

Certificats de calcul différentiel et intégral

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 2
(1927), p. 62-64

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__62_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1927, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *Première question.* — C. 86. — Une surface réglée (S), non développable, est engendrée par la droite (D) donnée par les équations suivantes en coordonnées rectangulaires :

$$(D) \quad \begin{cases} x = az + \lambda, \\ y = bz + \mu, \end{cases}$$

où a, b, λ, μ sont des fonctions données d'un paramètre variable. • Soit (L) la ligne de striction de (S). Montrer que la condition nécessaire et suffisante pour que (L) soit la courbe de contact d'un cylindre circonscrit à (S) parallèle à Oz, est que (D) fasse un angle constant avec Oz. Montrer que l'on pouvait prévoir géométriquement ce résultat.

La condition précédente étant supposée remplie, les équations de (S) peuvent être écrites sous la forme

$$\begin{aligned} x &= cz \cos \theta + \lambda(\theta), \\ y &= cz \sin \theta + \mu(\theta), \end{aligned}$$

c étant une constante, $\lambda(\theta)$ et $\mu(\theta)$ des fonctions du paramètre θ convenablement choisi. A quelle condition doivent satisfaire $\lambda(\theta)$ et $\mu(\theta)$ pour que (L) soit une ligne de courbure de (S). La ligne (L) peut-elle être dans ce cas une ligne quelconque en choisissant convenablement $\lambda(\theta)$ et $\mu(\theta)$?

Deuxième question. — C. 87. — Étant donnés trois axes de coordon-

nées rectangulaires, déterminer les surfaces qui ont la propriété suivante : la normale en un point M de la surface rencontre en N le plan des xy de telle sorte que la distance de N à l'origine des coordonnées est une fonction donnée de la distance de M à l'axe Oz. On développera les calculs dans le cas où la relation entre ces deux distances est la constance de leur produit; on déterminera la surface particulière répondant à la question et contenant le cercle donné :

$$x = 0, \quad y^2 + z^2 = R^2.$$

Nota. — On pourra prendre pour fonction inconnue

$$u = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2).$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — Calculer, en utilisant la théorie des intégrales de variable complexe, l'intégrale réelle

$$\int_0^\infty \frac{x^{\sqrt{3}}}{(1+x)(1+x^2)} dx. \quad (\text{Bordeaux, juin 1926.})$$

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Première question. — C.88. — On donne une courbe gauche (C). En un point M, variable sur cette courbe, on mène la tangente MT et la normale principale MN à la courbe. On prend sur MN un point P tel que MP = l (l longueur constante donnée). Par le point P on mène la parallèle (D) à MT. Déterminer la ligne de striction de la surface réglée engendrée par (D). On pourra expliquer géométriquement le résultat obtenu.

Deuxième question. — C.87. — Trouver l'intégrale générale de l'équation aux dérivées partielles

$$px + qy = \frac{z^2 - x^2 - y^2}{2z}.$$

Montrer que les courbes caractéristiques de cette équation sont les trajectoires orthogonales d'une famille de surfaces à un paramètre. Montrer que sur une surface intégrale quelconque les courbes caractéristiques sont des lignes de courbure de cette surface; déterminer le second système de lignes de courbure.

ÉPREUVE PRATIQUE. — Calculer la valeur de l'intégrale

$$\int \frac{dz}{\sqrt[3]{(z+a)z(z-b)}}$$

prise le long d'un contour fermé simple entourant les trois points $z = -a$, $z = 0$, $z = b$; a et b désignent deux constantes réelles et positives.

Quelle relation peut-on déduire de la considération de ce contour

(convenablement choisi) entre les deux intégrales réelles

$$I = \int_{-a}^0 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+a)x(x-b)}} \quad \text{et} \quad J = \int_0^b \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+a)x(x-b)}}.$$

Dans le cas où $a = b$, quelles sont les valeurs de chacune de ces intégrales ?

(Bordeaux, novembre 1926.)