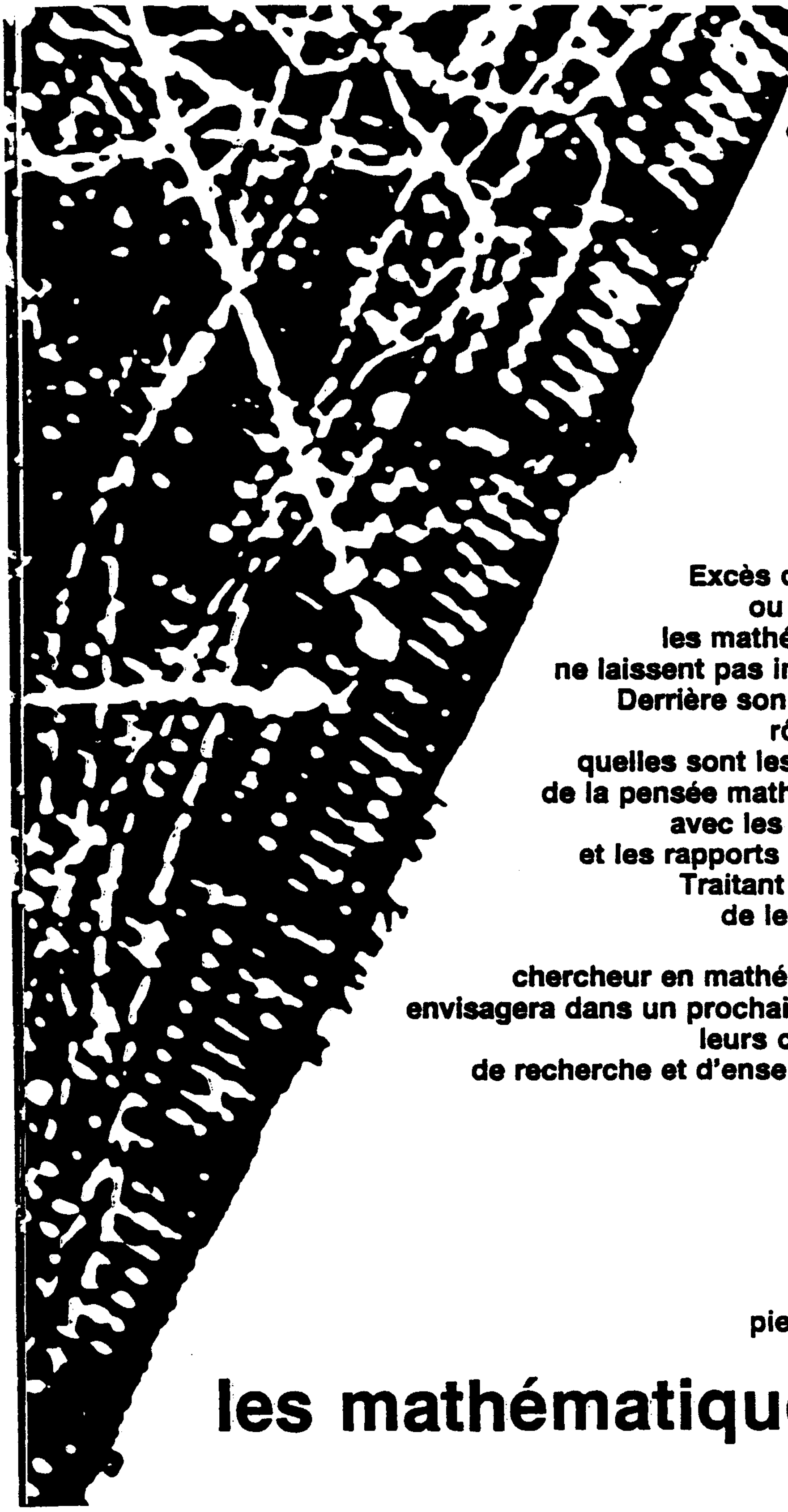
PUBLICATIONS MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUES DE RENNES

PIERRE CRÉPEL

Les mathématiques ?

Publications des séminaires de mathématiques et informatique de Rennes, 1982, fascicule 2
« Séminaire d'histoire des mathématiques », , p. 1-9
<http://www.numdam.org/item?id=PSMIR_1982___2_A5_0>



sciences
et société

Excès d'honneur ou indignité, les mathématiques ne laissent pas indifférent. Derrière son immense rôle social, quelles sont les attaches de la pensée mathématique avec les pratiques et les rapports sociaux ? Traitant cette fois de leur nature, l'auteur, chercheur en mathématiques, envisagera dans un prochain numéro leurs conditions de recherche et d'enseignement.

pierre crépel

les mathématiques ?

