \Gamma'_i(U, \theta) & (13) \\ \underline{P}_i & \leq P_i \leq \bar{P}_i & (14) \\ \underline{Q}_i & \leq Q_i \leq \bar{Q}_i & (15) \\ \underline{O}_i & \leq B_i \leq \bar{B}_i & (16) \\ \underline{U}_i & \leq U_i \leq \bar{U}_i & (17) \\ -\bar{\theta}_{ij} & \leq \theta_i - \theta_j \leq \bar{\theta}_{ij} & (18) \end{array} & \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} P. 2 \end{array}$$

On serait alors conduit à la résolution d'un programme non linéaire où ne figurent que des relations d'inégalité mais cela entraînerait des calculs très longs. Cependant nous avons voulu voir ce qu'on pouvait dire du domaine \mathcal{D} défini par les inégalités du programme P. 3 dans un cas simple de réseau à 2 sommets ($n = 2$).

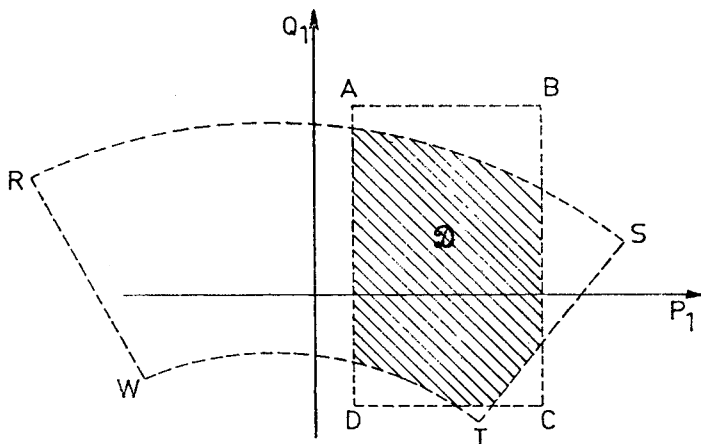


Figure 2

Cette étude nous a permis de tracer le domaine \mathcal{D} . Sur la figure 2 le rectangle $ABCD$ définit le domaine :

$$\underline{P}_1 \leq P_1 \leq \bar{P}_1$$

$$\underline{Q}_1 \leq Q_1 \leq \bar{Q}_1$$

Le domaine défini par les inéquations

$$\underline{U}_1 \leq U_1 \leq \bar{U}_1$$

$$|\theta_1 - \theta_2| \leq \bar{\theta}_{12}$$

se transforme dans l'application définie par les relations d'égalité suivant le domaine $RSTW$ qui n'est pas convexe.

Aussi l'intersection de $ABCD$ et de $RSTW$ n'est-elle pas nécessairement convexe.

Sur un réseau réel tous les cas de figure ne sont pas à considérer, et dans le cas particulier où le domaine \mathcal{D} se confond avec $ABCD$, il est nécessairement convexe. Dans les autres cas les butées de tension \bar{U} et \underline{U} sont telles que les arcs WT ont un rayon de courbure assez grand pour que l'on puisse confondre l'arc intérieur au domaine $ABCD$ avec sa corde.

On peut ainsi admettre que le domaine \mathcal{D} des solutions réalisables du programme étudié est en pratique convexe ce qui expliquerait l'unicité de la solution optimale.

3.3.2. DEUXIEME METHODE

De la même façon que précédemment on pourrait exprimer le programme P. 2 uniquement en fonction de U et θ . On aurait alors :

$$\left. \begin{array}{l} \min_{U, \theta} F^*(U, \theta) \\ \underline{P}_i \leq \psi'(U, \theta) \leq \bar{P}_i \\ \underline{Q}_i \leq \xi'(\theta) \leq \bar{Q}_i \\ \underline{U}_i \leq U_i \leq \bar{U}_i \\ |\theta_i - \theta_{i'}| \leq \bar{\theta}_{i'} \end{array} \right\} \quad \text{P. 4}$$

C'est aussi un programme mathématique non linéaire de type classique. Pour les mêmes raisons que précédemment une telle méthode de calcul n'a pas été adoptée.

3.3.3. METHODE DE CALCUL ADOPTEE DANS CETTE ETUDE

Avant d'aborder le problème il est bon de rappeler les conditions de Kuhn et Tucker dans le cas d'un programme mathématique du type suivant :

$$\left. \begin{array}{l} \min_x f(x) \text{ lié par} \\ g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ h_i(x) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} (19) \\ (20) \end{array} \quad \text{P.M. 1}$$

où les fonctions f , g_i , h_i sont supposées définies dans un ouvert Ω de R^n et différentiables en un point x^0 .

Théorème

Soit x^0 une solution optimale de P.M. 1, si,

— le programme est différentiable en x^0 ,

— x^0 est régulier pour les relations (19) et (20),

alors il existe $u \in R^n$ et $v \in R^n$ tels que

$$\left. \begin{array}{l} u \geq 0 \\ f'(x^0) + u g'(x^0) + v h'(x^0) = 0 \\ u g(x^0) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} (21) \\ (22) \\ (23) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Relations dites de Kuhn et} \\ \text{Tucker} \\ u \text{ et } v \text{ étant les multiplicateurs} \\ \text{de Kuhn et Tucker} \end{array} \right.$$

Ce théorème est en fait un corollaire du théorème de Kuhn et Tucker et constitue une condition nécessaire. Une condition suffisante est donnée par Pallu de la Barrière (voir réf. bibliographiques) mais elle ne prouve que l'existence d'un optimum local.

Il n'existe donc pas de critère permettant d'affirmer que la résolution du système de Kuhn et Tucker constitué par les relations (19) à (23) conduit à un optimum absolu.

Néanmoins s'il existe un optimum, et si cet optimum est régulier pour les contraintes (19) et (20), alors les relations de Kuhn et Tucker sont vérifiées.

