

ITALO GIORGIUTTI

**Quelques phénomènes didactiques mis en évidence par
l'utilisation du logiciel DEFI**

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1998-1999, fascicule 3
« Fascicule de didactique des mathématiques et de l'E.I.A.O. », , p. 73-81

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1998-1999__3_73_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,
1998-1999, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

Quelques phénomènes didactiques mis en évidence par l'utilisation du logiciel DEFI

Italo Giorgutti

Laboratoire de Didactique des Mathématiques Université Rennes 1.

Tous les enseignants qui ont assez longuement utilisé DEFI considèrent que ce que leur a surtout apporté ce logiciel, ce sont des nouvelles connaissances sur les élèves en activité de démonstration. C'est à partir de ces connaissances qu'ils ont mis au point de nouvelles séquences d'enseignement. Je me propose ici de donner deux exemples d'acquisition de telles connaissances¹.

I. Comparaison d'un travail : papier-crayon vs/ ordinateur.

Description de la séquence

Cette séance se situe au début de l'utilisation de DEFI, avec une classe de quatrième de 25 élèves. J'avais choisi un énoncé qui avait le mérite de poser un problème simple de façon à ce que les élèves puissent se concentrer sur la prise en main de DEFI à savoir : "On se donne un parallélogramme ABCD. On désigne par E le symétrique de C par rapport à D. Démontrer que les droites (AE) et (BD) sont parallèles".

La consigne donnée aux élèves était la suivante:

1. Rédiger d'abord une solution de ce problème.
2. Faire ensuite, à l'aide de DEFI, l'exploration de la figure puis la démonstration.

Je n'étais pas sûr que ce choix était vraiment judicieux, parce qu'il était contraire au principe de ne donner que des problèmes présentant un enjeu certain. Les effets obtenus avec des problèmes ne présentant pas cet enjeu sont inégaux: ils avaient assez mal marché l'année précédente, mais relativement bien au cours d'autres expérimentations. Par précaution, j'avais insisté sur le fait que cet exercice avait pour seul but d'aider les élèves à prendre en main l'ordinateur et le logiciel.

Au bout de trente minutes, tous les élèves avaient terminé leur travail écrit. L'utilisation de l'ordinateur pour ce type de problème a été marquée par un manque total de motivation, scandée par des phrases du type : "On a su démontrer, qu'est-ce qu'il veut de plus ?" ou bien "Il pose des questions auxquelles on ne sait pas comment répondre".

Comparaisons des copies des élèves et des traces du travail sur ordinateur.

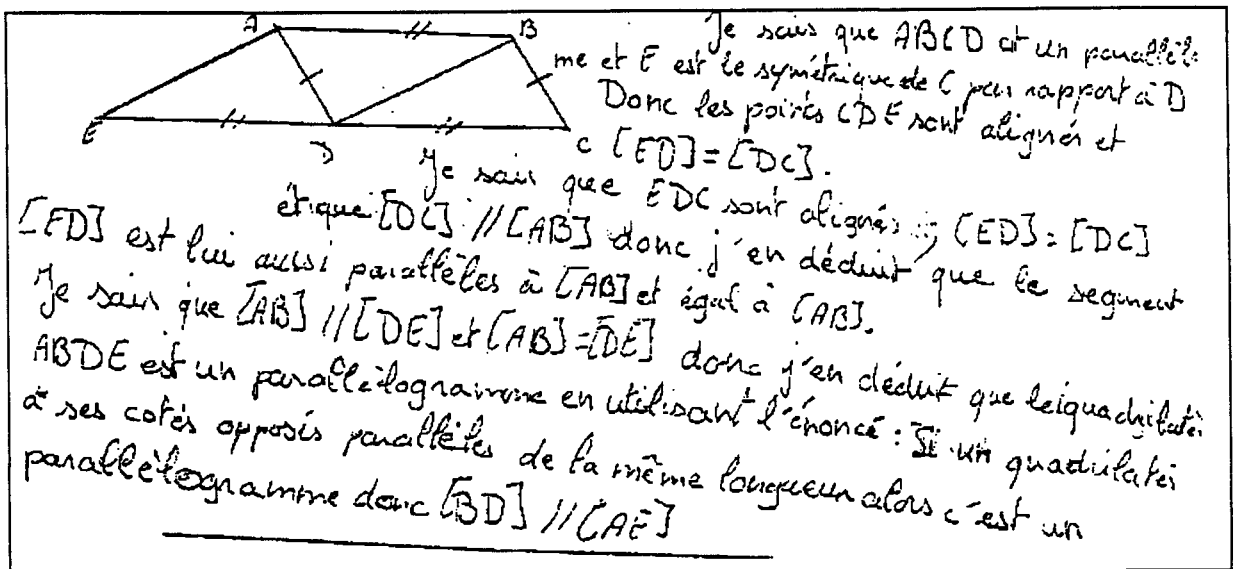
Mon but va être ici de :