D'où viennent les mathématiques ? Où vont-elles ? « Servent »-elles à quelque chose ? Ont-elles une valeur universelle ? Faut-il être « doué » pour les comprendre ?

Science suprême et domaine de l'intelligence pure pour les uns, flic subtil de la société moderne pour d'autres : on ressent la nécessité d'une approche plus équilibrée, mais laquelle ?

Des tendances diverses interviennent dans ce débat (souvent à partir de motivations pédagogiques) ; mais il est rare d'y voir tenter un point de vue marxiste à ambition générale. Cette tâche dépasse de loin ce court article, où nous voudrions cependant proposer quelques remarques... à discuter.

qu'est-ce que les mathématiques ?

« Ensemble des sciences qui ont pour objet la quantité et l'ordre » (ou la mesure des grandeurs) ? « Expression de l'espace et du temps » ?... Que penser de ces définitions des dictionnaires ?

Ouvrons un livre de « mathématiques modernes » : peu de choses, apparemment, y évoquent l'ordre, les grandeurs, l'espace, le temps. Ce ne sont que symboles, équations bizarres (avec beaucoup de lettres et guère de chiffres), explications en langage codé incompréhensible aux non-initiés. Comment ne pas rester perplexe, comment ne pas se sentir très loin du monde réel ?

En fait, l'appareillage sophistiqué et le style mathématique masquent une première vérité : une équation, si compliquée et hermétique soit-elle, modélise d'abord, certes plus ou moins indirectement, des problèmes concrets bien réels, ou du moins potentiels. Parmi ceux-ci beaucoup ont trait à la mesure de grandeurs, à l'espace, au temps, mais il est difficile de dire que tous s'y réduisent. Par exemple, la « théorie des probabilités » essaie de rendre compte du hasard, la « topologie » classe les formes d'objets souvent très abstraits, les « statistiques » permettent des décisions simples à partir d'une foule énorme de données, la « logique mathématique » s'occupe de questions allant de la philosophie à l'informatique !

Les mathématiques forment donc un ensemble très diversifié, en prise sur le réel, mais d'une façon moins figée, moins délimitée, qu'on ne le dit habituellement.

Suggérons une méthode qui permette de les saisir dans leur développement, dans leur rapport avec la démarche d'abstraction.

L'étude scientifique de la nature et de la société conduit, pour résoudre des problèmes particuliers, à faire abstraction des données dont l'influence, dans le cas considéré, paraît négligeable, et à créer ainsi des modèles simplifiés de ces phénomènes ; ce qui exige toujours à la fois une théorie hypothétique préalable (éventuellement très embryonnaire) et un volume suffisant d'expériences. Le « squelette » obtenu peut alors, dans une large mesure, être traité en oubliant provisoirement le phénomène d'origine, et en ne considérant que sa cohérence interne. Au cours de son histoire depuis des siècles, l'ensemble du mouvement scientifique a lui-même pu isoler, par le processus décrit ci-dessus, des éléments de cette cohérence (langage formel, règles de logique, ordre, nombres, formes géométriques, équations...) qui constituent la base des mathématiques.

Il ne s'agit pas seulement d'une clarification de la pensée déjà comprise par ailleurs, ce procédé met en lumière des propriétés qui n'étaient nullement visibles au moment des hypothèses de départ, parce qu'il a d'emblée une portée beaucoup plus générale, il « *confère à la théorie, par rapport à l'expérience, un pouvoir explicatif, prédictif et anticipateur* » [1]. D'autre part, l'abstraction mathématique permet un transfert de connaissances et de méthodes d'une discipline scientifique à une autre.

Ainsi apparaît la tendance (certes non unilatérale) à la mathématisation de toute science. Lorsque l'étude d'une grande famille de phénomènes (c'est-à-dire une discipline scientifique, traditionnelle ou non, par exemple : la physique, la biologie, la gestion...) a atteint une certaine maturité, alors les

1. J. Ladrière : *Le formalisme et le sens*. Publications de l'Université de Lille (1972).

lois mises en évidence permettent de réduire un volume (ce qui ne signifie pas un pourcentage) grandissant des phénomènes à étudier à leur aspect mathématique, ceci à deux conditions :

1° Ne jamais perdre de vue le caractère relatif des modèles patiemment construits, les mathématiques sont connaissance réelle *et* connaissance approximative de la réalité objective ; elles n'épuiseront jamais cette réalité.