On peut donc :

- 1) résoudre le système de Kuhn et Tucker,
- 2) choisir parmi les solutions possibles la solution qui conduit au coût minimal.

Il peut cependant exister des solutions optimales qui ne vérifient pas les relations de Kuhn et Tucker parce que le point optimum x^0 n'est pas régulier. Mais il est très rare de rencontrer des domaines qui conduisent à de tels optimums.

La méthode de calcul utilisée pour résoudre le programme mathématique Dispatching Économique est telle que la solution optimale du système de Kuhn et Tucker est obtenue par itérations successives. Dans tous les cas étudiés où une solution physique du problème existait, c'est-à-dire où le domaine défini par les contraintes n'était pas vide, nous avons obtenu une solution du système, la même quelles que soient les valeurs initiales fixées au début des itérations, et nous n'avons jamais trouvé de solution meilleure que celle fournie par la résolution du système. Nous avons donc supposé qu'elle était optimale.

Expression du système de Kuhn et Tucker dans le cas du dispatching économique mis sous la forme du programme P. 2.

Les multiplicateurs de Kuhn et Tucker étant λ_i, μ_i , pour les équations (3) et (4) ;

$M_i, e_i, d_i, u_i, t_{i\gamma}$ pour les contraintes relatives aux bornes supérieures, M'_i, e'_i, d'_i, u'_i pour les contraintes relatives aux bornes inférieures, le système s'écrit $\forall i = 1, 2, \dots, \gamma, \dots, n$

$$P_i - C_i = \Gamma_i(U, \theta) \quad (24)$$

$$Q_i + B_i - D_i = \Gamma'_i(U, \theta) \quad (25)$$

$$\underline{P}_i \leq P_i \leq \bar{P}_i \quad (26)$$

$$\underline{Q}_i \leq Q_i \leq \bar{Q}_i \quad (27)$$

$$0 \leq B_i \leq \bar{B}_i \quad (28)$$

$$\underline{U}_i \leq U_i \leq \bar{U}_i \quad (29)$$

$$|\theta_i - \theta_\gamma| \leq \theta_{i\gamma} \quad (30)$$

$$-\frac{\partial f}{\partial P_i} + \lambda_i = M_i - M'_i \quad (31)$$

$$-\frac{\partial f}{\partial Q_i} + \mu_i = e_i - e'_i \quad (32)$$

$$\mu_i = d_i - d'_i \quad (33)$$

$$\lambda_i \frac{\partial \Gamma_i}{\partial U_i} + \sum_{\gamma} \lambda_{\gamma} \frac{\partial \Gamma_{\gamma}}{\partial U_i} + \mu_i \frac{\partial \Gamma'_i}{\partial U_i} + \sum_{\gamma} \mu_{\gamma} \frac{\partial \Gamma'_{\gamma}}{\partial U_i} + u_i - u'_i = 0 \quad (34)$$

$$\lambda_i \frac{\partial \Gamma_i}{\partial \theta_i} + \sum_{\gamma} \lambda_{\gamma} \frac{\partial \Gamma_{\gamma}}{\partial \theta_i} + \mu_i \frac{\partial \Gamma'_i}{\partial \theta_i} + \sum_{\gamma} \mu_{\gamma} \frac{\partial \Gamma'_{\gamma}}{\partial \theta_i} + \sum_{\gamma} t_{i\gamma} = 0 \quad (35)$$

Enfin les relations d'exclusion

$$(P_i - \bar{P}_i)M_i = 0 \text{ avec } M_i \geq 0 \quad (36)$$

$$(Q_i - \bar{Q}_i)e_i = 0 \text{ avec } e_i \geq 0 \quad (37)$$

$$(B_i - \bar{B}_i)d_i = 0 \text{ avec } d_i \geq 0 \quad (38)$$

$$(U_i - \bar{U}_i)u_i = 0, \quad u_i \geq 0 \quad (39)$$

$$(\theta_i - \theta_{\gamma} - \bar{\theta}_{i\gamma})t_{i\gamma} = 0, \quad t_{i\gamma} \geq 0 \quad (40)$$

$$(\underline{P}_i - P_i)M'_i = 0, \quad M'_i \geq 0 \quad (41)$$

$$(\underline{Q}_i - Q_i)e'_i = 0, \quad e'_i \geq 0 \quad (42)$$

$$-B_i d'_i = 0, \quad d'_i \geq 0 \quad (43)$$

$$(\underline{U}_i - U_i)u'_i = 0, \quad u'_i \geq 0 \quad (44)$$

3.4. Interprétation des multiplicateurs de Kuhn et Tucker : coûts marginaux

On a retenu comme interprétation des multiplicateurs de Kuhn et Tucker celle qui correspond aux coûts marginaux des seconds membres.

Étant donné une solution optimale $P^0, Q^0, B^0, U^0, \theta^0$ on pose

$$F^0 = \min_{P, Q} \sum_{i=1}^n f_i(P_i, Q_i)$$

Cette valeur F^0 est fonction de la valeur donnée aux seconds membres $C_i, D_i, \bar{P}_i, \bar{Q}_i, \bar{B}_i$, etc. Soit $\Phi(C_i, D_i, \bar{P}_i, \bar{Q}_i, \bar{B}_i, \dots)$ cette fonction.

Nous ne définirons que les principaux multiplicateurs :

$$\lambda_i = \frac{\partial \Phi}{\partial C_i} \quad \text{coût marginal de consommation de l'énergie active au sommet } i,$$

$$\mu_i = \frac{\partial \Phi}{\partial D_i} \quad \text{coût marginal de consommation de l'énergie réactive au sommet } i,$$

$$M_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{P}_i} \text{ coût marginal correspondant à la butée de production } \bar{P}_i$$

et qui s'interprète comme un coût marginal du relâchement de la butée \bar{P}_i ,

$$e_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{Q}_i} \text{ coût marginal correspondant à la butée de production } \bar{Q}_i,$$

$$d_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{B}_i} \text{ coût marginal du relâchement de la butée supérieure}$$

relative à la puissance installée des batteries de condensateurs.

