

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 20
(1920), p. 117-120

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1920_4_20__117_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1920, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

1825.

(1899, p. 340; 1917, p. 358.)

Les côtés BC, CA, AB du triangle ABC sont coupés en A', B', C' par les bissectrices extérieures des angles opposés et en A'', B'', C'' par la droite r sur laquelle se trouvent les

centres du cercle inscrit et du cercle circonscrit Démontrer que les trois cercles AA'A'', BB'B'', CC'C'' se coupent sur la droite r.

G. GALLUCCI.

SOLUTION

Par M. R. BOUVAIST.

Le cercle AA'A'' coupe r en un point K tel que (O et I étant les centres des cercles circonscrit et inscrit)

$$\widehat{AKI} = \widehat{AA''B} = \frac{\widehat{C-B}}{2} = \widehat{OAI},$$

d'où la relation

$$\overline{OI} \cdot \overline{OK} = \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 = \overline{OC}^2;$$

le point K est donc aussi sur les cercles BB'B'' et CC'C''.

2314.

(1917, p. 190.)

Deux points A et B marqués sur une droite décrivent deux droites rectangulaires $y'y$ et $x'x$; un point M marqué sur la droite décrit une ellipse. Si l'on désigne par x_1 et y_1 les coordonnées du point où la droite AB est tangente à son enveloppe, par x_2 et y_2 les coordonnées du centre de courbure en M, on a, en posant $\overline{MA} = a$, $\overline{MB} = b$:

$$\frac{y_2}{x_2} : \frac{y_1}{x_1} = \frac{a}{b}, \quad \frac{x_2}{x_1} = \frac{a+b}{a}, \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{a+b}{b}.$$

G. FONTENÉ.

SOLUTION

Par M. J. LEMAIRE.

Soient P le point projeté en A et B sur $y'y$ et $x'x$, E sa projection sur AB, M' et E' les projections de M et E sur $x'x$, m le point où MM' coupe AP. La droite AB touche son enveloppe en E, la normale en M à l'ellipse décrite par ce point est PM qui rencontre $x'x$ en N; menons la tangente en M qui coupe $x'x$ en T. Si par le centre de courbure ω en M nous traçons la parallèle à $y'y$ qui rencontre OM en C, on sait que

on en conclut

$$\frac{\omega\omega'}{EE'} = \frac{a+b}{a} \times \frac{Am}{Pm} = \frac{a+b}{a} \times \frac{AM}{BM}$$

et en tenant compte des signes

$$\frac{\overline{\omega\omega'}}{EE'} = \frac{a+b}{b};$$

c'est la troisième relation de l'énoncé. La première est enfin une conséquence des deux autres. Ces relations montrent que la développée d'une ellipse est une transformée homographique d'une hypocycloïde à quatre rebroussements.

Autre solution, par *Un abonné*.