2° Les mathématiques ne sauraient dispenser d'analyser concrètement le problème, le critère d'une méthode scientifique reste toujours celui de la pratique.

Mais ne ricanons pas des définitions « classiques » des mathématiques : elles correspondaient au siècle dernier à des apparences solides. Comme l'expliquait P. Duhem [2], en « *chassant la qualité* » de la géométrie, puis de la physique, en n'y traitant plus que des quantités, assimilées à des nombres, le mouvement scientifique (surtout à partir de la Renaissance) a développé une position « *claire, précise, exempte des perpétuelles et stériles disputes dont elle avait été l'objet jusqu'alors* » ; la simplicité relative des problèmes posés et l'état de précision possible des mesures rendaient cette démarche tout à fait efficace et génératrice de progrès. La mathématique se présentait bien comme la science des quantités, des grandeurs, des nombres.

Par contre, on ne peut plus aujourd'hui identifier l'idée physique de grandeur à celle, mathématique, de nombre réel, résumer l'état d'un système par une famille finie de nombres, comme en témoigne la physique des particules. On ne peut plus considérer comme à sens unique le mouvement de réduction de la qualité à la quantité : la théorie statistique de la décision, par exemple, vise, au contraire, à tirer des leçons qualitatives de données quantitatives. Ne serait-ce d'ailleurs pas une préoccupation présente dans l'ensemble de la science mathématique ? En d'autres termes les mathématiques modernes ont une nouvelle tâche : exprimer l'unité contradictoire de la qualité et de la quantité.

pures ou non ? scientifiques ou non ? universelles ou non ?

Pour commencer, examinons deux conceptions diamétralement opposées, du moins en apparence.

les mathématiques pures, universelles et progressant d'elles-mêmes

Pour J. Dieudonné, l'un des fondateurs du groupe Bourbaki, le principal moteur du développement des mathématiques « *est d'origine interne : la réflexion approfondie sur la nature des problèmes à résoudre, sans que l'origine de ces derniers exerce encore beaucoup d'influence* » [3].

Dans un ouvrage de vulgarisation largement répandu, R. Caratini écrit : « *L'attitude du mathématicien* [est] *radicalement opposée à celle du physicien,* [... elle est] logique *et non pas* historique, *c'est-à-dire, en un certain sens, hors du temps et du devenir.* » [4]

Les mathématiques apparaissent de plus comme des vérités de consentement universel, à peu près éternelles, comme le critère naturel de scientificité ; dans le langage courant, « c'est mathématique » est synonyme de « c'est indiscutable ».

Déjà, au siècle dernier, Auguste Comte estimait que « *la* » mathématique était « *la vraie base fondamentale* » de toute la physique naturelle, celle dont tout le reste découle : elle avait donc une étendue naturellement indéfinie et une universalité rigoureuse ; il n'y avait alors pas à s'occuper de son utilité pratique immédiate « *car les applications les plus importantes dérivent constamment de théories formées dans une simple intention scientifique* ». C'est là un point essentiel de la doctrine positiviste.

une critique superficielle

Aujourd'hui, cela a certes de quoi irri-

2. P. Duhem : *La théorie physique*. Marcel Rivière (1914), 2e édition, pp. 157, 178.
3. J. Dieudonné et Cie : *Abrégé d'histoire des mathématiques*, tome I, Hermann, 1978.
4. Bordas Encyclopédie : *Les nombres et l'espace*, vol. 11.

ter : surtout quand on pense que, pour bien des gens, les mathématiques sont vécues à travers l'échec scolaire. Tout un courant s'est attaché ces dernières années à prendre le contre-pied à outrance de ces thèses scientistes, mais nous verrons que ce n'est pas seulement pour résister aux excès et à la froideur des tenants de la « mathématique dominatrice ».

Par-delà ses mille nuances, ce courant, qui s'étend d'Ivan Ilitch aux antinucléaires en passant par la C.F.D.T. et l'école de Francfort, se retrouve pour condamner *« les dégâts du progrès »*. Dans sa version la plus claire, il estime que le mythe religieux dépassé a été remplacé à partir du XIX[e] siècle par celui du progrès technique, qu'il sert de justificatif à la société capitaliste à l'Ouest comme à l'Est.