Si on se reporte à l'équation (33) du système de Kuhn et Tucker associé au programme P. 2 on trouve le résultat suivant :

$$\mu_i = d_i - d'_i$$

L'interprétation de ce résultat est immédiate.

Plaçons-nous en un sommet i où $B_i = \bar{B}_i$ alors $d_i \neq 0$ et $d'_i = 0$ et l'on a

$$(\mu_i = d_i) > 0 \quad i \in I_0 \quad I_0 = \{i / B_i = \bar{B}_i\}$$

En un sommet i où $0 < B_i < \bar{B}_i$ alors $d_i = 0$ et $d'_i = 0$

$$\mu_i = 0 \quad i \in I_1 \quad I_1 = \{i / 0 < B_i < \bar{B}_i\}$$

En un sommet i où $B_i = 0$ alors $d_i = 0$ mais $d'_i \neq 0$

$$\mu_i = -d'_i \quad i \in I_2 \quad I_2 = \{i / B_i = 0\}$$

Ainsi voit-on que le multiplicateur de Kuhn et Tucker d_i qui est par définition positif ou nul prend, lorsqu'il est positif, une valeur égale à celle du coût marginal de consommation réactive μ_i .

On peut donc écrire :

$$\forall \mu_i > 0 \quad d_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{B}_i} = -\frac{\partial f^0}{\partial \bar{B}_i} = \mu_i = \frac{\partial f^0}{\partial D_i}$$

et le système fondamental du paragraphe 2.3 s'écrit :

$$\forall i \text{ et } \forall \mu_{ikh} > 0 \quad \sum_k \sum_h p_h \mu_{ikh} \omega_k = a$$

Si \mathcal{M}_{ik} est l'espérance mathématique des $\mu_{ikh} > 0$ le système devient chaque année

$$\boxed{\sum_k \mathcal{M}_{ik} \omega_k = a \quad \forall i}$$

4. APPLICATION

La méthode utilisée pour localiser et déterminer la quantité optimale de batteries à mettre en place sur le réseau est fondée sur l'égalité donnée au paragraphe 3.4.

$$\sum_k \mathcal{M}_{ik} \omega_k = \sum_k \sum_h p_h \mu_{ihk} \omega_k = a$$

qui doit être réalisée simultanément en tous les sommets. Cette relation exprime qu'à l'optimum pour tous les sommets où $Q_i^0 > \bar{Q}_i$ il est indifférent de faire produire, pendant les intervalles ω_k , 1 MVAR supplémentaire par le réseau ou d'installer 1 MVAR de batteries.

4.1. Le code du « Dispatching Economique »

4.1.1. PRINCIPES DE RESOLUTION DU SYSTEME DE KUHN ET TUCKER

PRINCIPE I : *Le processus de résolution est itératif nodal.*

Partant d'une solution initiale réalisable ou non, les variables concernant chaque sommet sont corrigées de façon que les relations qui constituent le système de Kuhn et Tucker associé au programme soient vérifiées sommet par sommet avec une précision définie au départ.

Si m_i est le nombre de groupes du sommet i , les relations de Kuhn et Tucker sont au nombre de $6m_i + 8$:

2 relations d'injection, l'une pour la production active, l'autre pour la production réactive,

$2m_i + 2$ relations différentielles issues des équations aux dérivées partielles par rapport aux variables P_{ii} , Q_{ii} , U_i , θ_i ,

$4m_i + 4$ relations d'exclusion correspondant aux $4m_i + 4$ contraintes d'inégalité.

A ces $6m_i + 8$ relations correspondent les $6m_i + 8$ variables : P_{ii} , Q_{ii} , U_i , θ_i et les $4m_i + 6$ multiplicateurs de Kuhn et Tucker associés aux contraintes.

PRINCIPE II : *Alternance des corrections*

Les relations d'égalité, dites « relations d'injection » ont la propriété que les variations de P sont plus sensibles à celles de θ que de U , tandis que les variations de Q sont plus sensibles à celles de U que de θ .

Il en résulte qu'un certain nombre d'itérations est consacré à la vérification des équations concernant l'actif c'est-à-dire à la correction des P , θ , λ , les variables réactives étant supposées constantes. Puis inversement Q , U , μ sont corrigés pendant que P , θ , λ ne varient pas. Cette alternance des corrections sur l'actif puis le réactif est poursuivie avec un pas décroissant jusqu'à la vérification simultanée des équations concernant l'actif et le réactif.

Le nombre total des itérations varie avec le maillage du réseau et le nombre de sommets : la vérification des équations est effectuée plus rapidement sur un réseau très maillé et le nombre des itérations est loin d'être proportionnel au nombre de sommets, à précision égale.

PRINCIPE III : *Le minimum technique des groupes est supposé nul*

La fonction de coût horaire f_{ik}^0 calculée par le code est la somme des coûts $\beta_{il}P_{il} + \alpha_{il}$ de tous les groupes dont le fonctionnement est nécessaire à l'optimum. α_{il} représente les charges fixes du groupe l au sommet i , faibles vis-à-vis du coût $\beta_{il}\bar{P}_{il}$.

