

Certificats de calcul différentiel et intégral

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 2
(1927), p. 159-160

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__159_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1927, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — C.103. — 1° *Les surfaces S d'équation*

$$y(z + b) = x(x + a),$$

où a et b sont des constantes, vérifient, quelles que soient a et b, une équation E aux dérivées partielles du premier ordre que l'on formera.

2° Trouver la surface Σ intégrale générale de cette équation E. Montrer que Σ est réglée; que sont les génératrices de Σ vis-à-vis de E?

3° Le long de chaque caractéristique de E, x, y, z, p, q satisfont à un système différentiel D que l'on intégrera complètement en exprimant y, z, p, q au moyen de x et de trois constantes arbitraires.

4° On considère la surface réglée définie paramétriquement par les équations

$$x = tz + \varphi(t), \quad y = t^2z + t\varphi(t).$$

Former l'équation des asymptotiques; déterminer φ de sorte que $z = 0$ donne une asymptotique particulière et intégrer l'équation correspondante.

(Lille, juillet 1926.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. C. 106. — 1° On considère l'équation aux dérivées partielles

$$(E) \quad 2p - q^2 x = 0.$$

Former les équations différentielles des caractéristiques et les intégrer, en mettant en évidence les coordonnées x_0, y_0, z_0, p_0, q_0 de l'élément de contact initial (liées par la relation $2p_0 - q_0^2 x_0 = 0$). Montrer que la courbe (x, y, z) support de la caractéristique

$$(x, y, z, p, q)$$

est une parabole.

2° Trouver une intégrale complète; en déduire l'intégrale générale.

3° Trouver en se servant des équations des caractéristiques formées au n° 1, l'intégrale de E contenant la courbe

$$z = 0; \quad x^2 + 2y = 0.$$

II. C. 107. On considère les deux équations différentielles

$$(E) \quad y'' + p(x)y' + q(x)y = 0,$$

$$(E_1) \quad z'' - p(x)z' + [q(x) - p'(x)]z = 0.$$

• Montrer qu'une intégrale arbitraire y de (E) et une intégrale arbitraire z de (E_1) sont liées par la relation

$$(A) \quad zy' - z'y + pyz = C,$$

où C est une constante (variable avec le choix des intégrales y ou z).

Déduire de là que si l'on connaît une intégrale particulière z de E_1 , l'intégrale générale de E s'obtient en intégrant l'équation (A) où C sera laissée indéterminée.

Montrer qu'en réalité on pourra se borner, pour intégrer (A) dans sa généralité, aux deux cas $C = 0$ et $C = 1$.

(Lille, novembre 1926.)