Questions

Nouvelles annales de mathématiques 5e série, tome 1 (1922), p. 78-80

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1922_5_1__78_1>

QUESTIONS.

2412. On donne dans un plan deux coniques (S) et (Σ), et un point O; soit A un point commun aux deux coniques. On mène par O une sécante variable qui rencontre la conique (S) en P et P', et l'on trace les droites AP et AP' qui rencontrent encore la conique (Σ) aux points Π et Π'; la droite $\Pi\Pi'$ passe alors par un point fixe Ω, et le lieu du point de rencontre des droites PP' et $\Pi\Pi'$ est la conique qui passe par les points O, Ω, et par les trois autres points B, C, D, communs aux deux coniques. A quelles conditions les droites $P\Pi''$ et $P'\Pi$ passent-elles en B, auquel cas on obtient la même figure complète en se servant du point B qu'en se servant du point A? Remarquer le quadrilatère complet dont les trois diagonales sont AB, PP', $\Pi\Pi'$.

Cas de deux cercles.

G. Fontené.

*2414. Étant donnés deux axes rectangulaires Ox et Oy, on considère les paraboles Π et Π' admettant pour foyer commun le point F de Oy et qui sont tangentes à Ox en des points A et B tels que l'angle AFB soit droit. On voit [1] que, dans ces conditions, les secondes tangentes t et t' que, de tout point de Ox, on peut mener à Π et Π', sont rectangulaires. Trouver l'équation de l'enveloppe de la droite qui est la symétrique de Ox à la fois par rapport à t et à t', et construire cette courbe. M. d'Ocagne.

*2419. Soit $ABA'B'$ un quadrilatère circonscrit à une conique de foyers F et F'. On considère les deux groupes de quatre triangles :

$$FAB, \quad FA'B', \quad F'AB', \quad F'A'B;$$
$$FAB', \quad FA'B, \quad F'AB, \quad F'A'B'.$$

Démontrer que

1° Les cercles circonscrits aux triangles de ces deux groupes passent respectivement par des points C et C', qui sont les deux foyers d'une nouvelle conique inscrite au quadrilatère;

2° Les orthocentres des triangles de ces deux groupes sont respectivement sur des droites D et D', toutes deux perpendiculaires à la droite, lieu des centres des coniques inscrites dans le quadrilatère. R. B.

*2420. On donne à un segment AB de longueur constante toutes les positions, dans un plan fixe, telles que les points A, B et deux points fixes A_0 et B_0 du plan soient sur un cercle. Démontrer que l'on peut trouver, d'une infinité de manières, un couple de points M, N, invariablement liés au segment AB et un couple de points fixes M_0N_0, tels que les points M, N, M_0, N_0 soient sur un cercle pour toutes les positions du segment AB satisfaisant à la condition indiquée.

Les points M, N sont répartis sur deux droites rectangulaires, et de même les points M_0, N_0. R. B.

2421. La courbe (M') se déduit de la courbe (M) par la construction suivante : le point M' est à la rencontre de la

(1) *N. A.*, 1901, p. 446.

perpendiculaire élevée en M au rayon vecteur OM et de la perpendiculaire menée de O à la tangente en M à la courbe (M). Construire le centre de courbure μ de la courbe (M) connaissant la normale de la courbe (M′) ([1]). M. D'OCAGNE.

2424. Dans un plan, deux courbes de grandeurs invariables roulent respectivement sur deux courbes fixes, et cela de manière à se couper sous un angle constant.

Démontrer que la normale à la courbe décrite par leur point d'intersection concourt avec les droites joignant leurs centres de courbure en ce point respectivement à leurs points de contact avec les courbes fixes. R. B.

2427. Soient ABCD un quadrilatère inscriptible dans un cercle Q, M et N les extrémités du diamètre parallèle à la droite de Simson du point D par rapport au triangle ABC. Démontrer que les droites de Simson des points M et N par rapport au triangle ABC sont parallèles aux axes des paraboles circonscrites au quadrilatère ABCD.

SERBAN A. GHEORGHÈRE.

2452. Les rabattements du sommet A d'un tétraèdre ABCD sur la face BCD, effectués autour des arêtes BC, CD, DB comme charnières, *extérieurement* au volume du solide, déterminent un triangle $A_1A_2A_3$. On obtient de même des triangles $B_1B_2B_3$, $C_1C_2C_3$, $D_1D_2D_3$ relatifs aux autres sommets. Démontrer que ces triangles $A_1A_2A_3$, $B_1B_2B_3$, $C_1C_2C_3$, $D_1D_2D_3$ sont semblables et que

$$\frac{\overline{A_1A_2A_3}}{P_A} = \frac{\overline{B_1B_2B_3}}{P_B} = \frac{\overline{C_1C_2C_3}}{P_C} = \frac{\overline{D_1D_2D_3}}{P_D},$$

P_A, P_B, P_C, P_D désignant les puissances de A, B, C, D par rapport aux sphères ex-inscrites correspondantes du tétraèdre.

V. THÉBAULT.

([1]) C'est la transformation étudiée par M. F. Egan (*N. A.*, 1919, p. 14). La courbe (M′) est une adjointe infinitésimale de la courbe (M) (*N. A.*, 1900, p. 219).