Noyau dur, référence ultime du mythe, la mathématique a donc surtout une fonction idéologique, y compris à l'échelle mondiale, pour *« faire apparaître comme inéluctable un développement scientifique et technique sur le modèle de l'Occident, (...) uniformiser toute culture sur le modèle de la culture occidentale »*, comme l'écrit D. Nordon dans un livre récent [5].

A y regarder de plus près, les mathématiques ne seraient souvent qu'un formalisme creux, à l'exception de quelques retombées nuisibles (en particulier militaires). Quant aux mathématiciens, trop contents d'être flattés par l'idéologie officielle, ils nageraient, consciemment ou non, dans cette basse besogne : pureté et unité factices (ou plutôt uniformité), pauvreté de discernement sur le rôle de leur discipline, rejet de tout aspect social des mathématiques, tendance à se conformer à un modèle décharné, refoulement de toute réflexion sur le temps..., tels seraient, en fin de compte, les principaux liens entre les mathématiciens, *« ces grands prêtres très consentants »*. J'en passe et des plus insultantes [6]...

Comment se tirer de cette alternative où certains voudraient nous enfermer ?

mathématiques et scientificité hier et aujourd'hui

Aux XVIII[e] et XIX[e] siècles, contrairement aux autres sciences, les mathématiques progressaient continûment sans remettre en cause leurs acquis, sans que leurs bases soient ébranlées, du moins semblait-il. Il y avait donc consensus total pour les considérer comme a priori.

Cette illusion de pouvoir se référer à des canons immuables (ou presque) reposait sur l'état des sciences de l'époque : des philosophes ont donné à ces théories une cohérence séduisante, des générations d'étudiants en sciences ont été formées dans cet esprit, surtout en France.

Bien sûr, surtout à partir du début du XX[e] siècle, cette vue trop simple, trop unilatérale devenait de plus en plus intenable. Même en mécanique, avec la relativité et les quanta, il est apparu nécessaire de remettre en chantier les principes généraux pour s'attaquer à certains problèmes spécifiques. La crise de 1900 a atteint aussi les fondements des mathématiques. Alors que reste-t-il de l'édifice d'Auguste Comte ? Des nombreux philosophes, de tendances positivistes ou idéalistes (Carnap, Popper, von Mises, Brunschwicg, Bachelard...), ont essayé de répondre à leur manière à cette question.

Il nous semble qu'on ne peut surmonter l'obstacle dans l'abstrait, comme le fait la philosophie traditionnelle, c'est-à-dire sans étudier sérieusement les rapports entretenus par les mathématiques avec l'ensemble de la vie sociale, et non pas seulement avec les sciences de la nature et la philosophie : c'est ce que nous essaierons de faire au chapitre suivant, mais d'ores et déjà quelques idées générales doivent être dégagées.

a) D'abord, les mathématiques procèdent indissolublement, dans tous leurs moments, et non pas seulement consécutivement, d'une double démarche : une phase d'abstraction active et le passage au crible du critère de la pratique (comme toute méthode scientifique).

Trop rapidement, on peut dire qu'en figeant (provisoirement) les concepts pour les étudier, en s'intéressant à la permanence des objets et des phéno-

5. D. Nordon : *Les mathématiques pures n'existent pas*. Actes Sud, 1981.
6. Idem et A. Jaubert, J.-M. Lévy-Leblond : *(Auto)-critique de la science*. Seuil, 1979, 3[e] éd.

mènes, en les isolant de l'interconnexion générale, en rejetant à certains égards le rôle du temps, bref en construisant des modèles mathématiques, on tend à mettre en valeur un aspect unitaire et à repousser la diversité. Par contre, la multiplicité des problèmes concrets, qui appellent la théorie et qui lui servent d'applications nouvelles, l'enrichit, la modifie, la marque en tout cas, même lorsque la théorie crée ses propres interrogations internes ; il y a en particulier tout un côté social, caché et diffus qui couve sous les mathématiques et en guide, façonne de nombreux aspects.

Mais, prenons-y garde, les deux dialectiques abstrait/concret, unité/diversité sont loin de se recouvrir totalement, et l'une des clefs pour la compréhension des mathématiques réside justement dans leur interpénétration.

b) Ensuite, l'universalité des mathématiques n'est pas à considérer de manière statique comme une domination absolue, il ne s'agit que d'une tendance relative, comme il y a tendance à l'universalité de l'histoire, ou de la philosophie, etc. Les mathématiques sont bien, contrairement à ce que croit D. Nordon [7], *« un élément indispensable de toute culture digne de ce nom »*, elles font faire un bond à nos capacités, elles permettent d'élaborer des concepts, des outils de pensée, sans lesquels on rencontrerait des blocages insurmontables dans tous les domaines, de la physique des particules à la psychologie, en passant par la biologie. Mais ce caractère universel croissant des mathématiques n'est qu'un aspect de l'interpénétration générale des diverses sciences et de la vie dans son ensemble.