¹ Ce texte prolonge celui qui porte le même titre dans les actes du colloque "Produire et lire des textes de démonstration" (Rennes, janvier 98) et dont les auteurs sont I. Giorgutti et B. El Gas, en essayant de donner des explications et de tirer des conséquences. Le lecteur se rapportera à ces actes pour une présentation de DEFI et des conditions d'expérimentation.

- 1) faire prendre conscience que ce n'est pas parce les élèves fournissent des démonstrations (des textes) qui semblent tout à fait acceptables qu'ils ont assimilé la structure d'une démonstration,
- 2) donner diverses explications de ce phénomène,
- 3) d'en déduire quelques conséquences (contrat didactique, changement registre),
- 4) donner enfin quelques réflexions sur les stratégies d'apprentissages.

Ce n'est pas parce les élèves fournissent des démonstrations (des textes) qui semblent tout à fait acceptables qu'ils ont assimilé la structure d'une démonstration.

Les copies des élèves sont assez semblables. Je m'attarde donc sur une seule copie puis sur les traces de l'interaction avec DEFI du binôme qui a produit cette copie.



Tous les enseignants auxquels j'ai soumis ce texte considèrent qu'il est tout à fait acceptable. Certains enseignants pensent qu'un élève capable de produire un tel texte a compris ce qu'est une démonstration et estiment qu'ils ont réussi leur enseignement de cette activité. Tous les enseignants pourtant font part de leur grande surprise devant le décalage entre ce texte et les traces du travail sur DEFI, j'y reviendrai. Je rappelle que les traces relevées par le logiciel sont réparties dans plusieurs fichiers. Les deux plus importants sont le fichier "dialogues" qui mémorise tous les dialogues ouverts par l'élève et les réponses des élèves aux questions posées dans ces dialogues dans le module "Exploration de la figure" et le fichier "Pas de démonstration" qui est lié au module "démonstration". Chaque enregistrement se termine par "Temps :....." qui donne le nombre de secondes passées depuis le lancement de DEFI, ce qui va permettre de faire référence à ces enregistrements. Pour faciliter la lecture de ces traces, ces temps ont été convertis en minutes et secondes.

Le groupe qui a produit la copie ci-dessus est le seul à n'avoir pas réussi parfaitement "l'exploration de la figure". Cette interaction est en désaccord total avec le texte de l'élève, ce qui semble au premier abord difficile à expliquer.

Question:

Existe-t-il un parallélogramme dont les sommets appartiennent à BD et à AE ?

Réponse : NON

Temps : 9 minutes 8 secondes

Notons que l'exploration de la figure, dans cet exemple, n'a rien appris aux élèves car ce problème était trop simple.

Les traces du module "Démonstration" montrent nettement que le groupe a essayé de communiquer au logiciel son premier paragraphe. Le pas au temps 13 minutes 42 secondes montre que malgré les marqueurs "Je sais" et "Donc" (du texte de l'élève) des hypothèses sont prises pour des conclusion et vice-versa.

Après ce pas, le statut de "ABCD est un parallélogramme" sera clair pas celui de "EDC sont alignés" (temps: 9 minutes 8 secondes, temps: 16 minutes 44 secondes, temps: 17 minutes 36 secondes, temps: 20 minutes 17 secondes, temps: 22 minutes 59 seconde...).