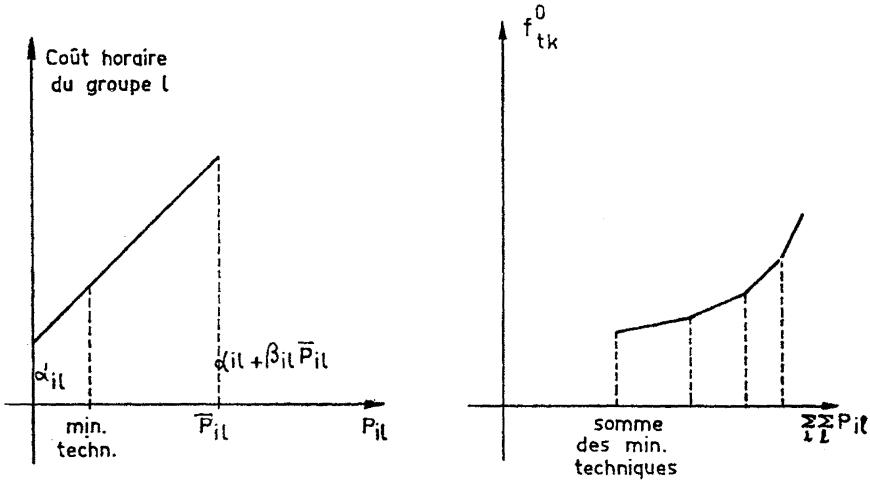


Figure 3

Dans l'exploitation pratique un plan de démarrage des groupes est établi quotidiennement. Les groupes sélectionnés sont maintenus au minimum technique (\bar{P}_{il}) et le fait d'utiliser un nouveau groupe quand la demande croît, n'entraîne qu'un changement de pente de la courbe $f_{ik}^0(P)$.

Mais à l'heure actuelle aucun code ne peut fournir le plan optimal de démarrage des groupes. Aussi, pour éviter de faire fonctionner au minimum technique des groupes dont la résolution du code de Dispatching Économique montrerait que la mise en route est inutile, nous supposons que les groupes ont un minimum technique nul et le code met successivement en fonctionnement les groupes à partir d'une puissance nulle. Une solution optimale fournie par le code n'est retenue que si aucun groupe ne fonctionne au-dessous de son minimum technique.

Dans ces conditions la fonction $f_{ik}^0(P)$ subit une discontinuité égale à α_{il} chaque fois qu'un nouveau groupe l est mis en service au sommet i . Mais α_{il} étant faible devant $\beta_{il}\bar{P}_{il}$ on peut considérer que les discontinuités de $f_{ik}^0(P)$ sont négligeables.

Lorsque la valeur du vecteur \bar{B} diminue nous avons vu au paragraphe 2.1 que l'on pouvait être amené à mettre en marche un groupe pour pallier le supplément de pertes actives ou la diminution de production réactive entraînés par la diminution de \bar{B} . Les remarques précédentes nous conduisent à admettre que les discontinuités qui en résultent sur la

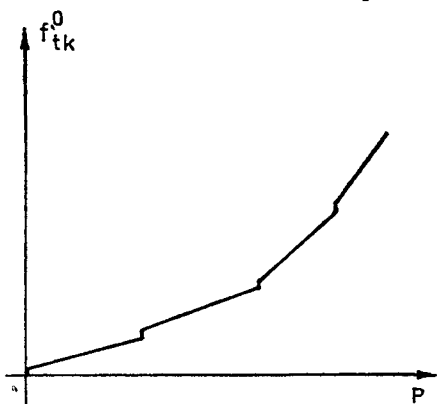


Figure 4

courbe $f_{tk}^0(\bar{B})$ peuvent aussi être négligées et que $\frac{df_{tk}^0}{d\bar{B}}$ existe en tout point de la courbe.

4.1.2. POSSIBILITES D'EXPLOITATION DU CODE

Le code peut être utilisé de plusieurs manières selon que l'on désire ou non imposer des valeurs à certaines variables. Nous examinerons ici les deux utilisations qui nous seront utiles pour résoudre le problème du réactif.

UTILISATION CLASSIQUE

DONNEES	RESULTATS
Vecteur consommation active C	Vecteur production optimale active. P^0
réactive... D	réactive Q^0
Vecteur borne supérieure active.. \bar{P}	Vecteur tension optimale U^0
de production réactive... \bar{Q}	Vecteur coût marginal de consommation active λ^0
borne inférieure active .. $\underline{P} = 0$	réactive μ^0
de production réactive .. \underline{Q}	Vecteurs multiplicateurs de Kuhn et Tucker associés aux contraintes $M^0 M'^0$
Vecteur borne supérieure de tension \bar{U}	$e^0 e'^0$
borne inférieure de tension..... \underline{U}	$u^0 u'^0$
Vecteur borne supérieure de déphasage $\bar{\theta}$	ν^0

UTILISATION PARTICULIERE

Cette deuxième utilisation est fondée sur une propriété des multiplicateurs de Kuhn et Tucker : la connaissance d'un multiplicateur permet de supprimer la contrainte correspondante. Dans le problème qui nous intéresse on peut ainsi imposer une valeur au coût marginal d relatif à la contrainte \bar{B} c'est-à-dire au coût marginal de consommation μ et supprimer la contrainte \bar{Q} correspondante. Le code fournira la puissance réactive Q correspondant au coût marginal μ .

4.2. Décomposition du réseau

Comme on l'a vu dans l'introduction le transport de puissance réactive est néfaste puisqu'il tend à augmenter les pertes tant actives que réactives, à diminuer la tension U , et que le coût du transport de la puissance réactive croît rapidement quand la tension des lignes de transport décroît.

L'implantation des moyens de production de la puissance réactive doit donc se faire à proximité des centres de consommation ; les batteries de condensateurs offrent cette possibilité.

Néanmoins on utilise l'énergie réactive produite par les centrales thermiques et hydrauliques à un coût pratiquement négligeable par rapport à celui de la puissance active. Ces centrales sont en général directement raccordées au réseau de grand transport à très haute tension (380 kV, 225 kV, 150 kV) qui achemine leur production active et réactive jusqu'aux postes THT/HT répartis sur tout le territoire. La puissance est ensuite transportée par le réseau de répartition à haute tension (90 kV, 63 kV) jusqu'aux postes HT/MT situés près des centres de consommation.

