

BERNARD CAPPONI

Tableurs et calculs algébriques

Publications de l'Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1989-1990, fascicule 5
« Didactique des mathématiques », , exp. n° 5, p. 1-24

http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1989-1990__5_A5_0

© Département de mathématiques et informatique, université de Rennes,
1989-1990, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la série « Publications mathématiques et informatiques de Rennes » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

TABLEURS ET CALCULS ALGEBRIQUES

Bernard CAPPONI

Laboratoire de structures discrètes et de didactique
Université de Grenoble

Analyse de quelques aspects algébriques en jeu dans les tableurs

Nous donnons ici une analyse du tableur du point de vue conceptuel que nous illustrerons ensuite par des protocoles d'élèves de troisième à propos d'une tâche spécifique de l'utilisation d'un système mixte de références relatives et absolues. Nous n'aborderons pas ici les aspects concernant l'itération que nous avons étudié par ailleurs.

I-Description du Logiciel

Le tableur auquel nous faisons référence et qui a été l'objet de l'essentiel de notre travail est Multiplan™ (versions 1.02 et 1.10 de Microsoft™ pour Macintosh™).

Nous avons réalisé par ailleurs des expérimentations avec des adultes en milieu de travail sur Multiplan version 1 pour Compatibles PC.

Un tableur impose une structuration des données sous la forme d'un tableau constitué de cellules. Mais la puissance d'un tel logiciel provient principalement de l'existence de formules reliant entre elles plusieurs cellules associée à des fonctionnalités d'édition adaptées.

a-La cellule élément de base du tableau

Le tableau de Multiplan comporte 255 lignes et 63 colonnes dont les intersections déterminent 16065 cellules. La cellule est l'élément de base du tableau. L'édition des formules, la saisie des données au clavier se fait toujours après sélection d'une cellule choisie par l'utilisateur. La cellule sélectionnée est souvent désignée par le terme de cellule active, sur Macintosh elle est perceptivement identifiée par sa couleur noire. La cellule peut contenir une simple valeur numérique ou un texte, mais également une formule qui produit un résultat calculé et affiché dans la cellule. Nous distinguerons ainsi les cellules de données et les cellules calculées. Par ailleurs pour l'écriture des formules chaque cellule doit être désignée, nous étudierons ce point un peu plus loin.

b-La formule : aspect dynamique du tableur

De fait la formule implantée dans une cellule est l'expression algébrique d'une fonction. Les variables de la formule qui définit cette fonction sont des références à des cellules dont les contenus calculés leur sont attribués. Par exemple dans le figure 1, nous avons représenté plusieurs cellules en distinguant pour chacune un niveau apparent contenant une valeur numérique et un deuxième niveau contenant éventuellement une formule.

Pour faciliter la lecture nous avons désigné ces cellules par les lettres a à f. La cellule c contient une formule qui calcule à partir des valeurs affichées dans les cellules a, b et d la somme 15 affichée dans cette cellule c. L'exemple donné montre que l'on peut faire référence à des constantes numériques comme dans la cellule d ou à des valeurs déjà calculées par d'autres fonctions comme dans les cellules a ou c. On peut aussi faire référence à une cellule sans contenu apparent comme la cellule e, dans le cas d'un calcul le contenu par défaut est zéro. Le tableur effectue une mise à jour du tableau dans le cas d'une modification du contenu des cellules arguments. Une feuille de calcul avec l'ensemble de ses formules est alors davantage qu'un simple tableau de valeurs : elle génère un ensemble de tableaux défini par les relations qui ont été créées entre les cellules. C'est cet aspect fonctionnel qui donne au tableur un statut

dynamique. La construction d'une feuille de calcul doit tenir compte de l'aspect générique que les formules donnent au modèle construit, c'est à dire prendre en compte toutes les valeurs numériques susceptibles d'être affectées aux cellules du tableur. Par exemple dans le cas de la figure 1, la formule définie dans la cellule f, doit tenir compte des éventuels contenus qui pourraient être affectés à la cellule e.

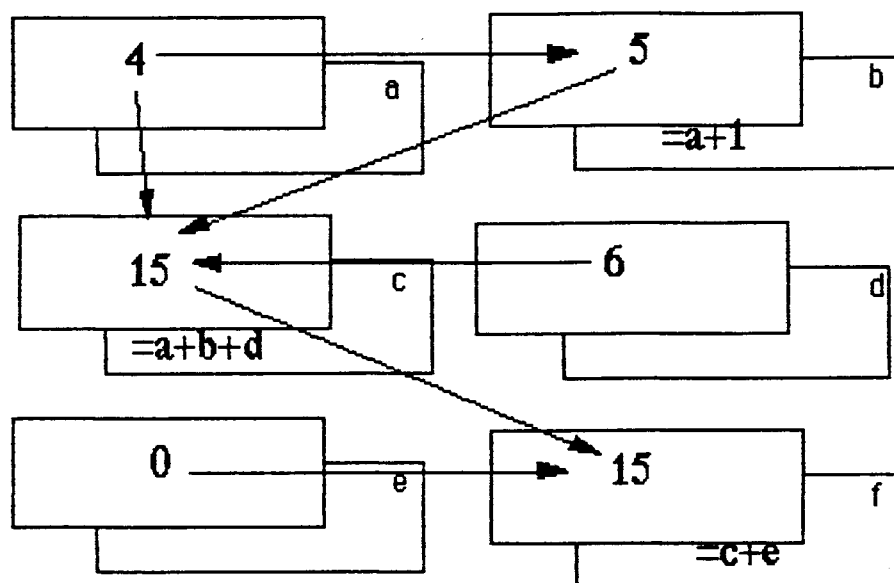


Figure 1

Ainsi dans la suite de notre travail nous distinguerons la **feuille de calcul**, qui définit la fonction, des **tableaux** qui sont les images de cette fonction obtenues à partir d'un ensemble de données numériques données par l'utilisateur. Cette précision terminologique est d'autant plus nécessaire que l'utilisateur n'aperçoit sur l'écran que ces images, ainsi que l'indique la figure 1, ce qui ne manquera pas d'avoir des conséquences sur les conceptions de l'utilisateur.