A telle enseigne que le développement *actuel* des mathématiques est de plus en plus profondément marqué par des problèmes philosophiques (en logique...) ; biologiques (en cybernétique...), sociaux (en théorie des jeux...), etc.

J. Bonitzer [8] suggère que la forme mathématique (pas un habillage mathématique superficiel, bien sûr) pourrait être *« la forme accomplie, encore que mouvante, de toute représentation conceptuelle (...), le signe de la maturité d'un domaine de connaissance »*.

Mais « signe de maturité » n'a jamais signifié « critère de vérité » ; les marxistes ont toujours été on ne peut plus nets sur ce point : c'est la pratique qui constitue le critère de la connaissance vraie.

la « nouvelle » illusion et ses aspects politiques

Nous voyons donc qu'il est possible de se démarquer très clairement des positivistes sans pour autant rendre la science et la technique responsables des méfaits du capitalisme.

Que penser alors de cette sentence du mouvement « Survivre », fondé en 1970 par un groupe de scientifiques, essentiellement mathématiciens, dont A. Grothendieck : *« L'idéologie la plus dangereuse et la plus puissante aujourd'hui est le scientisme (...) Elle peut être considérée comme un solide fond commun à l'idéologie capitaliste et à l'idéologie communiste sous la forme en vigueur dans la plupart des pays dits socialistes. Nous pensons que de plus en plus la principale ligne de partage politique se trouve moins dans la distinction traditionnelle entre la « gauche » et la « droite », que dans l'opposition entre* scientistes, *tenants du « progrès technologique à tout prix », et leurs adversaires, i.e. grosso modo : ceux pour qui l'épanouissement de la vie, dans toute sa richesse et sa variété, et non le progrès technique, a priorité absolue »* [9] ?

Que penser de cette conclusion de D. Nordon : *« De leur côté, certains mouvements régionalistes ou écologistes reprochent à la science d'être l'âme du centralisme, d'être responsable de l'uniformisation technologique du monde et donc de la disparition des cultures régionales. Entre cette revendication du « droit à la différence » et la thèse de l'universalité des mathématiques, l'opposition est violente et paraît irréductible. Pouvons-nous ne pas choisir ? »* [10]

Erreur ou mystification ? Ne jugeons pas, mais contentons-nous de consta-

7. Ouvrage cité, p. 18.
8. J. Bonitzer : « *Quelques remarques sur la théorie de la connaissance à partir des concepts de modèle et de théorie* ». Document du groupe « Théories et modèles ». I.R.M. Inédit.
9. *(Auto)-critique de la science*, A. Jaubert, J.-M. Lévy-Lebond, p. 48.
10. Ouvrage cité, p. 22.

ter que chez ces auteurs *toute* démarche scientifique est explicitement assimilée à la démarche d'A. Comte, sans la moindre discussion. Voilà où mène le refus de penser dialectiquement.

Bien sûr, les mathématiques servent aussi d'alibi, d'argument d'autorité, d'instrument « objectif » d'acceptation de la hiérarchie, d'outil « apparemment neutre » de sélection sociale, etc. Il est juste de le dire, il est juste de critiquer ceux, mathématiciens ou non, à qui les succès des mathématiques ont tourné la tête. Mais concentrer ses coups dans cette seule direction, jusqu'à l'obsession, n'est-ce pas mener aujourd'hui les combats qu'il aurait fallu mener contre les excès d'il y a vingt ans ? N'est-ce pas passer à côté de l'essentiel et se tromper d'adversaire ?

D'ailleurs, depuis mai-juin 1981, on note un changement d'attitude : on juge plus souvent indispensable la science et la technique pour sortir notre société de la crise ; certains seraient même de nouveau tentés de croire qu'elles suffisent !

liens entre les mathématiques et le développement des sociétés

Nous voudrions esquisser ici des principes pour étudier l'histoire des mathématiques à l'époque moderne et contemporaine, du point de vue du matérialisme historique. Sujet périlleux, car la plupart des travaux d'histoire des mathématiques, d'ailleurs fort utiles, abordent presque uniquement le développement interne des théories, éventuellement en rapport avec la philosophie, ou avec telle science particulière, mais très rarement avec le mouvement d'ensemble des sociétés.

les mathématiques sont-elles directement déterminées par la vie économique et sociale ?