La structure de pas ne semble pas assimilée. (Tous les pas jusqu'au temps : 24 minutes 22 secondes).

Tu souhaites démontrer que:

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

En appliquant le théorème suivant:

Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles.

En utilisant les hypothèses suivantes

Les points CDE sont alignés.

Message: Il n'y pas lieu de démontrer une donnée.

Temps: 13 minutes 42 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

Les points ADE sont alignés.

En appliquant le théorème suivant:

les droites (AB) et (CD) sont parallèles si (AB) et (EF) sont parallèles et si (EF) et (CD) sont confondues.

En utilisant les hypothèses suivantes

Les points CDE sont alignés.

Les points DCE sont alignés.

Les points DCE sont alignés.

Les points DCE sont alignés.

Les points DCE sont alignés.

Message: Vérifie si tu utilises le même nombre de données que celles qui figurent dans le théorème choisi.

Temps: 16 minutes 24 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

Les points DCE sont alignés.

En appliquant le théorème suivant:

Si (AB) et (AC) sont parallèles à une même droites alors les points A,B,C sont alignés.

En utilisant les hypothèses suivantes

Les points CDE sont alignés.

Le point D le milieu de CE

Message: Si tu souhaites faire avancer ta démonstration, ne propose pas ta conclusion comme donnée.

Temps: 17 minutes 36 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

Les droites CD et AB sont parallèles.

En appliquant le théorème suivant:

Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles.

En utilisant les hypothèses suivantes

Séminaire Didactique Rennes1. 1998-99

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Message: Vérifie si tu utilises le même nombre de données que celles qui figurent dans le théorème choisi.

Temps: 20 minutes 17 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

AB est égal à ED

En appliquant la définition suivante:

Si le point M est le milieu de [PQ], alors M,P et Q sont alignés et $MP=MQ$.

En utilisant les hypothèses suivantes

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Message: Vérifie si tes données correspondent à la définition choisie ?.

Temps: 2 minutes 59 secondes².

Tu souhaites démontrer que:

AB est égal à DE

En appliquant le théorème suivant:

les droites (AB) et (CD) sont parallèles si (AB) et (EF) sont parallèles et si (EF) et (CD) sont confondues.

En utilisant les hypothèses suivantes

DC est égal à ED

BC est égal à AD

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Message: La propriété Les segments BC et AD ont même longueur. ne fait pas partie de tes données. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.

Temps: 5 minutes.

Tu souhaites démontrer que:

CD est égal à DE

En appliquant le théorème suivant:

Les droites (AB) et (AC) sont confondues si les points A, B et C sont alignés.

En utilisant les hypothèses suivantes

Le point D le milieu de AE

les droites (ED) et (CD) sont confondues

EC est égal au double de AB

Message: La propriété

La longueur de [EC] est égale à deux fois celle de [AB]. ne fait pas partie de tes données. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.

Temps: 8 minutes 3 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

CD est égal à DE

En appliquant la définition suivante:

Si le point M est le milieu de [PQ], alors M,P et Q sont alignés et $MP=MQ$.

En utilisant les hypothèses suivantes

² Dans les traces ci-dessous on passe du temps 20 minutes 17 secondes au temps 2 minutes 59 secondes. Il ne s'agit pas là d'une seconde session; le menu "quitter" a été activé par mégarde mais l'environnement du programme est conservé de façon à permettre un nouveau démarrage en l'état.

Les points CDE sont alignés.

Message: Vérifie si tes données correspondent à la définition choisie.

Temps: 9 minutes 17 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

Les droites AB et DE sont parallèles.

Tu souhaites démontrer que:

Les points EDC sont alignés.

En appliquant le théorème suivant:

les droites (AB) et (CD) sont parallèles si (AB) et (EF) sont parallèles et si (EF) et (CD) sont confondues.

En utilisant les hypothèses suivantes

DE est égal à AB

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Les droites EC et AB sont parallèles.

Les droites AB et CD sont parallèles.

