RAYMOND STORA

Sur la définition des distributions retardées en théorie quantique des champs

Les rencontres physiciens-mathématiciens de Strasbourg - RCP25, 1967, tome 3
« Conférences de J. Bros, P. Dolbeault, P. Lelong, A. Martineau et R. Stora », , exp. n° 5,
p. 1-13
<http://www.numdam.org/item?id=RCP25_1967__3__A5_0>

V

SUR LA DEFINITION DES DISTRIBUTIONS RETARDEES EN THEORIE QUANTIQUE DES CHAMPS

par

Raymond STORA

Service de Physique Théorique
Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
BP n° 2 - 91, Gif-sur-Yvette

On se place dans le cadre d'une théorie de Wightman (cf. J. Bros , ce volume). On considère les distributions de Wightman

$$W_P(x_o \dots x_n) = \langle 0 | A_{P(o)}(x_{P(o)}) \, A_{P(1)}(x_{P(1)}) \dots A_{P(n)}(x_{P(n)}) | 0 \rangle$$

où les $A_i(x)$ sont des champs de Wightman et $|0\rangle$ l'état du vide.

Dans le papier précédent, on a supposé l'existence de distributions tempérées $\tilde{r}_\alpha(p_o \dots p_n)$ vérifiant les conditions (R) . L'objet de cette note est la démonstration de l'existence des r_α pour $n = 1,2$, le cas général n'étant pas résolu. Si les distributions de Wightman sont des fonctions continues des composantes de temps x_i^o , $0 \leq i \leq n$ des quadrivecteurs x_i , la solution est donnée par [1] :

$$r_\alpha(x_o \dots x_n) = \sum_{P(o \dots n)} \left[\pm \theta_\pm \left(x^o_{P(o)} - x^o_{P(1)} \right) \right] \left[\pm \theta_\pm \left(x^o_{P(1)} - x^o_{P(2)} \right) \right] \dots$$

$$\dots \left[\pm \theta_\pm \left(x^o_{P(n-1)} - x^o_{P(n)} \right) \right] \times W_P(x_o \dots x_n) \qquad ,$$

où l'on prend

$$+ \theta_+ \left(x^o_{P(i)} - x^o_{P(i+1)} \right) \quad \text{si} \quad s_{P(o)} + \dots + s_{P(i)} > 0 \quad \text{dans} \quad \gamma_\alpha$$

$$- \theta_- \left(x^o_{P(i)} - x^o_{P(i+1)} \right) \quad \text{si} \quad s_{P(o)} + \dots + s_{P(i)} < 0 \quad \text{dans} \quad \gamma_\alpha$$

avec

$$\theta_+(t) = \begin{cases} +1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$\theta_-(t) = 1 - \theta_+(t) \qquad ,$$

et γ_α est défini dans le papier précédent.

Aux conditions R , on ajoute une condition de covariance par rapport au groupe de recouvrement du groupe de Poincaré : $[T_4 \times SL(2,C)]$.

Le cas $n = 1$

On a deux distributions de Wightman

$$W_{01} = \langle 0 | A_o(x_o)\, A_1(x_1) | 0 \rangle$$

$$W_{10} = \langle 0 | A_1(x_1)\, A_o(x_o) | 0 \rangle \quad .$$

On construit le commutateur

$$C = W_{01} - W_{10} = \langle 0 | [A(x_o) \, , A(x_1)] | 0 \rangle \quad .$$

A cause de l'invariance par translation, C est une distribution dans la seule variable $\xi = x_o - x_1$.

A cause de la commutativité locale

$$\text{support } C(\xi) = \xi \in \bar{V}^+ \cup \xi \in \bar{V}^-$$

$$\bar{V}^{\pm} = \left(\xi | \xi^2 = \xi^{o2} - \sum_1^3 \xi_i^2 > 0 \, , \, \xi^o \gtrless 0 \right) \, .$$

Le support de C étant "régulier" on peut trouver $R(\xi)$, $A(\xi)$, tempérés si C l'est, de supports respectifs $\xi \in \bar{V}^+$, $\xi \in \bar{V}^-$ telles que

$$C(\xi) = R(\xi) - A(\xi) \quad .$$

$\mathcal{F}_p R$ et $\mathcal{F}_p A$ sont prolongeables en fonctions holomorphes dans les tubes $(p \,/\, \mathrm{Im} p \in V^{\pm})$ et leurs valeurs au bord coïncident là où $\mathcal{F}_p C = 0$ (R 2) .

