

Certificat de géométrie supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 2
(1927), p. 158-159

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__158_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1927, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — I. *a étant une longueur donnée, soit S la surface d'équation*

$$xz^2 + (x - a)(x^2 + y^2 - 2ax) = 0.$$

Elle est coupée par le plan des xy suivant une circonférence Γ et une droite Δ qui se coupent en deux points A et B.

1° *Montrer que les sections de S par les plans passant par Oz sont des circonférences C. En déduire une définition géométrique de S.*

2° *Que devient S quand on la transforme par une inversion de pôle A ou B ? Quand on prend pour pôle d'inversion un point quelconque de Δ (sauf A et B) ou un point réel de l'axe Oz et une puissance d'inversion convenable, S se transforme en elle-même.*

3° *Montrer que les lignes de courbure de S sont les circonférences C et une autre famille de circonférences (C'). Donner une définition géométrique des circonférences (C'). Quel est le lieu des centres de courbure principaux de S ?*

4° *Les équations $y = ux$, $z = v(x - a)$ permettent d'obtenir des équations paramétriques de S. On fait correspondre au point (u, v) de S le point d'un plan qui a pour coordonnées $X = \varphi(u)$, $Y = \psi(v)$. Déterminer les fonctions φ et ψ de manière que cette correspondance soit une représentation conforme.*

Nota. — *A défaut d'une méthode plus simple, on pourra utiliser les coordonnées curvilignes u, v définies dans la question n° 4 pour la recherche des lignes de courbure de S (question 3°).*

ÉPREUVE PRATIQUE. — II. *On donne la congruence de droites*

$$\begin{aligned}x &= R \cos \omega \cos \theta - \lambda \sin \omega \sin \theta, \\y &= R \sin \omega \cos \theta + \lambda \cos \omega \sin \theta, \\z &= \lambda \cos \theta;\end{aligned}$$

R étant une longueur donnée, λ le paramètre fixant la position du point courant sur chaque droite, ω et θ les deux paramètres de la congruence.

1° *Déterminer la surface focale de la congruence et préciser sa nature;*

2° Déterminer les développables de la congruence, leurs arêtes de rebroussement et les trajectoires orthogonales de ces arêtes;

3° Déterminer le point central et le paramètre de distribution de la génératrice, ω_0 , θ_0 quand on la considère comme faisant partie de la surface $\omega = \omega_0$.

INDICATIONS SUR LA SOLUTION PAR A. MONJALLON. — II. 1° La surface focale est les sphères $x^2 + y^2 - z^2 \pm 2Rz = 0$;

2° Les développables sont définies par $\pm d\omega = \frac{d\theta}{\cos\theta}$, leurs arêtes de rebroussement correspondent à $\lambda = \pm R \cos\theta$; elles sont situées sur la surface focale et leurs trajectoires orthogonales correspondent à $\mp d\omega = \frac{d\theta}{\cos\theta}$, les signes se correspondant;

3° Le point central est défini par $\lambda = 0$ et le paramètre de distribution a pour valeur $k = R \sin\theta$.

(Rennes, juin 1926.)