c-Les systèmes de références

Ecrire une formule de calcul dans une cellule à partir des contenus d'autres cellules nécessite l'utilisation de modes de désignation. Pour décrire la figure 1 nous avons par exemple utilisé des désignations classiques en algèbre, avec des lettres. Dans un tableur il existe plusieurs types de désignation pour répondre aux différents besoins de l'utilisateur. En effet repérer des cellules dans un tableau peut être fait à l'aide :

- d'une référence absolue
- d'une référence relative à la cellule active
- d'une désignation spécifique (nom attribué à une cellule)

c-1 Références absolues

L4C2 qui apparaît en haut et à gauche de la feuille de calcul (Figure 2) est la "référence absolue" de la cellule active. Cette référence est l'indication des numéros de ligne et de colonne (ici, ligne 4 et colonne 2) à l'intersection desquelles se trouve la

cellule. Ce type de désignation est fait en référence à un repère fixe auquel est rapporté le tableau de Multiplan correspondant à la numérotation affichée à l'écran pour les lignes et les colonnes. Dans le tableau chaque cellule a ainsi une désignation unique. On peut utiliser ces références pour écrire des formules comme : $=L2C2+L3C2$ qui calcule la somme des contenus des deux cellules L2C2 et L3C2.

✱ Fichier Edition Sélection Format Options (

L4C2		$=L[-2]C+L[-1]C$			
Sans titre					
	1	2	3	4	
1					
2		4			
3		5			
4		9			

Figure 2

c-2 Références relatives

Encadrée d'un pointillé, on peut voir dans la barre d'édition de la figure 2 une formule utilisant des "références relatives". $L[-2]C$ signifie deux lignes au dessus de la cellule active et dans la même colonne. Il s'agit là d'un repère dont l'origine est la cellule active. Au cours de l'édition d'une formule le fait de désigner une cellule à l'aide de la souris édite automatiquement dans la formule les références relatives de cette cellule par rapport à la cellule active. C'est le choix qui a été fait par le concepteur du logiciel, il donne à ce type de référence une place centrale dans l'écriture des formules. $L[-4]C[+2]$ indique par exemple le déplacement à effectuer de la cellule active à la cellule que l'on veut désigner c'est-à-dire quatre lignes au dessus (-4) et 2 colonnes à droite (+2). Ce type de référence comporte une syntaxe particulière avec l'utilisation des lettres L et C pour ligne et colonne, un crochet¹ contenant alors le décalage de la cellule désignée par rapport à la cellule active, avec le signe obligatoire + ou - (suivant le sens du décalage).

Il existe cependant deux types d'exceptions à cette syntaxe générale des références relatives: l'absence de parenthèses et d'argument numérique, comme dans $LC[5]$ ou $L[-2]C$ signifie que l'on fait référence à une cellule de la même ligne ou de la même colonne. LC désigne ainsi la cellule active.

¹La version 1.02 de Multiplan sur Macintosh utilise des parenthèses dans l'écriture des références alors que la version 1.10 utilise des crochets. Cette différence peut avoir une incidence non négligeable sur la lecture des formules comportant déjà des parenthèses pour indiquer des priorités de calcul comme dans le calcul algébrique classique. La version 1.02 a été utilisée au cours de la première expérimentation alors que par la suite nous avons utilisé la version 1.10 que nous considérons plus lisible. On peut noter aussi que sur les versions pour compatibles P.C les références relatives s'écrivent avec des parenthèses.

l'absence de la lettre L ou C par exemple L[-4] ou C[+2] signifie également que l'on fait référence à une cellule de la même colonne ou de la même ligne.¹

c-3 Les noms

On peut donner un nom à une cellule ou à un ensemble de cellules (colonne, ligne, pavé etc.). Ce nom, contrairement à la référence absolue n'a pas de syntaxe prédéfinie l'utilisateur choisira généralement un signifiant lié au problème qu'il traite² La désignation d'une cellule ou d'un ensemble de cellules à l'aide d'un nom se réalise à l'aide de l'option "Définir un nom" du menu **sélection**. (Figure 3).

Le nom : attribut caché de la cellule

Sélection	
Toutes les cellules	%T
La dernière cellule	%U
Vers...	%J
Une liaison...	
Afficher la cellule active	%A
Définir un nom...	%N
Supprimer un nom...	

L'utilisation de noms comporte plusieurs caractéristiques particulières. Le nom d'une cellule ou d'un groupe de cellules n'apparaît pas dans le tableau.

Le nom donné à une cellule ou à une zone ne peut être connu qu'à l'aide de la commande "Vers..." du menu **sélection** qui fournit dans une fenêtre la liste des noms définis et permet de sélectionner la cellule ou la zone portant un

Figure 3

nom donné. Ainsi le nom d'une cellule reste un attribut caché de cette cellule dont l'utilisation nécessite une gestion rigoureuse et délicate.

L'utilisateur doit lui même présenter son tableau en créant des libellés qui permettront de repérer les cellules ou les ensembles de cellules auxquelles il affecte un nom. Mais ces libellés seront voisins de la cellule désignée et c'est l'utilisateur qui devra rester vigilant à ne pas confondre la cellule contenant le libellé qu'il a choisi et installé, et la cellule contenant le nom qu'il a également installé et choisi dans une cellule voisine.

-Noms par défaut

Quand l'utilisateur effectue le choix d'un nom pour une cellule ou une zone, le logiciel propose des noms par défaut avec un ordre de priorité implicite. Par exemple, si la cellule active de la figure 4 pour laquelle on veut choisir un nom est voisine de cellules comportant des textes, par défaut le logiciel proposera d'abord comme nom le texte de la cellule de gauche, ici "article", et s'il n'en existe pas, celui de la cellule du dessus, ici "montant".

¹ Le Manuel de l'utilisateur comporte un exemple de la première exception mais la deuxième n'apparaît à aucun moment dans la documentation. L'absence d'indication sur cette deuxième exception explique sans doute le peu d'utilisation qui en est fait dans les modèles de feuilles que nous avons pu observer.

² Les contraintes de syntaxe sont faibles elles permettent à l'utilisateur de choisir pratiquement n'importe quel nom signifiant à l'exception de quelques mots réservés. (Manuel p 45)

	montant
article	

Figure 4

Dans le choix d'un nom pour une colonne ou une ligne, le logiciel propose le texte éventuel de la première cellule de la ligne ou de la colonne comme nom par défaut.