Si les champs A_i sont covariants sous l'action de $SL(2,C)$, selon une représentation de dimension finie, on peut écrire $C(\xi)$ comme un vecteur dont la covariance est conséquence de la précédente

$$^{L}C_{\alpha}(x) = C_{\beta}(L.x)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L) \quad .$$

En raison de l'invariance du vide, on a

$$^{L}C_{\alpha}(x) = C_{\alpha}(x) \quad ,$$

d'où

$$R_{\alpha}(x) - R_{\beta}(Lx)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L) = A_{\alpha}(x) - A_{\beta}(Lx)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L) = \sigma_{\alpha}(L)$$

où $\sigma_{\alpha}(L)$ a pour support $\bar{V}^{+} \cap \bar{V}^{-} = \{0\}$. On peut donc écrire

$$\sigma_{\alpha}(L) = \sum^{N} C_{\alpha\lambda}(L)\ D^{\lambda}\ \delta(x) \quad ,$$

où les D^{λ} sont les opérateurs différentiels d'ordre $\leq N$.

On peut alors écrire :

$$R_{\alpha}(L'x) - R_{\beta}(LL'x)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L) = A_{\alpha}(L'x) - A_{\beta}(LL'x)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L)$$

$$= \left[R_{\alpha}(L'x) - R_{\beta}(x)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L'^{-1})\right] + \left[R_{\beta}(x) - R_{\gamma}(LL'x)\ \mathcal{D}_{\gamma\beta}(LL')\right] \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L'^{-1})$$

$$= \sum C_{\alpha\lambda}(\Delta)\ \tilde{\mathcal{D}}_{\lambda\mu}(\Lambda')\ D^{\mu}\ \delta(x)$$

$$= -\sum C_{\beta\lambda}(\Delta')\ D^{\lambda}\ \delta(x)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L'^{-1}) + \sum C_{\beta\lambda}(LL')\ D^{\lambda}\ \delta(x)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L'^{-1}) \quad ,$$

où $\tilde{\mathcal{D}}(L')$ est le résultat du changement de variable $x \rightarrow L'x$ sur les D^{μ}, d'où

$$C_{\alpha\lambda}(L)\ \tilde{\mathcal{D}}_{\lambda\mu}(L')\ \mathcal{D}_{\alpha\beta}(L') + C_{\beta\mu}(L') - C_{\beta\mu}(LL') = 0 \quad ,$$

$C_{\beta\mu}(L)$ est donc un cocycle à valeur dans l'espace de la représentation $\mathcal{D} \otimes \tilde{\mathcal{D}}$ de SL 2,C . D'après la complète réductibilité d'une telle représentation de dimension finie, on a

$$C_{\alpha\lambda}(L) = C_{\beta\mu}\left[\mathcal{D}_{\beta\alpha}(L)\ \tilde{\mathcal{D}}_{\mu\lambda}(L) - \delta_{\beta\alpha}\ \delta_{\mu\lambda}\right] \quad ,$$

où $\{C_{\beta\mu}\}$ est un vecteur fixe.

On en déduit :

$$R'_{\alpha}(x) = R_{\alpha}(x) + \sum C_{\alpha\mu}\ D^{\mu}\ \delta(x) = R_{\beta}(Lx)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L) + C_{\beta\lambda}\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L)\ \tilde{\mathcal{D}}_{\lambda\mu}(L)\ D^{\mu}\ \delta(x)$$

$$= \left(R_{\beta} + \sum C_{\beta\mu}\ D^{\mu}\ \delta\right)(Lx)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L)$$

$$= R'_{\beta}(Lx)\ \mathcal{D}_{\beta\alpha}(L) \quad ,$$

et de même si R est remplacé par A .

D'où un découpage covariant $C = R' - A'$

Application

Supposons qu'on ait des opérateurs de Wightman vectoriels $j^{i}_{\mu}(x)$ conservés $\partial_{\mu} j_{\mu}(x) = 0$.

Alors $C_{\mu\nu} = \langle 0|[j^{(1)}_{\mu}(x)\ ,\ j^{(2)}_{\nu}(x_2)]|0\rangle$ est un tenseur qui vérifie de plus $\partial_{\mu}\ C_{\mu\nu} = \partial_{\nu}\ C_{\mu\nu} = 0$.

On sait d'après ce qui précède qu'il existe un découpage en tenseurs :
$C_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - A_{\mu\nu}$.

