J.-P. Eckmann

Quelques résultats en théorie constructive des champs

Les rencontres physiciens-mathématiciens de Strasbourg - RCP25, 1973, tome 15
« Conférences de : R. Balian, H.J. Borchers, J.J. Duistermaat J.P. Eckmann, H. Goldschmidt et C.V. Stanojević », , exp. n° 4, p. 1-14
<http://www.numdam.org/item?id=RCP25_1973__15__A4_0>

QUELQUES RESULTATS EN THEORIE CONSTRUCTIVE DES CHAMPS.

par

J.-P. ECKMANN

Depuis quelques années des physiciens et des mathématiciens ont étudié plusieurs modèles en théorie des champs relativistes quantifiés. Ces études ont fourni de nouveaux aspects de la théorie des champs en particulier, et des problèmes reliés aux systèmes à un nombre infini de degrés de liberté, invariants par translation, en général. De telles connaissances sont utiles surtout en physique, mais souvent aussi un mathématicien peut trouver dans ces résultats issus de la physique des applications intéressantes de la théorie des algèbres d'opérateurs ou des exemples de représentations étranges. J'aimerais éclaircir ces deux aspects de la physique mathématique à l'exemple du modèle Φ^4_{2+1}, qui décrit une interaction d'ordre quatre de bosons dans un espace-temps à 3 dimensions. Parmi les modèles en théorie des champs traités jusqu'à présent, c'est à la fois un des modèles les plus difficiles à maîtriser sur le plan technique et, à cause de cela, celui dont les résultats sont les moins avancés.

Dans cet exposé, nous allons traiter d'abord les aspects mathématiques qui ressortent de l'étude du modèle Φ^4_{2+1}. Ensuite, on va voir à quelle étape se trouve le programme de la construction de ce modèle qui devrait fournir un exemple d'une théorie relativiste quantifiée non-triviale satisfaisant les axiomes de Haag-Kastler et de Wightman.

Recherche subventionnée par le Fonds National Suisse.

I. UN ASPECT MATHEMATIQUE DE Φ^4_{2+1} : Représentations de l'algèbre des règles de commutation.

Le champ de bataille du constructeur d'une théorie Φ^4_{2+1} est l'espace de Fock ou plus précisément un espace similaire que je veux appeler $\mathfrak{F}^*$. $\mathfrak{F}^*$ est l'algèbre tensorielle symétrique bâtie sur $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^2)$, les distributions tempérées. Chaque $\theta \in \mathfrak{F}^*$ est une suite $\theta = (\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots)$ où $\theta_0 \in \mathbb{C}$, $\theta_n \in \mathcal{S}'^{\,sym}((\mathbb{R}^2)^n)$, $n = 1,2,\dots$. On dit que θ_n est la composante à n particules de θ. Les opérations fondamentales sur $\mathfrak{F}^*$ sont la "création" et l'"annihilation" d'une "particule" à fonction d'onde $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^2)$, soit $a^*(f)$ et $a(f)$. Leur action est décrite par

$$(a^*(f)\theta)_n(k_1,\dots,k_n) = n^{\frac{1}{2}}\ \mathrm{sym}\ (f \otimes \theta_{n-1})(k_1,\dots,k_n)$$

et

$$(a(f)\theta)_n\ (k_1,\dots,k_n) = (n+1)^{\frac{1}{2}} \int f(k)\theta_{n+1}(k,k_1,\dots,k_n)d^2k \ ,$$

et ils satisfont aux relations de commutation

$$[a(f),a^*(g)] = \int f(k)g(k)d^2k \ .$$

Les objets fondamentaux pour nos études sont les "champs" Φ et π à temps zéro dans la notation non-relativiste :

Pour $f \in \mathcal{S}^{\text{réel}}(\mathbb{R}^2)$, on pose

$$\Phi(f) = \frac{1}{\sqrt{2}}\ \{a^*(\mu^{-\frac{1}{2}}\hat{f}) + a(\mu^{-\frac{1}{2}}\hat{\bar{f}}\ )\}$$

$$\pi(f) = \frac{i}{\sqrt{2}}\ \{a^*(\mu^{+\frac{1}{2}}\hat{f}) - a(\mu^{+\frac{1}{2}}\hat{\bar{f}}\ )\}$$

