

Exercices de mathématiques générales

Nouvelles annales de mathématiques 6^e série, tome 1
(1925), p. 32

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__32_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1925, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXERCICES DE MATHÉMATIQUES GÉNÉRALES.

C.3. — On considère la courbe définie par les formules

$$x = \int_0^t \frac{a^2 dt}{\sqrt{a^4 + t^4}}, \quad y = \int_0^t \frac{t^2 dt}{\sqrt{a^4 + t^4}}.$$

Sans évaluer les intégrales, calculer le rayon de courbure en fonction du paramètre t , dont on fera connaître la signification. Étudier la variation de y en fonction de x . Lorsque x tend vers zéro, quel est l'ordre infinitésimal de y ? Allure de la courbe.

C.4. — On considère trois axes rectangulaires Ox, Oy, Oz . On mène par O un vecteur $\overrightarrow{OD}$ de composantes (a, b, c) et de longueur égale à 1. Dans le plan perpendiculaire en O à OD , on prend un point $M_0(x_0, y_0, z_0)$. Calculer les coordonnées du point M_1 déduit de M_0 par une rotation positive d'un droit autour de OD . (On pourra définir $\overrightarrow{OM_1}$ comme le produit vectoriel de deux vecteurs appropriés.) Même problème pour une rotation d'un angle quelconque α .

C.5. — Vérifier que l'expression

$$\frac{2(y-2)x dx + (3y^2 + x^2) dy}{y^3 + x^2(y-2)} - \frac{2xy dx + (x^2 - 2) dy}{y(x^2 - 2) + 1}$$

est la différentielle totale d'une fonction $f(x, y)$. Montrer que les courbes $f(x, y) = \text{const.}$ sont algébriques. Construire celles de ces courbes qui possèdent, à distance finie ou à l'infini, un point multiple.

C.6. — Construire la courbe intégrale de l'équation différentielle

$$y'' - 3y' + 2y = e^x$$

telle que, pour $x = 0$, on ait

$$y = 1, \quad y' = 1.$$

(A suivre).