-Implicites dans les noms pour des ensembles de cellules

Si un nom désigne une colonne, par exemple, se référer à ce nom dans une formule, revient à prendre implicitement la cellule de la colonne désignée se trouvant sur la même ligne que la cellule où la formule est éditée. Ainsi dans l'exemple de la figure 5, la formule `=montant * 10/100` effectuera le calcul en prenant pour montant la valeur 455 qui se trouve sur la même ligne que la formule et dans la colonne dont le nom est "montant". Sur chaque ligne le nom "montant" désigne une cellule et donc une valeur différente.

=montant*10/100			
Sans titre			
	2	3	4
	montant		
	455	45,5	
	489	48,9	
	562	56,2	
	655	65,5	
	569	56,9	
	1236	123,6	
	125		

Figure 5

Ce type de désignation très particulier a été choisi par le concepteur pour rendre cette formule recopiable vers le bas tout en calculant avec les différents éléments de la colonne. Chaque fois qu'un ensemble de cellules est désigné par un nom, une correspondance implicite est toujours établie entre ces cellules désignées et celles qui y font référence. Ces choix, commodes pour l'utilisateur d'un tableur, en regard de la gestion de grands ensembles de nombres, donnent à la désignation par nom une signification très différente de celle qu'elle peut avoir en algèbre. Ici le nom désigne à la fois un ensemble de valeurs et une correspondance terme à terme entre deux ensembles de cellules.

-Effacement et recopie d'un nom

Le nom qui désigne une cellule du tableau ou une zone n'est pas supprimé par effacement de la cellule - à l'aide de l'option **effacer** du menu **édition** -, il n'apparaît pas dans la cellule mais existe toujours à l'endroit choisi même après effacement ou recopie dans une autre partie de la feuille de calcul. Le fait de copier, puis coller une cellule laisse de côté son nom éventuel qui, contrairement à la formule et à la valeur, n'est pas recopié. Cette particularité, combinée avec le fait que le nom reste caché peut conduire l'utilisateur à des obstacles qu'il aura de la difficulté à franchir. Par ailleurs, notons que les commandes **recopier vers le bas** ou **recopier à droite** n'ont aucun effet sur les noms.

d-Les fonctions

Les tableurs, et Multiplan en particulier, disposent d'un ensemble de fonctions mathématiques ou financières. Les fonctions que nous avons utilisées avec les élèves sont quelques fonctions élémentaires comme **Somme()**, **Moyenne()**, **Min()** et **Max()**. Ces fonctions fournissent une image correspondant à la liste de cellules fournie par l'utilisateur. Nous avons également utilisé la fonction **Racine()** qui produit une valeur numérique correspondant à un argument d'une cellule. Enfin il existe des fonctions spécifiques du traitement de l'itération, nous n'avons utilisé que **NBITER()** qui fournit un compteur d'itération pour le contrôle. Les nombreuses autres fonctions disponibles ne seront pas étudiées ici.

II-Arithmétique et algébrique : le point de vue des tableurs

Dans cette section nous allons décrire une représentation conceptuelle du tableur qui nous permettra ensuite d'organiser un processus didactique et une analyse des expérimentations que nous avons construites. Dans un tableur les formules sont une description des relations entre des cellules et permettent de produire un résultat qui peut être un nombre, un booléen ou un texte. Nous nous intéresserons principalement ici aux formules produisant des résultats numériques. L'écriture d'une formule fait intervenir de plusieurs façons des concepts qui relèvent de l'algèbre plus que de l'arithmétique. La formule présente cependant des caractéristiques très particulières provenant du contexte de tableau dans lequel on l'introduit, de sa construction, du résultat qu'elle produit, du type de problème abordé, ainsi que d'autres aspects spécifiques du tableur comme la priorité au calcul, le recalcul automatique ou la recopie. Nous distinguerons deux niveaux dans l'édition des formules. Un premier niveau est celui de l'action de construction qui fait intervenir uniquement des valeurs numériques qu'on pourra appeler niveau de description des calculs. Un deuxième niveau plus formel inclut l'analyse des formules éditées que nous appellerons le niveau d'analyse. Ce deuxième niveau se décompose en plusieurs sous-niveaux que nous analyserons plus loin.

a-Niveau de description des calculs : la construction d'une formule

La conception des tableurs permet à l'utilisateur de saisir une formule de calcul à l'aide de la souris sans écrire explicitement au clavier les références des cellules qui la composent. En effet, il suffit de cliquer dans la cellule pour que le logiciel prenne en charge la désignation de celle-ci. Pour désigner une cellule pendant l'édition d'une formule, l'utilisateur l'indique avec la souris, il clique ainsi sur le nombre apparent dans la cellule.

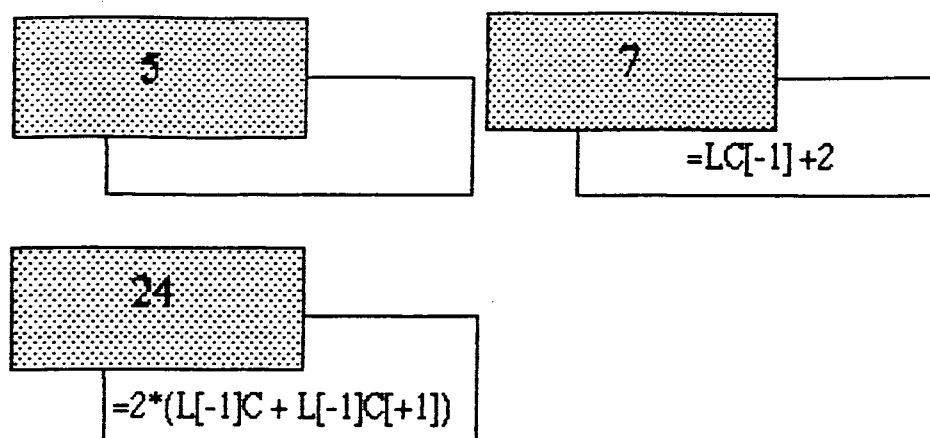


Figure 9

Le logiciel, en revanche, code cette cellule, dans la formule, à l'aide d'une désignation indépendamment de son contenu numérique. La figure 9 illustre le niveau, en pointillé, auquel travaille l'utilisateur, celui des nombres, alors que le logiciel édite simultanément les formules indiquées. Pour construire une formule il suffit de montrer des nombres et des symboles opératoires ou des parenthèses. Pour nous cet aspect de la saisie d'une formule correspond à un premier niveau dynamique où la formule n'est pas présente dans l'action de l'utilisateur. On peut faire l'hypothèse que ce premier niveau relève d'une conception arithmétique du calcul¹.

