

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 19 (1919), p. 468-471

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1919_4_19__468_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1919, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

1837.

(1900, p. 96; 1917, p. 358.)

Les deux triangles ABC, A'B'C' sont homologues de deux manières :

- 1° centre O $\left| \begin{array}{ccc} A & B & C \\ A' & B' & C' \end{array} \right|$ axe o,
- 2° centre O' $\left| \begin{array}{ccc} A & B & C \\ C' & B' & A' \end{array} \right|$ axe o'.

Démontrer que si o passe par O' : 1° o' passe par O ; 2° les six points $O, O', ba', bc', b'a, b'c$ sont les sommets d'un quadrilatère complet; 3° les six droites $o, o', BA', BC', B'A, B'C$ sont les côtés d'un quadrangle complet; 4° le triangle diagonal du quadrangle, qui a pour sommets $ba', bc', b'a, b'c$ coïncide avec le trilatère diagonal du quadrilatère qui a pour côtés $BA', BC', B'A, B'C$.

G. GALLUCCI.

SOLUTION

Par M. R. BOUVAIST.

Si l'on se place dans les conditions de l'hypothèse, on voit immédiatement que $AC', A'C$ se coupent en O' sur o , o est la polaire de O par rapport à $AC, A'C'$. Projignons o suivant la droite de l'infini. Le quadrilatère $ACA'C'$ devient un parallélogramme dont les diagonales AA', CC' se coupent en O , BOB' est parallèle à AC', CA' et l'on a $\overline{BO} = \overline{OB'}$.

1° O' est à l'infini sur BOB' , et o' est la parallèle à $AC, A'C'$ menée par O .

2° Le quadrilatère $ba', bc', b'a, b'c$ est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en O , bc' et ba' étant sur AC , $b'a$ et $b'c$ étant sur $A'C'$.

3° Le quadrilatère formé par les droites $BA', BC', B'A, B'C$ est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en O , deux sommets opposés sont B et B' , les deux autres sont sur o' .

4° Le quadrilatère formé par les droites $Ac'b', A'bc', Cb'a, C'ba'$ est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en O , deux sommets opposés sont B et B' , les deux autres sont sur o' . Il suffit donc de revenir à la figure primitive pour avoir toutes les propriétés de l'énoncé.

Autre solution, par M. M. FAUCHEUX.

1852.

(1900, p. 285)

On considère un système articulé composé de sept tiges rigides dont les quatre premières forment un quadrilatère gauche $ABCD$; les trois autres ME, MF, MG relient un point M à trois points E, F, G , appartenant respectivement aux tiges AB, BC, CD et fixes sur ces tiges.

Les articulations qui existent aux points A, B, C, D, E, F, G, M sont réalisées par des joints de Cardan.

Démontrer que, pendant toutes les déformations dont le système est susceptible, le point M reste à distance invariable d'un certain point H de la tige DA, fixe sur cette tige. On peut, de la sorte, adjoindre au système une huitième tige MH sans introduire de liaison nouvelle.

RAOUL BRICARD.

SOLUTION

Par M. G. FONTENÉ.

Dans le volume des *Nouvelles Annales* pour 1904, page 105, j'ai fait connaître un système articulé gauche ayant deux paramètres de déformation, et j'ai indiqué comme cas particulier le système dont il s'agit ici. Les quatre points E, F, G, H sont dans un même plan; et si l'on pose

$$\begin{array}{llll} AB = \alpha, & BC = b, & \dots, & \dots, \\ \frac{AE}{EB} = \frac{m}{n}, & \frac{BF}{FC} = \frac{n}{p}, & \dots, & \dots, \\ ME = \alpha, & MF = \beta, & \dots, & \dots, \end{array}$$

on a

$$\begin{aligned} \alpha^2 \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n} \right) - \beta^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{p} \right) + \dots - \dots \\ + \left(\frac{\alpha^2}{m+n} - \frac{\beta^2}{n+p} + \dots - \dots \right) = 0. \end{aligned}$$

Autre solution, par M. M. FAUCHEUX.

↳ 1884.

(1900, p. 572; 1917, p. 398.)

Dans le plan, une courbe de troisième classe C et une cubique C' peuvent se correspondre ainsi : l'un des trois systèmes de coniques S' qui admettent C' pour Jacobienne ordinaire se compose des coniques circonscrites à l'un des trois systèmes de quadrangles circonscrits à C; et l'un des trois systèmes de coniques S qui admettent C pour Jacobienne tangentielle se compose des coniques inscrites dans l'un des trois systèmes de quadrilatères inscrits à C'. On peut se donner C' par exemple et il y a alors trois courbes C.

G. FONTENÉ.

SOLUTION

Par M. HENRI DUMAS.

Un système de coniques S' admettant C' pour Jacobienne est le réseau des coniques polaires de tous les points du plan par rapport à une cubique Γ' admettant C' pour Hessienne.

Le faisceau des coniques circonscrites à un quadrangle circonscrit à C fait partie du réseau admettant C pour Cayleyenne, puisque les trois coniques décomposées de ce faisceau sont formées chacune de deux tangentes à C . La première partie de l'énoncé revient donc à dire que C est la Cayleyenne d'une cubique Γ' admettant C' pour Hessienne.

Si l'on se donne C' , il y a trois cubiques Γ' l'admettant pour Hessienne et chacune de ces trois cubiques admet une Cayleyenne C . A une courbe C' correspondent donc trois courbes C .

Les propriétés relatives aux courbes de troisième classe et aux réseaux tangentiels de coniques donnent les faits corrélatifs des précédents (1).