($\hat{}$: transformée de Fourrier ; $\mu(k) = (k.k + m^2)^{\frac{1}{2}}$, $m > 0$) ,

avec les relations de commutation

$$[\Phi(f),\pi(g)] = i \int f(x)g(x)d^2x \ , \ f,g \in \mathcal{S}^{\text{réel}}(\mathbb{R}^2) \ .$$

Soit $\mathfrak{A}_0$ l'algèbre sur $\mathbb{C}$ engendré par

$$\{e^{i\Phi(f)}, e^{i\pi(f)} \;,\; f \in \mathcal{S}^{\text{réel}}(\mathbb{R}^2)\} \;,$$

et soit $\mathfrak{A}$ la C^*-algèbre engendrée par $\mathfrak{A}_0$. La norme est celle induite par les représentations des sous-algèbres de $\mathfrak{A}_0$ où f varie dans des sous-espaces de dimension finie de $\mathcal{S}^{\text{réel}}(\mathbb{R}^2)$; cette norme est univoquement déterminée (Théorème de v. Neumann) .

Regardons à présent des représentations de $\mathfrak{A}$. Pour cela(*) , nous cherchons un sous-espace $\mathcal{H}_0 \subset \mathcal{J}^*$ tel que

(i) $\Phi(f)\mathcal{H}_0 \subset \mathcal{H}_0$, $\pi(f)\mathcal{H}_0 \subset \mathcal{H}_0$;

(ii) $\mathcal{H}_0$ admet un produit scalaire tel que $a^*(f)$ est l'adjoint de $a(\overline{f})$;

(iii) Les séries données pour $\exp i\Phi(f)$ et $\exp i\,\pi(f)$ convergent fortement sur $\mathcal{H}_0$ dans la norme de (ii) , $\exp i\Phi(\lambda f)$ et $\exp i\pi(\lambda f)$ sont des groupes unitaires fortement continus en $\lambda \in \mathbb{R}$.

Le fait suivant est alors presque évident :

LEMME. - Etant donné $\mathcal{H}_0$ satisfaisant à (i),(ii),(iii), les opérateurs $e^{i\Phi(f)}$, $e^{i\pi(f)}$ définissent une *-représentation de $\mathfrak{A}_0$ qui s'étend univoquement à $\mathfrak{A}$.

Pour avoir un peu plus de structure, et aussi parce que cette situation est assez typique en physique, nous modifions (i) :

(i') $\mathcal{H}_0$ est un sous-espace cyclique pour les polynômes en $\Phi(f),\pi(f)$, $f \in \mathcal{S}^{\text{réel}}(\mathbb{R}^2)$, c'est-à-dire $\mathcal{H}_0$ est déterminé par la donnée d'un vecteur $\Omega \in \mathcal{J}^*$ et tous les vecteurs de $\mathcal{H}_0$ sont alors de la forme $P(\Phi(f_1),\ldots,\pi(f_n))\Omega$ où $f_j \in \mathcal{S}^{\text{réel}}(\mathbb{R}^2)$ et P est un polynôme non commutatif.

(*) La présentation des résultats de Φ^4_{2+1} sous la forme utilisée ici est due à J. GLIMM (communication privée).

En plus, dans (ii) nous nous restreignons à des produits scalaires sur $\mathcal{H}_0$ qui sont déduits du produit scalaire $(.,.)_{\mathfrak{F}}$ de l'espace de Fock par la formule

$$(\varphi,\Psi)_{\mathcal{H}_0} \sim (\varphi,\Psi)_{\mathfrak{F}}/(\Omega,\Omega)_{\mathfrak{F}} \;.\; (*)$$

Il se peut que $(\varphi,\Psi)_{\mathfrak{F}}$ et $(\Omega,\Omega)_{\mathfrak{F}}$ soient infinis. Dans ce cas, $(\varphi,\Psi)_{\mathcal{H}_0}$ est défini comme une limite appropriée d'approximations du quotient $(\varphi,\Psi)_{\mathfrak{F}}/(\Omega,\Omega)_{\mathfrak{F}}$. Les situations intéressantes vont apparaître justement quand $\Omega = \lim_{n\to\infty} \Omega_n$ où $(\Omega_n,\Omega_n)_{\mathfrak{F}}$ tend vers l'infini. Dans de tels cas on dit qu'on a dû "quitter" l'espace de Fock.

