

Certificat de géométrie supérieure

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 1
(1925), p. 59-60

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__59_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1925, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — 1° On considère un plan rapporté à deux coordonnées cartésiennes rectangulaires x_1, x_2 et un cercle quelconque, de centre $x_1 x_2$ de rayon x_3 . Montrer que l'angle $d\theta$ de deux cercles infiniment voisins est donné par la formule

$$d\theta^2 = \frac{dx_1^2 + dx_2^2 - dx_3^2}{x_3^2}.$$

2° On associe à chaque cercle le point $x_1 x_2 x_3$ de l'espace non euclidien à trois dimensions dont la forme $d\theta^2$ est l'élément linéaire. Former les équations différentielles des géodésiques de cet espace, en prenant pour paramètre l'arc θ de la géodésique. Intégrer ces équations. Former les équations finies des géodésiques passant par un point donné $x_1^0 x_2^0 x_3^0$.

3° En déduire la distance géodésique θ de deux points donnés; montrer qu'elle est donnée par

$$4 \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{(x_1 - x_1^0)^2 + (x_2 - x_2^0)^2 - (x_3 - x_3^0)^2}{x_3 x_3^0}.$$

Quelle est la surface S engendrée par les géodésiques de longueur nulle passant en un point donné?

4° *Caractériser géométriquement la famille des cercles correspondant aux différents points d'une géodésique. Quelle est la signification pour les cercles correspondants de la distance géodésique de deux points, des points de la surface S, des points des régions séparées par la surface S?*

INDICATIONS. — 2° On a trois intégrales premières :

$$\frac{x'_1}{x_3^2} = C_1, \quad \frac{x'_2}{x_3^2} = C_2, \quad \frac{x'^2_1 + x'^2_2 - x'^2_3}{x_3^2} = 1.$$

4° On trouve un faisceau linéaire de cercles. La distance géodésique est l'angle. Le reste s'ensuit.

(Nancy, octobre 1923.)