

Question proposée

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 2
(1927), p. 148-149

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1927_6_2__148_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1927, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

QUESTION PROPOSÉE.

2499.

1° Soit un système d'axes rectangulaires dans un plan ; soient A un point du demi-plan $y > 0$, A' son symétrique par rapport à $x'x$. Trouver les lignes de plus grande pente de la fonction $g(A, M) = \log(MA' : MA)$,

montrer qu'elles sont identiques aux géodésiques de l'intégrale $\int \frac{ds}{y}$, et que la ligne de p. g. p. de $g(A, M)$ passant par B se confond avec la ligne de p. g. p. de $g(B, M)$ passant par A.

2° Par une transformation conforme $\bar{z} = f(z)$, on fait correspondre biunivoquement au demi-plan $y > 0$ un domaine simplement connexe du plan $\bar{z}$; soient $\bar{A}$, $\bar{M}$ les images de A, M. On pose $g(\bar{A}, \bar{M}) = g(A, M)$. Montrer que les lignes de p. g. p. de $\bar{g}(\bar{A}, \bar{M})$ forment encore un système de géodésiques et, par suite, possèdent la propriété de réciprocité précédente.

3° Soient trois axes rectangulaires dans l'espace, soient A et A' deux points de l'axe des y tels que $\overline{OA'} = -\overline{OA}$. Reprendre les calculs de la première partie en substituant à g la fonction $G(A, M) = \frac{1}{AM} - \frac{1}{A'M}$.

Montrer que la propriété de réciprocité des lignes de p. g. p. n'a plus lieu.

Nota. — Les lecteurs possédant les éléments de la théorie du potentiel (tome III du Cours de M. Goursat) reconnaîtront en g la fonction de Green du demi-plan $y > 0$, en $\bar{g}$ celle du domaine qu'on en déduit par représentation conforme ⁽¹⁾; en G la fonction de Green du domaine spatial défini par l'inégalité $y > 0$. Notre problème montre l'impossibilité d'étendre à l'espace la propriété de réciprocité des lignes de p. g. p. obtenue pour les domaines plans simplement connexes.

G. BOULIGAND.