Après ces définitions, il est utile de faire des exemples. Ces exemples se décrivent, d'après ce que nous venons de dire, à l'aide du choix de Ω.

L'exemple trivial est le choix

$$\Omega = \Omega_0 = (1,0,0,\ldots) \text{ , le "vide de Fock" ,}$$

et donne lieu à la représentation de Fock.

Les exemples non-Fock $(\Omega \notin \mathfrak{F})$ dont je voudrais parler en particulier ont été construits par Glimm, Fabrey et Hepp. Je veux indiquer comment ces représentations sont suggérées par la physique.

L'objet d'intérêt est l'Hamiltonien

$$H = \int a^*(k)\mu(k)a(k)d^2k + \int \Phi^4(x)g(x)d^2x$$
$$+ \text{ termes d'ordre inférieur à 4 en } \Phi \;.$$

La théorie de perturbation de Friedrichs suggère en première approximation comme état fondamental de H le choix

---

(*) Si $\varphi = (\varphi_0,\varphi_1,\ldots)$, $\Psi = (\Psi_0,\Psi_1,\ldots)$, alors

$$(\varphi,\Psi)_{\mathfrak{F}} = \text{def } \bar{\varphi}_0\Psi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \int \bar{\varphi}_n(k_1,\ldots,k_n)\Psi_n(k_1,\ldots,k_n)d^2k_1 \ldots d^2k_n \;.$$

$$\Omega = \Omega_1 = \exp A_4^*(v)\ \Omega_0\ , \tag{1}$$

où $A_n^*(f) = \int a^*(k_1)\ldots a^*(k_n)f(k_1,\ldots,k_n)d^2k_1 \ldots d^2k_n$, $n = 1,2,3,\ldots$. Le choix de v est dicté par notre désir d'avoir Ω_1 dans le domaine de l'opérateur H , qui est très singulier. On trouve que $v \in L_2^{loc}(\mathbb{R}^8)$, mais $v \notin L_2(\mathbb{R}^8)$.

Pour $v \in L_2(\mathbb{R}^8)$, nous voudrions que $\Omega_1 \in \mathfrak{F}$ car on sait que dans ce cas il n'est pas nécessaire de "quitter" l'espace de Fock (cf. le modèle Φ^4_{1+1} , par exemple !). Mais $\Omega_1 \notin \mathfrak{F}$, même si $v \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^8)$, à cause du grand nombre de particules dans Ω_1 . Glimm a montré dans son papier fondamental sur le modèle Φ^4_{2+1} comment on peut éviter ce problème par un choix plus astucieux de Ω :

On décompose la fonction symétrique v en $v = \sum_{J(j)} v_j$, $v_i v_j = 0$ si $i \neq j$ et $v_j \in L_2^{\otimes 4\,\text{sym.}}(\mathbb{R}^2)$, $\lim_{j\to\infty} \|v_j\|_2 = 0$. Avec $\exp_j(x) = \sum_{n=0}^{J(j)} x^n/n!$ on pose

$$\Omega = \prod_{j=0}^{\infty} \exp_j\ (A_4^*(v_j))\ \Omega_0\ . \tag{2}$$

On a alors les résultats suivants :

THEOREME 1. - (FABREY-HEPP). Ω <u>définit une représentation</u> π_Ω <u>de</u> $\mathfrak{A}$ <u>qui est disjointe de la représentation de Fock.</u>

THEOREME 2. - (GLIMM). <u>L'espace de Hilbert</u> $\mathcal{H}_\Omega$ <u>défini par</u> Ω <u>contient un domaine pour un Hamiltonien</u> H_Ω <u>déduit de</u> H <u>comme limite de formes bilinéaires.</u>

La difficulté de la démonstration du théoreme 2 découle de la nécessité de tronquer Ω pour avoir $\prod_{j=0}^{N} \exp_j(A_4^*(v_j))\Omega_0 \in \mathfrak{F}$. Mais la troncation ne doit pas être trop forte pour qu'on ait toujours Ω dans le domaine du H_Ω qui est très singulier. Ce conflit nous force à faire le choix compliqué (2) de Ω .

