

Certificat de mécanique appliquée

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 20
(1920), p. 314-316

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1920_4_20__314_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1920, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

CERTIFICAT DE MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

Lille.

**ÉPREUVE THÉORIQUE. — *Démontrer la formule d'Euler
qui donne le couple moteur d'une turbine hydraulique, et***

en déduire les expressions de la puissance et du rendement de ce moteur.

Établir ensuite la première équation de la théorie approchée des turbines, jusqu'à l'équation de régime inclusivement.

SOLUTION. — Voir les cours d'Hydraulique

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Étudier, dans le cas suivant, le problème de la poutre droite uniformément chargée, reposant librement sur trois appuis simples :*

La poutre est plane symétriquement sur les appuis extrêmes A et B.

Le support intermédiaire, C, est à égale distance de A et de B, un peu en dessous de l'horizontale AB, à une distance ε égale à la moitié de la flèche que la poutre prendrait en C si le troisième support était supprimé.

Si l'on désigne par $2a$ la distance AB, la longueur totale l de la poutre est égale à $3a$.

INDICATIONS SUR LA SOLUTION. — Si l'on suppose supprimé l'appui intermédiaire, les réactions verticales des appuis A et B ont pour valeur commune $Y = \frac{3pa}{2}$, p étant la charge par unité de longueur. On en déduit que, en prenant pour origine le milieu de AB, la fibre moyenne déformée a pour équation différentielle

$$EI y'' = - \frac{P}{8} (4x^2 + a^2).$$

Les conditions aux limites sont $y = 0$ pour $x = a$, $y' = 0$ pour $x = 0$. On en déduit la flèche f pour $x = 0$:

$$EI f = \frac{5}{48} pa^4.$$

Avec l'appui intermédiaire, qui introduit une réaction verticale $Z = 2U$, les réactions des appuis A et B prennent la valeur $Y_1 = \frac{3pa}{2} - U$. L'équation nouvelle de la fibre déformée est

$$EI y_1'' = - \frac{P}{8} (4x^2 + a^2) + U(a - x).$$

Les conditions initiales sont : pour $x = a$, $y_1 = 0$; pour $x = 0$, $y'_1 = 0$, $y_1 = \frac{f}{2}$. On a

$$EI y_1 = -\frac{p}{8} \left(\frac{x^4}{3} + \frac{a^2 x^2}{2} \right) + \frac{U(a-x)^3}{6} + A(a-x) + B;$$

$$0 = -EI f + B;$$

$$0 = \frac{U a^3}{2} + A;$$

$$\frac{EI f}{2} = \frac{U a^3}{6} + A a + B.$$

On en déduit

$$U = \frac{5}{16} p a, \quad Y_1 = \frac{19}{16} p a, \quad Z = \frac{5}{8} p a.$$

Dès lors, la distribution des moments fléchissants est connue, ainsi que la forme de la fibre moyenne.

(Juin 1919.)