b-Niveau d'analyse d'une formule

La maîtrise des formules du premier niveau que nous venons de décrire est loin d'être suffisante même pour une utilisation élémentaire du logiciel. L'utilisateur va en effet être confronté à des problèmes qui vont nécessiter le recours à une analyse de la formule : c'est le deuxième niveau. La formule écrite par le logiciel devra être analysée par l'utilisateur en tenant compte de la syntaxe propre au logiciel et, en particulier, le type de désignation choisi. Voici un exemple courant (Figure 10-A, 10-B) qui conduit à rentrer dans l'analyse du fonctionnement du logiciel en ce qui concerne le tri. Les résultats "aberrants" obtenus, à la suite d'un tri, placeront l'utilisateur en face d'un problème relevant de l'analyse de la formule et des désignations.

¹Les caractéristiques des formules ainsi contruites sont prédéterminées par les choix par défaut établis pour le logiciel. Le plus important d'entre eux étant la désignation des cellules à l'aide de références relatives.

L5C2		=SOMME(L[-4]C:L[-1]C)	
		Sar	
	1	2	
1	François	45	
2	Pierre	89	
3	Alain	23	
4	Jacques	71	
5		228	

FIGURE 10-A

L5C2		=SOMME(L[-3]C:L[-2]C)	
		Sar	
	1	2	
1	Alain	23	
2	François	45	
3	Jacques	71	
4	Pierre	89	
5		116	

FIGURE 10-B

Pour la formule de la figure 10-A, visible dans la barre d'édition, la fonction SOMME a été choisie dans une liste fournie par le logiciel et les cellules servant d'argument à cette fonction ont été saisies en les montrant avec la souris. Le résultat 228 est affiché dans la cellule L5C2 sans que l'utilisateur ait à se préoccuper de la formule qui est cependant visible dans la barre d'édition. Après un tri par ordre alphabétique de la colonne 1, le résultat calculé est modifié puisque que la machine fait une mise à jour des références. L'utilisateur aperçoit la modification du contenu de la cellule L5C2, mais seule une analyse de la formule et de la modification apportée aux références permet de comprendre le phénomène et d'y apporter une réponse conforme au calcul que l'on veut effectuer.

L'exemple précédent illustre un fonctionnement particulier du logiciel, mais ce sont souvent des erreurs de manipulation ou de conception dans les formules qui obligent à une analyse de la signification des formules et du système de désignation utilisé. Cette analyse implique la prise en compte des relations entre les cellules qui sont représentées dans la formule par l'un des systèmes de désignation disponibles dans le logiciel. Ce ne sont plus les nombres qui interviennent dans cette analyse mais les désignations des cellules, en même temps que leur contenu. Ceci définit un deuxième niveau qui relève du savoir algébrique.

Le passage du premier niveau arithmétique au deuxième niveau algébrique constitue un obstacle que l'élève devra franchir et qui devra être pris en compte dans la construction des situations didactiques.

c-La structuration en tableau

La disposition en tableau est la seule structure des données qui soit disponible dans un tableur. Cette structuration intervient de façon fondamentale dans les caractéristiques algébriques du tableur. Il induit les systèmes de désignations des cellules et la gestion des variables intervenant dans les tableaux créés par l'utilisateur.

L'utilisateur doit d'abord construire un tableau en disposant les cellules constituant les données et les cellules contenant les résultats de calculs. La configuration du tableau imposera dans la plupart des cas des choix spécifiques dans la construction de la formule. Ces choix se situent au niveau des désignations avec des références relatives ou des références absolues ou éventuellement des noms pour désigner les cellules. Certains types de tableaux nécessitent des formules combinant plusieurs types de désignations.

La commande de recopie (vers le bas ou à droite) impose aussi la construction de formules cohérentes de ce point de vue. La "recopiabilité" d'une formule sera un critère de construction

déterminant pour éviter de fastidieuses éditions de formules dans un grand ensemble de cellules. On peut de ce point de vue caractériser les tableaux en distinguant un tableau de type libre et un tableau de type lié. Cette distinction provient du type de références utilisables pour conserver la recopiableté d'une formule.

c-1 Tableau libre

Les formules d'un tableau libre pourront être construites uniquement avec des références relatives et sont recopiables. L'exemple suivant (figure 11) illustre ce type de tableau qui est l'un des plus fréquents. Le calcul du total 9 902 est obtenu par l'intermédiaire de la formule visible dans la barre d'édition. Cette formule, écrite avec des références relatives, est la même que celle de la cellule L7C3. Cette formule est recopiable à droite. De la même façon la formule :

=SOMME(LC[-5]:LC[-1])

de la cellule L2C7 peut se recopier vers le bas dans la colonne 7.

L7C2		=SOMME(L[-5]C:L[-1]C)					
Sans titre							
	1	2	3	4	5	6	7
1		1	2	3	4	5	total
2	A	45	56	56	12	12	181
3	B	323	123	66	44	212	768
4	C	656	158	78	684	59	1635
5	D	89	637	421	985	47	2179
6	E	8789	485	63	872	915	11124
7	total	9902	1459	684	2597	1245	15887
8	moyenne	1980	292	137	519	249	

Figure 11

La désignation des cellules à l'aide de références relatives est bien adaptée à ce type de tableau. C'est une des raisons qui l'a fait adopter par le constructeur comme mode de référence par défaut.

c-2 Tableau lié

Un tableau **lié** comprend à la fois des références absolues¹ et des références relatives. Les Figures 12 et 13 montrent un exemple de ce type de tableau (il s'agit du même tableau avec affichage des valeurs et des formules).

Dans ce tableau la valeur de la TVA est un paramètre que l'utilisateur peut avoir besoin de modifier occasionnellement sans reconstruire les formules de son tableau. Il la considère donc comme une constante placée dans la cellule L2C2. Toutes les formules du tableau qui y font référence ne seront pas recopiables si on n'utilise que des références relatives. Un tel type de tableau est un tableau **lié**.