Je veux comparer la représentation associée à Φ^4_{2+1} à une classe de représentations qui est bien connuedans la littérature. Cette classe contient beaucoup de représentations qui sont disjointes de la représentation de Fock, et leur Ω est de la forme

$$\Omega = \exp A_2^*(v)\ \Omega_0 \ ,$$

où v est une fonction symétrique à deux variables seulement. On peut alors faire la construction suivante. Soit par exemple v le noyau d'un opérateur autoadjoint V sur $L_2(\mathbb{R}^2)$. On sait alors que $V = V_D + V_H$ où V_D est à spectre discret et V_H est Hilbert-Schmidt. Donc on a

$$v(k,\ell) = \sum_j \lambda_j\ v_j(k).v_j(\ell) + v_H(k,\ell) \qquad (3)$$

avec $v_j \in L_2(\mathbb{R}^2)$, $v_j \perp v_j$ si $i \neq j$ (vecteurs propres de V_D) et $v_H \in L_2((\mathbb{R}^2)^2)$. Notre vecteur Ω_v est donc de la forme

$$\Omega_v = \prod_j \exp A_2^* \ (\lambda_j v_j . v_j).\exp A_2^*(v_H)\ \Omega_0 \ .$$

On a alors le

THEOREME 3. - <u>La représentation induite par</u> Ω_v <u>n'est pas disjointe de celle induite par</u>

$$\Omega_T = \prod_j \ \exp A_2^*(\lambda_j v_j . v_j)\Omega_0 \ .$$

Ceci est vrai parce que $\exp A_2^*(v_H)\ \Omega_0$ est un vecteur de $\mathfrak{F}$ (*) . A cause de la forme particulière de Ω_T ($v_i \perp v_j$!) , le vecteur Ω_T induit une représentation produit tensoriel infini (au moins si l'on pose $\mu = 1$ dans la définition de $\Phi(f)$ et $\pi(f)$). Dans la notation conventionnelle c'est

$$\mathcal{H} = \otimes^{\Omega_T} \mathcal{H}_i \ , \ \mathcal{H}_i = \ell^2 \qquad (\text{"oscillateur } i \text{"}) \ ,$$

$$\text{et } \pi_{\Omega_T}(\mathfrak{A}_0)'' = \otimes^{\Omega_T}(\mathcal{L}(\mathcal{H}_i)) \ .$$

Les représentations sont très similaires aux représentations quasi-libres, étudiées récemment surtout par l'école de Marseille. Dell'Antonio a montré

(*) Avec des modifications techniques légères dans la définition des représentations on obtiendrait équivalence unitaire dans l'énoncé du théorème 3 .

comment la représentation du champ relativiste libre (donc $\mu \neq 1$) peut être réalisée, elle aussi, comme un produit tensoriel infini, c'est-à-dire qu'elle se décompose en "oscillateurs découplés", après un choix astucieux des coordonnées, qui généralise l'idée de la formule (3) . Il semble qu'une telle décomposition n'a cependant plus lieu pour la représentation π_Ω de Φ^4_{2+1} , puisque l'analogue de (3) n'est valable que pour une fonction v à quatre variables dont termes non-diagonaux sont négligeables. Tel n'est pas le cas pour le v correspondant à l'interaction $H = H(g)$. Ainsi la physique nous suggère des représentations de $\mathfrak{A}$ qui semblent être plus intéressantes que les représentations produits tensoriels.

J'aimerais encore souligner un autre aspect de cela. Araki, Hegerfeldt et d'autres ont montré comment on peut associer à chaque représentation de $\mathfrak{A}_0$ une mesure sur le dual de l'espace des fonctions test (dans notre cas c'est $\mathcal{S}(\mathbb{R}^2)$) . Cette mesure caractérise presque la représentation. Vue sous cet angle, la représentation de Fock et les représentations produits tensoriels correspondent aux produits de mesures Gaussiennes, à variance égale (Fock) où variable. Une question naturelle se pose : quelle mesure a-t-on trouvée par construction de Ω et π_Ω pour Φ^4_{2+1} ? En diagonalisant les champs Φ , on peut voir que la représentation π_Ω nous fournit un exemple nouveau et explicite d'une mesure non-Gaussienne, limite de mesures équivalentes à la mesure Gaussienne de dimension infinie (*) .