Le point D le milieu de EC

Message: La propriété Les droites AB et CD sont parallèles. ne fait pas partie de tes données. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.

Temps: 14 minutes 42 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

Les points CDE sont alignés.

Tu souhaites démontrer que:

Les points CDE sont alignés.

Tu souhaites démontrer que:

Les points CDE sont alignés.

Tu souhaites démontrer que:

les droites (AD) et (DC) sont confondues

En appliquant le théorème suivant:

Le segment qui passe par les milieux de 2 côtés d'un triangle est parallèle au 3^e côté et sa longueur est égale à la moitié de la longueur de ce côté.

En utilisant les hypothèses suivantes

Les droites DC et AB sont parallèles.

Les droites DE et AB sont parallèles.

Les points EDC sont alignés.

Message: La propriété Les droites DE et AB sont parallèles. ne fait pas partie de tes données. Si tu penses devoir utiliser cette propriété, il te faut d'abord la démontrer.

Temps: 23 minutes 35 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

Les droites DC et AB sont parallèles.

En appliquant le théorème suivant:

Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles.

En utilisant les hypothèses suivantes

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Séminaire Didactique Rennes1. 1998-99

Message: Tu as démontré que: Les droites DC et AB sont parallèles.

Temps: 24 minutes 22 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

Les droites DE et AB sont parallèles.

En appliquant le théorème suivant:

les droites (AB) et (CD) sont parallèles si (AB) et (EF) sont parallèles et si (EF) et (CD) sont confondues.

En utilisant les hypothèses suivantes

Les droites AB et CD sont parallèles.

Message: Vérifie si tu utilises le même nombre de données que celles qui figurent dans le théorème choisi.

Temps: 26 minutes 38 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

Les droites AB et DC sont parallèles.

En appliquant le théorème suivant:

Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles.

En utilisant les hypothèses suivantes

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Message: Tu as démontré que: Les droites AB et DC sont parallèles.

Temps: 28 minutes 12 secondes.

Tu souhaites démontrer que:

AB est égal à DC

En appliquant le théorème suivant:

Un parallélogramme a ses côtés opposés égaux et parallèles.

En utilisant les hypothèses suivantes

Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Message: Tu as démontré que: Les segments AB et DC ont même longueur.

Temps: 28 minutes 46 secondes.

Diverses explications du phénomène

Expliquer comment les élèves ont pu aboutir à un type de texte est toujours hasardeux. Le premier rapport que les élèves vont avoir avec la démonstration sera le raisonnement. Le texte fourni par l'élève ci-dessus est visiblement un bon texte de raisonnement et il va être difficile et absurde de vouloir le convaincre que ce texte n'est pas un vrai texte démonstratif.

Croire qu'on peut passer d'un tel texte à celui d'une démonstration est une illusion qui avait cours il y a quelques décennies, le nombre d'échecs en Mathématiques était alors important mais considéré comme normal. Divers travaux théoriques, en particulier ceux de Duval sur les rapports entre l'argumentation et la démonstration montrent que du point de vue cognitif il s'agit d'activités totalement différentes et par là permettent de mieux accepter le décalage constaté.

Des phénomènes d'inhibition résultent de changement considérés comme mineurs dans l'environnement des sujets, ils sont depuis longtemps connus des psychologues qui en recherchent toujours des explications satisfaisantes. Ces phénomènes préoccupent fort les enseignants qui semblent constater parfois une régression de leurs élèves d'une année sur l'autre.

Autre explication : le contrat didactique est très difficile à faire passer dans le cas de la démonstration. Il nécessite en fait que l'élève ait assimilé suffisamment cette dernière. Les seuls repères qu'il va avoir seront l'acceptation ou non par l'enseignant des textes qu'il fournit. Il ne faut pas s'étonner dès lors que lorsque l'aspect raisonnement est privilégié par l'enseignant, l'élève a l'impression d'avoir parfaitement rempli son contrat lorsqu'il fournit un texte proche de celui qui a été donné ci-dessus. L'expérience montre qu'alors il refuse toutes les remises en cause de son travail, et va parfois jusqu'à les considérer comme une persécution.