¹Ce pourrait être aussi des noms.

formule éditée dans la colonne 3, visible dans la barre d'édition, fait sur chaque ligne référence aux valeurs de cette ligne dans les colonnes 1 et 2. Comme 138 qui est calculé à partir de 23 et 6 alors que 60 sera calculé à partir de 12 et 5. Cette particularité est difficile à exprimer au niveau de l'algèbre élémentaire puisqu'un nom ne désigne plus une valeur mais un ensemble de valeurs. Ainsi dans l'exemple de la figure 15, "coeff" ou "R" ne désignent pas chacun une valeur mais un ensemble de valeurs.

d-2 Aspects syntaxiques

Les formules dans Multiplan utilisent le symbolisme classique du calcul algébrique au niveau des opérations, parenthésages et priorités des calculs. Les désignations des variables et paramètres ont déjà été décrits et présentent une relative complexité de lecture. Elles mêlent aux parenthèses du calcul algébrique des parenthèses ou des crochets qui ont une autre signification dans la formule. La désignation par nom est celle qui fournit les formules ressemblant le plus à celles du calcul algébrique élémentaire.

Cependant ce qui va éventuellement créer des difficultés pour l'utilisateur c'est à la fois la complexité sémiotique de certaines désignations et la juxtaposition de deux syntaxes qui se mêlent ; celle du logiciel et celle, du calcul algébrique plus familière aux élèves.

III-Tableaux libres et liés : une tâche pour les élèves

Un aspect important pour l'utilisateur d'un tableur est la maîtrise des formules recopiables dans le contexte de tableaux liés. Nous l'aborderons à partir des observations menées au cours d'une formation à Multiplan pour des élèves de troisième de collège.

Nous donnons ici quelques éléments provenant d'une tâche donnée aux élèves dans le but de résoudre des équations en recherchant des valeurs approchées de solutions. Suivant le type de tableau les formules doivent contenir à la fois des références absolues et relatives, ce qui nécessite une analyse du rôle de chaque type de référence.

Le problème est posé par l'activité équation où les élèves¹ doivent construire un tel modèle pour trouver des valeurs approchées d'équations.

L'analyse conceptuelle du tableur nous a conduits à définir la notion de tableau lié. La construction d'un tableau de ce type a été proposé à nos élèves. Il s'agit de l'activité **équation** où les élèves devaient construire un tel modèle pour trouver des valeurs approchées de solutions de plusieurs équations.

¹Il s'agit d'élèves de troisième de collège. Cette situation leur a été proposée après 15 heures de formation.


Fichier Edition Sélection Format Options Calcul
10

L2C4

0

C2

	1	2	3	4	5	6
1	VARIATION	1		X	F(X)	
2				0	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
3				1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
4				2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
5				3	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
6				4	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
7				5	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
8				6	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
9				7	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
10				8	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
11				9	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
12				10	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
13				11	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
14						
15						
16						
17						

Figure 16

Dans cette tâche il s'agit de construire en colonne 4 (Figure 16) un modèle tel que L2C4 contienne la valeur initiale d'une suite construite de façon que chacun de ces éléments soit obtenu à partir du précédent en incrémentant du contenu de la cellule L1C2 (Variation). Cette feuille de calcul permet alors en éditant dans la colonne 3 les formules qui calculent l'image des éléments de la colonne 2 par une fonction (ici $2x^2+4x-9$) de trouver des valeurs approchées des solutions de cette équation en étudiant les changements de signe dans la colonne 3. L'utilisateur choisissant chaque fois convenablement la valeur initiale et l'incrément pour approcher de façon de plus en plus fine chacune des solutions.

Avec cette feuille de calcul, on est typiquement dans le cas d'un tableau lié où la formule recopiable de la colonne 2 doit être construite d'une part à partir de la référence relative à la cellule directement au dessus dans la colonne et d'autre part de la référence absolue de la cellule L1C2.

Analyse a priori

Pour nous les difficultés des élèves devaient se situer dans la construction de cette formule recopiable. Chaque type de référence doit être utilisé.

- Les références relatives parce que chaque valeur de la colonne 4 est obtenue à partir de la précédente dans la colonne. Ce qui correspond à une formule où intervient $L[-1]C$ avec la signification de "cellule du dessus" quelle que soit la position dans la colonne.

- Les références absolues parce que la variation de la cellule L1C2 est utilisée dans chacune des cellules de la colonne 4 et que sa position relative à chacune de ces cellules diffère.

À défaut d'obtenir une formule recopiable, une stratégie peut consister à éditer chaque formule une par une sans chercher la recopie. Une telle stratégie peut utiliser indifféremment des références relatives ou absolues.

2-Construction avec la souris : références relatives

Mylène et Nadia n'obtiennent aucune modification du tableau en éditant 0 dans la cellule L2C4. Cette absence de modifications les conduit élèves à éditer une formule avec la souris dans L3C4 : (Figure 18).

Mylène *bon attends... tu vas dans... on fait...*
 Nadia *maintenant on fait cette cellule plus... plus 1*
 Mylène *Ouais, ouais*
 Nadia *ça (elle clique dans L2C4)*
 Mylène *Ouais, ouais, maintenant il faut que tu te mettes dans le 1 (Nadia clique dans L1C2)... voilà... mets zéro... voilà et maintenant il faut qu'on recopie vers le bas.*

Après avoir observé la modification du contenu de L3C2 en mettant 0 comme valeur initiale, Mylène considère sa formule comme correcte et la recopie pour obtenir l'ensemble de la colonne 2.

Fichier Edition Sélection Format Options Calcul 10:46:00

L3C4

$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$

C3

	1	2	3	4	5
1	VARIATION	1		X	F(X)
2				0	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
3				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
4				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
5				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
6				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
7				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
8				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
9				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
10				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
11				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
12				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
13				$=L[-1]C+L[-2]C[-2]$	$=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9$
14					
15					

Figure 18

Mais dès la ligne 4, l'incrément 1, n'est plus ajouté puisque la référence relative L[-2]C[-2] ne désigne plus la cellule L1C2 mais L2C2. Cette cellule ne contenant rien est considérée comme zéro par le logiciel. Il en est de même dans toute la colonne. Perceptivement ces élèves obtiennent dans la colonne 4 la suite :

0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

qui n'est pas la suite d'entiers consécutifs qu'elles attendent.