Les exemples ne sont pas restreints à la théorie Φ^4_{2+1} . Fabrey a démontré le théorème 1 pour une classe de $v(k_1,\dots,k_\nu)$, $\nu > 2$, qui satisfont

$$\text{(i)} \int |v|^2 d^s k = \lim_{K\to\infty} \int_{|k_i|<\nu} |v(k_1,\dots,k_\nu)|^2 d^s k_1 \dots d^s k_\nu$$

est lentement divergente (p. ex. comme $\log K$).

$$\text{(ii)} \left\| \prod_{j=1}^{p} (|k_j|+1)^\varepsilon (|k_j'|+1)^\varepsilon \int |v(k_1,\dots,k_p,q_{\nu-p},\dots,q_\nu) \right.$$

$$\left. v(k_1',\dots,k_p',q_{\nu-p},\dots,q_\nu)| d^s q_1 \dots d^s q_\nu \right\|_2 < \infty ,$$

(*) communication privée par K. Osterwalder.

pour un $\varepsilon > 0$ et $p = 1,2,\ldots, \nu-1$.

Le v correspondant à l'interaction $H = H(g)$ satisfait bien à (i),(ii) , puisqu'il est de la forme

$$v = v_g(k_1,\ldots,k_4) = \frac{\hat{g}(k_1+\ldots+k_4)}{\left(\sum_{i=1}^{4} \mu(k_i)\right) \prod_{i=1}^{4} \mu(k_i)^{\frac{1}{2}}} ,$$

où $g \in \mathcal{S}^{\text{réel}}(\mathbb{R}^2)$ et $\mu(k) = (k.k + m^2)^{\frac{1}{2}}$.

Il est naturel de se demander dans quelle mesure π_Ω et H_Ω dépendent du choix particulier de la décomposition $v = \Sigma v_j$ et des $J(j)$ dans (2).

On a le

THEOREME 4. - (Fabrey, Eckmann-Osterwalder).

(i) Soit v fixé, et soit Ω comme dans (2) . Dans des limites larges, $(.,.)_{\mathcal{H}_0}$ et donc $\mathcal{H}_\Omega$ sont indépendants du choix de la fonction $J(j)$ et de la partition $v = \sum_j v_j$.

(ii) La représentation π_Ω de $\mathfrak{A}$ est aussi indépendante de Ω .

(iii) L'Hamiltonien H_Ω ne dépend pas de $J(j)$ et de la partition $v = \sum_j v_j$. (Ceci est très rassurant dans la construction aussi technique d'un Hamiltonien).

(iv) Si pour $\varepsilon > 0$, $v - v' \in L_{2+\varepsilon}$, les représentations induites par $\prod_{j=1}^{\infty} \exp_j A^*(v_j)\Omega$ et $\prod_{j=1}^{\infty} \exp_j A^*(v'_j)\Omega$ ne sont pas disjointes. (on retrouve ici l'"erreur" v_H qui est Hilbert-Schmidt, la condition $\varepsilon > 0$ étant de nature technique seulement).

Malheureusement, on n'a pas encore des résultats aussi complets sur ces représentations qu'on le souhaiterait : sont-elles irréductibles ? Existe-t-il des critères plus généraux que (iv) d'équivalence unitaire de ces représentations comme on les connaît pour les représentations produits tensoriels ?

II. LE MODELE PHYSIQUE DE Φ^4_{2+1} .

On peut néanmoins encore approfondir les connaissances de ces représentations si l'on se souvient du cadre physique duquel elles sont issues. Où se trouve-t-on donc dans la construction du modèle Φ^4_{2+1} ? J'aimerais esquisser le programme de Glimm et Jaffe :

