

Certificat de mécanique appliquée

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 2
(1927), p. 184-186

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__184_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1927, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

ÉPREUVE THEORIQUE. — *Un anneau AB semi-circulaire, de section constante, est articulé à ses deux extrémités A, B sur deux axes horizontaux, fixes, de même niveau, et perpendiculaires au plan de l'anneau. Un système de serrage permet au besoin d'empêcher toute rotation aux articulations.*

1° Les articulations étant serrées au repos, on applique une charge P verticale au sommet C de l'anneau. Déterminer les réactions des appuis et le fléchissement de l'anneau à son sommet.

2° Les articulations sont libérées, de sorte que tout frottement devienne négligeable, mais l'on ne touche pas la charge P . Déterminer les nouvelles réactions des appuis, ce que devient le fléchissement au sommet, l'angle dont tournent les axes, ainsi que les courbures de l'anneau à ses extrémités et à son sommet.

3° On serre de nouveau les articulations dans ce nouvel état de déformation, puis on supprime la charge P . De combien se déplace le sommet de l'anneau ?

N. B. — L'anneau est supposé de poids négligeable par rapport à P , et sa section normale est assez faible pour qu'on puisse négliger, devant son aire, son moment d'inertie par rapport à la normale au plan de l'anneau passant par son centre de gravité.

INDICATIONS SUR LA SOLUTION. — 1° Les réactions d'encastrement en A et B ont même composante horizontale H , même composante verticale $\frac{P}{2}$, les couples d'encastrement ont la même valeur Γ , et l'on a

$$H = P \frac{4 - \pi}{\pi^2 - 8}, \quad \Gamma = \alpha P \frac{\pi^2 - 2\pi - 4}{2(\pi^2 - 8)}.$$

Le fléchissement au sommet a la valeur

$$\zeta = \frac{P\alpha^3}{EI} \frac{\pi^3 - 20\pi + 32}{8(\pi^2 - 8)}.$$

2° Dans ce cas Γ est nul, et l'on a pour la composante H , pour le fléchissement ζ , et pour l'angle φ dont tournent les extrémités de l'arc les valeurs

$$H = \frac{P}{\pi}, \quad \zeta = \frac{P\alpha^3}{EI} \frac{3\pi^2 - 8\pi - 4}{8\pi}, \quad \varphi = \frac{P\alpha^3}{EI} \frac{4 + 2\pi - \pi^2}{4\pi}.$$

En B , M étant nul, le rayon de courbure conserve sa valeur α ; au sommet C , la formule d'Euler donne

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha P}{EI} \frac{\pi - 2}{2\pi}$$

3° Dans le premier problème le sommet C descend en C' ; dans le second, il descend en C'' .

Dans le troisième, il rencontre en C''' , et, en raison de la nature linéaire de la loi de Hooke, on a

$$C''C''' = C'C = \frac{P\alpha^3}{EI} \frac{\pi^3 - 20\pi + 32}{8(\pi^2 - 8)}.$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Trois poutres rectangulaires identiques sont liées entre elles par une articulation sans frottement O (cette articulation consiste par exemple en un triangle de côtés négligeables, autour de chacun desquels peut tourner librement l'une des poutres).*

Les poutres OA, OB sont encastrées horizontalement à leurs extrémités A, B, et OC repose en C sur un appui fixe, les deux encastresments et l'appui sont au même niveau.

Dans ces conditions, une charge P est répartie uniformément sur l'une de ces trois poutres; une charge égale est concentrée dans la section médiane de chacune des deux autres poutres.

Pour quelle répartition des trois charges P l'articulation O subit-elle un fléchissement minimum? Calculer le minimum.

Données : Longueur l des trois poutres, 1^m; largeur, 10^{cm}; épaisseur, 1^{cm}; coefficient E d'élasticité, 15000 kg/mm².

$$P = 15^k.$$

N. B. *On néglige le poids propre des poutres et l'influence des efforts tranchants.*

INDICATIONS SUR LA SOLUTION. — Supposons que la poutre AO supporte la charge répartie. Les poutres AO et BO supportent en O de la part de CO des réactions

$$Q = u \frac{P}{2}, \quad Q' = (1 - u) \frac{P}{2}.$$

Le fléchissement ζ en O de la poutre OA est donné par

$$EI\zeta = \frac{Pl^3}{24}(4u + 3).$$

Le fléchissement ζ de la poutre OB, égal au précédent, est donné par

$$EI\zeta = \frac{Pl^3}{48}(13 - 8u)$$

Il en résulte

$$u = \frac{7}{16}.$$

Supposons maintenant que la poutre OC supporte la charge répartie. Le fléchissement ζ est alors donné par

$$EI\zeta = \frac{3Pl^3}{16}.$$

Ce fléchissement est moindre qu'avec la première répartition.

Calcul numérique : $\zeta = 2^{\text{cm}}, 2$.

(Lille, novembre 1926.)