Quelques conséquences

Je pense qu'il n'est pas pertinent de s'en remettre au contrat didactique dans le cas de l'apprentissage de la démonstration. Il me semble que ce qui importe le plus c'est le rapport de l'élève à cette dernière. Ce rapport évolue dans toute la scolarité, de façon rapide et va faire évoluer le rapport de l'élève avec les mathématiques. Tous les points de vue sur la démonstration sont trop partiels pour qu'un seul puisse être privilégié. Par contre, lors de l'utilisation de DEFI, il est possible d'établir un contrat clair sur l'utilisation de ce logiciel qui va permettre d'obtenir de l'élève un travail cognitif important (qui a été analysé par ailleurs).

L'accent a souvent été mis ces dernières années sur les changements de registre ou de cadre. Il s'agit là de quelque chose qui est très difficile à gérer et à subir. Ce n'est pas parce que le registre du discursif est bien géré que celui de la démonstration le sera automatiquement.

Quelques réflexions sur les stratégies d'apprentissages

Les enseignants qui ont obtenu des résultats satisfaisants dans l'enseignement de la démonstration se sont arrangés pour rendre les élèves capables d'écrire des textes comme celui que j'ai présenté puis ont demandé d'autres activités qui favorisaient un point de vue plus formel.

La solution choisie dans DEFI a été la suivante : on choisit un problème considéré comme difficile sans aucune autre aide que celle donnée par le module "Exploration de la figure". Après l'exploration, l'élève a compris le problème et est capable de donner des justifications et de faire certains raisonnements. Le fait que tout ne lui ait pas été mâché fait qu'il accepte facilement passer au module "démonstration".

II Etude d'un devoir en temps limité en fin de 4°

J'analyse ici un travail "papier", ce qui pourra surprendre le lecteur. Je fais cette analyse à l'aide des résultats théoriques obtenus à la suite des divers travaux faits à l'aide de DEFI. Ces résultats montrent les limites de toute observation qui ne s'intéresse qu'à la structure dite profonde de la démonstration. Pour obtenir d'autres résultats (par exemple ceux exposés par B. El Gass) l'étude des analyses de traces de DEFI est indispensable.

Origine des copies des élèves

Pour le problème dans la première partie et pour des problèmes du même type, l'expérience montre que les élèves savent produire assez rapidement quelque chose qui ressemble à une démonstration.

Il n'en est pas de même pour le problème suivant qui nécessiterait une aide très forte s'il était donné en début d'apprentissage. Il faut attendre la fin de l'année scolaire pour pouvoir

laisser les élèves seuls avec ce problème. D'où le choix de le donner en post-test en fin d'année, sous forme de devoir surveillé, à trois classes de quatrième dont 24 élèves tous volontaires et choisis parmi les plus faibles avaient utilisé DEFI depuis février.

Voici le texte du problème

On considère un triangle ABC et I le milieu de [BC]. On désigne par D le point tel que ABCD soit un parallélogramme. Le segment [AC] est coupé en M par la droite (ID) et en J par la droite (BD). On appelle K le milieu de [BJ].
Démontrer que J est le milieu de [KD].

Mon but n'est pas ici de faire un compte rendu supplémentaire sur l'évaluation de DEFI. Ce travail a été fait en détail par B. El Gass. Je me contenterai de dire pour satisfaire la curiosité du lecteur que pour ce qui est de la réussite, le groupe d'élève en difficulté qui ont travaillé avec DEFI sont devenus des élèves sans difficultés particulières, mais ils présentent même, au dire de leurs enseignants, certaines particularités (meilleure utilisation des figures, questionnement sur ces dernières, nombre faible de pas douteux...)

Quelques éléments pour une analyse des copies.

Les observations faites par Saddo Ag Almouloud [1] lui ont permis de montrer que les critères qui correspondent aux erreurs de démonstrations signalées par DEFI, se regroupaient en quatre classes : le succès, l'échec et deux autres classes qu'il a désigné sous le nom de centration sur les hypothèses et de centration sur la conclusion. Il est apparu qu'il fallait mieux cerner ces deux notions et en particulier leur lien avec la résolution de problème et les chaînages avant et arrière et leur réalité didactique. J'avais réfléchi à une détection automatique et rapide de ces classes par DEFI pas je n'ai pas été jusqu'à essayer de l'implémenter faute d'arriver à avoir une idée assez simple des décisions didactiques à prendre.