On peut de plus choisir $R_{\mu\nu}$ et $A_{\mu\nu}$ de façon que

$$\partial_\mu R_{\mu\nu} = \partial_\mu A_{\mu\nu} = 0 = \partial_\nu R_{\mu\nu} = \partial_\nu A_{\mu\nu}$$

$$\partial_\mu C_{\mu\nu} = \partial_\mu R_{\mu\nu} - \partial_\nu A_{\mu\nu} ,$$

d'où
$$\partial_\mu R_{\mu\nu} = \partial_\nu A_{\mu\nu} = \sigma_\nu ,$$

où σ_ν a pour support l'origine et se comporte comme un quadrivecteur :

$$\sigma_\nu(x) = \sigma_\nu(\Lambda\ x)\ \Lambda^\nu{}_\mu .$$

On en déduit
$$\sigma_\mu(x) = \partial_\mu\ P(\Box)\ \delta(x) ,$$

d'où
$$\partial_\mu \left[R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\ P(\Box)\ \delta(x) \right] = \partial_\mu \left[A_{\mu\nu} - P(\Box)\ \delta(x) \right] = 0 ,$$

$$R'_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\ P(\Box)\ \delta(x) , \qquad A'_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\ P(\Box)\ \delta(x)$$

fournissent le découpage cherché.

L'utilisation des propriétés spectrales montre alors que $R_{\mu\nu}$, $A_{\mu\nu}$ sont de la forme $(\Box g_{\mu\nu} - \partial_\mu\ \partial_\nu)\ \substack{R \\ A}$, par suite on a aussi $\partial_\nu R_{\mu\nu} = \partial_\nu A_{\mu\nu} = 0$. Cet exemple se présente en électrodynamique quantique dans le calcul perturbatif de la "polarisation du vide" et montre la possibilité de définir un courant induit conservé.

<u>Le cas $n = 2$</u> .

A partir des six distributions de Wightman

$$W_P(x_o x_1 x_2) = \langle o | A_{P(o)}(x_{P(o)}) \; A_{P(1)}(x_{P(1)}) \; A_{P(2)}(x_{P(2)}) | o \rangle \qquad ,$$

on construit les trois doubles commutateurs

$$C_{P(o)P(1)P(2)} = - C_{P(o)P(2)P(1)} = \langle o \left| \left[A_{P(o)}(x_{P(o)}) , \left[A_{P(1)}(x_{P(1)}) , A_{P(2)}(x_{P(2)}) \right] \right] \right| o \rangle$$

qui satisfont l'identité de Jacobi

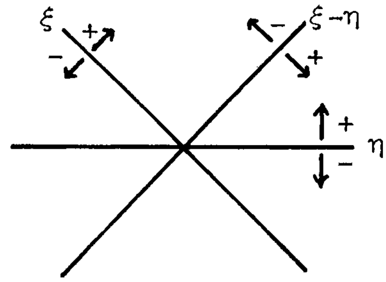
$$\sum_{\substack{P \\ \text{paires}}} C_{P(o)P(1)P(2)} = 0 \qquad .$$

Pendant un moment on fixera P à l'identité.

C_{o12} a les propriétés suivantes :

soient $\xi = x_o - x_2$, $\eta = x_1 - x_2$. En vertu de l'invariance du vide par translation, on peut considérer C comme une distribution en ξ, η . En vertu de la commutativité locale et de l'identité de Jacobi

$$\text{support } C = \left(\eta \in \bar{V}^+ \cap \xi \in \bar{V}^- \right) \cup \left(\eta \in \bar{V}^+ \cap \xi - \eta \in \bar{V}^- \right)$$
$$\cup \left(\eta \in \bar{V}^- \cap \xi \in \bar{V}^- \right) \cup \left(\eta \in \bar{V}^- \cap \xi - \eta \in \bar{V}^+ \right)$$



En vertu des propriétés spectrales, la transformée de Fourier partielle par rapport à ξ : $\tilde{C}(p,\eta)$ s'annule pour $p^2 < M_o^2$, $p^2 \neq m_o^2$. La restriction de $\tilde{C}$ à un voisinage de $p^2 = m_o^2$ est une mesure d'ordre 1 concentrée sur $p^2 = m_o^2$, de sorte que $\tilde{C}'(p,\eta) = (p^2 - m_o^2)\, \tilde{C}(p,\eta)$ s'annule pour $p^2 < M_o^2$.