On a supposé que l'installation des batteries de condensateurs se situera à ce niveau.

On voit donc que l'étude de la compensation optimale de l'énergie réactive sur le réseau français nécessite la représentation du réseau entier, depuis les centrales jusqu'aux lieux de consommation. Ceci constitue, en se limitant au niveau HT des postes HT/MT un réseau de plus de 2 000 sommets.

A l'heure actuelle les possibilités de stockage des mémoires des ordinateurs permettent difficilement de travailler sur un réseau d'une telle taille. Aussi a-t-on été amené à décomposer le problème en deux parties.

1^o Étude de la répartition optimale des productions de puissance active et réactive sur le réseau de transport français THT réduit à une centaine de sommets, aucune installation de batteries n'étant encore effectuée. Cette étude est destinée à fournir en chacun des sommets THT/HT retenus les valeurs des transits de puissances active et réactive ainsi que les coûts marginaux de consommation correspondants.

2^o Étude sur chaque réseau régional THT/HT des quantités de batteries à installer, à partir des résultats obtenus aux « sommets-frontière » THT communs au réseau de transport et à chaque réseau régional.

On peut craindre qu'un tel partage du problème en problèmes élémentaires ne conduise à répéter plusieurs fois le processus : étude générale — études régionales : en effet les installations effectuées dans une région pourraient influencer sur les installations à réaliser dans une région voisine. Mais les résultats régionaux montrent que l'influence sur les coûts marginaux de consommation déterminés au niveau THT des installations effectuées au niveau HT est très faible. Les régions peuvent donc être étudiées séparément, les conditions aux « sommets frontière » n'étant pas modifiées par une installation de batteries au niveau HT.

4.3. Résultats principaux de l'étude du réseau de grand transport

L'étude sur le réseau de transport, bien qu'elle ne constitue qu'une étape dans le problème que nous cherchons à résoudre, donne des résultats très intéressants.

Elle fournit en effet une image très nette de la répartition des coûts marginaux de consommation active et réactive sur l'ensemble du réseau THT français.

Trois périodes différentes ont été étudiées, chacune correspondant à un état particulier du réseau et des consommations (heures de pointe, heures pleines, heures creuses) et dans chacune de ces périodes deux hydraulicités ont été considérées (sèche, humide) ; un exemple de répartition géographique des coûts marginaux de consommation active et réactive dans un cas particulier est donné sur la carte ci-après. Les résultats peuvent constituer la base d'une tarification rationnelle de l'énergie active aussi bien que de l'énergie réactive.

Bien d'autres résultats (plan de tension par exemple) sont également fournis qui intéressent plus particulièrement les exploitants d'E.d.F.

L'indépendance relative des régions a également été observée : l'indisponibilité de certains moyens de production de puissance active et réactive dans une région a peu de répercussion sur les coûts marginaux de consommation dans les autres régions ; la modification engendrée par cette indisponibilité s'amortit très vite dès qu'on s'éloigne de la région concernée.

4.4. Méthode d'étude régionale de la localisation optimale des batteries de condensateurs

L'installation optimale de batteries dans une région est déterminée lorsqu'en tous les sommets HT/MT de la région le système $\sum_k M_k \omega_k = a$ est vérifié.

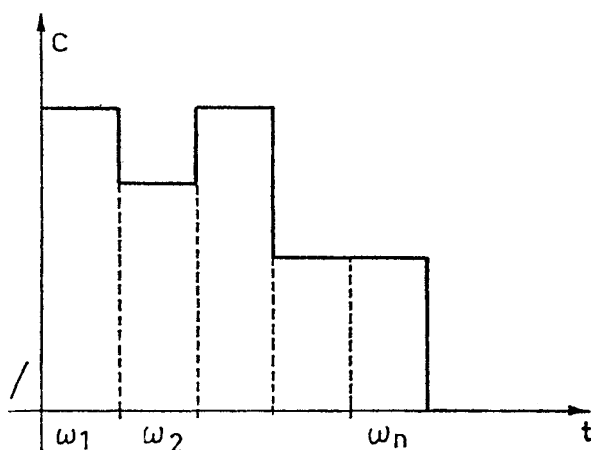


Figure 5

La solution de ce système est obtenue par une méthode itérative fondée sur une propriété d'affinité que nous développerons plus loin.

4.4.1. CALCUL DE $S_i = \sum_k \mathcal{M}_{i,k} \omega_k$

A chaque ensemble vecteur consommation active C_k , vecteur consommation réactive D_k , état du réseau E_k et pour un vecteur installation annuelle de batteries b_i donné on peut faire correspondre un vecteur \mathcal{M}_k obtenu en pondérant par rapport à l'hydraulicité les différents μ_k . Ces μ_k peuvent être calculés par le code du Dispatching Économique utilisé de façon classique.

Mais le découpage de l'année en intervalles ω_k pendant lesquels, consommation active, réactive et état du réseau, sont identiques conduit à un très grand nombre de périodes donc à un très grand nombre d'utilisations du code de Dispatching Économique.

Pour réduire le nombre de ces passages pour un vecteur b_i donné,

1° on ne considère dans l'année que des périodes qui diffèrent entre elles par le vecteur consommation active C_j , on calcule ensuite pour chacune d'elles et chaque sommet

$$E[\mu_i(D_j, E_j, h_j)] = \mathcal{M}_{ij}^*$$

2° on calcule le nombre de valeurs de \mathcal{M}_{ij}^* suffisant pour constituer une courbe $\mathcal{M}_i^*(C_i)$.

3° on calcule ensuite $\sum_j \mathcal{M}_{ij}^* \omega_j$ pour toutes les périodes j .

