

Certificat de mécanique appliquée

Nouvelles annales de mathématiques 5^e série, tome 1
(1922), p. 268-269

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1922_5_1__268_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1922, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — 1° *Étudier par la méthode graphique la fonction dynamique du régulateur à action directe.*

2° *Déterminer approximativement en partant de l'équation*

$$\rho \cdot g \cdot H = uv \cos \alpha - u_1 v_1 \cos \alpha_1$$

la vitesse de régime et le rendement d'une roue Pelton.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Une poutre horizontale de longueur $2l$ est encastree à son extrémité A et repose sur un appui de même niveau à son extrémité B. Elle supporte en son milieu une charge verticale unique P. Calculer les réactions aux appuis, le moment d'encastrement. Donner, en fonction de x , l'expression du moment fléchissant, et l'ordonnée y de la fibre élastique. (On appelle x la distance comptée à partir de l'appui encastree, positivement vers l'autre appui.) Où est obtenu le maximum du moment fléchissant (en valeur absolue), et donner la valeur de ce maximum.*

SOLUTION. — Appelons R, R' les réactions en A et B et M le moment d'encastrement en A compté positivement dans le sens de AB vers la verticale descendante. On a les égalités statiques

$$\begin{aligned} R + R' &= P, \\ M &= l(2R' - P) = l(P - 2R). \end{aligned}$$

Par ailleurs, l'expression du moment fléchissant en un point d'abscisse x , est, en tenant compte de la valeur de M en fonction de R :

$$\mathfrak{M} = \begin{cases} Rx + l(P - 2R) & (0 \leq x \leq l), \\ Rx + l(P - 2R) - P(x - l) & (l \leq x \leq 2l). \end{cases}$$

En intégrant deux fois l'équation d'équarrissage et tenant compte de l'encastrement en A et de ce que la fibre élastique n'est pas cassée en son milieu (on néglige ainsi l'effet de l'effort tranchant)

$$-EI y = \begin{cases} \frac{1}{6} R . x^3 + l(P - 2R) \frac{x^2}{2} & (0 \leq x \leq l), \\ \frac{1}{6} R . x^3 + l(P - 2R) \frac{x^2}{2} - \frac{1}{6} P (x - l)^3 & (l \leq x \leq 2l). \end{cases}$$

En exprimant que la poutre passe par B, c'est-à-dire que pour $x = 2l$, y est nul, on obtient la valeur de R :

$$\frac{4}{3} R . l^3 + 2l^3(P - 2R) - \frac{1}{6} P l^3 = 0,$$

d'où

$$R = \frac{11}{16} P, \quad R' = \frac{5}{16} P, \quad M = -\frac{3}{8} Pl.$$

En revenant à l'expression du moment fléchissant et remplaçant R par sa valeur,

$$\mathcal{M} = \begin{cases} \frac{1}{16} P(11x - 6l) & (0 \leq x \leq l), \\ \frac{1}{16} P(-5x + 10l) & (l \leq x \leq 2l), \end{cases}$$

il varie linéairement de $-\frac{6}{16} P.l$ à $\frac{5}{16} P.l$ pour x variant de 0 à l et de $\frac{5}{16} P.l$ à 0 pour x variant de l à $2l$. Son maximum en valeur absolue est donc atteint à l'encastrement et c'est $\frac{3}{8} P.l$.

(Lille, juillet 1920.)