

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 5^e série, tome 3
(1924), p. 358-360

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1924_5_3_358_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1924, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

2470.

(1922-1924, p. 315.)

Soit PQR un triangle équilatéral circonscrit à une parabole, QR touchant la courbe en son sommet S, PQ la touchant en M, PR en N. Soient F le foyer de la parabole et KL la corde focale perpendiculaire à l'axe, K et M

étant du même côté de l'axe. Soient B le point commun à SK et FM, C le point commun à SL et FN. Soit enfin A le point commun à BN et CM. Démontrer que :

1° FM passe par R, FN par Q;

2° Le triangle évidemment isocèle ABC est rectangle en A;

3° AQ et AR sont les deux trisectrices de l'angle BAC; BP et BR celles de l'angle ABC, CP et CQ celles de l'angle ACB.

J. A. MOREN.

1° Le foyer F de la parabole Σ est sur le cercle circonscrit Γ et la droite de Simson de ce point par rapport à ABC est la tangente au sommet, donc F est diamétralement opposé à P sur Γ .

FQ rencontre AR en N; comme FR est bissectrice de l'angle PFN et de plus perpendiculaire sur PN,

$$PR = RN,$$

et par suite, d'après la propriété de la sous-tangente, N est le point de contact de PR avec la parabole. Par symétrie FR rencontre PQ en M, point de contact de PQ avec Σ .

2° et 3° Si IJ est le diamètre de Γ parallèle à QR, KS passe par J; si d'autre part N_1 est l'intersection de FR avec IJ, on a

$$\frac{\overline{BN_1}}{\overline{BF}} \times \frac{\overline{SF}}{\overline{SO}} \times \frac{\overline{JO}}{\overline{JN_1}} = +1 \quad \text{avec} \quad \frac{\overline{JO}}{\overline{JN_1}} = -\frac{\sqrt{3}+1}{2};$$

et par suite,

$$\frac{\overline{BN_1}}{\overline{BF}} = \frac{2}{\sqrt{3}+1},$$

d'où

$$\frac{\overline{BR}}{\overline{BF}} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PR}{PF},$$

donc B est le centre du cercle ex-inscrit dans l'angle F au triangle PFN. JR rencontre OF en A centre du cercle ex-inscrit dans l'angle R au triangle FRN, d'où il résulte que A, N et B sont en ligne droite. Par symétrie A, M et C sont en ligne droite.

Or on sait que

$$\widehat{FAN} = 90^\circ - \frac{\widehat{FRN}}{2} = 45^\circ,$$

$$\widehat{PBN} = 90^\circ - \frac{\widehat{PFN}}{2} = 30^\circ.$$

D'autre part,

$$\widehat{FAR} = 15^\circ.$$

Ces trois relations mettent en évidence les propriétés indiquées.

G. Roy.