3-Références absolues et incrément fixe

Une intervention du professeur à toute la classe à propos des références absolues conduit Mylène et Nadia à éditer les formules de la figure 19. Elles utilisent des références absolues pour la valeur initiale, mais abandonnent de nouveau l'utilisation de références pour l'incrément. Les valeurs obtenues dans la colonne 4 sont de nouveau :

0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1

Mylène *En réalité c'est normal*

Nadia *pourquoi ?*

Mylène *ben si tu dis ... regarde je vais te montrer... parce que regarde eh ben L2C4 c'est zéro plus 1 ça te fait 1 ... donc il faut pas qu'on recopie vers le bas*

Nadia *Il faut faire à chaque fois une formule ?*

Mylène *je sais pas*

Les valeurs obtenues et l'impossibilité de recopier est reconnue par Mylène. C'est Nadia qui propose d'abandonner la recopie et donc d'éditer les formules une à une dans la colonne 4. En revanche l'incrément n'est pas pris en compte en tant que paramètre.

■ Fichier Edition Selection Format Options Calcul

L3C4		=L2C4+1			
C4					
	1	2	3	4	5
1	VARIATION	1	X	F(X)	
2			0	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
3			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
4			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
5			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
6			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
7			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
8			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
9			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
10			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
11			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
12			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
13			=L2C4+1	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9	
14					
15					

Figure 19

4-Tout en références absolues

L'étape suivante a consisté pour elles à éditer des formules en références absolues en prenant en compte l'incrément.

L3C4		=L2C4+L1C2			
		C5			
	1	2	3	4	5
1	VARIATION	1		X	F(X)
2				0	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
3				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
4				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
5				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
6				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
7				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
8				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
9				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
10				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
11				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
12				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
13				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
14					

Figure 20

Myène *... plus L1C2... (elle a édité L2C4+L1C2 dans la cellule L3C4 puis valide)... oh merde... ah mais non il faut recopier vers le bas... allez remonte... Pfff... j'espère que ça va marcher parce que merde... [elles rient parce qu'elles obtiennent encore la même suite de valeurs]. Là bon on va taper la formule à chaque fois parce que merde...*

Nadia *On refait la formule à chaque fois c'est mieux.*

Myène malgré l'analyse précédente réalise une recopie de la formule obtenue, elle finira par se rallier à la proposition de Nadia d'éditer les formules une à une.

5-Édition des formules une par une

C'est ainsi que ces élèves termineront cette phase du travail. La figure 21 montre la feuille de calcul en cours de construction.

Myène et Nadia sont parmi les plus performantes sur le tableau. Pour cette dernière séance, les constructions successives qu'elles réalisent indiquent l'importance de l'obstacle que représente la construction d'une formule contenant les deux types de références. De surcroît, dans cette tâche, l'édition de dix formules ne représente pas un travail suffisamment dissuasif, ce qui conduit alors les élèves à éditer les formules une par une.

L9C4		=L2C4+L1C2			
C7					
	1	2	3	4	5
1	VARIATION	1		X	F(X)
2				0	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
3				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
4				=L3C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
5				=L4C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
6				=L5C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
7				=L6C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
8				=L7C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
9				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
10				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
11				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
12				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
13				=L2C4+L1C2	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
14					
15					

Figure 21

Parmi toutes les stratégies des élèves nous releverons aussi le travail de Christophe et Franco. Ces deux élèves ont rencontré à la fois des problèmes dans l'initialisation de la suite et dans la construction de la formule recopiable. Ils ont fini par éditer une par une des formules utilisant des références relatives. Nous donnons ici une description rapide de leur stratégie.

					CF1	
	1	2	3	4	5	
1	VARIATION	0,1	x	f(x)	x	f(x)
2				0	-9	=2*LC[-1]^2+4*LC[-1]-9
3				1	-3	=L[-1]C+1
4				2	7	=L[-1]C+1
5				3	21	=L[-1]C+1
6				4	39	=L[-1]C+1
7				5	61	=L[-1]C+1
8				6	87	=L[-1]C+1
9				7	117	=L[-1]C+1

Valeurs

Formules

Figure 22

Tout d'abord Christophe édite la formule = L[-1]C+1 (Figure 22) qui produit après recopie la suite des entiers de la colonne 4. On voit ici que les élèves à ce niveau de formation réalisent facilement ce type de construction correspondant à une réplcation élémentaire. On peut

rapprocher cette formule de celle éditée par Nadia et Mylène à l'étape 3 (Figure 19) dans la mesure où la variation n'est pas considérée comme une variable, mais éditée séparément dans chaque formule. L'obstacle provient alors de l'absence de modifications de la colonne 4 quand on change le contenu de la cellule L1C2.

Christophe agit alors à la fois au niveau de l'initialisation et sur l'invariant qu'il doit construire pour la réplication dans la colonne 4. :

•initialisation

Il réalise son action sur l'initialisation en éditant à trois reprises des formules qui pour lui doivent simultanément initialiser le processus et prendre en compte l'incrément. Ces trois formules sont :

$$=0+L[-1]C[-2]$$

$$=0*L[-1]C[-2]$$

Formule recopiée dans C4

$$=LC+0,1$$

La première est l'addition de la valeur initiale est de l'incrément. Tout se passe comme si Christophe considérait que le dispositif considérait séparément ces deux valeurs. La cellule contenant alors simultanément deux valeurs différentes. On retrouve ce type de conception dans la construction d'une formule comme $LC+LC+1$ pour l'itération.

La deuxième formule peut être considérée comme une modification ad-hoc de la première pour obtenir la valeur 0 comme valeur initiale, indépendamment du sens que cela peut avoir au niveau des relations établies entre les cellules.

La troisième produite par l'action de montrer la cellule où est éditée la formule est la traduction de l'intention d'ajouter la cellule contenant la valeur initiale, considérée cette fois-ci comme variable et une valeur fixe de l'incrément. •Invariant

Les modifications qu'il apporte à la formule relèvent de deux registres différents :

- Il agit de manière empirique pour obtenir l'affichage de valeurs correctes dans la colonne 4, sans prendre toujours en compte la nature des modifications algébriques de la formule qu'il construit. Tout le travail de Christophe est guidé par les valeurs numériques affichées dans la colonne 4.