Un théorème de Dyson, Gärding et Wightman[2] assure qu'il existe une solution tempérée $\Gamma'(\xi,\kappa,\eta)$, paire en κ , de l'équation de Klein Gordon

$$KG\Gamma' = \left(\Box_\xi - \frac{\partial^2}{\partial\kappa^2} + M_o^2\right) \Gamma'(\xi,\kappa,\eta) = 0 \quad ,$$

telle que $\quad C'(\xi,\eta) = (\Box_\xi + m_o^2)\, C(\xi,\eta) = \Gamma'(\xi,\kappa,\eta)\Big|_{\kappa=0}$

et qu'inversement la restriction à $\kappa = 0$ d'une telle solution est la transformée de Fourier d'une distribution nulle pour $p^2 < M_o^2$.

Le théorème du couble cône montre que, étant donné le support de C indiqué plus haut,

$$\text{support } \Gamma(\xi,\kappa,\eta) = \text{support } C \times \{-\infty < \kappa < +\infty\} \quad .$$

Ce support est régulier de sorte qu'on peut décomposer Γ' selon

$$\Gamma' = \Gamma'^{+} - \Gamma'^{-} \qquad \text{supp } \Gamma'^{\pm} = \text{supp } \Gamma' \cap (\eta \in \bar{V}^{\pm}) \quad ,$$

de sorte que

$$KG\, \Gamma'^{+} = KG\, \Gamma'^{-} = \sigma \quad ,$$

où σ est une distribution tempérée avec

$$\text{support } \sigma = \text{support } \Gamma'^{+} \cap \text{support } \Gamma'^{-} = \text{support } \Gamma' \cap (\eta = 0)$$

$$= \{\xi \in \bar{V}^{+}\} \cap \{\eta = 0\} \;\cup\; \{\xi \in \bar{V}^{-}\} \cap \{\eta = 0\} \quad .$$

On peut donc à nouveau écrire $\sigma = \sigma_+ + \sigma_-$

avec $\quad \text{support } \sigma_\pm = \{\xi \in \bar{V}^{\pm}\} \cap \{\eta = 0\} \quad .$

On peut alors résoudre

$$\Gamma'^{\pm} = \overset{o}{\Gamma}'^{\pm} + D_{ret} * \sigma_+ + D_{av} * \sigma_- \qquad ,$$

où $D_{\substack{ret\\av}}$ sont les solutions élémentaires retardée et avancée de l'équation de Klein Gordon, $\overset{o}{\Gamma}'^{\pm}$ des solutions de l'équation homogène ayant même supports que $\Gamma'^{\pm}$ car le support de la solution particulière $D_{ret} * \sigma_+ + D_{av} * \sigma_-$ appartient à support $\Gamma'^{+} \cap$ support Γ'^{-}.

On a donc :

$$\Gamma' = \overset{o}{\Gamma}'^{+} - \overset{o}{\Gamma}'^{-} \qquad .$$

Par la réciproque du théorème de Dyson Gärding Wightman, $\overset{o}{\Gamma}'^{\pm}$ ont des restrictions $C'^{\pm}$, à $\kappa = 0$ dont les transformées de Fourier s'annulent pour $p^2 < M_o^2$, et on a

$$C' = C'^{+} - C'^{-} \qquad .$$

Nous noterons

$$C'^{+} = \left(\Box_{x_o} + m_o^2\right) \langle o|[A_o(x_o) , A(x_1) \uparrow A(x_2)]|o\rangle$$

$$C'^{-} = \left(\Box_{x_o} + m_o^2\right) \langle o|\ A_o(x_o) , A(x_1) \downarrow A(x_2)\ |o\rangle \qquad .$$

On peut maintenant résoudre

$$\left(\Box_{x_o} + m_o^2\right) C^{\pm} = C'^{\pm} \qquad .$$

On découpe d'abord $C'^{\pm}$ suivant $C'^{\pm}_{+} - C'^{\pm}_{-}$ avec :

$$\text{support } C'^{+}_{+} = (\eta \in \bar{V}^{+}) \cap (\xi \in \bar{V}^{+})$$

$$\text{support } C'^{+}_{-} = (\eta \in \bar{V}^{+}) \cap (\xi - \eta \in \bar{V}^{-})$$

$$\text{support } C'^{-}_{+} = (\eta \in \bar{V}^{-}) \cap (\xi - \eta \in \bar{V}^{+})$$

