

Certificat de mécanique appliquée

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 1
(1925), p. 414-416

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__414_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1925, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — Deux poutres rectilignes de section rectangulaire constante, de longueur λ et hauteur $2h$ sont liées par une articulation cylindrique horizontale A. La première poutre OA est encastrée horizontalement dans un mur en O; la pièce AC repose sur un appui fixe B, au niveau de l'encastrement O, et à une distance l de celui-ci.

Dans ces conditions, on suspend à l'extrémité libre C une charge de poids P.

1° Étant données les dimensions $OA = a$, $AB = b$, $BC = c$ ($a + b = l$), déterminer les réactions de l'appui, de l'encastrement et de l'articulation. Construire les diagrammes de l'effort tranchant et de l'effort fléchissant.

2° Supposant h assez petit pour qu'on puisse négliger l'effort tranchant, évaluer le déplacement de l'articulation et de la charge P, ainsi que les inclinaisons des deux poutres à l'articulation.

3° Les distances de l'appui et de la charge P à l'encastrement sont fixées, mais on peut choisir la position de l'articulation entre O et B. Où doit-on la placer pour rendre minimum le déplacement du poids P?

Même question pour que l'inclinaison de la poutre en B soit minimum.

Étudier les différentes formes qu'affecte l'ouverture des deux poutres à l'articulation lorsqu'on fait varier la situation de cette articulation.

4° Lorsqu'on ne peut plus négliger l'effort tranchant, quel terme complémentaire faut-il introduire dans l'expression du déplacement du poids P?

N. B. — On néglige le poids propre des poutres et les frottements à l'appui B et à l'articulation A.

INDICATIONS SUR LA SOLUTION. — 1° Les réactions en A et B sont évidentes : $P \frac{c}{b}$ et $P \left(1 + \frac{c}{b}\right)$. La réaction d'encastrement est $P \frac{c}{b}$, le couple d'encastrement $P \frac{ac}{b}$. Les diagrammes en résultent.

2° Le théorème de Castigliano donne pour les déplacements de A et de C les valeurs

$$\Delta z_A = P \frac{a^3 c}{3EIb}; \quad \Delta z_C = - \frac{P}{3EI} \frac{c^2}{b^2} (b^2 c + a^3 + b^3).$$

Les inclinaisons de OA et de AB en A sont respectivement

$$\alpha_1 = P \frac{a^2 c}{2EIb}; \quad \alpha_2 = \frac{Pc}{6EIb^2} (b^3 + 2a^3).$$

3° L'inclinaison β en B est minimum pour $b = 2a$, en même temps que le déplacement de C. Dans ce cas, la poutre ne présente pas de point anguleux en A.

4° La prise en considération de l'effort tranchant introduit dans Δz_C le terme complémentaire

$$- \frac{3Pc}{5\lambda\mu h} \left(\lambda + \frac{lc}{b^2} \right).$$

ÉPREUVE PRATIQUE. — On considère deux tiges cylindriques égales AB, AC, liées par un axe horizontal A perpendiculaire à leur plan BAC, et reposant par leurs extrémités B et C sur un plan horizontal poli. L'articulation A est sans frottement, et l'ouverture $\widehat{CAB}$ est égale à 60° .

En outre, une tige horizontale DE lie les milieux D et E des deux branches AB, AC.

On néglige le poids du système, mais on suspend, au sommet A, une charge de poids P.

1° Vérifier que, pour les données numériques ci-dessous, les limites d'élasticité ne sont pas dépassées;

2° Calculer, avec les mêmes données, le fléchissement du sommet A et l'écartement des pieds du système.

Données numériques :

$$\text{Longueur } AB = AC = 2^m.$$

$$\text{Rayon de la section circulaire de } AB \text{ et } AC = 2^{cm}, \text{ de } ED = 2^{mm}.$$

$$\text{Poids } P : 150^{kg}.$$

Coefficient d'élasticité longitudinale E de la matière de tout le système : 20000 kg/mm^2 .

Résistance maximum R_0 de cette matière : 14 kg/mm^2 .

N. B. — On négligera le rapport des aires de la section de ED et de celle des branches AB, AC.

INDICATIONS SUR LA SOLUTION. — 1° La tension de CD est

$$P \tan \alpha \quad (2\alpha = \widehat{BAC} = 60^\circ).$$

La section de CD (rayon r) est suffisante si

$$P \tan \alpha < \pi r^2 R_0.$$

Le moment fléchissant maximum le long de AB est

$$\frac{1}{2} P l \sin \alpha \quad (AB = 2l);$$

l'effort tranchant et la compression de AB sont négligeables pour l'établissement de la condition d'équarrissage qui est

$$\frac{1}{2} P l \sin \alpha < R_0 \frac{\pi \rho^3}{4} \quad (\rho = \text{rayon de la section}).$$

2° Le déplacement horizontal de D est

$$\Delta x_D = \frac{P \tan \alpha}{E \pi r^2} l \sin \alpha.$$

La rotation $\Delta \alpha$ de la tige AB en A en résulte par les formules de déformation des pièces prismatiques

$$\Delta x_D = -\Delta \alpha l \cos \alpha + \frac{P \sin \alpha \cos \alpha l^3}{12 EI}.$$

De même

$$\Delta z_A = 2l \Delta \alpha \sin \alpha - \frac{P l^3 \sin^2 \alpha}{2 EI} = -2^{\text{mm}}, 5.$$

Enfin, en écrivant que les déplacements relatifs de la barre AB lui sont normaux, on a

$$\Delta x_B = -\Delta z_A \cot \alpha = 4^{\text{mm}}, 3.$$

(Lille, juin 1926.)