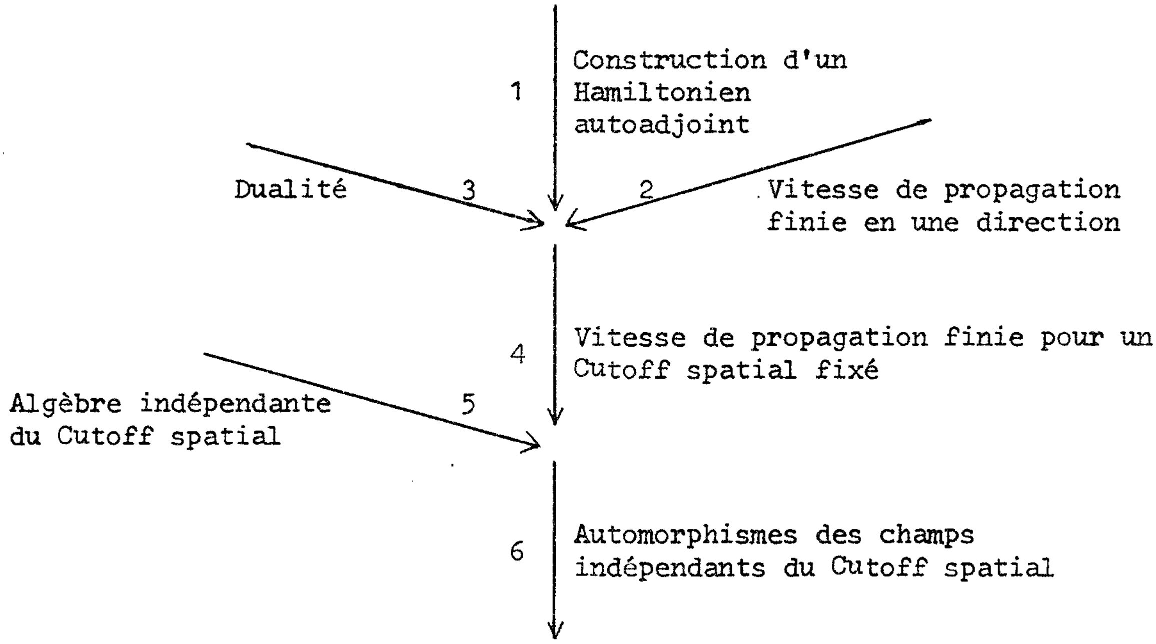

Figure 1.

L'étape (1) consiste à démontrer que pour un Cutoff fixé g , l'Hamiltonien $H_{\Omega_g}(g)$ est défini (Théorème 2 de Glimm) comme opérateur symétrique. Ensuite on aimerait savoir si l'Hamiltonien en question est positif et autoadjoint. Des recherches dans cette direction sont en cours (Glimm-Jaffe). Les étapes restantes ont comme but d'enlever le Cutoff spatial $(g \to 1)$. Sous (2) on espère démontrer le résultat suivant : on ne conserve la localité de l'interaction que dans une direction fixée de l'espace $\mathbb{R}^2$. Alors l'automorphisme engendré par un tel Hamiltonien devrait appliquer l'algèbre $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(B))''$ dans $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(S_{B,t}))''$.(*) . Ici $S_{B,t}$ est la bande dessinée en Fig. 2

(*) $\mathfrak{A}(B)$ est obtenue comme $\mathfrak{A}$, mais en restreignant le support de fonctions test à la région B . L'automorphisme est $\exp itH_{\Omega_g}(g).\exp -itH_{\Omega_g}(g)$.