A l'optimum on doit avoir :

$$S_i = \sum_j \mathcal{M}_{ij}^*(C_j) \omega_j = a \quad \forall_i \quad (45)$$

4.4.2. RECHERCHE DE L'INSTALLATION OPTIMALE

Le tracé de diverses courbes $\mathcal{M}^*(C)$ pour différents plans d'installation de batteries de condensateurs a permis de dégager la propriété suivante :

Propriété :

Si à chaque plan d'installation de batteries b_i on fait correspondre une courbe $\mathcal{M}^*(C)$ représentant la variation de l'espérance mathématique du coût marginal de consommation réactive l'année t , en un sommet d'un réseau, quand la consommation active varie, et si l'on donne à b_i deux valeurs distinctes comprises dans des limites acceptables, alors les deux courbes $\mathcal{M}^*(C)$ correspondantes se déduisent l'une de l'autre par affinité.

UN EXEMPLE DE REPARTITION DES COÛTS MARGINAUX DANS UN CAS PARTICULIER

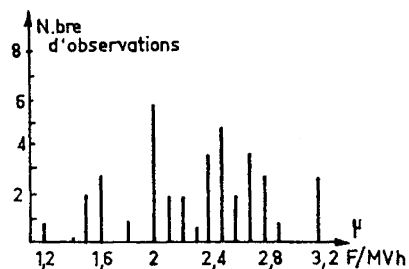
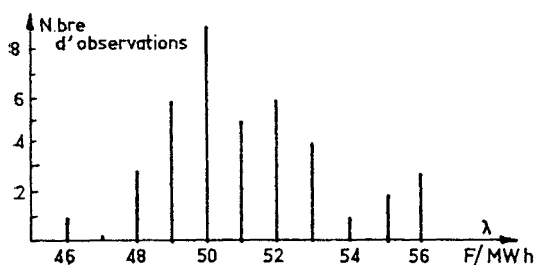
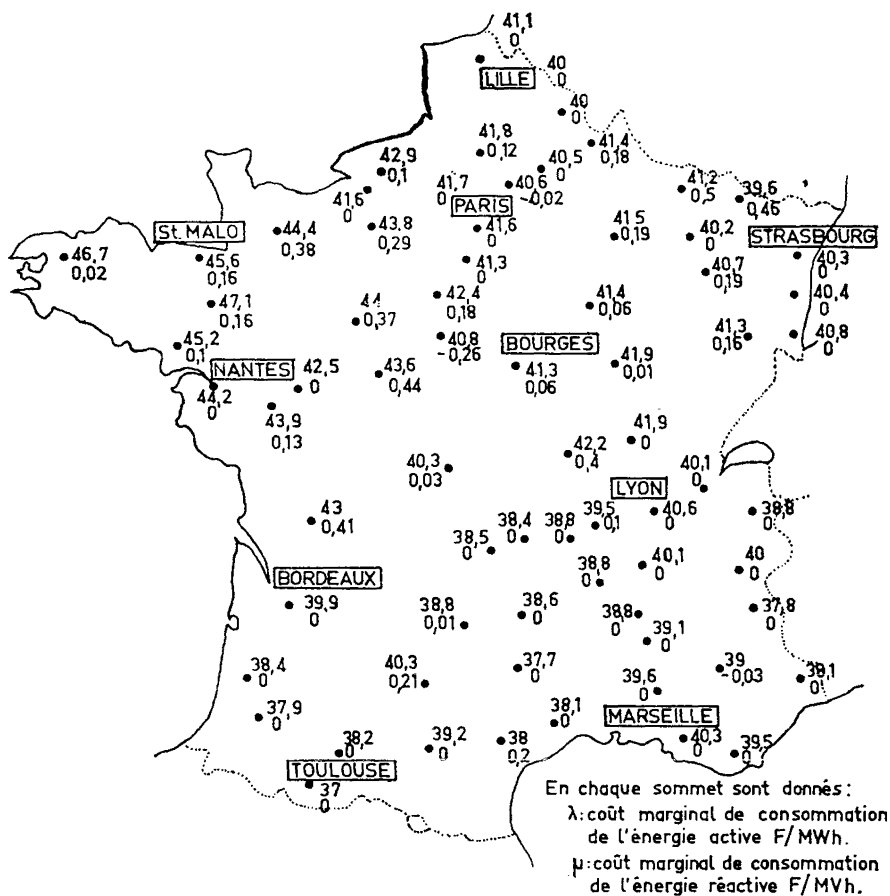


Diagramme de λ et μ extraits des résultats de l'étude régionale.

Région étudiée: BRETAGNE.

Niveau HT

Cette propriété se conçoit facilement si l'on songe qu'un équipement supplémentaire Δb_t par exemple correspond au relâchement de la contrainte sur les possibilités de production réactive ; or l'effet d'un tel relâchement sur le coût marginal de consommation réactive est d'autant plus important que la contrainte y est plus forte c'est-à-dire que la consommation y est plus grande ⁽¹⁾.

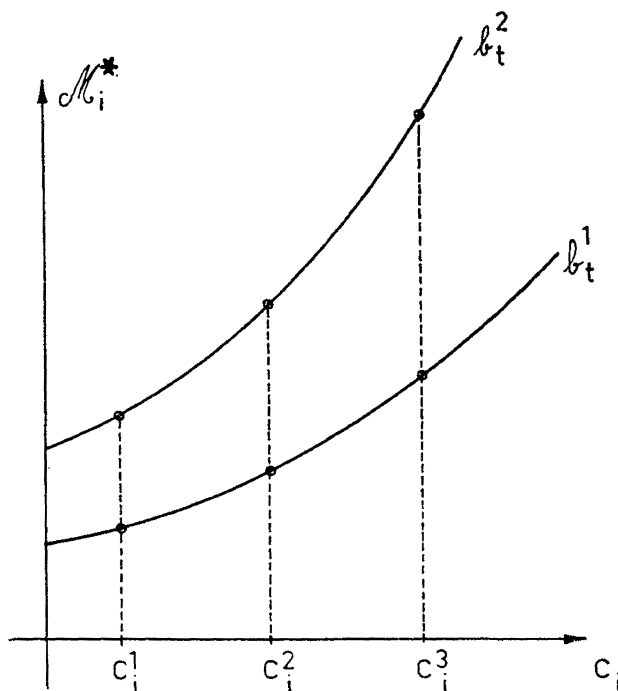


Figure 6

La recherche de la solution du système (45) est alors facilitée par cette propriété d'affinité.