- Il revient à l'addition de la variation comme donnée. L'impossibilité qu'il rencontre à faire prendre en compte la cellule L1C2 dans la formule le conduit à ajouter la variation comme une donnée alors qu'il tente de faire intervenir la cellule comme variable dans sa formule.

Nous donnons ici les différentes formules qu'il a éditées dans la cellule L3C4 en l'indiquant chaque fois s'il l'a recopiée dans les autres cellules de la colonne 4. En effet nous interprétons le fait de recopier comme une tentative pour obtenir les valeurs numériques fournies par les formules que nous interprétons comme l'élément qui détermine la stratégie de Christophe. C'est ici encore la priorité au calcul qui guide sa stratégie.

$$L[-1]C+1$$

Recopiée

$$L[-1]C+1+L[-2]C[-2]$$

$$L[-1]C+1*L[-2]C[-2]$$

Recopiée

$L[-1]C+0,1+L[-2]C[-2]$ Recopiée

$L[-1]C+0,1$

$L[-1]C+L[-2]C[-2]$ Recopiée

$L[-1]C+0,1+L[-2]C[-2]$ Recopiée

$L[-1]C+L[-2]C[-2]$ Recopiée

La recopie de la dernière formule, réalisée d'ailleurs plusieurs fois, ayant échouée, puisqu'elle ne donne pas les valeurs attendues, Christophe éditera alors les formules une par une avec des références relatives obtenues à l'aide de la souris (Figure 23). Il opère ainsi de la même façon que Mylène et Nadia mais avec des références relatives.

					CF11
	1	2	3	4	5
1	variation	0,1	x	f(x)	x
2				1	-3
3				1,1	-2,18
4				1,2	-1,32
5				1,3	-0,42
6				1,4	0,52
7				1,5	1,5
8				1,6	2,52
9				1,7	3,58
10					

Figure 23

Nous considérons que ces élèves bien qu'ils aient réussi à construire un modèle de feuille de calcul qui leur permettra de rechercher des solutions d'équations, ne sont cependant pas parvenus à construire une formule qui soit recopiable. Le nombre de cellules à éditer était trop petit pour les dissuader de se lancer dans une édition des formules une à une.

En revanche pour deux autres élèves, Sylvie et Corinne, les remarques du professeur concernant les différents types de références les ont conduit à construire une formule recopiable dans la colonne 4. Elles sont d'ailleurs les seules élèves à l'avoir réalisé.

Pour réaliser cette construction, elles sont d'abord passées par la phase 2 de Mylène et Nadia (références relatives).

Sylvie [sélectionne L3C3]... *on fait égal... celle là* [elle clique dans L3C2]
 ...*plus... L1C2 et puis plus 1 il faut faire* [elle a édité la formule $L[-1]C+L1C2+1$ puis valide. Elle obtient 3 dans la cellule L3C3]
 ...*pourquoi 3, ouh la la... on met pas plus 1 j'ai décidé* [elle efface

plus 1 dans la formule] *maintenant on recopie vers le bas* ... [elle le fait] *ah voilà* [très satisfaite].

A la suite de l'intervention du professeur à propos des références absolues Sylvie reconnaît l'impossibilité de recopier puis décide de conserver la référence relative à la cellule du dessus dans la colonne et choisit une référence absolue pour l'incrément.

L'obstacle que constitue la construction d'une formule utilisant un double système de références apparaît bien ici à travers ces protocoles. Cela nous a ensuite conduit à élaborer une situation problème proposée à des élèves de troisième et à des adultes. Dans cette situation, le nombre de formules à construire est beaucoup plus important, ce qui doit conduire les sujets à la recherche d'une formule recopiable plutôt que d'éditer les formules une par une. Nous n'aborderons pas ici le détail des observations concernant cette situation.

IV-Conclusion

Nous avons ici analysé une partie des concepts en jeu dans le tableur que nous illustrons par des protocoles où interviennent des tableaux liés. Nous illustrons ainsi un aspect de la complexité qui entre dans la construction de formules quand le système de références ne peut pas être unique. Dans ce cas, non seulement les utilisateurs ne peuvent pas se contenter d'une édition en montrant les cellules à la souris, mais ils doivent donner une signification aux deux types de références, absolues et relatives en regard du problème posé. Cet exemple met en évidence les obstacles qui apparaissent dans la gestion algébrique du tableur dès que les modèles à construire présentent certaines caractéristiques nécessitant une analyse des formules produites par le tableur dans l'édition automatique.

BIBLIOGRAPHIE

- Arad O.S. 1986, The spreadsheet : solving word problems The computing teacher dec-jan 86-87 pp 13-15.
- Barthet M.F. 1983, Conception d'une interface Homme-machine. Ergonomie de la condition du travail pp 18-29
- Bisseret. 1983, Essor d'une psychologie ergonomique pour l'informatique. Travail Humain T 46 N°2.
- Booth L. 1984b, Algebra : Children's strategies and errors. Windsor : N FER-Nelson Pub. Cie LTD
- Booth L. 1984a, Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire petit x N°5 pp 5-17 IREM Université de Grenoble 1.
- Brousseau G. 1986, Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques Thèse d'état Université de Bordeaux 1.
- Brown J.M. 1986, Spreadsheets in the classroom The computing teacher Dec-jan 86-87 pp 8-12.
- Capponi B., Balacheff N. 1989, Tableur et Calcul Algébrique Educational studies in mathematics 20 : 179-210
- Castiel A. 1986, Le boom de la matière grise Science et Avenir Hors série N°60 Novembre 86 PP 40-41
- Catterall P. 1985, Spreadsheets patterns Micromath winter 1985 pp 14-15.
- Catterall P. 1986, More mathematics with Multiplan Micromath summer 1986 pp 26-28.