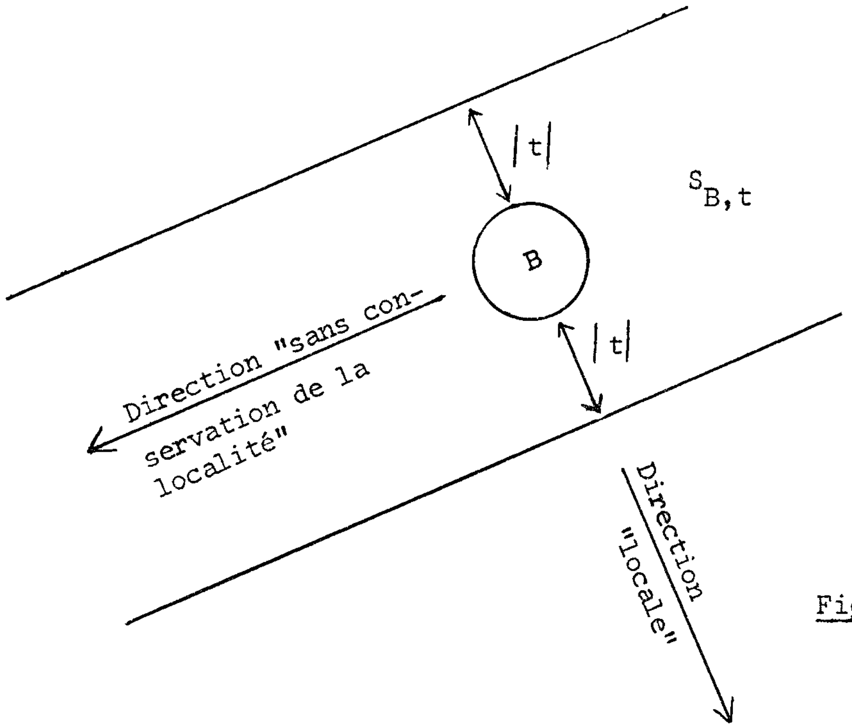

Figure 2.

Le point (3) est une conjecture qui est intéressante en soi-même : la dualité. Celle-ci affirme que $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(B))' = \pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(B^c))"$ où ' signifie le commutant dans $\mathcal{L}(\mathcal{H}_{\Omega_g})$ et où B^c est le complément dans $\mathbb{R}^2$ de B. De tels résultats sont connus en toute généralité pour les représentations régulières (à gauche et à droite) d'un groupe localement compact (Takesaki). Le fameux théorème d'Araki qui affirme que la dualité est valable dans le cas de la représentation de Fock des champs relativistes libres nous fournit un exemple d'un groupe qui n'est pas localement compact (le groupe en question est le groupe additif de l'espace de Hilbert). Il serait très intéressant de démontrer qu'une telle propriété n'est pas seulement valable pour le champ libre (c'est une représentation du type tensoriel) mais aussi pour des représentations en interaction comme Φ^4_{1+1} ou Φ^4_{2+1}. Revenons au programme de Glimm et Jaffe : (2) et (3) nous fournissent aisément la propriété (4) en "tournant" la direction privilégiée. Alors $\exp itH_{\Omega_g}(g).\exp -itH_{\Omega_g}(g)$ applique $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(B))"$ dans l'algèbre "intersection des bandes $S_{B,t}$" qui est $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(B_t))"$. L'algèbre $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(B))"$ est donc "étendue" par l'automorphisme

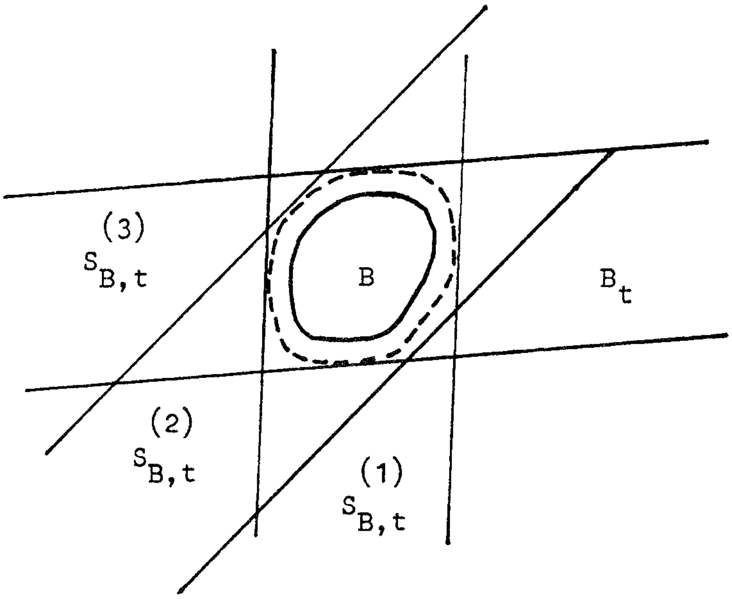

Figure 3.

à $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(B_t))''$, ce qu'on appelle vitesse de propagation finie. Il reste à se débarrasser du Cutoff spatial g . On note que $g \neq g'$ implique que π_{Ω_g} et $\pi_{\Omega_{g'}}$ sont disjointes. Il n'existe donc pas d'entrelacement naturel entre $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A})$ et $\pi_{\Omega_{g'}}(\mathfrak{A})$. Néanmoins, c'est la localité qui nous sauve (5) :

THEOREME 5. - <u>Si</u> $g = g'$ <u>dans un voisinage de</u> B , <u>alors</u> $\pi_{\Omega_g}(\mathfrak{A}(B))''$ <u>et</u> $\pi_{\Omega_{g'}}(\mathfrak{A}(B))''$ <u>sont unitairement équivalentes. L'équivalence est naturelle sur</u> $\mathfrak{A}_0(B)$.