$$\text{support } C'^{-}_{-} = (\eta \in \bar{V}^{-}) \cap (\xi \in \bar{V}^{-}) \qquad ,$$

et on écrit

$$C^{\pm} = \overset{o}{C}{}^{\pm} + D_{ret} * C'^{\pm}_{+} - D_{av} * C'^{\pm}_{-} \qquad ,$$

où $D_{ret,av}$ sont les solutions élémentaires retardée ou avancée de l'opérateur $\Box_{\xi} + m_o^2$. On voit facilement que $C^{\pm}$ ont en ξ,η le même support que $C'^{\pm}$ et que leurs transformées de Fourier s'annulent pour $p^2 < M_o^2$ sauf sur $p^2 = m_o^2$.

On écrira

$$C^{\pm} = \langle 0 | \, A_o(x_o) \, , \, A(x_1) \updownarrow A(x_2) \, | 0 \rangle \qquad .$$

La question de la covariance par rapport à l'action de $SL(2,C)$ de $C^{\pm}$, comme celle de C, se résoud comme dans le cas $n = 1$, pourvu que l'on montre que l'ambiguité de la solution se comporte, par l'action de $SL(2,C)$ comme un vecteur d'un espace de représentation de dimension finie de SL 2,C.

Or, supposons connues deux décompositions satisfaisant aux propriétés voulues de support en (ξ,η) et en p :

$$C = C^{+} - C^{-} = \tilde{C}^{+} - \tilde{C}^{-} \qquad .$$

On a $$C^{+} - \tilde{C}^{+} = C^{-} - \tilde{C}^{-} = \sigma$$

avec $$\text{support } \sigma = \{(\eta = 0) \cap (\xi \in \bar{V}^{+})\} \cup \{(\eta = 0) \cap (\xi \in \bar{V}^{-})\}$$

$$\tilde{\sigma}(p,\eta) = 0 \qquad , \qquad p^2 < M_o^2 \qquad p^2 \neq m_o^2$$

$$\tilde{\sigma}'(p,\eta) = (p^2 - m_o^2)\,\tilde{\sigma}(p,\eta) = 0 \quad , \quad p^2 < M_o^2 \quad .$$

On peut donc écrire

$$\sigma^{(')}(\xi,\eta) = \sum^{N} D_\alpha(\eta)\,\delta(\eta)\left[f^{(')}_{\alpha+} - f^{(')}_{\alpha-}\right] \quad .$$

Mais on voit facilement, à cause des propriétés de spectre, au moyen de l'argument de Dyson Gärding Wightman et de la résolution d'un problème de Cauchy, qu'on a une représentation pour σ du type

$$\tilde{\sigma}(p,\eta) = \sum_{[\alpha]=0}^{|\alpha|=N} D_\alpha(\eta)\,\delta(\eta) \sum_{[\beta]=0}^{|\beta|=N} p^{[\beta]} \left[C_{\alpha\beta}\,\epsilon(p^o)\,\delta(p^2 - m_o^2)\right.$$

$$\left. + \int_{M_o^2}^{\infty} d\kappa^2\ \rho_{\alpha\beta}(\kappa^2)\ \epsilon(p^o)\,\delta(p^2-\kappa^2)\right] \quad ,$$

où ρ est une distribution en κ^2 .

On est alors amené, comme précédemment, à considérer des cocycles $C_{\alpha\beta}(L)$ et $\rho_{\alpha\beta}(\kappa^2,L)$ définis sur $SL(2,C)$. La seule difficulté provient de la nécessité de saturer ρ par une fonction test : $\rho_{\alpha\beta}(\varphi,L) = \langle\rho_{\alpha\beta}(\ ,L),\varphi\rangle$ et de montrer que $\rho_{\alpha\beta}(\varphi)$ défini par $\rho_{\alpha\beta}(\varphi,L) = \rho_{\alpha'\beta'}(\varphi)(\mathcal{D}_{\alpha'\beta',\alpha\beta}(L)-\delta_{\alpha\alpha'}\delta_{\beta\beta'})$ peut être choisi continu en φ , ce qui est facile en intégrant sur le sous-groupe compact SU 2 de $SL(2,C)$.

$C^{\pm}$ sont alors définis modulo une ambiguité du type ci-dessus, de covariance identique à celle de C .