Pour J. Dieudonné, les « explications » sociologiques des mathématiques seraient « bien loin » et « plus ou moins fantaisistes », il soutient au contraire la thèse idéaliste (pure) d'une autonomie quasi complète des mathématiques par rapport au monde réel, une fois l'impulsion initiale donnée.

D'autres auteurs proposent au contraire une histoire dite « externaliste » des sciences y compris des mathématiques : la nouveauté viendrait toujours de l'extérieur, en particulier de la vie économique et sociale : D. Nordon, constatant la coïncidence troublante entre l'essor de la société marchande et celui de la science, n'hésite pas, au moyen d'analogies, à en déduire que : capitalisme = uniformité « occidentale » = domination des mathématiques. Un peu comme « la loi de correspondance nécessaire » de Staline, selon laquelle à un état donné des forces productives devait nécessairement correspondre des rapports de production adaptés.

Pour étayer son raisonnement, il se réfère à un problème posé par J. Needham : pourquoi le développement foudroyant de la science à la Renaissance s'est-il produit en Europe plutôt qu'en Chine ? Il est intéressant de citer assez longuement la conclusion de Needham (d'ailleurs moins schématique que l'égalité vue plus haut).

« Il se peut bien qu'un concours de changements sociaux et économiques, survenant seulement en Europe, ait constitué le milieu dans lequel les sciences de la nature purent enfin s'élever au-dessus du niveau de l'artisanat supérieur des techniciens semi-mathématiciens. La réduction de toute qualité à des quantités, l'affirmation d'une réalité mathématique derrière toutes les apparences, la proclamation d'un espace et d'un temps uniformes dans tout l'univers : n'était-ce pas analogue à l'étalon de valeur du marchand ? Il n'existait pas de denrée ou de marchandise, de joyaux ou d'espèces monétaires qui ne pussent être estimés ou échangés en nombre, en quantité ou en mesure. » [11]

« Apparemment, seule une culture liée à l'économie marchande était capable de faire ce qu'une civilisation agraire et bureaucratique ne pouvait faire : ame-

11. J. Needham : *La tradition scientifique chinoise.* Hermann, 1974, p. 50.

ner au point de fusion les disciplines jusque-là séparées des mathématiques et des sciences de la nature. » [12]

Discutons.

à l'échelle de l'histoire...

Une chose apparaît certaine : c'est au cœur du XIXe siècle, dans les pays européens les plus avancés, que le mode de production capitaliste triomphe. Grâce aux avancées de la mécanique, et aux progrès techniques qu'elle permet, grâce au développement de la production sur la base du machinisme, il montre son efficacité, il apparaît comme inéluctable et convenant bien à l'économie, on peut même espérer qu'il deviendra apte à résoudre les grands problèmes sociaux et humains.

Or, dans ce système, tout est marchandise, et toute marchandise est échangée à sa valeur (c'est-à-dire selon le temps de travail social nécessaire à sa production), cette « loi de la valeur » est un résumé quasi mathématique simple du mode de régulation du système.

Bref l'abstraction mathématique que constitue le profit est un indicateur efficace d'une bonne gestion, en même temps qu'au niveau scientifique la base mathématique de la mécanique, et plus généralement des sciences liées aux nouvelles techniques est bien assise. Les idées reflètent cette unité de pensée autour d'un cadre technique et économique assez simple, mathématisable, cohérent, adapté aux problèmes de son temps ; en France, la tradition philosophique, notamment depuis Descartes, et le caractère tranché des luttes et du mouvement d'idées correspondant, comme en témoigne la Révolution française, donnent probablement un tour plus extrême à cette conception mécaniste du monde : la classification des sciences d'A. Comte l'exprime à bien des égards.

le fondamental et le décisif

Pour le moment, nous nous sommes surtout contenté de signaler certaines analogies frappantes sans vraiment pouvoir les articuler pour comprendre le « moteur » de l'histoire des mathématiques. Une manière d'avancer dans cette voie consiste, à notre avis, à creuser la distinction proposée par Lucien Sève du « fondamental » et du « décisif » [13]. Résumons-la rapidement sur un exemple qu'il évoque.