En effet la courbe optimale $\hat{\mathcal{M}}_i^*(C)$ se déduit dans ces conditions d'une courbe quelconque $\mathcal{M}_i^{*\alpha}(C)$ correspondant à une installation annuelle b_t^α par une relation du type :

$$\hat{\mathcal{M}}_i^*(C) = K_i^\alpha \mathcal{M}_i^{*\alpha}(C)$$

Les valeurs des sommes correspondantes sont alors :

$$\sum_j \hat{\mathcal{M}}_{ij}^*(C_j) \omega_j = \sum_j K_i \mathcal{M}_{ij}^{*\alpha}(C_j) \omega_j = K_i^\alpha \sum_j \mathcal{M}_{ij}^{*\alpha}(C_j) \omega_j = K_i^\alpha S_i^\alpha$$

puisque K_i^α est une constante.

(1) Les courbes de charge active et réactive ont généralement une allure assez semblable. Aux points de consommation active correspondent des valeurs élevées de la consommation réactive.

On déduit immédiatement la valeur de K_i^α :

$$K_i^\alpha = \frac{\sum_j \hat{\mathcal{M}}_{ij}^*(C_j) \omega_j}{\sum_j \mathcal{M}_{ij}^{*\alpha}(C_j) \omega_j} = \frac{a}{S_i^\alpha}$$

et

$$\hat{\mathcal{M}}_i^*(C) = \frac{a}{S_i^\alpha} \mathcal{M}_i^{*\alpha}(C).$$

La connaissance d'un seul ensemble de courbes $\mathcal{M}_i^{*\alpha}(C)$ aux différents sommets i permet donc de déterminer l'ensemble des courbes optimales.

On peut alors extraire de cet ensemble de courbes optimales le vecteur $\hat{\mathcal{M}}^*$ correspondant au vecteur consommation active \bar{C}^* qui a la plus grande valeur de tous les vecteurs C^* utilisés pour tracer les courbes $\mathcal{M}_i^{*\alpha}(C_i)$.

Ce $\hat{\mathcal{M}}^*$ est une espérance mathématique ; il ne peut donc pas correspondre à un des cas de consommation réactive, de production hydraulique et d'état du réseau associés à \bar{C}^* .

Mais la propriété d'affinité qui caractérise les courbes $\mathcal{M}_i^*(C_i)$ est aussi observée sur les courbes $\mu_i(C_i)$ concernant une même hypothèse de consommation réactive, de production hydraulique et d'état du réseau. Connaissant le vecteur $\mu^\alpha(C^*)$ on peut donc calculer le vecteur