L'idée de la démonstration est la suivante : les projections des fonctions v_g et $v_{g'}$ sur B satisfont une relation comme dans l'hypothèse du théorème 3 (iv) . D'autre part, les champs $\Phi(f)$ et $\pi(f)$, $f \in \mathcal{D}(B)$ ont, en notation non-relativiste, leur support dans B à des queues C^∞ à décroissance rapide près.

On peut mélanger ces faits pour montrer que la fonctionnelle $(\Omega_g, .\Omega_g)_{\mathcal{H}_{\Omega_g}}$ est une limite en <u>norme</u> sur $\mathfrak{A}_0(B)$ de fonctionnelles $(x, .x)_{\mathcal{H}_{\Omega_{g'}}}$ avec $x \in \mathcal{H}_{\Omega_{g'}}$. Une belle application de la théorie des algèbres de v. Neumann nous fournit alors l'équivalence unitaire cherchée. (Ces résultats dépassent les critères d'équivalence du type Powers-Stormer, v. Daele-Verbeure qui s'appliquent aux représentations quasi-libres seulement). (4) et (5) servent de base pour le pas (6) , qui aboutit à une construction de champs satisfaisant l'équation de mouvement de la théorie Φ^4 en deux dimensions d'espace.

* *
*

REFERENCES

A. REFERENCES SUR Φ^4_{2+1} .

J. GLIMM — Boson fields with the Φ^4 interaction in three dimensions. Commun. Math. Phys. 10, 1-47, (1968).

P. FEDERBUSH — Unitary renormalization of Φ^4_{2+1} . Commun. Math. Phys. 21, 261-268, (1971).

J.P. ECKMANN, K. OSTERWALDER — On the uniqueness of the Hamiltonian and of the representation of the CCR for the quartic boson interaction in three dimensions. Helv. Phys. Acta 44, 884-909, (1971).

S. PARROT — Uniqueness of the Hamiltonian in quantum field theories. Comm. Math. Phys. 13, 68-72, (1969).

P. FEDERBUSH — On the equivalence of dressing tranformations.. Preprint

K. HEPP — Théorie de la renormalisation. Springer, Lecture Notes in Physics, Vol. 2 (1969).

J.D. FABREY — Exponential representations of the canonical commutation relations. Commun. Math. Phys. 19, 1-30, (1970).

J.M. CHAIKEN — Finite particle representations and states of the canonical commutation relations. Ann. Phys. 42, 23-80, (1967).

J.P. ECKMANN — Representations of the CCR in the $(\Phi^4)_3$ model : Independence of Space Cutoff. Commun. Math. Phys. 25, 1-61, (1972).

***

B. REFERENCES SUR LES REPRESENTATIONS DES CCR EN GENERAL.

M. TAKESAKI — A generalized commutation relation for the regular representation.
Bull. Soc. Math. France 97, 289-297, (1969).

H. ARAKI — A lattice of v. Neumann algebras associated with the quantum theory of a free boson field.
J. Math. Phys. 4, 1343,(1963).

H. ARAKI — Von Neumann algebras of local Observables for the free scalar field.
J. Math. Phys. 5, 1, (1964).

G.C. HEGERFELDT — Equivalence of basis-dependent and basis-independent approach to canonical field Operators.
J. Math. Phys. 12, 167, (1971).

G.C. HEGERFELDT — On canonical Commutation Relations and Infinite-dimensional Measures.
J. Math. 13, 45, (1972).

G.F. DELL'ANTONIO — Structure of the algebras of some free systems.
Comm. Math. Phys. 9, 81-117, (1968).

H. ARAKI — Hamiltonian formalisum and the CCR in quantum field theory.
J. Math. Phys. 1, 492, (1960).

R.T. POWERS, E. STORMER — Free States of the canonical anticommutation relations.
Commun. Math. Phys. 16, 1-33, (1970).

A. van DAELE, A. VERBEURE — Unitary equivalence of Fock representations on the Weyl Algebra.
Commun. Math. Phys. 20, 268-278, (1971).

***