Un certain état des forces productives définit un cadre, des « *possibilités ou impossibilités formelles du développement historique. C'est en ce sens qu'elles jouent un rôle* fondamental *en longue période : ce qui se réalise dans l'histoire tend nécessairement à concorder avec ce qu'elles permettent et ce qu'elles excluent.* » Mais on ne saurait en déduire de manière automatique une certaine forme des rapports de production et encore moins l'ensemble du mouvement des idées (par exemple scientifiques) : « *L'histoire des rapports de production* (...) choisit *en permanence, à travers une infinité de luttes économiques, politiques et idéologiques, de contradictions secondaires et de hasards, les développements possibles des forces productives qui lui* conviennent. *Ainsi son rôle apparaît* décisif, *mais sur la base du rôle fondamental des forces productives.* »

Tout ceci doit, en fait, être saisi de manière plus dialectique, car ni les forces productives, ni les rapports de production n'existent « en soi » de manière indépendante en dehors de leurs interactions au sein du mode de production.

De plus, « *le mode de production à son tour constitue l'élément fondamental par rapport aux formes politiques et idéologiques de la vie sociale, mais ces formes n'en jouent pas moins un rôle souvent décisif dans son développement.* »

quel moteur pour l'histoire des sciences ?

Ces considérations peuvent servir de point de départ pour une étude équilibrée sur le rôle des mathématiques dans la société, afin d'y voir plus clair dans l'enchevêtrement des contradictions qui forment leur mouvement. Mais à condition de noter que celui-ci se fait à *plusieurs niveaux relatifs* et que rien n'est fondamental ni décisif en soi : seule la dialectique *concrète* de la réalité, à analyser au sein même de l'en-

---

12. Idem, p. 52.
13. Lucien Sève : *Une introduction à la philosophie marxiste*. Editions sociales, 1974.

semble du processus, et de tous les processus partiels, intermédiaires, relatifs qui y contribuent, permet d'élucider la question.

Précisons : lorsqu'une branche nouvelle des mathématiques prend corps, c'est toujours pour s'attaquer à la résolution de problèmes concrets (d'ordre économique, social, mais aussi éventuellement d'ordre scientifique, même mathématique) apparaissant *directement ou indirectement* dans des domaines déjà variés de l'activité humaine, et seulement lorsque le besoin de les résoudre devient plus pressant parce qu'il met en jeu les intérêts d'un nombre suffisant d'individus, de groupes, de classes.

Par exemple, si l'on veut comprendre pourquoi le calcul des probabilités est né au milieu du XVII^{e} siècle, et non un siècle plus tôt ou plus tard, il faudra chercher la réponse dans le mouvement global de naissance de la société marchande capitaliste (plutôt que dans le génie de tel ou tel savant).

Mais ce point de vue n'explique pas tout, loin de là : en effet, s'il est vrai que l'abstraction mathématique ne se produit pas spontanément, qu'elle *trouve* son origine dans la pratique, il n'en est pas moins vrai qu'elle passe *toujours* par un travail humain particulier qui fraie son chemin à travers mille autres contradictions de la vie concrète (personnalité des chercheurs, dynamique interne des écoles scientifiques, facteurs nationaux, hasards divers, aspects particuliers plus ou moins apparents de l'environnement social, scientifique, idéologique...) *« qui décident du sens, des rythmes, des formes concrètes du développement »*. On est donc très loin de l'économisme vulgaire, ou des conceptions « externalistes » de l'histoire des sciences.

En un certain sens, on pourrait estimer que le terrain économique et social, voire politique, idéologique... joue le rôle fondamental, et que tel problème concret, joint aux préoccupations des savants de l'époque, constitue l'aspect décisif. Mais à condition de ne pas considérer cette distinction fondamental/décisif comme un nouveau « prêt-à-porter marxiste », comme un passe-partout qui permettrait de faire l'économie d'une analyse concrète.

Autrement dit, indissolublement liés, le fondamental et le décisif ne peuvent se définir que relativement à un point de vue, ou mieux relativement au problème d'histoire des sciences posé. Il ne s'agit donc pas de chercher « *le* moteur » de l'histoire des mathématiques, il faut étudier dans le concret *une série de luttes* dont l'articulation donne la clef du développement de telle ou telle notion mathématique. L'analyse historique et philosophique ne peut être dissociée de l'objectif général envisagé, c'est-à-dire des raisons pour lesquelles on étudie tel aspect du développement de telle science : la réflexion sur le passé est toujours conçue (qu'on en soit conscient ou pas) en relation avec les tâches qu'on s'assigne pour le présent, elle est un moment de l'aspect actif, constructif de la démarche scientifique et de ses ambitions transformatrices.