$$\hat{\mu}(C^*) = K_\mu^{\alpha\alpha}(C^*).$$

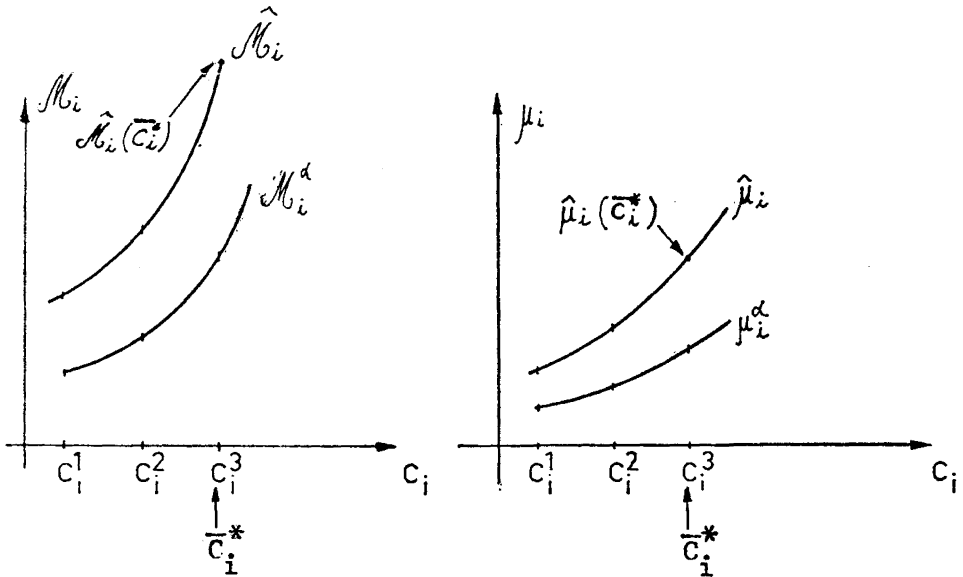
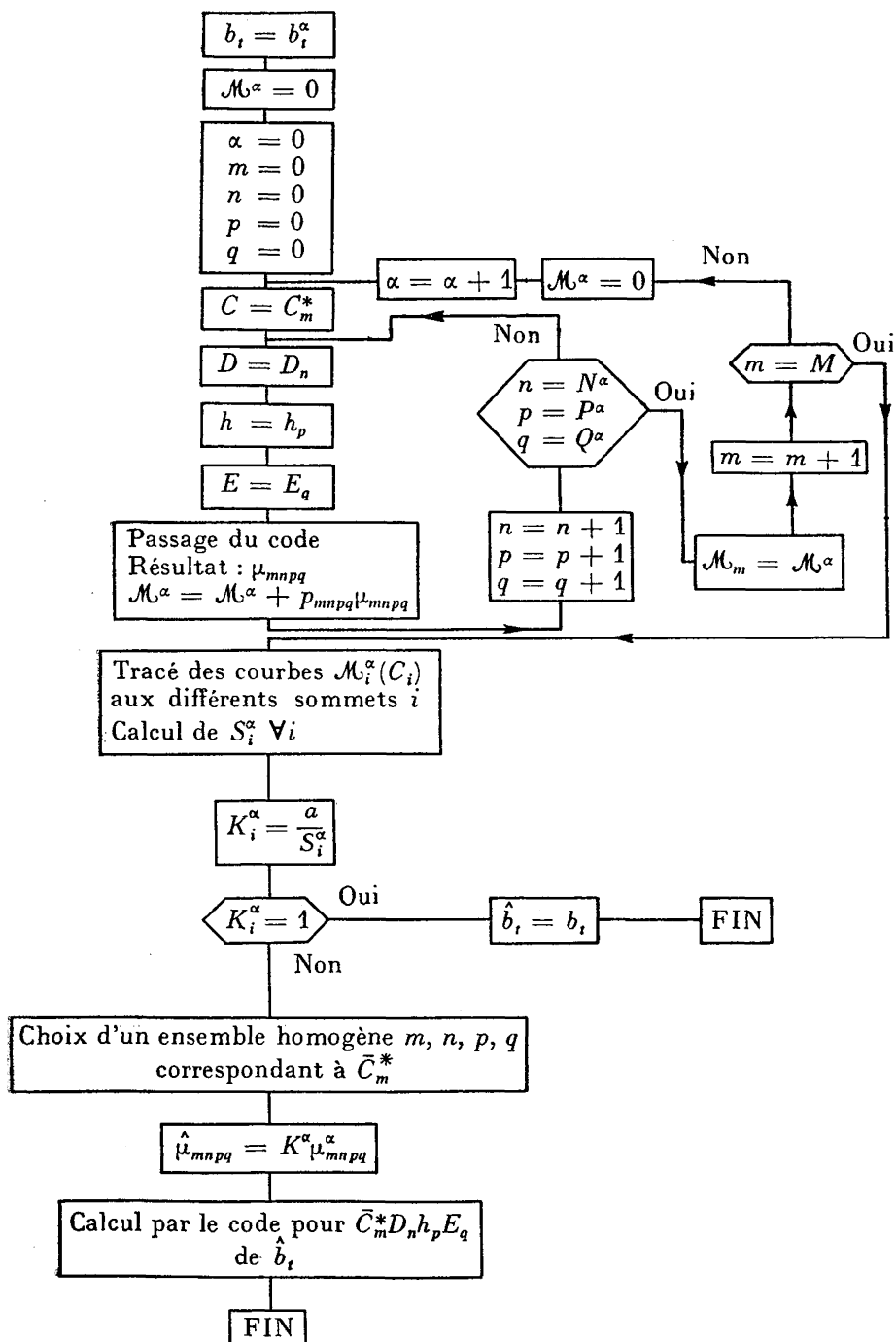


Figure 7



L'utilisation particulière du code du Dispatching Économique permet alors, en imposant comme valeur du vecteur b , coût marginal relatif à la contrainte \bar{B} , la valeur de $\hat{\mu}(C^*)$, et en introduisant les données \bar{C}^* , D , h et E homogènes, de déterminer la production réactive optimale des batteries en chaque sommet, d'où le vecteur \bar{b} .

Théoriquement le résultat ainsi obtenu est l'optimum. Mais la propriété d'affinité n'étant pas rigoureusement respectée du fait de l'interaction des équipements des sommets les uns sur les autres, il est nécessaire de procéder à plusieurs itérations.

CONCLUSION

Cette étude montre l'avantage apporté par le calcul des coûts marginaux dans un problème d'équipement.

Ce problème est simplifié par le fait que les quantités de moyens de production étudiés pouvaient varier continûment et qu'il y avait indépendance entre les différents équipements annuels. Les programmes mathématiques résolus en cours d'étude ont fourni d'autres coûts marginaux en particulier ceux relatifs aux butées de tension et aux capacités de ligne.

Des recherches sont poursuivies afin de mettre au point des méthodes semblables pour déterminer des développements optimaux de réseaux et de moyens de production active mais dans ce cas le découpage annuel ne sera plus possible et le problème ne pourra donc plus être simplifié.

BIBLIOGRAPHIE

- J. ABADIE, *Problèmes d'Optimisation*, Institut Blaise-Pascal, C.N.R.S. VB/4.11.4/A1, p. 37 à 46 (1965).
- J. CARPENTIER, « Contribution à l'Étude du Dispatching Économique », *Bulletin de la Société Française des Électriciens*, 8^e série, tome III, n° 32 (1962).
- H. EDELMANN, *Théorie et calcul des réseaux de transport d'énergie électrique*, Dunod (1966).
- P. HUARD, « Conditions de Kuhn et Tucker — Programme dual — Coûts marginaux », *Monographies de Recherche Opérationnelle : Mathématique des programmes économiques*, Dunod (1964).
- P. LE BRIS, « Note de travail sur le code du Dispatching Économique », Note EdF HR 8008/1 (2-1-68).
- R. PALLU DE LA BARRIERE, « Compléments à la théorie des multiplicateurs en programmation non linéaire », *Revue Française de Recherche Opérationnelle*, n° 27 (1963).

Le directeur de la Publication : Georges DUNOD. — *Imprimé en France.*

Dépôt légal : 4^e trimestre 1968. N° 5740.

IMPRIMERIE NOUVELLE, ORLÉANS. — N° 5842.