Lors des diverses présentations de DEFI beaucoup d'enseignant ont fait part de l'impossibilité pour eux de se lancer dans des travaux d'analyse des traces telle qu'elle avait été faite à Rennes. Il m'a paru alors nécessaire de trouver des moyens plus rapides parce que plus "humains" de décrire les performances des élèves.

Analyse des copies

Le paquet de copies que j'avais entre les mains me semblait idéal pour cette étude. Tout ce qui est relatif au discours était neutralisé c'est-à-dire que la forme était parfaitement fixée (je n'ai aucune explication sérieuse de ce phénomène) : l'élève part toujours des données vers la conclusion et il marque fortement les pas, et les composantes de ces derniers, l'aspect énonciation est réduit au minimum.

- Pour les copies qui semblent parfaites (ou presque) on va des données vers la conclusion avec des pas parfaits, un enchaînement parfait, pas nécessairement le même pour toutes les copies. Pour ces copies, ainsi rédigées, sauf si elles conservent des traces de correction il est impossible de dire quoi que ce soit sur la centration sur les hypothèses ou la conclusion (qu'il faut bien se garder de confondre avec l'ordre de la présentation des "pas").
- D'autres copies partent vraiment des données qu'elles explicitent plus ou moins mais le problème est trop complexe pour arriver à la conclusion. C'est le cas de la majorité des copies. Pourtant ces copies "démontrent" presque toutes la conclusion mais souvent introduisant des données non démontrées. Le caractère dominant de ces copies est la centration sur les hypothèses.

- Seules de rares copies centrées sur la conclusion sont repérables et encore parce qu'elles n'avaient pas été retranscrites au propre ou parce qu'elles introduisaient de nouveaux points ou de nouveaux objets mathématiques (une telle centration est très difficile à mettre en œuvre par l'élève).
- Il reste un nombre très faible de copies presque vides.
 - Des copies qui introduisent des données provenant d'une figure particulière dont une seule les utilise vraiment.
 - Deux copies proposent une résolution de problème originale mais qui n'est pas transformée en démonstration valable

Conclusion

Les notions de centration sur les hypothèses et de centration sur la conclusion permettent de se faire une image assez précise des performances et même des compétences de cette classe. L'enseignant peut donc obtenir un panorama concis mais assez fidèle de la production des élèves et avoir un point de départ qu'on peut penser utile pour un certain nombre de décisions didactiques. L'enseignant peut alors s'attarder davantage sur les copies originales qui n'auraient pas été mises en valeur dans une correction plus classique (les deux copies qu'on aurait tendance à considérer comme les plus mauvaises conduisent à une solution bien meilleure que la solution standard).

On voit en particulier que lorsqu'on ne laisse pas assez de liberté aux élèves pour écrire on perd une grande partie de l'information. (Mais l'évolution vers certains textes assez stéréotypés n'est-elle pas aussi le fait des élèves ?). Lorsque qu'on laisse une liberté trop grande on aboutit à des textes dont on ne peut non plus rien dire et à partir desquels on ne pourra pas non plus faire vraiment évoluer l'élève. Il faut trouver des solutions à ce dilemme. DEFI en est une.

Références bibliographiques

- [1] Ag Almouloud S. (1992) L'ordinateur, outil d'apprentissage de la démonstration et de traitement de l'information didactique. Thèse de l'Université de Rennes I, 1992.
- [2] Ag Almouloud S. et Giorgiutti I. (1993) La modélisation de l'élève : le cas de DEFI. Actes des 3^{es} journées ELAO (Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur) de Cachan pp 15-25, Eyrolles, Paris.
- [3] Houdebine J. et al..(1998) La démonstration : écrire des mathématiques au lycée et au collège. Hachette, Paris.