

## Certificats de calcul différentiel et intégral

*Nouvelles annales de mathématiques 6<sup>e</sup> série*, tome 1  
(1925), p. 252-254

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1925\\_6\\_1\\_\\_252\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1925_6_1__252_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1925, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

**CERTIFICATS DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.**

---

ÉPREUVE THÉORIQUE. — C. 61. — 1° *Trouver les solutions communes aux deux équations*

$$(x + pz)^2 + (y + qz)^2 = R^2, \quad x + pz = R \cos \alpha,$$

*R et  $\alpha$  étant deux constantes données.*

2° *Trouver l'intégrale générale de la première de ces équations.*

3° *Déterminer les surfaces S telles que la normale en chacun de leurs points rencontre le cercle*

$$z = 0, \quad x^2 + y^2 = R^2.$$

Quelle est l'équation de la surface de la famille qui passe par la droite

$$y = 0, \quad z = R.$$

4° Les surfaces S peuvent être considérées comme l'enveloppe d'une famille de sphères que l'on définira géométriquement. Montrer qu'il existe une surface  $\Sigma$  de la famille S pour laquelle les sphères précédentes ont toutes pour rayon R.

5° Déterminer les lignes de courbure des surfaces S.

6° Former l'équation différentielle des lignes asymptotiques des surfaces S. Intégrer cette équation quand la surface S considérée est la surface  $\Sigma$  du n° 4°.

ÉPREUVE PRATIQUE. — I. En un point M d'une courbe gauche  $\Gamma$ , on considère le plan P passant par M et perpendiculaire à la normale principale.

Ce plan enveloppe une surface développable S. On demande :

- Les équations de la génératrice D de S qui passe par M;
- L'angle de D avec la tangente en M à  $\Gamma$ ;
- De montrer que D est le support d'un vecteur dont les projections sur la tangente et la binormale ont pour valeurs algébriques R et  $-T$ , R et T étant les rayons de courbure et de torsion.

C. 62. — II. Évaluer l'aire de la surface

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = (x^2 - y^2)a^2.$$

(Grenoble, juin 1925.)

ÉPREUVE THÉORIQUE. — C. 63. — I. On considère l'équation aux dérivées partielles

$$(1 + q^2)z = px.$$

1° Déterminer les multiplicités caractéristiques de l'équation.

2° Trouver les surfaces intégrales qui passent par la parabole

$$x^2 = 2z, \quad y = 0.$$

3° Déterminer toutes les surfaces intégrales développables.

C. 64. — II. Les équations \*

$$x = \frac{u-v}{2} + \rho \frac{u+v}{2}, \quad y = \frac{u+v}{2} - \rho \frac{u-v}{2}, \quad z = \rho \frac{u^2 + v^2}{2a},$$

où  $\rho$  désigne un paramètre variable, représentent une droite (D);  $a$  dénotant une longueur donnée, (D) dépend de deux paramètres variables,  $u$  et  $v$ .

1° Montrer qu'on peut établir entre  $u$  et  $v$  une infinité de relations

telles que les droites (D) correspondant à chacune d'elles restent tangentes à une même courbe ( $\Gamma$ ); quelles sont les projections des courbes ( $\Gamma$ ) sur le plan  $xOy$ ?

2° Montrer que lorsque  $u$  et  $v$  varient de toutes les manières possibles, la droite (D) reste tangente à deux surfaces du second degré.

3° Rechercher s'il existe des surfaces ( $\Sigma$ ) admettant pour normales les droites (D).

ÉPREUVE PRATIQUE. — Calculer par la méthode des résidus l'intégrale définie

$$I = \int_0^1 \frac{(1+x^2)dx}{\sqrt[5]{x^2(1-x)}},$$

où le chemin d'intégration et le radical sont réels.

INDICATIONS. — Un contour classique, enveloppant les points 0 et 1, donne

$$I = \frac{28\pi}{25 \sin \frac{\pi}{5}}.$$

(Poitiers, novembre 1925.)