- Catterall P. Lewis R. 1985, Problem solving with spreadsheets Journal of computer assisted learning 1 167-169
- Chevallard Y. 1984, Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Petit x N°5 pp51-94. IREM Université Joseph Fourier Grenoble.
- Chevallard Y. 1989, Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Petit x N°19 IREM Université Joseph Fourier Grenoble.
- Collectif 1988-a, L'ergonomie des logiciels, un atout pour la conception des systèmes informatiques Documentation Française Par le groupe du programme "technologie emploi et travail " et le groupe Bull
- Collectif 1988-b, Le tableur et ses applications en classe Bulletin d'informatique pédagogique CRDP Académie de Rouen N°13 Juin 1988
- Conne F. 1985, Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problèmes d'arithmétique Recherches en didactique des mathématiques vol 5 N° 3 pp 269-332
- Corkill D., Robinson N., 1988, Using Spreadsheets to solve a mathematical problem, micromath spring 1988.
- Cosavella G. 1988, Ergonomie et didactique des logiciels, Eléments à propos de Multiplan sur TO9+ et Macintosh. Mémoire de DEA, Université Joseph Fourier Grenoble 1.
- David J.P. 1986, Tableur et pédagogie CIAP Université Grenoble 1.
- Delannoy C. 1986, Initiation à Multiplan Eyrolles.
- Dribin C.I. 1985, Spreadsheets and performance The computing teacher june 1985.
- Habasque G. 1985, Multiplan sur Macintosh Sybex Paris.
- Hoc J.M., Mendelsohn P. 1987, Les langages informatiques dans l'enseignement Psychologie Française Décembre 1987 tome 32-4
- Kay A. 1984, computer software scientific american septembre 1984 vol 251-3
- Laborde C 1977, Relations arithmétiques -aspect statique -aspect dynamique conférence of the international Groupe of Psychology of Mathematical Education Utrecht 29 / 8- 2/9 1977.
- Lindsay P.H., Norman D.A. 1980, Traitement de l'information et comportement Humain - une introduction à la psychologie. Editions Etudes vivantes Montréal-Paris.
- Manuel Microsoft Multiplan 1984, Version française pour Apple Macintosh Version 1.02.
- Maraninchi JB, Favre Nicolin R, 1986, Tableur et pédagogie de l'informatique CRDP 11 Bd GI Champon Grenoble.
- Osta I. 1988, L'ordinateur comme outil d'enseignement. Une séquence didactique pour l'enseignement du repérage dans l'espace à l'aide d'outils graphiques Thèse Université Joseph Fourier Grenoble 1
- Pea R.D. 1984, Language-independent conceptual "bugs" in novice programming. Journal of educational computing research, spécial issue on "novice programming" 1-12.

- Peasey D. 1985, Using spreadsheet programs in mathematics education Micromath spring 85
- Rapport de recherche 1984, Signification et fonctionnement des concepts informatiques chez l'élève en interaction avec la formation des connaissances mathématiques et physiques. GRECO thème II pp 52-60.
- Richard 1983, Logique du fonctionnement et logique d'utilisation. INRIA Rapport de recherche N°202 p 20.
- Rogalski J. 1985, Alphabétisation informatique, problèmes conceptuels et didactique. Bulletin Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public N° 347.
- Rouchier A. 1984, Informatique et didactique de l'informatique Actes de la troisième école d'été de didactiques des mathématiques. Institut IMAG Grenoble 1
- Russel J.C. 1987, Probability Modeling with a spreadsheet The computing Teacher novembre 1987 pp 58-60.
- Samurçay R, 1985a, Signification et fonctionnement du concept de variable informatique chez des élèves débutants Educational studies 16 1985 143-161
- Samurçay R, 1985b, Learning Programming : constructing the concept of variable by beginning students. Proceedings of the ninth International Conference for Psychology of Mathematics Education Vol 1 pp 77-82 Utrecht Pays Bas. State University of Utrecht.
- Scapin. 1986, Guide ergonomique de conception des interfaces homme-machine . Rapport technique INRIA N°77.
- Shinners-Kennedy D. 1986, Using Spreadsheets to teach computer science ACM vol 1986 SIGCSE Bulletin pp 264-270.
- Soper J., Lee M. 1987, 'what if?' calculations with spreadsheets Micromath spring 87
- Sutherland R 1987, A study of the use and understanding of algebra related concepts within a Logo environment In J.C. Bergeron, N Hercovics, C, Kieran Eds° Proceedings of the Eleventh International Conference for Psychology of Mathematics Education pp 241-247 Montreal : Université de Montréal.
- Sutherland R. ; Hoyles C 1986, Logo as a context for learning about variable Proceedings of the Tenth International Conference for Psychology of Mathematics Education pp 301-306 London : University of London, Institute of Education .
- Thiriez H, Santraille G. 1985, Multiplan pour Macintosh PSI.
- Thomas, M ; Tall, D. 1986, The value of the computer in learning Algebra concepts. Proceedings of the Tenth International Conference for Psychology of Mathematics Education pp 313-318. London : University of London, Institute of Education .
- Valentin A, Luongsang R. 1988, L'ergonomie des logiciels Coll outils et méthodes Editions de l'ANACT (Agence Nationale pour l'amélioration des conditions de travail).
- Vergnaud G, 1988, Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique. La Pensée Sauvage . Grenoble.

Analyse de quelques aspects algébriques en jeu dans les tableurs.....	1
I-Description du Logiciel	1
a-La cellule élément de base du tableau	1
b-La formule : aspect dynamique du tableur	1
c-Les systèmes de références	2
c-1 Références absolues	3
c-2 Références relatives	3
c-3 Les noms	4
Le nom : attribut caché de la cellule	4
-Noms par défaut	4
-Implicites dans les noms pour des ensembles de cellules	5
-Effacement et recopie d'un nom	6
d-Les fonctions.....	6
II-Arithmétique et algébrique : le point de vue des tableurs	6
a-Niveau de description des calculs : la construction d'une formule	7
b-Niveau d'analyse d'une formule.....	7
c-La structuration en tableau	8
c-1 Tableau libre.....	9
c-2 Tableau lié.....	9
d-Caractéristiques algébriques.....	11
d-1 Choix d'une désignation	11
d-2 Aspects syntaxiques	12
III-Tableaux libres et liés : une tâche pour les élèves	12
1-une colonne fixe	15
3-Références absolues et incrément fixe.....	16
4-Tout en références absolues.....	17
5-Edition des formules une par une	18
IV-Conclusion	22