

J. LARRAS

La construction du centre de courbure des coniques d'après Mannheim démontrée par le théorème de Pascal

Nouvelles annales de mathématiques 5^e série, tome 1 (1922), p. 338-339

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1922_5_1__338_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1922, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

[L'6a]

**LA CONSTRUCTION DU CENTRE DE COURBURE DES CONIQUES
D'APRÈS MANNHEIM DÉMONTREE PAR LE THÉOREME DE
PASCAL ;**

PAR M. J. LARRAS,

Soient une conique C , de centre O , les points X et Y à l'infini sur ses axes, un point M de la conique, et la normale en ce point. D'un point m du plan, on peut mener quatre normales à cette conique : l'hyperbole équilatère H , passant par les pieds de ces normales, admet pour directions asymptotiques les axes de la conique donnée ; de plus, elle passe par le centre de cette conique et le point m (hyperbole d'Apollonius).

Inversement, les points communs à l'hyperbole d'Apollonius — supposée connue — et à C définissent les

pièdes des normales à la conique issues de m . Si le point m est le centre de courbure de la conique C , répondant à M , deux des normales se confondent en mM , et les coniques C et H , ayant deux points communs confondus, M et M_1 , sont tangentes en M .

Ainsi l'hexagone $MM_1 OXYmM$ est inscrit à l'hyperbole d'Apollonius qui correspond au point m et à la conique C . Soit Δ la droite sur laquelle — d'après le théorème de Pascal — se coupent deux à deux les côtés opposés de cet hexagone. Si l'on désigne par N le point où la normale en M à la conique coupe l'axe OX ⁽¹⁾, Δ est la perpendiculaire, élevée en N , à cette normale.

Le point N appartient, en effet, à Δ comme point de rencontre de deux côtés opposés de l'hexagone, OX et mM . En outre, C et H étant tangentes en M , la droite MM_1 est la perpendiculaire, élevée en M , à la normale Mm . Son point à l'infini appartient à Δ , puisque situé sur la droite de l'infini XY , côté opposé à MM_1 dans l'hexagone envisagé. Ainsi Δ est parallèle à MM_1 et, comme Δ passe par N , c'est bien la droite annoncée.

La droite Δ coupe le diamètre OM de la conique en un point I tel que Im passe par le point Y — mY et OM étant côtés opposés de l'hexagone considéré. Donc Im , parallèle à OY , est perpendiculaire à OX .

D'où la construction de Mannheim :

Si la normale en M à la conique C — de centre O — coupe, au point N , un axe de cette conique, et si la perpendiculaire élevée en N à cette normale coupe, en I , le diamètre OM , la perpendiculaire, abaissée de I sur l'axe donné, passe par le centre de courbure m répondant à M .

(¹) OX ne représente pas forcément le grand axe.