Pour reprendre l'exemple des débuts du calcul des probabilités, étudié par de nombreux auteurs, on s'aperçoit que même les articles « purement historiques » sont largement construits autour de préoccupations de philosophie ou de politique scientifique actuelles : problèmes de la décision, de la rationalité, place du hasard dans la science et dans la vie...

le développement d'une théorie déjà arrivée à maturité

Il ne serait pas juste de penser qu'en acquérant un statut propre, les théories mathématiques abandonnent leurs objets de recherche antérieurs, ou encore qu'une fois arrivées à maturité, elles se contentent de poser et de résoudre essentiellement des problèmes internes avec d'éventuelles retombées aléatoires sur d'autres secteurs : elles restent marquées par leurs origines, elles bénéficient aussi de l'influence de nouveaux problèmes extérieurs ou non aux mathématiques ; mieux, le terrain de base lui-même (en somme la vie sociale sous tous ses aspects) évolue et a une action diffuse, diversifiée, inconsciente dans la tête des chercheurs, mais *indirectement* présente pour peser sur leurs motivations, sur leur style de pensée, sur les « modes », sur le pourquoi de l'intérêt d'une question. L'enrichissement se fait donc par des voies multiples et permanentes dans le mouvement même d'ensemble de la formation sociale.

L'histoire du calcul des probabilités depuis deux siècles en fournit de nombreuses illustrations : bien que les jeux de hasard n'aient plus guère été l'objet de cette discipline, ils ont continué pendant longtemps à en être le mode d'expression privilégié tant dans la recherche que pour la pédagogie — et cela n'est pas sans effet, même aujourd'hui, sur la théorie et sur les conceptions philosophiques qui y sont liées. Comment ne pas voir en outre à quel point les probabilités ont été révolutionnées, depuis la fin du siècle dernier, par la constatation de leur utilité dans les sciences de la nature, dans l'économie et dans les sciences humaines. L'axiomatique et les théorèmes les plus « purs » en sont fortement imprégnés.

contre les dogmatismes

Résumons.

1° Nous avons cherché à penser dialectiquement, ce qui a donné, en gros, ceci : Ce n'est pas dans un processus unilatéral qu'il faut rechercher les « causes » du développement des mathématiques. Isoler artificiellement certains aspects de l'interconnexion générale des phénomènes et *s'arrêter là*, c'est une conception un peu primitive et mécaniste de la causalité : Les deux professions de foi dogmatiques, que nous avons critiquées ci-dessus, tombent dans ce travers. Toutefois, on aurait tort de rejeter les travaux qui s'en inspirent, car ils sont amenés, sur des questions partielles (qui peuvent être d'importance), à analyser concrètement la réalité, ce que ne remplacera jamais l'agitation, même la plus pertinente, de principes généraux de dialectique abstraite.

2° Mais nous adoptons aussi une démarche matérialiste. Des positivistes et des idéalistes ont, eux aussi, développé des efforts pour interpréter l'histoire des mathématiques de manière non unilatérale. Ce qui en différencie notre article tient dans cette citation d'Engels : « *D'après la conception matérialiste de l'histoire, le facteur déterminant dans l'histoire est,* en dernière instance, *la production de la reproduction de la vie réelle. Ni Marx, ni moi n'avons jamais affirmé davantage. Si ensuite, quelqu'un torture cette proposition pour lui faire dire que le facteur économique est* le seul *déterminant, il la transforme en une phrase vide, abstraite, absurde.* » [14]

La distinction du fondamental et du décisif vise à préciser cette thèse, en montrant que les différents facteurs de développement d'une science ne s'additionnent pas, qu'au contraire ils s'interpénètrent à des niveaux relatifs (*relatifs* à des points de vue, *à des pratiques sociales sous-jacentes*).

Rechercher inlassablement derrière chaque problème d'histoire des sciences, derrière chaque sous-problème, derrière chaque sous-sous-problème « *la production et la reproduction de la vie réelle* » (cela ne se réduit pas d'ailleurs à « l'économie » — c'est beaucoup plus divers) apparaît surtout comme la façon de voir *la plus constructive,* la plus riche de leçons pour l'avenir, et non comme un économisme dogmatique.

Ceci nous amènera, dans un prochain article, à réfléchir à l'avenir des mathématiques, aux conditions actuelles et futures de leur élaboration et de leur enseignement.

14. K. Marx, F. Engels : *Etudes philosophiques.* Editions sociales, 1974, p. 238.