Enfin on écrira :

$$C^{\pm}_{o12} = 0{\uparrow}1{\uparrow}2 - 0{\downarrow}1{\uparrow}2 - 0{\uparrow}1{\downarrow}2 + 0{\downarrow}1{\downarrow}2$$

avec

$$\text{support } 0\uparrow 1\uparrow 2 = x_o - x_2 \in \bar{V}^+ \cap x_1 - x_2 \in \bar{V}^+$$

$$\text{support } 0\downarrow 1\uparrow 2 = x_o - x_1 \in \bar{V}^- \cap x_2 - x_1 \in \bar{V}^-$$

$$\text{support } 0\uparrow 1\downarrow 2 = x_o - x_1 \in \bar{V}^+ \cap x_2 - x_1 \in \bar{V}^+$$

$$\text{support } 0\downarrow 1\downarrow 2 = x_o - x_2 \in \bar{V}^- \cap x_1 - x_2 \in \bar{V}^-$$

et les décompositions analogues pour $C^{\pm}_{12o}$, $C^{\pm}_{2o1}$, et, utilisant l'identité de Jacobi, on montrera qu'on peut choisir ces décompositions de sorte que

$$0\uparrow 1\uparrow 2 = -\,0\uparrow 2\downarrow\uparrow 1 = 1\uparrow 0\uparrow 2$$

$$0\downarrow 1\downarrow 2 = -\,0\downarrow 2\uparrow 1 = 1\downarrow 0\downarrow 2 \qquad \text{etc} \ldots$$

de sorte qu'on a défini les six distributions voulues avec les propriétés de coïncidence cherchées en vertu du support en p des $\tilde{C}^{\pm}(p,\eta)$. La possibilité de les choisir covariantes est à nouveau due au fait que l'ambiguité de cette décomposition se transforme selon une représentation de dimension finie de SL 2,C . L'ambiguité de cette décomposition est, dans l'espace transformé de Fourier, de la forme :

$$P_o(p_1,p_2)\, C_o(p_o) + P_1(p_o,p_2)\, C_1(p_1) + P_2(p_2,p_1)\, C_2(p_2)$$

avec $p_o + p_1 + p_2 = 0$, les P_i polynômes covariants selon l'action de SL(2,C) , $C_i(p_i)$ holomorphe pour $p_i^2 \neq M_i^2 + \rho$, ρ réel > 0 à l'exception de $p_i^2 = m_i^2$ où il y a un pôle du premier ordre.

Application

Supposons donnés un courant conservé j_μ , $\partial^\mu j_\mu = 0$ et deux opérateurs Φ , Φ^+ , et considérons

$$C_\mu = \langle 0 \big[j_\mu(x_o) \, , \, [\Phi(x_1) \, , \, \Phi^+(x_2)] \big] 0 \rangle \quad .$$

On a un découpage covariant des C_μ en R_μ ...

Comme $\partial_\mu C_\mu = 0$, $\partial_\mu R_\mu$ a la forme de l'ambiguité du découpage, à savoir dans les transformées de Fourier

$$(p_{1\mu} + p_{2\mu}) \; C(p_i) \; + \; (p_{1\mu} - p_{2\mu}) \sum D \; (p_i) \quad ,$$

où les C , D sont holomorphes pour $p_i^2 \neq M_i^2 + \rho$ avec éventuellement des pôles à $p_i^2 = m_i^2$. Il n'est donc en général pas possible de trouver un découpage où les R_μ vérifient $\partial_\mu R_\mu = 0$. Un tel phénomène est cohérent avec l'existence des "identités de Ward" de l'électrodynamique quantique.

Remarque sur les cas $n > 2$.

La raison pour laquelle ces cas n'ont pas été résolus est que, implicitement, le théorème de Dyson Gärding Wightman ne permet de traiter des propriétés de support que dans un quadrivecteur à la fois. L'extension de cette méthode au cas où plusieurs quadrivecteurs entrent en jeu semble nécessiter l'étude de systèmes surdéterminés qui n'a pas été menée à bien.

REFERENCES

[1] - H. ARAKI - Journal of Mathematical Physics 2 , 163 , (1961) .

[2] - A.S. WIGHTMAN dans "Relations de dispersions et particules élémentaires" Hermann - Paris - (1961) .

Les résultats résumés ici feront l'objet d'une publication ultérieure. Ils résultent de contributions de J. BROS, H. EPSTEIN, V. GLASER, O. LANDFORD, B. MALGRANGE, R. STORA .